



ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)

Вестник

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

ФИЗИКА-
МАТЕМАТИКА

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА
В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ
НА ОСНОВЕ МИНЕРАЛЬНЫХ
МАСЕЛ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ
СТЕКЛОВАНИЯ ДИСПЕРСИОННОЙ
СРЕДЫ



2023/№ 1

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print)

2023 / № 1

ISSN 2310-7251 (online)

серия

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук» Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России) по следующим научным специальностям: 1.3.3. – Теоретическая физика (физико-математические науки); 1.3.8. – Физика конденсированного состояния (физико-математические науки).

The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation into “the List of reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree” (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation) on the following scientific specialities: 1.3.3. – Theoretical physics (physical-mathematical sciences); 1.3.8. – Physics of the condensed state (physical-mathematical sciences) (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation).

ISSN 2072-8387 (print)

2023 / № 1

ISSN 2310-7251 (online)

series

PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION
STATE UNIVERSITY

Учредитель журнала

«Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика»

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Московский государственный областной университет

Выходит 4 раза в год

Редакционная коллегия

Главный редактор:

Бугаев А. С. – д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-технический институт (Государственный университет)

Заместитель главного редактора:

Кузнецов М. М. – д. ф.-м. н., проф., Государственный университет просвещения

Ответственный секретарь:

Чукаловская Е. М. – Государственный университет просвещения

Члены редакционной коллегии:

Беляев В. В. – д. т. н., проф., Государственный университет просвещения;

Боголюбов Н. Н. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

Бугримов А. Л. – д. т. н., проф., Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

Гладков С. О. – д. ф.-м. н., проф., Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);

Емельяненко А. В. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

Жачкин В. А. – д. ф.-м. н., проф., Государственный университет просвещения;

Калашников Е. В. – д. ф.-м. н., проф., Государственный университет просвещения;

Осипов М. А. – д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

Рыбаков Ю. П., – д. ф.-м. н., проф., Российский университет дружбы народов;

Чаругин В. М. – д. ф.-м. н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Чигринов В. Г. – д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

Рецензируемый научный журнал «Вестник московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» публикует статьи по математическим проблемам термодинамики, кинетики и статистической физики; теории конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем; изучению различных состояний вещества и физических явлений в них; статистической физике и кинетической теории равновесных и неравновесных систем; теоретическому и экспериментальному исследованию физических свойств неупорядоченных неорганических систем; изучению экспериментального состояния конденсированных веществ и фазовых переходов в них. Журнал адресован ученым, докторантам, аспирантам и всем, интересующимся достижениями физико-математических наук.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

Индекс серии «Физика-математика» по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (www.cyberleninka.ru), а также на сайтах Вестника Московского государственного областного университета (www.physmathmgou.ru, www.vestnik-mgou.ru).

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. – 2023. – № 1. – 60 с.

© ГУП, 2023.

Адрес редакции:

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98

тел.: (495) 780-09-42 (доб. 6101)

e-mail: info@vestnik-mgou.ru; сайты: www.physmathmgou.ru; www.vestnik-mgou.ru

Founder of journal
«Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics»
Moscow Region State University

————— Issued 4 times a year —————

Editorial board

Editor-in-chief:

A. S. Bugaev – Doctor of Physics and Mathematics, Academician of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

Deputy editor-in-chief:

M. M. Kuznetsov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, State University of Education

Executive secretary:

E. M. Chukalovskaya – State University of Education

Members of Editorial Board:

V. V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, State University of Education;

N. N. Bogolyubov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

A. L. Bugrimov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kosygin State University of Russia;

S. O. Gladkov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University);

A. V. Emelyanenko – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

V. A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, State University of Education;

E. V. Kalashnikov – Doctor of Physics and Mathematics, State University of Education;

M. A. Osipov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

Yu. P. Rybakov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, RUDN University;

V. M. Charugin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

V. G. Chigrinov – Hong Kong University of Science and Technology (China)

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

The reviewed scientific journal “Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics” publishes articles on mathematical problems of thermodynamics, kinetics and statistical physics; the theory of the condensed state of classical and quantum, macroscopic and microscopic systems; the study of various states of substance and physical phenomena in them; statistical physics and the kinetic theory of equilibrium and non-equilibrium systems; theoretical and experimental research of physical features of disordered inorganic systems; the study of the experimental state of condensed substances and phase transitions in them. The journal is addressed to scientists, doctoral students, PhD students and everyone interested in the achievements of physical and mathematical sciences.

The series “Physics and Mathematics” of the Bulletin of the Moscow Region State University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate ПИ № ФС 77 – 73344.

Index series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, and its full texts are available through scientific electronic libraries “eLibrary” (www.elibrary.ru) and “CyberLeninka” (since August 2017; www.cyberleninka.ru), as well as on the journal’s sites (www.physmathmgou.ru, www.vestnikmgou.ru).

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author. Manuscripts are not returned.

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. – 2023. – № 1. – 60 p.

© SUE, 2023.

The Editorial Board address:

10A Radio st., office 98, Moscow, Russia

Phone: (495) 780-09-42 (add. 6101)

e-mail: info@vestnik-mgou.ru; sites: www.physmathmgou.ru; www.vestnik-mgou.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

- Вековищев М. П., Кирсанов Е. А.* Неньютоновское течение полимерных композитов в рамках структурной модели6
- Гладков С. О., Зо Аунг.* О кинетическом подходе при учёте неоднородностей высших порядков в уравнении Навье – Стокса17
- Евдокимов Н. В., Камалов Т. Ф., Волкова О. А., Хамис Хассан М. Х., Камалов Ю. Т.* Моделирование запутанных кубитов27
- Паращук Н. С., Курилов А. Д., Чантурия Г. Т., Чаусов Д. Н.* Распространение звука в магнитных жидкостях на основе минеральных масел вблизи температуры стеклования дисперсионной среды.34
- Соломатин А. С., Беляев В. В., Абдуев А. Х., Зверев Н. В., Беляев А. А., Царева Е. В., Кузьмин М. К., Жачкин В. А.* Моделирование параметров материалов плёнок прозрачных электродов с близкой к нулю диэлектрической проницаемостью45

CONTENTS

PHYSICS

Vekovishchev M. P., Kirsanov E. A. Non-Newtonian flow of polymer composites within the framework of a structural model6

Gladkov S. O., Zaw Aung. Kinetic approach taking into account the heterogeneities of higher orders in the Navier – Stokes equation17

Evdokimov N. V., Kamalov T. F., Volkova O. A., Khamis Hassan M. H., Kamalov Y. T. Modeling of entangled qubits27

Parashchuk N. S., Kurilov A. D., Chanturiya G. T., Chausov D. N. Sound propagation in magnetic fluids based on mineral oils near the glass transition temperature of the dispersion medium34

Solomatin A. S., Belyaev V. V., Abduev A. Kh., Zverev N. V., Belyaev A. A., Tsareva E. V., Kuzmin M. M., Zhachkin V. A. Modeling of material parameters of transparent electrode films with near-zero permittivity45

УДК 541. 182. 022: 532. 135

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-6-16

НЕНЬЮТОНОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ В РАМКАХ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ

Вековищев М. П., Кирсанов Е. А.

*Государственный социально-гуманитарный университет
140411, Московская обл., г. Коломна, ул. Зелёная, д. 30, Российская Федерация*

Аннотация

Цель: рассмотреть реологическое поведение расплавов полимерных композитов с наполнителем в виде неорганических твёрдых частиц.

Процедура и методы. Проведена аппроксимация экспериментальных данных уравнениями структурной реологической модели на отдельных интервалах скорости сдвига.

Результаты. Показана связь коэффициентов реологических уравнений с состоянием структуры композитного материала.

Теоретическая и/или практическая значимость. Предложены уравнения, которые способны аппроксимировать экспериментальные данные на отдельных интервалах скорости сдвига, соответствующих определённому структурному состоянию расплава полимерного композита.

Ключевые слова: расплав полимерного композита, структурная реологическая модель, обобщённое уравнение течения, реологические кривые.

NON-NEWTONIAN FLOW OF POLYMER COMPOSITES WITHIN THE FRAMEWORK OF A STRUCTURAL MODEL

M. Vekovishchev, E. Kirsanov.

*State University of Humanities and Social Studies
ulitsa Zelenaya30, Kolomna 140411, Moscow region, Russian Federation*

Abstract

Aim. We consider the rheological behavior of melts of polymer composites filled with inorganic solid particles.

Methodology. The experimental data are approximated by the equations of the structural rheological model on separate intervals of the shear rate.

Results. The relationship between the coefficients of rheological equations and the state of the structure of the composite material is demonstrated.

Research implications. Equations are proposed that are capable of approximating experimental data at individual shear rate intervals corresponding to a certain structural state of the polymer composite melt.

Keywords: melt of polymer composites, structural rheological model, generalized flow equation, rheological curves.

Введение

Различные наполнители используются в расплавах полимеров для улучшения свойств конечного продукта или процесса его изготовления [1; 2]. В первую очередь [3] было изучено влияние размеров, формы частиц и их концентрации на сдвиговую вязкость. Известно, что добавление частиц в текущую жидкость приводит к возмущению картины течения и увеличению вязкости [3]. Наиболее часто используют уравнение Догерти-Кригера, в следующем виде:

$$\eta^{1/2} = \eta_0^{1/2} \cdot \left[\frac{1}{1 - k\Phi} \right]^A.$$

В этом уравнении вязкость η стремится к бесконечности, если $k\Phi \rightarrow 1$. Таким образом, течение должно прекратиться, если концентрация достигнет величины $\Phi_M = 1/k$. Обычно, величину Φ_M сопоставляют с концентрацией частиц, образующих некоторую упаковку, препятствующую течению. Уравнение Догерти-Кригера (и сходные с ним уравнения) успешно используются для описания суспензий в ньютоновской дисперсионной среде.

Однако вязкость полимерной расплава зависит от скорости сдвига: величина $\eta_0(\dot{\gamma})$ уменьшается с увеличением скорости (сдвиговое разжижение). Обнаружено [3; 4], что с увеличением массовой или объёмной концентрации наполнителя сдвиговая вязкость возрастает, но форма кривой вязкости $\log \eta(\log \dot{\gamma})$, в общем, существенно не изменяется: уменьшается интервал «ньютоновского» поведения при низких скоростях, увеличивается интервал сдвигового разжижения при высоких скоростях сдвига.

В качестве наполнителей обычно используют частицы микронных размеров или наночастицы, например стеклянные сферы, неорганические соли и оксиды металлов [3; 4]. Было установлено, что вязкость увеличивается с увеличением концентрации наполнителя, причём увеличение наиболее заметно при низких скоростях сдвига. На интервале высоких скоростей кривая течения хорошо описывается степенным законом, т. е. наблюдается прямолинейный участок в двойных логарифмических координатах. На интервале низких скоростей иногда по-

является участок кривой, который описывается уравнением Кэссона, т. е. присутствует предельное напряжение сдвига. Вязкость изменяется при изменении размеров частиц [5].

Нами рассмотрено поведение расплавов полимерных композитов при различных концентрациях твёрдой дисперсной фазы с применением уравнений структурной реологической модели [6; 7].

Аппроксимация экспериментальных данных и обсуждение результатов

Экспериментальные реологические данные полимерного композита с наполнителем CaCO_3 в полиэтилене ($\text{CaCO}_3 / \text{PE}$) из работы [8] представлены на рис. 1, а. Исходный расплав полимера (PE) демонстрирует реологическое поведение со сдвиговым разжижением (shear-thinning) на участке средних скоростей сдвига. Наблюдается режим течения, сходный с течением среды с предельным напряжением сдвига (yield stress) на участке низких скоростей. Также наблюдается явление «срыва течения» на участке высоких скоростей сдвига (рис. 1, б), особенно при высокой концентрации наполнителя.

По мере увеличения массовой концентрации частиц вязкость полимерного композита увеличивается (рис. 1). Однако кривые вязкости достаточно близки по форме, что позволяет аппроксимировать экспериментальные данные обобщённым уравнением течения (ОУТ) на участке средних скоростей сдвига.

Участок сдвигового разжижения описывается обобщённым уравнением течения (ОУТ), полученным в рамках структурной реологической модели [6; 7]:

$$\tau^{1/2} = \frac{\tau_c^{1/2}}{\dot{\gamma}^{1/2} + \chi} \dot{\gamma}^{1/2} + \eta_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} \quad (1)$$

Первое слагаемое относится к потерям энергии вязкого течения при совместном движении агрегатов частиц и ассоциатов макромолекул, второе описывает потери энергии при движении отдельных частиц и отдельных макромолекул. Коэффициент компактности χ указывает на тенденцию к образованию бесконечно большого агрегата частиц (макромолекул) и связан с рыхлостью или компактностью отдельного агрегата частиц. Коэффициент τ_c характеризует степень агрегации системы и приобретает смысл предельного динамического напряжения сдвига только при условии $\chi \rightarrow 0$.

Значение структурной вязкости определяется величиной $\frac{\tau_c^{1/2}}{\chi}$, значение «нулевой» вязкости определяется величиной $\eta_c^{1/2}(0) = \frac{\tau_c^{1/2}}{\chi} + \eta_c^{1/2}$.

Аппроксимация уравнением (1) показана сплошной линией на рис. 1. Аппроксимация экспериментальных данных проводится с помощью минимизации суммы квадратов разностей $СКР = \sum (\tau_i^{1/2} - \tau_{i\text{расч}}^{1/2})^2$. Поэтому результаты аппрок-

симации удобно представить в корневых координатах (рис. 1, б). Интервал аппроксимации ограничен вертикальными линиями. Коэффициенты уравнения 1 приведены в табл. 1.

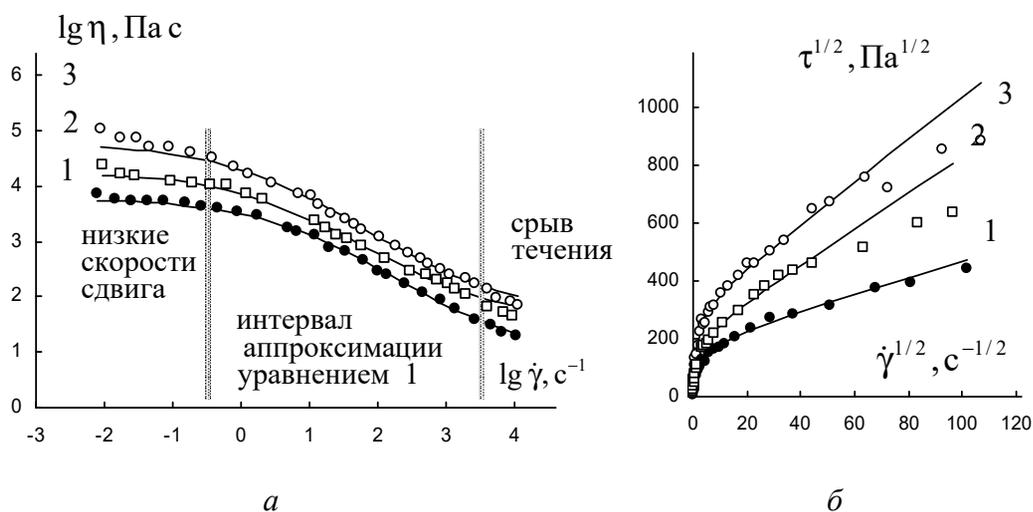


Рис. 1 / Fig. 1. Реологические характеристики полимерного композита $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$:

a – зависимость сдвиговой вязкости от скорости сдвига в двойных логарифмических координатах при массовых концентрациях 0% (1); 18,2% (2); 30,4% (3); *б* – зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в корневых координатах / Rheological characteristics of a $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$ polymer composite: *a* – dependence of the shear viscosity on the shear rate in double logarithmic coordinates at mass concentrations of (1) 0%, (2) 18.2% and (3) 30.4%; *б* – dependence of the shear stress on the shear rate in root coordinates

Источник: [8].

На рис. 2, *a* представлены экспериментальные данные и результаты аппроксимации в виде кривых течения в двойных логарифмических координатах. Заметна тенденция к пластичному течению с предельным напряжением сдвига при низких скоростях. Чтобы проверить это предположение представим реологические данные в корневых координатах на интервале низких скоростей сдвига (рис. 2, *б*). Они описываются с хорошей точностью прямыми линиями.

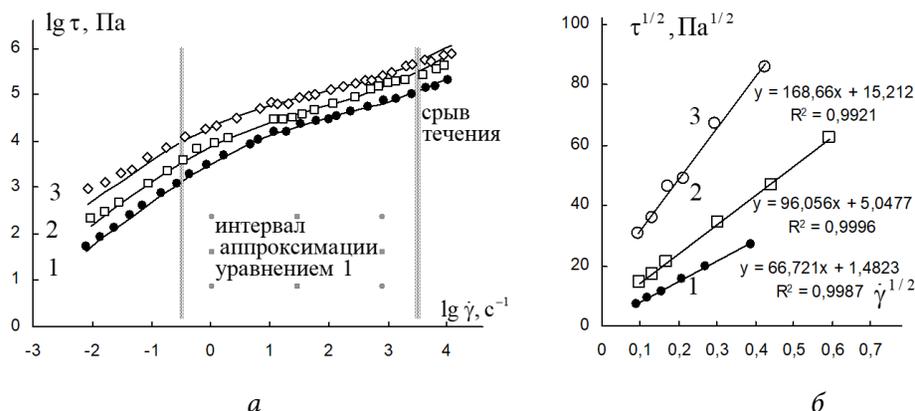


Рис. 2 / Fig. 2. Реологические характеристики полимерного композита $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$:

a – зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в двойных логарифмических координатах при на массовых концентрациях 0% (1); 18,2% (2); 30,4% (3); *б* – зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в корневых координатах на интервале низких скоростей сдвига / Rheological characteristics of $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$ polymer composite:

a – dependence of shear stress on shear rate in double logarithmic coordinates at at 0% mass concentrations 0% (1); 18.2% (2); 30.4% (3); *б* – dependence of shear stress on shear rate in root coordinates in the range of low shear rates

Источник: [8].

Таблица 1 / Table 1

Коэффициенты реологических уравнений (1) и (2), величина корня предельной нулевой вязкости, величина корня из структурной вязкости, рассчитанные для полимерного композита $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$ /

Coefficients of rheological equations (1) and (2), the value of the root of the limiting zero viscosity, and the value of the root of the structural viscosity, calculated for the polymer composite $\text{CaCO}_3 / \text{PE}$

Концентрация %	средние скорости, Ур. 1			низкие скорости, Ур. 2			
	0	18,2	30,4		0	18,2	30,4
$\tau_c^{1/2}$, $\text{Па}^{1/2}$	190,8	214,8	315,1	$\tau_{vc}^{1/2}$	1,48	5,05	15,2
$\eta_c^{1/2}$, $(\text{Пас})^{1/2}$	2,86	6,20	7,25	$\eta_{vc}^{1/2}$	66,7	96,1	168,7
χ , $\text{с}^{-1/2}$	2,58	1,69	1,36	-	-	-	-
$\tau_c^{1/2} / \chi$	74,0	127,0	231,8	-	-	-	-
$\eta^{1/2}(0)$, $(\text{Па с})^{1/2}$	76,9	133,2	239,0	-	-	-	-

Источник: по данным авторов.

Поскольку «коэффициент вязкости» $\eta_c^{1/2}$ существенно больше «коэффициента агрегации» $\tau_c^{1/2}$ (рис. 2, б), то нельзя использовать обычное уравнение Кэссона, прямо вытекающее из обобщённого уравнения течения при $\chi = 0$.

Будем использовать другое уравнение для режима течения, в котором описываются два одновременно протекающих процесса разрушения и формирования структуры под действием сдвига [7]. Соответствующее уравнение имеет вид

$$\tau^{1/2} = \eta_{cv}^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2} + \tau_{cv}^{1/2}, \quad (2)$$

причём коэффициенты уравнения связаны с константами скорости формирования и разрушения агрегатов частиц (или макромолекул) и количеством движущихся частиц \tilde{N} в единице объёма: $\eta_{cv}^{1/2} = \eta_{\infty}^{1/2} + B\tilde{N}\tilde{k}_3 / (\tilde{k}_3 + \tilde{k}_1)$; $\tau_{cv}^{1/2} = B\tilde{N}(\tilde{k}_2 - \tilde{k}_0) / (\tilde{k}_3 + \tilde{k}_1)$.

Коэффициент $\tau_{cv}^{1/2}$ является отрицательным, если $\tilde{k}_0 > \tilde{k}_2$, и положительным, если $\tilde{k}_0 < \tilde{k}_2$. Поэтому на интервале низких скоростей возможны три вида реологического поведения. В первом случае вязкость увеличивается с ростом скорости сдвига (явление сдвигового затвердевания). Во втором случае вязкость уменьшается с ростом скорости сдвига, причём коэффициент $\tau_{cv}^{1/2}$ меньше или сравним по величине с коэффициентом $\eta_{cv}^{1/2}$. В третьем случае коэффициент $\tau_{cv}^{1/2}$ близок к нулю при условии $\tilde{k}_0 \approx \tilde{k}_2$, тогда реологическое поведение похоже на «ньютоновское» течение с практически постоянным значением сдвиговой вязкости η_{cv} . Тогда можно использовать уравнение ньютоновского течения в виде

$$\tau^{1/2} = \eta_N^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2}. \quad (3)$$

Судя по табл. 1, режим с одновременным формированием и разрушением структуры под действием сдвига наблюдается как в исходном расплаве полимера, так и в расплаве с наполнителем.

В работе [9] приведены реологические данные для высокомолекулярного полимерного расплава с наполнителем в виде стеклянных сфер с радиусом 15 мкм при температуре 150 °С.

Экспериментальные данные представлены на рис. 3, а. Исходный расплав полимера показывает реологическое поведение со сдвиговым разжижением на участке средних скоростей сдвига; участок срыва течения не наблюдается за исключением одной экспериментальной точки при максимальной измеряемой скорости (рис. 4).

Режим течения, сходный с течением среды с предельным напряжением сдвига, хорошо виден на участке низких скоростей только при высокой объёмной концентрации $\Phi=0,6$ (рис. 3, б). При более низких концентрациях при низких скоростях режим напоминает ньютоновский (рис. 3, а).

Тем не менее имеет смысл уточнить характер кривых течения на интервале низких скоростей, используя аппроксимацию с коэффициентом детерминации R^2 (рис. 5). Коэффициенты уравнений приведены в табл. 2.

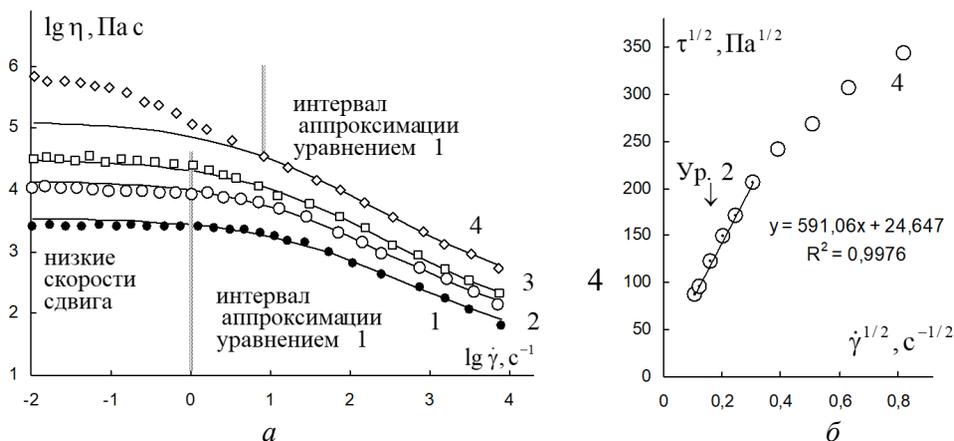


Рис. 3 / Fig. 3. Реологические характеристики полимерного композита, наполненного стеклянными сферами с радиусом 15 мкм при температуре 150 °С: а – зависимость сдвиговой вязкости от скорости сдвига в двойных логарифмических координатах при объёмных концентрациях 0,0 (1); 0,26 (2); 0,35 (3); 0,60 (4); б – зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в корневых координатах при $\Phi = 0,6$ на интервале низких скоростей сдвига / Rheological characteristics of a polymer composite filled with glass spheres with a radius of 15 microns at a temperature of 150° C: а – dependence of the shear viscosity on the shear rate in double logarithmic coordinates at volume concentrations of (1) 0.0, (2) 0.26, (3) 0.35, and (4) 0.60; б – dependence of the shear stress on the shear rate in root coordinates at $\Phi=0.6$ in the range of low shear rates

Источник: [9].

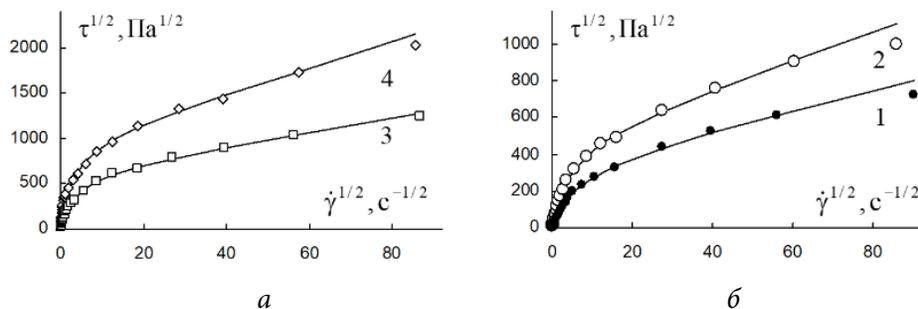


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в корневых координатах на полном интервале измерений: а – при объёмных концентрациях 0,35 (3); 0,60 (4); б – при объёмных концентрациях 0,0 (1); 0,26 (2) / Dependence of the shear stress on the shear rate in root coordinates over the full measurement interval: а – at volume concentrations of (3) 0.35 and (4) 0.60; б – at volume concentrations of (1) 0.0 and (2) 0.26

Источник: [9].

Таблица 2 / Table 2

Коэффициенты реологических уравнений (1) и (2), значения структурной вязкости и «нулевой» вязкости (система СИ) для полимерного композита с наполнителем из стеклянных сфер с радиусом 15 мкм при температуре 150 °С / Coefficients of rheological equations (1) and (2) and values of structural viscosity and "zero" viscosity (SI system) for a polymer composite filled with glass spheres with a radius of 15 microns at a temperature of 150° C

Объёмная концентрация Φ	$\tau_c^{1/2}$	$\eta_c^{1/2}$	χ	$\eta^{1/2}(0)$	$\tau_c^{1/2} / \chi$	$\tau_{vc}^{1/2}$	$\eta_{vc}^{1/2}$
0,0	370,5	5,07	6,82	59,4	54,3	0,115	50,4
0,26	493,7	7,45	4,37	120,5	113,0	1,23	93,9
0,35	654,5	7,62	3,83	178,5	170,9	2,63	163,0
0,60	985,0	13,9	2,84	360,5	346,6	24,6	591,1

Источник: по данным авторов.

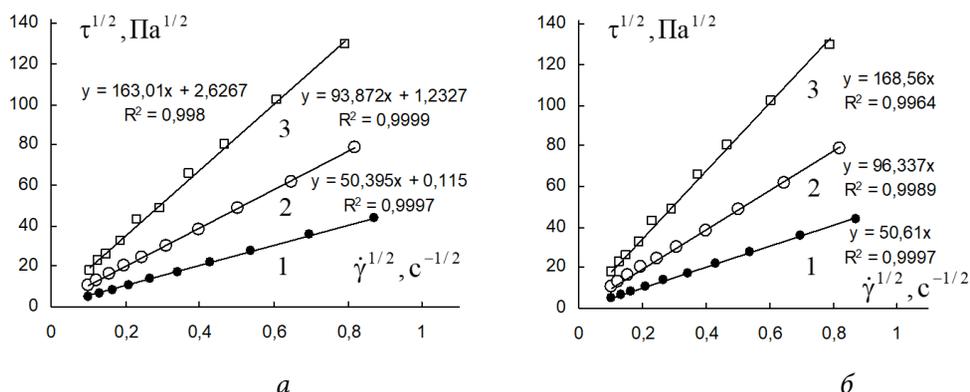


Рис. 5 / Fig. 5. Кривые течения в корневых координатах полимерного композита, наполненного стеклянными сферами, полученные на интервале низких скоростей сдвига при объёмных концентрациях 0,0 (1); 0,26 (2); 0,35 (3): а – аппроксимация по уравнению (2); б – аппроксимация по уравнению (3) как ньютоновской среды // Flow curves in root coordinates of a polymer composite filled with glass spheres, obtained in the range of low shear rates at volume concentrations of (1) 0.0, (2) 0.26, and (3) 0.35:

a – approximation by equation (2); *b* – approximation by equation (3) like a Newtonian medium

Источник: [9].

Можно видеть, что лучшее значение коэффициента детерминации R^2 получается при использовании уравнения (2), однако для исходного полимерного расплава течение можно считать ньютоновским.

Сравнение реологического поведения двух этих композитов показывает значительное сходство реологических характеристик их стационарного течения.

Как уже упоминалось в статьях других исследователей [3; 4], при увеличении концентрации частиц наполнителя вязкость композита увеличивается. Этот экспериментальный факт согласуется с изменением величины коэффициентов реологических уравнений структурной модели. Например, для интервала сдвигового разжижения при условии $\eta \gg \eta_c$ можно получить соотношение:

$$\frac{\eta(\Phi_2)}{\eta(\Phi_1)} = \left[\frac{\tau_{c2}^{1/2} (1 + \chi_1 / \dot{\gamma}^{1/2})}{\tau_{c1}^{1/2} (1 + \chi_2 / \dot{\gamma}^{1/2})} \right]^2. \quad (4)$$

Подстановка коэффициентов из табл. 1 и 2 показывает увеличение вязкости по мере увеличения концентрации частиц наполнителя.

В заключение отметим, что обобщённое уравнение течения использовалось для анализа кривых течения полимерного композита в работе [10].

Выводы

Рассмотрено реологическое поведение расплавов полимерных композитов с наполнителями в виде неорганических частиц с использованием уравнений структурной реологической модели. Установлены интервалы, где можно применять уравнения, соответствующие различным состояниям структуры полимерного композита. Показано, что изменение коэффициентов реологических уравнений с увеличением концентрации твёрдой дисперсной фазы согласуется с экспериментально обнаруженным увеличением вязкости композита. Коэффициент компактности χ уменьшается, что указывает на снижение вероятности спонтанного разрыва частиц, коэффициент предельной вязкости $\eta_c^{1/2}$ и коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$ увеличиваются, что соответствует увеличению концентрации дисперсной фазы и увеличению размеров агрегатов.

Статья поступила в редакцию 01.02.2023 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shenoy A. V. Rheology of filled polymer systems. Berlin: Springer Science + Business Media Dordrecht, 1999. 476 p.
2. Pamies R. Polymer rheology and processing of nano- and micro- composites // Materials. 2022. Vol. 15 (20). P. 7297–7300. DOI: 10.3390/ma15207297.
3. Barnes H. A. Review of the rheology of filled viscoelastic systems // Rheology reviews 2003 / eds. D. M. Binding and K. Walters. London, UK: British Society of Rheology, 2003. P. 1–36.
4. Rheological behaviour of highly filled materials for injection moulding and additive manufacturing: Effect of particle material and loading / Bek M., Gonzalez-Gutierrez J., Kukla Ch., Cresnar K. P., Maroh B., Perse L. S. // Applied Sciences. 2020. Vol. 10. P. 7993–8016. DOI: 10.3390/app10227993.
5. Bilalova E. A., Prut E. V., Kuznetsova O. P. Polypropylene composite material and its rheological and mechanical properties depending on the size of the filler CaCO₃ // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 525: Fourth interdisciplinary scientific forum with international participation “New materials and promising technologies”

(27–30 November 2018, Moscow, Russian Federation). P. 012006–012011. DOI: 10.1088/1757-899X/525/1/012006.

6. Кирсанов Е. А., Матвеев В. Н. Неньютоновское течение дисперсных, полимерных и жидкокристаллических систем. Структурный подход: монография М.: Техносфера, 2016. 384 с.
7. Кирсанов Е. А., Матвеев В. Н. Вязкость и упругость структурированных жидкостей: монография. М.: Техносфера, 2022. 284 с.
8. Rheological behaviors of polymer melts and concentrated solutions. Part VI: Comparison of the material functions with yielding and thinning for polymeric suspensions with their experimental values / Song M., Zhou W., Hu G., Hu L. // *Journal of Materials Science and Technology*. 1999. Vol. 15. Iss. 3. P. 251–262.
9. Rheological behaviour of filled polymeric systems I. Yield stress and shear-thinning effects / Poslinski A. J., Ryan M. E., Gupta R. K., Seshadri S. G., Frechette F. J. // *Journal of Rheology*. 1988. Vol. 32. Iss. 7. P. 703–721. DOI: 10.1122/1.549987.
10. Федоров Ю. И., Михайлов А. С. Применение обобщенного уравнения течения для высоконаполненных полимерных систем // *Вестник технологического университета*. 2020. Т. 23. № 8. С. 90–93.

REFERENCES

1. Shenoy A. V. *Rheology of filled polymer systems*. Berlin, Springer Science + Business Media Dordrecht, 1999. 476 p.
2. Pamies R. Polymer rheology and processing of nano- and micro- composites, In: *Materials*, 2022, vol. 15 (20), pp. 7297–7300. DOI: 10.3390/ma15207297.
3. Barnes H. A. Review of the rheology of filled viscoelastic systems. In: Binding D. M., Walters K., eds. *Rheology reviews 2003*. London, UK, British Society of Rheology, 2003, pp. 1–36.
4. Bek M., Gonzalez-Gutierrez J., Kukla Ch., Cresnar K. P., Maroh B., Perse L. S. Rheological behaviour of highly filled materials for injection moulding and additive manufacturing: Effect of particle material and loading. In: *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, pp. 7993–8016. DOI: 10.3390/app10227993.
5. Bilalova E. A., Prut E. V., Kuznetsova O. P. Polypropylene composite material and its rheological and mechanical properties depending on the size of the filler CaCO₃. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 525: Fourth interdisciplinary scientific forum with international participation “New materials and promising technologies” (27–30 November 2018, Moscow, Russian Federation), pp. 012006–012011. DOI: 10.1088/1757-899X/525/1/012006.
6. Kirsanov E. A., Matveenko V. N. *Nen'yutonovskoe techenie dispersnykh, polimernykh i zhidkokristallicheskiykh sistem. Strukturnyy podkhod* [Non-Newtonian flow of dispersed, polymer and liquid crystal systems. Structural approach]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2016. 384 p.
7. Kirsanov E. A., Matveenko V. N. *Vyazkost' i uprugost' strukturirovannykh zhidkostey* [Viscosity and elasticity of structured liquids]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2022. 284 p.
8. Song M., Zhou W., Hu G., Hu L. Rheological behaviors of polymer melts and concentrated solutions. Part VI: Comparison of the material functions with yielding and thinning for polymeric suspensions with their experimental values. In: *Journal of Materials Science and Technology*, 1999, vol. 15, iss. 3, pp. 251–262.

9. Poslinski A. J., Ryan M. E., Gupta R. K., Seshadri S. G., Frechette F. J. Rheological behaviour of filled polymeric systems I. Yield stress and shear-thinning effects. In: *Journal of Rheology*, 1988, vol. 32, iss. 7, pp. 703–721. DOI: 10.1122/1.549987.
10. Fedorov Yu I., Mikhaylov A. S. [Application of the generalized flow equation for highly filled polymer systems]. In: *Vestnik tekhnologicheskogo universiteta* [Herald of Technological University], 2020, vol. 23, no. 8, pp. 90–93.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Вековищев Михаил Петрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии Государственного социально-гуманитарного университета;
e-mail: mpv.71@mail.ru;

Кирсанов Евгений Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии Государственного социально-гуманитарного университета;
e-mail: Kirsanov47@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mikhail P. Vekovishchev – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Physics and Chemistry, State University of Humanities and Social Studies;
e-mail: mpv.71@mail.ru;

Evgeny A. Kirsanov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Physics and Chemistry, State University of Humanities and Social Studies;
e-mail: Kirsanov47@mail.ru .

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Вековищев М. П., Кирсанов Е. А. Неньютоновское течение полимерных композитов в рамках структурной модели // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2023. № 1. С. 6–16.
DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-6-16.

FOR CITATION

Vekovishchev M. P., Kirsanov E. A. Non-Newtonian flow of polymer composites within the framework of a structural model. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2023, no. 1, pp. 6–16.
DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-6-16.

УДК 531.1

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-17-26

О КИНЕТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ ПРИ УЧЁТЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ В УРАВНЕНИИ НАВЬЕ – СТОКСА

Гладков С. О., Зо Аунг

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4, Российская Федерация*

Аннотация

Цель: продемонстрировать методику вывода уравнения Навье – Стокса с учётом неоднородностей любого порядка по оператору Лапласа с помощью кинетического уравнения Больцмана.

Процедура и методы. Метод решения базируется на теории неравновесных явлений и основан на принципе роста энтропии.

Результаты. После проведённых вычислений найдены дополнительные неоднородные слагаемые к правой части уравнения Навье – Стокса по оператору Лапласа.

Теоретическая и практическая значимость. Спрогнозирован новый тип фундаментальных решений для стационарного уравнения параболического типа, имеющего существенное прикладное значение при решении ряда задач математической физики.

Ключевые слова: кинетическое уравнение Больцмана, уравнение Навье – Стокса, бигармонический оператор

KINETIC APPROACH TAKING INTO ACCOUNT THE HETEROGENEITIES OF HIGHER ORDERS IN THE NAVIER – STOKES EQUATION

S. Gladkov, Zaw Aung

*Moscow Aviation Institute (National Research University)
Volokolamskoe shossse 4, Moscow 125993, Russian Federation*

Abstract

Aim. We demonstrate a method for deriving the Navier–Stokes equation taking into account inhomogeneities of any order according to the Laplace operator using the Boltzmann kinetic equation

Methodology. The solution method is based on the theory of nonequilibrium phenomena and on the principle of entropy growth

Results. After the calculations, additional heterogeneous terms are found to the right side of the Navier–Stokes equation according to the Laplace operator

Research implications. A new type of fundamental solutions for a stationary equation of parabolic type is predicted, which has a significant applied value in solving a number of problems of mathematical physics.

Keywords: Boltzmann kinetic equation, Navier–Stokes equation, biharmonic operator

Введение

Согласно общим принципам классической гидродинамики (см. [1–12]) при решении прикладных и чисто теоретических задач принципиальное значение имеет физическая постановка конкретной задачи, на решение которой нацелена соответствующая методика вычислений. Например, при решении задачи о вычислении силы сопротивления, которую решал Стокс, необходимым условием было условие «залипания» потока жидкости к поверхности шара. В этом случае основной областью решения был пограничный к поверхности слой жидкости, для которого реализовалось условие малости числа Рейнольдса, позволяющее свести стационарное нелинейное уравнение Навье – Стокса к линейному, что сильно упрощало задачу.

В нашей работе речь будет идти о выводе уравнения Навье – Стокса с учётом высших неоднородностей в его правой части по оператору Лапласа. Это оказывается возможным сделать с помощью кинетического уравнения Больцмана, многократно применявшегося при решении подобного рода задач многими авторами. Малым параметром при этом будет служить число Кнудсена $K = \frac{l}{2R}$, где l – длина свободного пробега молекул, R – радиус шара.

Важность этого шага диктуется прежде всего возможностью использовать полученное обобщённое уравнение Навье – Стокса к наночастицам, размер которых принадлежит диапазону $10^{-5} - 10^{-7}$ см ..

Стоит также обратить внимание и на следующий весьма важный момент. При решении поставленной задачи о вычислении силы сопротивления в постановке Стокса речь идёт о малом приграничном слое шириной δ , отсчитываемом в радиальном направлении от поверхности шара. Именно в этой области δ число Рейнольдса $Re = \frac{u\delta}{\nu}$ представляет собой малую величину, что и позволяет пренебречь нелинейным слагаемым $\mathbf{v}\Delta\mathbf{v}$ по сравнению со слагаемым $\nu\Delta\mathbf{v}$. Это означает, что стационарное уравнение Навье – Стокса упрощается и приводится к виду $\nabla P = \eta\Delta\mathbf{v}$, которое и решал Стокс. Те же рассуждения справедливы и при решении нашей задачи.

В силу малости скорости потока \mathbf{v} можно также в качестве граничного условия использовать условие «залипания» касательной и нормальной составляющих скорости потока на поверхности шара, то есть $v_\tau|_\Sigma = 0$, $v_n|_\Sigma = 0$. Эти граничные условия сильно отличаются от граничного условия при потенциальном обтекании, для которого справедливо равенство нулю только нормальной компоненты скорости, то есть $v_n|_\Sigma = 0$.

В рамках решаемой ниже задачи роль итерационного параметра будет играть число Кнудсена $K = \frac{l}{L}$, где L – линейный размер тела, которое часто представляется через число Рейнольдса и число Маха $M = \frac{u}{c_s}$, где c_s – скорость звука.

Действительно, если представить число Рейнольдса в виде $Re = \frac{uL}{\nu}$, то имеем:

$$Re = \frac{3uL}{l\nu_T} = 3 \frac{u}{c_s} \frac{c_s}{\nu_T} \frac{1}{K} = \frac{3c_s}{\nu_T} \frac{M}{K}. \quad (1)$$

Если исходить из формального определения скорости звука (см. [1]), а именно:

$$c_s = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S}, \quad (2)$$

где P – давление, ρ – плотность, S – энтропия, в переменных V, T её можно записать как

$$c_s = \sqrt{\frac{T}{\rho C_V} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2 - \frac{V}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}. \quad (3)$$

В случае использования уравнения состояния идеального газа $PV = NT$, отсюда следует, что

$$c_s = \sqrt{\frac{C_p}{C_V} \frac{T}{m}}, \quad (4)$$

где m – масса молекулы, C_V – изохорическая, а C_p – изобарическая теплоёмкости. Так как средняя тепловая скорость молекулы $v_T = \sqrt{\frac{3T}{m}}$, из (1) имеем

$$K = \frac{M}{Re} \sqrt{\frac{3C_p}{C_V}}. \quad (5)$$

В задаче, о которой идёт речь ниже, мы рассматриваем пограничный слой δ , где число Рейнольдса мало $Re \ll 1$, как и число Маха $M \ll 1$. Это означает, что согласно (5) число Кнудсена может быть любым, как малым, так и большим.

Заметим также, что формула (5) может быть отнесена и к жидкостям, хотя при её строгом получении и было использовано уравнение состояния идеального газа. Это объясняется тем, что в формуле (3) присутствуют частные производные от непрерывных функций, которые не подвержены резкому изменению. Действительно, например, $\frac{\partial P}{\partial T} \approx \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{P - P_0}{T - T_0} \sim \frac{P}{T}$, аналогично и $\frac{\partial P}{\partial V}$. В результате по порядку величины приходим к той же формуле (5).

Для ответа на сформулированную проблему мы воспользуемся методом кинетического уравнения Больцмана [13; 14].

Уравнение Навье-Стокса с бигармоническим оператором

Запишем уравнение Больцмана в виде (см. [13]):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = L(f), \quad (6)$$

где $f = f(t, \mathbf{p}, \mathbf{r})$ – функция распределения, \mathbf{v} – скорость молекул, а $L(f)$ – интеграл столкновений.

Будем искать решение в виде ряда

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + \dots, \quad (7)$$

где

$$f_0 = \frac{1}{Z} e^{-\frac{\varepsilon(p) - \mathbf{pV}}{T}}, \quad (8)$$

а нормировочный множитель

$$Z = \int \bar{f} d\Gamma = \int e^{-\frac{\varepsilon(p)}{T}} d\Gamma, \quad (9)$$

$d\Gamma = d^3 p dV$ – фазовый объём.

Функция

$$\bar{f} = f_0|_{\mathbf{v}=0},$$

$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m}$ – кинетическая энергия частицы, m – её масса.

Вектор $\mathbf{V} = \mathbf{V}(t, \mathbf{r})$ характеризует скорость гидродинамического потока.

Запишем правую часть уравнения в приближении времен релаксации, то есть как:

$$L(f) \approx -\frac{f_0 + f_1 + f_2 + \dots}{\tau_p}, \quad (10)$$

где τ_p – время между столкновениями молекул.

Поскольку полная энергия потока жидкости имеет вид

$$E = \frac{1}{Z} \int \left[\varepsilon(p) + \frac{mV^2}{2} \right] f d\Gamma,$$

то её производная по времени будет

$$\dot{E} = \frac{1}{Z} \int \varepsilon(p) \dot{f} d\Gamma + \frac{m}{Z} \int \mathbf{V} \dot{\mathbf{V}} \bar{f} d\Gamma. \quad (11)$$

Диссипативная функция

$$\dot{Q} = T \dot{S}, \quad (12)$$

где S – энтропия.

Согласно [15] энтропия неравновесного классического газа может быть записана в виде

$$S = -\frac{1}{Z} \int f \ln \left(\frac{f}{e} \right) d\Gamma. \quad (13)$$

Подставляя определение (13) в (12), получаем

$$\dot{Q} = -\frac{T}{Z} \int f \ln f d\Gamma. \quad (14)$$

Вычитая (14) из соотношения (11), находим

$$\frac{1}{Z} \int [\varepsilon(p) + T \ln f] f d\Gamma + \frac{m}{Z} \int \mathbf{V} \dot{\mathbf{V}} f d\Gamma = 0. \quad (15)$$

Поэтому с учётом (10) имеем

$$\frac{1}{Z} \int [\varepsilon(p) + T \ln(f_0 + f_1 + f_2 + \dots)] \frac{(f_0 + f_1 + f_2 + \dots)}{\tau_p} d\Gamma + \frac{m}{Z} \int \mathbf{V} \dot{\mathbf{V}} f d\Gamma = 0. \quad (16)$$

Согласно работе [16] рекуррентную формулу для определения поправки n -ого порядка к квазиравновесной функции распределения можно представить в виде

$$f_n = (-1)^n \tau_p^n \left[\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right]^n f_0. \quad (17)$$

Поскольку

$$\ln(1 + \lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{\lambda^k}{k}, \quad (18)$$

то с точностью до $n = 2$ в формуле (17) имеем:

$$f_1 = -\tau_p (\dot{f}_0 + \mathbf{v} \cdot \nabla f_0), \quad (19)$$

$$f_2 = \tau_p^2 (\ddot{f}_0 + 2\mathbf{v} \cdot \nabla \dot{f}_0 + (\mathbf{v} \cdot \nabla)^2 f_0), \quad (20)$$

где точки означают частные производные по времени.

Согласно (8) имеем

$$f_0 = \frac{1}{Z} e^{-\frac{\varepsilon(p) - \mathbf{pV}}{T}} \approx \frac{1}{Z} e^{-\frac{\varepsilon(p)}{T}} \left(1 + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}}{T} \right) = \bar{f} \left(1 + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}}{T} \right). \quad (21)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{\tau_p}{T} \bar{f} \left((\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) + \mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) \right) \left(1 + \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}}{T} \right) = \\ &= \frac{\tau_p}{T} \bar{f} \left(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})) \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{T} + \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})^2}{T} + \mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Аналогично

$$\frac{f_2}{f_0} = \frac{\tau_p^2}{T} \left[\frac{(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}})^2 + 2\mathbf{v} \cdot (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) + (\mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}))^2}{T} - \mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}} - 2\mathbf{v} \cdot \nabla (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) - v_i v_k \frac{\partial^2 (\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right]. \quad (23)$$

И, значит,

$$f_2 \approx \bar{f} \frac{\tau_p^2}{T} \left[\frac{(\mathbf{p}\dot{\mathbf{V}})^2 + 2\mathbf{v} \cdot (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) + (\mathbf{v} \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}))^2}{T} - \mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}} - 2\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) - v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} - \left(\mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}} + 2\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) + v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right) \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{T} \right]. \quad (24)$$

Тогда уравнение (15) можно записать как

$$\frac{1}{Z} \int \frac{\tau_p \bar{f}}{T} \left\{ \mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})) \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{T} + \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}})}{T} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) + \right. \\ \left. + \tau_p^2 \left[\frac{(\mathbf{p}\dot{\mathbf{V}})^2 + 2\mathbf{v} \cdot (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}) + (\mathbf{v} \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}))^2}{T} - \mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}} - 2\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) - v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} - \left(\mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}} + 2\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) + v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right) \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{T} \right] \right\}^2 d\Gamma + \frac{m}{Z} \int \mathbf{V} \bar{f} d\Gamma = 0. \quad (25)$$

Возводя в квадрат выражение в фигурных скобках (25) и оставляя только квадратичные по импульсу слагаемые, имеем

$$\frac{1}{Z} \int \frac{\tau_p \bar{f}}{T} \left\{ \frac{m\mathbf{V}\dot{\mathbf{V}}}{\tau_p} + (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}})^2 + (\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V}))^2 + \tau_p^2 \left[(\mathbf{p} \cdot \ddot{\mathbf{V}})^2 + 4(\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}))^2 + \left(v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - 2\tau_p (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) \left[\left((\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) + v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right) \right] - 4\tau_p (\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})) (\mathbf{v} \cdot \nabla(\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}})) + 2\tau_p^2 (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{V}}) v_i v_k \frac{\partial^2(\mathbf{p} \cdot \mathbf{V})}{\partial x_i \partial x_k} \right\} d\Gamma = 0. \quad (26)$$

Усредняя это выражение по направлениям импульсов молекул, находим

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Z} \int \frac{\tau_p \bar{f}}{T} \left\{ \frac{mT\mathbf{V}\dot{\mathbf{V}}}{\tau_p} + \frac{p^2}{3} (\dot{\mathbf{V}} - \tau_p \ddot{\mathbf{V}})^2 + \frac{p^4}{15m^2} \left[(\operatorname{div}\mathbf{V})^2 + \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\partial V_i}{\partial x_k} \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right] + \right. \\
& + \frac{4\tau_p^2 p^4}{15m^2} \left[(\operatorname{div}\dot{\mathbf{V}})^2 + \left(\frac{\partial \dot{V}_i}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \dot{V}_k}{\partial x_i} \right] - \frac{2\tau_p p^4}{15m^2} (\dot{\mathbf{V}} \cdot \Delta\mathbf{V} + 2\dot{\mathbf{V}} \cdot \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V}) - \\
& - \frac{4\tau_p p^4}{15m^2} \left[\operatorname{div}\mathbf{V}\operatorname{div}\dot{\mathbf{V}} + \frac{\partial V_i}{\partial x_k} \frac{\partial \dot{V}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_i}{\partial x_k} \frac{\partial \dot{V}_k}{\partial x_i} \right] + \frac{2\tau_p^2 p^4}{15m^2} (\dot{\mathbf{V}} \cdot \Delta\mathbf{V} + 2\dot{\mathbf{V}} \cdot \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V}) + \\
& \left. + \frac{4\tau_p^2 p^6}{105m^4} \left(\Delta\mathbf{V} \cdot \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V} + (\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V})^2 + \frac{\partial^2 V_n}{\partial x_i \partial x_k} \cdot \frac{\partial^2 V_k}{\partial x_i \partial x_n} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial x_i \partial x_k} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial x_i \partial x_k} + \frac{1}{4} (\Delta\mathbf{V})^2 \right) \right\} p^2 dp d\Omega = 0,
\end{aligned} \tag{27}$$

где $d\Omega = dx dy dz$.

После ряда преобразований, использующих теорему Гаусса, получаем:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{Z} \int \frac{\tau_p \bar{f}}{T} \mathbf{V} \cdot \left\{ \frac{mT\dot{\mathbf{V}}}{\tau_p} + \frac{p^2}{3} (-\ddot{\mathbf{V}} + 2\tau_p \ddot{\mathbf{V}} + \tau_p^2 \mathbf{V}^{(4)}) - \frac{p^4}{15m^2} (\Delta\mathbf{V} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V}) + \right. \\
& \left. + \frac{2\tau_p p^4}{15m^2} (\Delta\dot{\mathbf{V}} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\dot{\mathbf{V}}) + \frac{2\tau_p^2 p^4}{5m^2} (\Delta\ddot{\mathbf{V}} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\ddot{\mathbf{V}}) + \frac{4\tau_p^2 p^6}{35m^4} \left(\Delta\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V} + \frac{1}{4} \Delta^2 \mathbf{V} \right) \right\} \\
& p^2 dp d\Omega = 0.
\end{aligned}$$

Полагая, наконец, выражение в фигурных скобках равным нулю, будем иметь

$$\begin{aligned}
& \dot{\mathbf{V}} + \frac{p^2 \tau_p}{3mT} (-\ddot{\mathbf{V}} + 2\tau_p \ddot{\mathbf{V}} + \tau_p^2 \mathbf{V}^{(4)}) - \frac{p^4 \tau_p}{15m^3 T} (\Delta\mathbf{V} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V}) + \\
& + \frac{2\tau_p^2 p^4}{15m^3 T} (\Delta\dot{\mathbf{V}} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\dot{\mathbf{V}}) + \frac{2\tau_p^3 p^4}{5m^3 T} (\Delta\ddot{\mathbf{V}} + 2\operatorname{grad}\operatorname{div}\ddot{\mathbf{V}}) + \frac{4\tau_p^3 p^6}{35m^5 T} \left(\Delta\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{V} + \frac{1}{4} \Delta^2 \mathbf{V} \right) = 0,
\end{aligned} \tag{28}$$

Где черта сверху означает усреднение по импульсам молекул.

Считая жидкость несжимаемой и полагая $\operatorname{div}\mathbf{V} = 0$, в пренебрежении высшими производными по времени, находим

$$\dot{\mathbf{V}} = \nu \Delta\mathbf{V} - \nu^2 \tau_2 \Delta^2 \mathbf{V}, \tag{29}$$

где вязкость ν и время «релаксации» τ_2 определены как

$$\begin{aligned}
\nu &= \frac{p^4 \tau_p}{15m^3 T} = \frac{1}{15m^3 T Z_0} \int_0^\infty \tau_p p^6 e^{-\frac{p^2}{2mT}} dp, \\
\nu^2 \tau_2 &= \frac{\tau_p^3 p^6}{35m^5 T} = \frac{1}{35m^5 T Z_0} \int_0^\infty \tau_p^3 p^8 e^{-\frac{p^2}{2mT}} dp,
\end{aligned} \tag{30}$$

где множитель

$$Z_0 = \int_0^{\infty} p^2 e^{-\frac{p^2}{2mT}} dp. \quad (31)$$

Добавив в уравнение (29) член с градиентом давления, окончательно имеем

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{V} - \nu^2 \tau_2 \Delta^2 \mathbf{V}. \quad (32)$$

Уравнение (32) является целью настоящего сообщения. При решении задачи Стокса о вычислении силы сопротивления в случае наночастиц, последнее слагаемое в уравнении (32) играет важную роль. Его учёт позволяет вычислить силу сопротивления в виде ряда по числу Кнудсена и приводит к весьма существенной поправке. Здесь надо заметить, что при вычислении силы сопротивления должен быть учтён эффект «залипания» скорости потока к границе шара, что автоматически приводит к равенству нулю её касательной и нормальной составляющих, в отличие от потенциального потока, когда равна нулю только нормальная составляющая скорости [16].

Заключение

1. Предложен алгоритм вычисления неоднородных поправок к правой части уравнения Навье – Стокса;
2. Приведено обобщённое уравнение Навье – Стокса с учетом бигармонического слагаемого.

Статья поступила в редакцию 19.01.2023 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прандтль Л., Титъенс О. Гидро- и аэромеханика. В 2-х т. М.: ГИТТЛ, 1933–1935.
2. Ламб Г. Гидродинамика. М.: ГИТТЛ, 1947. 928 с.
3. Прикладная газовая динамика / Христианович С. А., Гальперин В. Г., Миллионщиков М. Д., Симонов Л. А. М.: ЦАГИ, 1948. 146 с.
4. Жуковский Н. Е. Собрание сочинений. Том 2. Гидродинамика. М.: ГИТТЛ, 1949. 765 с.
5. Липман Г. В., Пакет А. Е. Введение в аэродинамику сжимаемой жидкости. М.: Изд-во иностранной литературы, 1949. 330 с.
6. Слёзкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: ГИТТЛ, 1955. 520 с.
7. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 700 с.
8. Биркгоф Г. Гидродинамика. Методы. Факты. Подobie. М.: Иностранная литература, 1963. 246 с.
9. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. М.: Иностранная литература, 1963. 256 с.
10. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. В 2-х частях. М.: Физматлит, 1963. 560 с.
11. Милн-Томсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964. 660 с.
12. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. В 2-х частях. М.: Наука, 1965–1967.
13. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. Т. 10. М.: Наука, 1979. 528 с.

14. Резибуа П., Де Лернер М. Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. М.: Мир, 1980. 423 с.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Т. 5. М.: Наука, 2003. 583 с.
16. Гладков С. О. К вопросу о выводе формулы Магнуса // Доклады Российской Академии наук. Физика, технические науки. 2022. Т. 507. № 1. С. 20–23. DOI: 10.31857/S2686740022060086.

REFERENCES

1. Prandtl L., Tjitjens O. *Fundamentals of Hydro and Aeromechanics*. In 2 vols]. New York, Dover Publications, 1957.
2. Lamb H. *Hydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1932. 708 p.
3. Khristianovich S. A., Galperin V. G., Millionshchikov M. D., Simonov L. A. *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics]. Moscow, Central Aerohydrodynamic Institute Publ., 1948. 146 p.
4. Zhukovskiy N. Ye. *Sobranie sochinenii. Tom 2. Gidrodinamika* [Collected works. Volume 2. Hydrodynamics]. Moscow, GITTL Publ., 1949. 765 p.
5. Lipman G. V., Paket A. E. *Vvedenie v aerodinamiku szhimaemoi zhidkosti* [Introduction to aerodynamics of a compressible fluid] Moscow, Izdatelstvo inostrannoy literatury Publ., 1949. 330 p.
6. Slyozkin N. A. *Dinamika vyazkoi neszhimaemoi zhidkosti* [Dynamics of a viscous incompressible fluid]. Moscow, GITTL Publ., 1955. 520 p.
7. Levich V. G. *Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika* [Physical and Chemical Hydrodynamics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 700 p.
8. Birkhoff G. *Hydrodynamics. A Study in Logic, Fact and Similitude*. Princeton N.J., Princeton University Press, 1960. 202 p.
9. Serrin J. *Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics*. In: Truesdell, C. (eds) *Fluid Dynamics I / Strömungsmechanik I. Encyclopedia of Physics / Handbuch der Physik*, vol 3 / 8 / 1. Berlin, Heidelberg, Springer, 1959. pp. 125–263; https://doi.org/10.1007/978-3-642-45914-6_2.
10. Kochin N. E., Kibel I. A., Roze N. V. *Teoreticheskaya gidromekhanika. V 2-kh chastyakh* [Theoretical Hydromechanics. In 2 parts]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1963. 560 p.
11. Milne-Thomson L. M. *Theoretical Hydrodynamics*. London, Macmillan, 1955. 632 p.
12. Monin A. S., Yaglom A. M. *Statisticheskaya gidromekhanika. V 2-kh chastyakh* [Statistical Hydromechanics. In 2 parts]. Moscow, Nauka Publ., 1965–1967.
13. Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P. *Fizicheskaya kinetika. T. 10* [Physical Kinetics. Vol. 10]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 528 p.
14. Resibois P., De Leener M. *Classical Kinetic Theory of Fluids*. New York, Wiley, 1977. 412 p.
15. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Statistical Physics. Vol. 5*. London, Butterworth-Heinemann, 1980. 564 p.
16. Gladkov S. O. [Derivation of the Magnus Formula]. In: *Doklady Rossiiskoi Akademii nauk. Fizika, tekhnicheskie nauki* [Reports of the Russian Academy of Sciences. Physics, technical sciences], 2022, vol. 507, no. 1, pp. 20–23. DOI: 10.31857/S2686740022060086.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Гладков Сергей Октябрьнович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры № 311 «Прикладные программные средства и математические методы» Московского авиационного института (национального исследовательского университета);

e-mail: sglad51@mail.ru;

Зо Аунг – аспирант кафедры № 311 «Прикладные программные средства и математические методы» Московского авиационного института (национального исследовательского университета);

e-mail: shwehtikeaung1993@gmail.com.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey O. Gladkov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department No. 311 “Applied software and mathematical methods”, Moscow Aviation Institute (National Research University);

e-mail: sglad51@mail.ru;

Zaw Aung – Postgraduate Student, Department No. 311 “Applied software and mathematical methods”, Moscow Aviation Institute (National Research University);

e-mail: shwehtikeaung1993@gmail.com.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Гладков С. О., Зо Аунг. О кинетическом подходе при учёте неоднородностей высших порядков в уравнении Навье – Стокса // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2023. № 1. С. 17–26.

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-17-26

FOR CITATION

Gladkov S. O., Zaw Aung. Kinetic approach taking into account the heterogeneities of higher orders in the Navier – Stokes equation. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2023, no. 1, pp. 17–26..

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-17-26

УДК 530.145.82

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-27-33

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАПУТАННЫХ КУБИТОВ

**Евдокимов Н. В., Камалов Т. Ф., Волкова О. А., Хамис Хассан М. Х.,
Камалов Ю. Т.**

*Государственный университет просвещения
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация

Цель: выявить сходство классических и квантовых корреляций. Сформировать концепцию моделирования запутанных состояний квантовых частиц на основе классических корреляций.

Процедура и методы. Проанализированы существующие подходы к квантовым вычислениям, в частности использование для квантовых вычислений запутанных состояний квантовых частиц. Проведено моделирование запутанных состояний на основе классических корреляций. Основное содержание исследования составляет анализ алгоритма классических корреляций.

Результаты. Проведённый анализ показал практическую реализуемость моделирования запутанных квантовых состояний классическими корреляциями. По итогам исследования сделан вывод о возможности моделирования запутанных квантовых состояний описанным в работе алгоритмом, а также предложена модель на радиоэлектронных компонентах. По заключению авторов статьи данная модель кубитов может стать недорогой альтернативой существующим решениям по моделированию квантовых вычислений.

Теоретическая и/или практическая значимость. Сформулировано предложение по моделированию запутанных состояний квантовых частиц при помощи алгоритма классических корреляций. В алгоритме дано описание параметров, отвечающих за запутанность и корреляцию моделей кубитов. Представлена программная модель с визуальным интерфейсом четырёхчастичного запутанного состояния. Модель может служить демонстрацией квантовых приложений, связанных с запутанными состояниями, таких, как телекоммуникационный криптографический квантовый протокол, неравенство Белла, а также может быть использована для моделирования квантовых вычислений, основанных на запутанных состояниях квантовых частиц.

Ключевые слова: квантовые частицы, моделирование кубитов, запутанные состояния, ЭПР-корреляции, квантовые вычисления

MODELING OF ENTANGLED QUBITS

N. Evdokimov, T. Kamalov, O. Volkova, M. H. Khamis Hassan, Y. Kamalov

State University of Education

ulitsa Very Voloshinoi 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

Aim. The similarity of classical and quantum correlations is revealed. The concept of modeling entangled states of quantum particles based on classical correlations is presented.

Methodology. The existing approaches to quantum computing are analyzed, in particular, the use of entangled states of quantum particles for quantum computing. Entangled states are modeled based on classical correlations. The main content of the study is the analysis of the algorithm of classical correlations.

Results. The performed analysis demonstrates the practical feasibility of modeling entangled quantum states by classical correlations. Using the results of the study, a conclusion is made about the possibility of modeling entangled quantum states by the algorithm described in the work, and a model based on radio-electronic components is also proposed. It is shown that this qubit model can become an inexpensive alternative to existing solutions for modeling quantum computing.

Research implications. A proposal is formulated for modeling entangled states of quantum particles using the classical correlation algorithm. The algorithm describes the parameters responsible for the entanglement and correlation of qubit models. A software model with a visual interface of a four-particle entangled state is presented. The model can serve as a demonstration of quantum applications related to entangled states, such as telecommunications cryptographic quantum protocol, Bell's inequality, and can also be used to simulate quantum computing based on entangled states of quantum particles.

Keywords: quantum particles, qubit modeling, entangled states, EPR correlations, quantum computing

Введение

В работах [1; 2] предлагалась идея дополнения описания классической модели нелокальными переменными, которые уточняют поведение кубитов в полуклассическом приближении. Дополнительные нелокальные переменные представляют собой убывающий ряд, и поэтому можно установить любую точность моделирования кубитов в полуклассическом приближении, основываясь на технических возможностях классического компьютера или микроэлектронных элементов [3].

В настоящее время основными перспективными направлениями квантовых вычислений являются: квантовый отжиг (решение оптимизационных задач в предположении, что квантовое туннелирование даст выигрыш в сравнении с решением оптимизационных задач классическими алгоритмами отжига); вычисления на специально подготовленных запутанных состояниях квантовых частиц (более универсальный подход, так как позволяет реализовать широкий набор

квантовых алгоритмов и потому является прообразом универсального компьютера); прямое моделирование квантовых вычислений, требующее экспоненциального роста процессорных мощностей и памяти с ростом количества моделируемых кубитов.

Предполагается, что суть квантовых вычислений скрыта в особых коррелированных состояниях квантовых частиц, известных как запутанные. Как именно запутанные состояния позволяют достичь квантового превосходства, неизвестно. При этом квантовые корреляции не являются существенно квантовыми явлениями. Аналогичные корреляции можно получить в классической радиочастотной модели, где основой такой корреляции являются соотношения Мэнли-Роу для частот и фаз колебаний [4].

Согласно теореме Белла разница между классическими и квантовыми корреляциями составляет максимум $\sqrt{2}$ для случая с двумя частицами. За исключением этого различия, в остальном классические и квантовые корреляции схожи.

Это сходство открывает возможность для недорогой альтернативы в моделировании квантовых вычислений.

Алгоритм моделирования запутанных кубитов

Случайному процессу $\varphi(t)$, получаемому при помощи генератора случайных чисел, такому, что $\langle \varphi(t) \rangle = 0$, добавим случайную фазу θ в диапазоне $0 - 2\pi$. Модель случайной пары запутанных кубитов [5] представляет собой функцию двух переменных

$$f(t, \theta_{1,2}) = \text{sign}[\sin(\varphi(t) + \theta_{1,2})] \quad (1)$$

где $\theta_{1,2}$ соответствует углу ориентации измерительной установки, задаваемому наблюдателем. У каждого из наблюдателей свой случайный угол ориентации, независимый и несогласованный с другим наблюдателем.

Для произвольного угла θ :

$$\langle f(t, \theta) \rangle = 0 \text{ и } f(t, \theta \pm \pi) = -f(t, \theta) \quad (2)$$

$f(t, \theta \pm \pi)$ и $f(t, \theta)$ – демонстрируют антикорреляцию.

$f(t, \theta)$ и $f(t, \theta \pm \frac{\pi}{2})$ – демонстрируют отсутствие корреляции.

$f(t, \theta \pm 2\pi)$ и $f(t, \theta)$ – демонстрируют корреляцию.

Таким образом, поведение моделей кубитов зависит от разности углов ориентации измерительных установок у наблюдателей:

- антикорреляция для разности углов равной $\pm\pi$;
- отсутствие корреляции для разности углов $\pm\pi/2$;
- корреляция для разности углов равной 2π .

То есть демонстрируется поведение аналогично поведению запутанной пары кубитов. Процесс $\varphi(t)$ может быть произвольной природы, в квантовом случае он может быть, например, следствием добавления в рассмотрение производных высшего порядка для реальной системы в отличие от идеальной.

В этой модели запутанность является следствием общего случайного процесса $\varphi(t)$, а корреляция проявляется в зависимости от случайного значения $\theta_{1,2}$, за-

даваемого каждым из наблюдателей. Очевидно, что в данной модели можно получить сколь угодно большое количество запутанных моделей кубитов с одинаковым процессом $\varphi(t)$.

На рис. 1 показана модель для четырёх запутанных кубитов, реализованная на языке программирования Python.

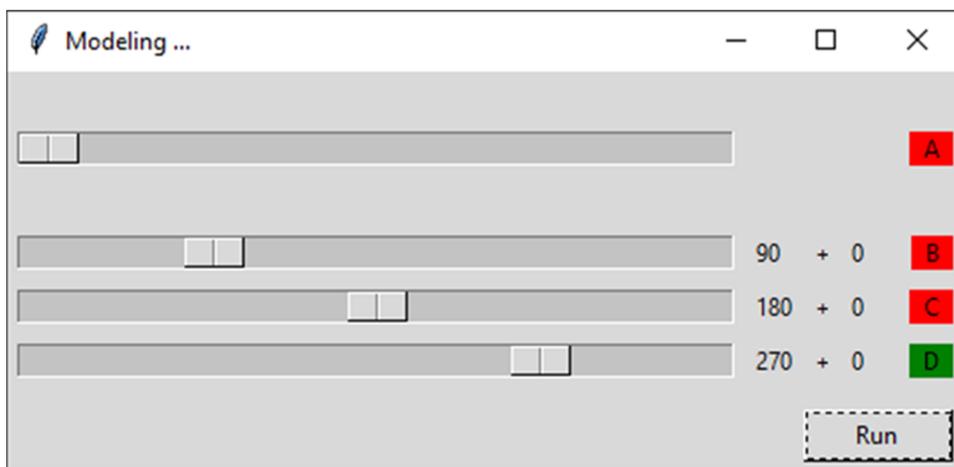


Рис. 1 / Fig. 1. Интерфейс программы моделирования запутанных состояний / Interface of the entangled state modeling program

Источник: по данным авторов

Все четыре канала A, B, C, D связаны между собой одним случайным процессом $\varphi(t)$. Управляющие ползунки имитируют ручки измерительного прибора и задают дополнительный угол поворота θ (в интерфейсе программы он указан в градусах). Канал A играет роль сигнального и в нём задано начальное смещение относительно остальных каналов на π . Также ползунок канала A задаёт смещение θ с отрицательным знаком, что эквивалентно дополнительному положительному смещению фазы относительно него в остальных трёх каналах (второе слагаемое). Видно, что измерения в каналах A и C коррелированы, A с B и A с D – некоррелированы, B и D – антикоррелированы.

Этот же алгоритм может быть реализован в виде отдельных разнесённых в пространстве радиоэлектронных модулей, например на основе микроконтроллеров. Блок-схема такого устройства показана на рис. 2. Каждый модуль реализует отдельный канал. В каждом модуле есть вход, также каждый модуль содержит управляющий элемент (ручку) для задания наблюдателем на этом модуле дополнительного углового сдвига. После выполнения вычисления результат отображается исполнительным устройством. В качестве входного сигнала, подаваемого на вход каждого из каналов, используется случайное число от отдельного модуля – генератора случайных чисел.

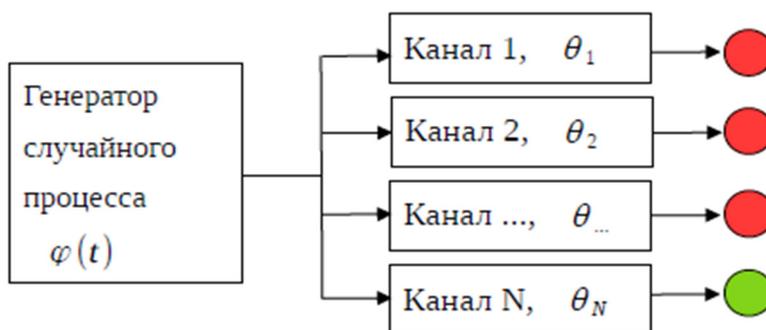


Рис. 2 / Fig. 2. Блок-схема радиоэлектронного устройства /
Block diagram of an electronic device

Источник: составлено авторами

Заключение

Предложенный способ моделирования на классическом компьютере запутанных состояний кубитов является недорогой альтернативой существующим решениям по моделированию квантовых вычислений. Данная модель демонстрирует запутанность с использованием классического случайного процесса, и может быть использована для моделирования квантовых вычислений, основанных на запутанных состояниях квантовых частиц. Также модель может быть реализована в виде модульного радиоэлектронного устройства.

Статья поступила в редакцию 22.12.2023 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kamalov T. F. Axiomatization of classical and quantum physics of non-inertial reference frames // *Quantum Computers and Computing*. 2011. Vol. 11. No. 1. P. 52–57.
2. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Bell's Theorem and Entangled Solitons // *International Journal of Theoretical Physics*. 2016. Vol. 55. P. 4075–4080. DOI: 10.1007/s10773-016-3035-6.
3. A Simulation of a Virtual Qubits on a Classical Computer has Been Developed Recently / Garcia Zavala Y. M., Martinez Reyes M., Avila Aoki M. // *CIENCIA ergo sum*. 2011. Vol. 18. Núm. 2. P. 171–178.
4. Bell's inequalities and EPR – Bohm correlations: working classical radiofrequency model / Evdokimov N. V., Klyshko D. N., Komolov V. P., Yarochkin V. A. // *Physics – Uspekhi*. 1996. Vol. 39. Iss. 1. P. 83–98. DOI: 10.1070/PU1996v039n01ABEH000129.
5. Kamalov T. F., Rybakov Y. P. Probabilistic Simulation of Quantum Computation // *Quantum Computers and Computing*. 2006. Vol. 6. No. 1. P. 125–136.

REFERENCES

1. Kamalov T. F. Axiomatization of classical and quantum physics of non-inertial reference frames. In: *Quantum Computers and Computing*, 2011, vol. 11, no. 1, pp. 52–57.

2. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Bell's Theorem and Entangled Solitons. In: *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, vol. 55, pp. 4075–4080. DOI: 10.1007/s10773-016-3035-6.
3. Garcia Zavala Y. M., Martinez Reyes M., Avila Aoki M. A Simulation of a Virtual Qubits on a Classical Computer has Been Developed Recently. In: *CIENCIA ergo sum*, 2011, vol. 18, núm. 2, pp. 171–178.
4. Evdokimov N. V., Klyshko D. N., Komolov V. P., Yarochkin V. A. Bell's inequalities and EPR – Bohm correlations: working classical radiofrequency model. In: *Physics – Uspekhi*, 1996, vol. 39, iss. 1, pp. 83–98. DOI: 10.1070/PU1996v039n01ABEH000129.
5. Kamalov T. F., Rybakov Y. P. Probabilistic Simulation of Quantum Computation. In: *Quantum Computers and Computing*, 2006, vol. 6, no. 1, pp. 125–136.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Камалов Тимур Фянович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; e-mail: timkamalov@gmail.com;

Волкова Ольга Алексеевна – аспирант кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; e-mail: olka.volkova96@yandex.ru;

Евдокимов Николай Валерьевич – аспирант кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; e-mail: nv.evdokimov@gmail.com;

Хамис Хассан Хосни Махер – аспирант кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; e-mail: m.khamis@yandex.ru;

Камалов Юрий Тимурович – аспирант кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; e-mail: kamalov@gmail.com.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Timur F. Kamalov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; e-mail: timkamalov@gmail.com;

Olga A. Volkova – Postgraduate student, Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; e-mail: olka.volkova96@yandex.ru;

Nikolay V. Evdokimov – Postgraduate student, Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; e-mail: nv.evdokimov@gmail.com;

Khamis Hassan Hosni Maher – Postgraduate student, Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; e-mail: m.khamis@yandex.ru;

Yuri T. Kamalov – Postgraduate student, Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; e-mail: kamalov@gmail.com.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Моделирование запутанных кубитов / Евдокимов Н. В., Камалов Т. Ф., Волкова О. А., Хамис Хассан М. Х., Камалов Ю. Т. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2023. № 1. С. 27–33.
DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-27-33.

FOR CITATION

Evdokimov N. V., Kamalov T. F., Volkova O. A., Khamis Hassan M. H., Kamalov Y. T. Modeling of entangled qubits. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2023, no. 1, pp. 27–33.
DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-27-33.

УДК: 534-18

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-34-44

SOUND PROPAGATION IN MAGNETIC FLUIDS BASED ON MINERAL OILS NEAR THE GLASS TRANSITION TEMPERATURE OF THE DISPERSION MEDIUM

N. Parashchuk^{1,2,4}, **A. Kurilov**^{1,2}, **G. Chanturiya**³, **D. Chausov**^{1,2}

¹ Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences
ulitsa Vavilova 38, Moscow 119991, Russian Federation

² State University of Education

ulitsa Very Voloshinoy 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

³ Moscow University for Industry and Finance "Synergy"

Leningradskii prospekt 80, Moscow 125315, Russian Federation

⁴ National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute)
Kashirskoe shosse 31, Moscow 115409, Russian Federation

Abstract

Aim. The paper establishes the dependence of the influence of the concentration of the solid phase on the acoustic parameters of a magnetic fluid based on transformer oil in a wide temperature range, including the temperature close to the glass transition point of the dispersion medium.

Methodology. The research is based on methods of physical acoustics and the pulse method of variable distance under external temperature influence in particular.

Results. The temperature and concentration dependences of the density, velocity and absorption coefficient of ultrasonic waves are investigated. A comparison is performed with the main theoretical models and approaches. In the temperature range near the glass transition point of the dispersion medium, additional effects are observed that are not described in the literature and are inconsistent with the currently existing theories of sound propagation in dispersed systems with a large density difference between the liquid and solid phase.

Research implications. Scientific and practical interest is due to the fact that the study of non-magnetized ferromagnetic colloids with a high contrast of densities between phases near the glass transition point of the dispersion medium is relevant, since there is a lack of research in this temperature range and, moreover, additional effects associated with the displacement of the phase transition at high concentrations of the solid phase are possible.

Keywords: acoustic spectroscopy, nanomaterials, ferromagnetic colloids, magnetic fluid, dispersed systems.

Acknowledgements. The work was supported by the Foundation for Assistance to Small Innovative Enterprises (FASIE) under the project UMNiK No. 17639GU/2022.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ НА ОСНОВЕ МИНЕРАЛЬНЫХ МАСЕЛ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ СТЕКЛОВАНИЯ ДИСПЕРСИОННОЙ СРЕДЫ

Паращук Н. С.^{1,2}, Курилов А. Д.^{1,2}, Чантурия Г. Т.³, Чаусов Д. Н.^{1,2}

¹ *Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук
119991, г. Москва, ул. Вавилова, д. 38, Российская Федерация*

² *Государственный университет просвещения
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

³ *Московский финансово-промышленный университет «Синергия»
125315, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 80, Российская Федерация*

⁴ *Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
115409, г. Москва, Каширское шоссе, д. 31, Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Целью данной работы является установление зависимости влияния концентрации твёрдой фазы на акустические параметры магнитной жидкости на основе трансформаторного масла в широком диапазоне температур, в том числе вблизи точки стеклования дисперсионной среды.

Процедура и методы. Проведённые в данной работе исследования основаны на методах физической акустики, в частности импульсном методе переменного расстояния при внешнем температурном воздействии.

Результаты. Исследованы температурные и концентрационные зависимости плотности, скорости и коэффициента поглощения ультразвуковых (далее – УЗ) волн. Проведено сравнение с основными теоретическими моделями и подходами. В области температур возле точки стеклования дисперсионной среды наблюдаются дополнительные эффекты, не описанные в литературных источниках и не согласующиеся с существующими на данный момент теориями распространения звука в дисперсных системах с большой разностью плотностей между жидкой и твёрдой фазой.

Теоретическая значимость. Научный и практический интерес представляет исследование немагнитных ферромагнитных коллоидов с высоким контрастом плотностей между фазами вблизи точки стеклования дисперсионной среды, так как в этой области температур наблюдается недостаточность исследований и, к тому же, возможны дополнительные эффекты, связанные со смещением фазового перехода на высоких концентрациях твёрдой фазы.

Ключевые слова: акустическая спектроскопия, наноматериалы, ферромагнитные коллоиды, магнитная жидкость, дисперсные системы.

Благодарность. Работа выполнена при поддержке Фонда содействия малому инновационному предпринимательству (ФАСИП) проекта УМНИК № 17639ГУ/2022.

Introduction

By now, the behavior of ultrasonic waves in colloids and suspensions of nanoparticles has been studied in sufficient detail at room and high temperatures [1–5]. Non-magnetized magnetic liquids with nanoscale ferroparticles can be considered as an ordinary colloid, since in the absence of external magnetic fields, structural mechanisms will be absent. This means that their acoustic studies could be compared with those of a similar concentration range of colloids, for example [6–13].

It is also interesting to study colloids containing rather high volume concentrations of solid particles in the region of low temperatures close to the glass transition point of the dispersion medium. This interest is conditioned not only by the insufficiency of studies of these substances under these conditions, but also by the possibility of considering the liquid-solid phase transition from the side of acoustic quantities. The low operating frequency of the studies was chosen due to the possibility of considering the liquid-glass phase transition on a macroscopic scale, which will allow us to judge the internal changes in the concentrated colloid during further studies.

Thus, the purpose of this work is to study the concentration series of magnetic fluids (hereinafter referred to as MFs), based on transformer oil near the glass transition temperature of the dispersion medium at a low operating frequency and analyze the results obtained.

Materials and methods of research

The object of research, as mentioned above, is a magnetic fluid based on transformer oil (hereinafter referred to as MFTO), represented by a concentration series [0.2%, 0.5%, 1%, 2%, 5%, and 10% volume concentrations of ferroparticles of magnetite with an average size of $D = 15\text{nm}$ (see Fig. 1)]. Ferroparticles of magnetite are stabilized by oleic acid, which is a surfactant in this dispersed system.

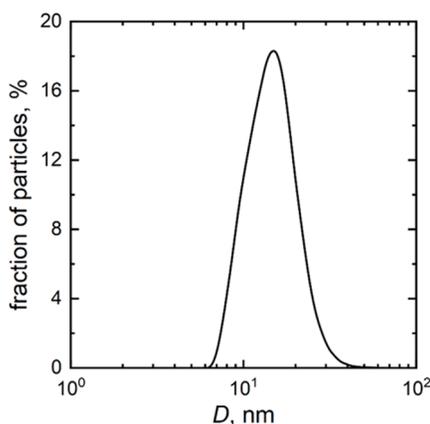


Fig. 1 / Рис. 1. Quantitative distribution of MFTO particle sizes based on the dynamic light scattering method / Количественное распределение размеров частиц MFTO на основе метода динамического рассеяния света

Source: compiled by the authors.

The principle of measuring acoustic parameters of MFTO (propagation velocity and absorption coefficient of ultrasonic waves is based on the pulse method of variable distance, the study was conducted at a frequency $f = 3,65\text{MHz}$, the amplitude of the signal $U = 20\text{V}$, the period between packets $t = 150\mu\text{s}$. The transducers are made of lithium niobate ferroelectric (LiNbO_3) with a two-component coating consisting of chromium, which has good adhesive properties, and nickel, selected due to weak chemical activity to prevent interaction with the test sample. The calculated error of the measurement data does not exceed 1% for speed and 5–7% for the sound absorption coefficient. The external temperature impact is implemented using a thermostatic chamber with an accuracy of temperature setting up to 0.1 K, and the MFTO density was studied using a pycnometer having a nominal volume of 5 ml. To obtain the dependence of the type $\rho(T)$, a pycnometer with an MFTO sample was placed into a thermostatic chamber for a period of 10 min, after which measurements were made on laboratory scales GOS-METER VL-220M, having a measurement accuracy up to 10^{-7} kg.

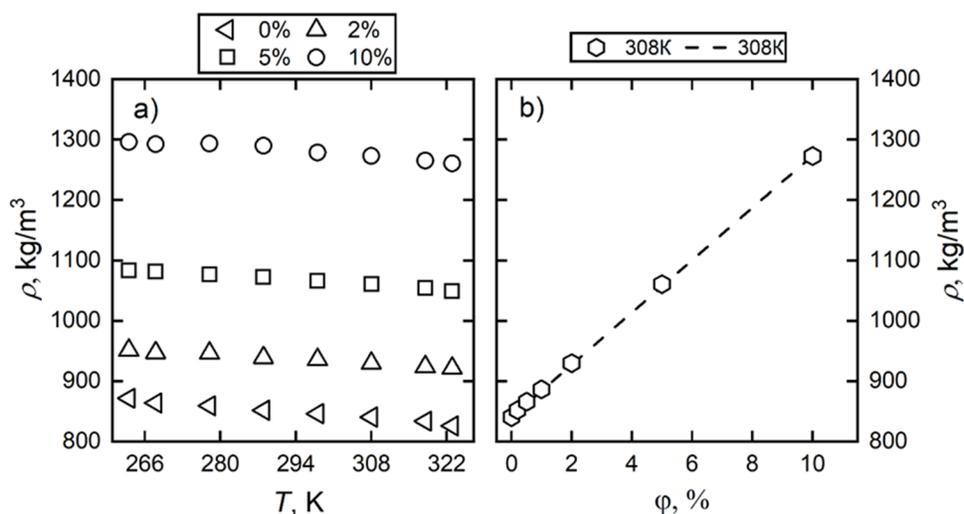


Fig.2 / Рис.2. *a* – Temperature dependence of the density $\rho(T)$ in MFTO, and *b* – concentration dependence of $\rho(\varphi)$ in MFTO: the straight line is $\langle\rho\rangle(\varphi)$ according to formula (1) / *a* – температурная зависимость плотности $\rho(T)$ МФТО, *b* – концентрационная зависимость $\rho(\varphi)$ МФТО, прямая – $\rho_{\text{теор}}(\varphi)$ по формуле (1)

Source: compiled by the authors.

The results of measuring the density of MFTO are shown in Fig. 2. The coincidence of experimental data with theoretical calculations based on the additivity model (1) allows us to judge the reliability of the concentrations provided by φ and apply other conclusions from continuum mechanics to the calculations of acoustic parameters [14]

$$\langle \rho \rangle = (1 - \varphi)\rho_1 + \varphi\rho_2, \quad (1)$$

where $\langle \rho \rangle$ is the MF density, φ is the concentration of the solid phase in MFs, ρ_1 is the density of pure transformer oil, and ρ_2 is the density of magnetite.

Experimental results

Based on the calculations of (1) to MFTO, as mentioned above, it is possible to use other insights from continuum mechanics, in particular the calculation of the coefficient of adiabatic compressibility $\langle \beta \rangle$

$$\langle \beta \rangle = (1 - \varphi)\beta_1 + \varphi\beta_2,$$

and, according to the known $\langle \beta \rangle$ and $\langle \rho \rangle$, calculate the Laplacian velocity of sound

$$c_0 = (\langle \rho \rangle \langle \beta \rangle)^{-\frac{1}{2}},$$

and the main amendments to c_0 introduced by Ritov and Isakovich [14; 15]

$$\Delta c_T = \frac{\varphi}{2} T c_0^3 \langle \rho \rangle \rho_2 C_{p2} \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{p1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{p2}} \right)^2,$$

$$\Delta c_\eta = c_\pi \frac{a\xi\sqrt{\xi}(1+b\sqrt{\xi})}{(1+\sqrt{\xi})^2 + \xi(1+b\sqrt{\xi})^2 - a\xi\sqrt{\xi}(1+b\sqrt{\xi})},$$

where C_{p1} and C_{p2} are the specific heat capacities of the liquid and solid phase at $p = \text{const}$, α_1 and α_2 are the coefficients of thermal expansion of the liquid and solid phase, $\xi = \frac{\omega\rho}{\eta} R^2$, $a = \frac{2}{9}\varphi \left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \right)^2$, and $b = \frac{2}{9} \left(\frac{\rho_1 - 2\rho_2}{\rho_1} \right)$.

Thus, the final calculation of the values of the propagation velocity of ultrasonic waves will be presented as

$$c_{theory} = c_0 + \Delta c_\eta + \Delta c_T. \quad (2)$$

The results of calculations (2) are shown in Fig. 3.

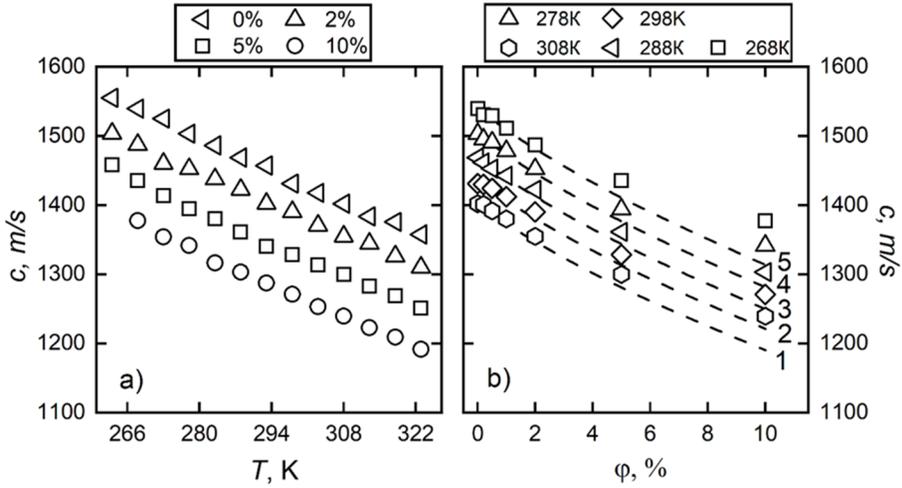


Fig. 3 / Рис. 3. *a* – Temperature dependence of the sound speed $c(T)$ in MFTO, and *b* – concentration dependence $c(\phi)$ in MFTO: straight lines are $c_{theory}(\phi)$ according to formula (2), 1 – 308K, 2 – 298K, 3 – 288K, 4 – 278K, 5 – 268K / *a* – температурная зависимость скорости звука $c(T)$ в MFTO, *б* – концентрационная зависимость $c(\phi)$ в MFTO, прямые – $c_{теор}(\phi)$ по формуле (2), 1 – 308K, 2 – 298K, 3 – 288K, 4 – 278K, 5 – 268K

Source: compiled by the authors.

Similar ideas are used in the calculations of the absorption coefficient of ultrasonic waves with the difference that the dispersion in the case of α has a much greater [16] manifestation. Otherwise, the proper absorption of α_{int} is calculated by the formula

$$\alpha_{int} = \omega^2 \frac{\frac{4}{3}\eta + \zeta}{2\rho c_0^3},$$

where η is the shear, and ζ is the bulk viscosity of the carrier fluid. Corrections are also added to its own absorption: thermal

$$\alpha_T = \frac{R^2 \omega^2}{6\chi_1} \varphi T c_0 \rho \rho_1^2 C_p^2 (\chi_1 \chi_2^{-1} + 0,2) \left(\frac{\beta_1}{\rho_1 C_{p1}} - \frac{\beta_1}{\rho_2 C_{p2}} \right)^2,$$

where χ_1 and χ_2 are the thermal conductivity of the dispersion medium and the solid phase, respectively, and the viscosity

$$\alpha_\eta = \frac{\omega}{c_0} \frac{a\xi(1 + \sqrt{\xi})}{(1 + \sqrt{\xi})^2 + \xi(1 + b\sqrt{\xi})^2},$$

and the final expression is represented as

$$\alpha_{theory} = \alpha_{int} + \alpha_\eta + \alpha_T. \tag{3}$$

The results of theoretical calculations (3) are presented in Fig. 4.

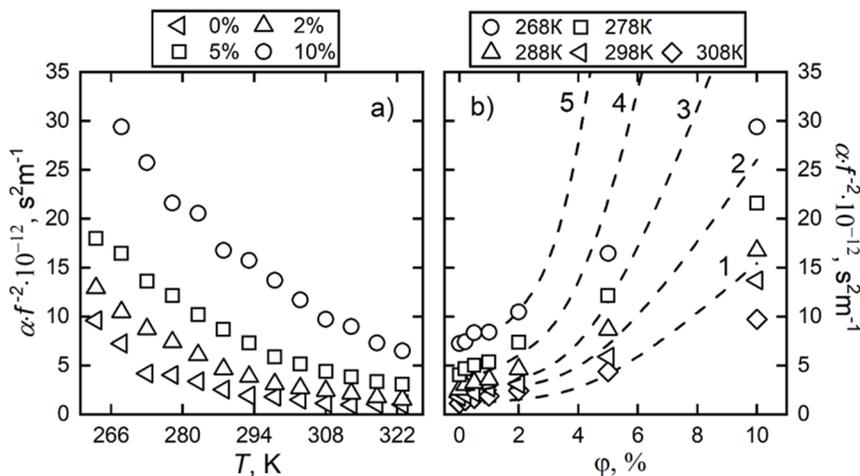


Fig. 4 / Рис. 4. *a* – Temperature dependence of the sound absorption coefficient $\frac{\alpha}{f^2}(T)$, and *b* – concentration dependence $\frac{\alpha}{f^2}(\varphi)$: lines are $\frac{\alpha_{theory}}{f^2}(\varphi)$, 1 – 308K, 2 – 298K, 3 – 288K, 4 – 278K, 5 – 268K / *a* – температурная зависимость коэффициента поглощения звука $\frac{\alpha}{f^2}(T)$, *b* – концентрационная зависимость $\frac{\alpha}{f^2}(\varphi)$, прямые – $\frac{\alpha_{theory}}{f^2}(\varphi)$, 1 – 308K, 2 – 298K, 3 – 288K, 4 – 278K, 5 – 268K

Source: compiled by the authors.

In the case of the speed of sound, Δc_η does not exceed the calculated error throughout the temperature and concentration range of measurements, and Δc_T begins to make a significant contribution, increasing with decreasing temperature, only at MFTO concentrations φ more than 2%. A similar behavior is typical for α_{theory} .

Conclusions

The acoustic values of c_{theory} and α_{theory} depend on the inertial properties of the dispersed system in which ultrasonic waves propagate. The viscous and thermal mechanisms are taken into account by introducing corrections to the initial values of c_0 and α_{int} .

The general type of interactions of sound waves with colloidal systems in the form of magnetic fluids is determined not only by the carrier medium, but also by the concentration of the solid phase in the dispersed system. In the case of small concentrations of magnetic fluid based on transformer oil, the acoustic parameters satisfy the classical descriptions of energy dissipation due to viscous and thermal waves at the phase interfaces. However, with an increase in the concentration of the solid phase, there is a discrepancy between theoretical calculations and experimental data due to the occurrence of additional absorption factors of ultrasonic waves in this system, which increase with the approach to the glass transition point of the dispersion medium.

It is noteworthy that the discrepancy between theoretical data and experimental results increases not only with an increase in the concentration of the solid phase, but also with an approach to the glass transition temperature of the dispersion medium. These effects can be justified by the displacement of the phase transition point of the MFs with increase in the concentration of the solid phase.

REFERENCES / ЛИТЕРАТУРА

1. Dukhin A. S., Goetz P. J. Acoustic spectroscopy for concentrated polydisperse colloids with high density contrast. In: *Langmuir*, 1996, vol. 12, iss. 21, pp. 4987–4997. DOI: 10.1021/la951085y.
2. Sazan H., Piperno S., Layani M., Magdassi Sh., Shpaisman H. Directed assembly of nanoparticles into continuous microstructures by standing surface acoustic waves. In: *Journal of Colloid and Interface Science*, 2019, vol. 536, pp. 701–709. DOI: 10.1016/j.jcis.2018.10.100.
3. Qiu L., Zhu N., Feng Y., Michaelides E. E., Żyła G., Jing D., Zhang X., Norris P. A., Markides Ch. N., Mahian O. A review of recent advances in thermophysical properties at the nanoscale: From solid state to colloids. In: *Physics Reports*, 2020, vol. 843, pp. 1–81. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.12.001.
4. Joseph A., Radhakrishnan Nair P., Mathew S. Investigation of Iron Oxide-Based on Nanofluids and Ionic Liquids by Ultrasonic Sound Velocity Method. In: *International Journal of Thermophysics*, 2020, vol. 41, iss. 12, article id. 168. DOI: 10.1007/s10765-020-02748-y.
5. Harđoňla Š., Kúdelčík J., Rajňák M., Kubovčíkova M. Study of structural changes in bio-compatible fluid by the acoustic spectroscopy. In: *Romanian Reports in Physics*, 2021, vol. 73, article no. 603.
6. Minakov A. V., Pryazhnikov M. I., Damdinov B. B., Nemtsev I. V. Acoustic Spectroscopy Study of the Bulk Viscosity of Nanosuspensions. In: *Acoustical Physics*, 2022, vol. 68, no. 2, pp. 155–161. DOI: 10.1134/S1063771022020051.
7. Kharat P. B., More S. D., Somvanshi S. B., Jadhav K. M. Exploration of thermoacoustics behavior of water based nickel ferrite nanofluids by ultrasonic velocity method. In: *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*, 2019, vol. 30, pp. 6564–6574. DOI: 10.1007/s10854-019-00963-4.
8. Pryazhnikov M. I., Minakov A. V., Rudyak V. Ya., Platonov D. V. Viscosity and acoustic parameters of suspension based on ethylene glycol with aluminum nanoparticles. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1565: All-Russian scientific conference with international participation “Thermophysics and Power Engineering in Academic Centers” (TPEAC-2019, 21–23 October 2019, St. Petersburg, Russian Federation), no. 1, pp. 012095. DOI: 10.1088/1742-6596/1565/1/012095.
9. Jameel B., Hornowski T., Bielas R., Józefczak A. Ultrasound Study of Magnetic and Non-Magnetic Nanoparticle Agglomeration in High Viscous Media. In: *Materials*, 2022, vol. 15, no. 10, pp. 3450. DOI: 10.3390/ma15103450.
10. Wei Q., Yang Q., Gao W., Luo Z. Influences of media on dispersion behaviors and electrokinetic properties of nanoceria particles in concentrated slurries. In: *Journal of Nanoparticle Research*, 2020, vol. 22, iss. 7, article id. 182. DOI: 10.1007/s11051-020-04922-7.
11. Singh S. P., Verma A. K., Jaiswal A. K., Singh D., Yadav R. R. Study of Ultrasonic and Thermal Properties for Heat Transfer Enhancement in Fe₂O₃ Nanoparticles-Ethylene Glycol Nanofluids. In: *International Journal of Thermophysics*, 2021, vol. 42, article number: 60. DOI: 10.1007/s10765-021-02809-w.

12. Luo Z., Wei Q., Yang Q., Gao W. Study on the dispersion behaviors of binary micro/nanoparticles in concentrated suspensions by ultrasonic attenuation technology. In: *Journal of Nanoparticle Research*, 2022, vol. 24, iss. 9, article id. 182. DOI: 10.1007/s11051-022-05567-4.
13. Dukhin A. S. Acoustic spectroscopy for particle size measurement of concentrated nanodispersions. In: Hodoroaba V.-D., Unger W. E. S., Shard A. G., eds. *Characterization of Nanoparticles. Measurement Processes for Nanoparticles*. Amsterdam, Elsevier, 2020, pp. 197–211. DOI: 10.1016/B978-0-12-814182-3.00013-4.
14. Isakovich M. A. L. I. Mandel'shtam and the propagation of sound in microscopically inhomogeneous media. In: *Soviet Physics Uspekhi*, 1979, vol. 22, iss. 11, pp. 928–933. DOI: 1070/PU1979v022n11ABEH005649.
15. Rytov S. M., Vladimirovskii V. V., Galanin M. D. Sound propagation in dispersed systems. In: *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1938, vol. 8, no. 5, pp. 614–626.
16. Allegra J. R., Hawley S. A. Attenuation of sound in suspensions and emulsions: Theory and experiments. In: *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1972, vol. 51, iss. 5B, pp. 1545–1564. DOI: 10.1121/1.1912999.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dukhin A. S., Goetz P. J. Acoustic spectroscopy for concentrated polydisperse colloids with high density contrast // *Langmuir*. 1996. Vol. 12. Iss. 21. P. 4987–4997. DOI: 10.1021/la951085y.
2. Directed assembly of nanoparticles into continuous microstructures by standing surface acoustic waves / Sazan H., Piperno S., Layani M., Magdassi Sh., Shpaisman H. // *Journal of Colloid and Interface Science*. 2019. Vol. 536. P. 701–709. DOI: 10.1016/j.jcis.2018.10.100.
3. A review of recent advances in thermophysical properties at the nanoscale: From solid state to colloids / Qiu L., Zhu N., Feng Y., Michaelides E. E., Żyła G., Jing D., Zhang X., Norris P. A., Markides Ch. N., Mahian O. // *Physics Reports*. 2020. Vol. 843. P. 1–81. DOI: 10.1016/j.physrep.2019.12.001.
4. Joseph A., Radhakrishnan Nair P., Mathew S. Investigation of Iron Oxide-Based Ionanofluids and Ionic Liquids by Ultrasonic Sound Velocity Method // *International Journal of Thermophysics*. 2020. Vol. 41. Iss. 12. Article id. 168. DOI: 10.1007/s10765-020-02748-y.
5. Study of structural changes in biocompatible fluid by the acoustic spectroscopy / Harđoň1a Š., Kúdelčík J., Rajňák M., Kubovčíkova M. // *Romanian Reports in Physics*. 2021. Vol. 73. Article no. 603.
6. Acoustic Spectroscopy Study of the Bulk Viscosity of Nanosuspensions / Minakov A. V., Pryazhnikov M. I., Damdinov B. B., Nemtsev I. V. // *Acoustical Physics*. 2022. Vol. 68. No. 2. P. 155–161. DOI: 10.1134/S1063771022020051.
7. Exploration of thermoacoustics behavior of water based nickel ferrite nanofluids by ultrasonic velocity method / Kharat P. B., More S. D., Somvanshi S. B., Jadhav K. M. // *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*. 2019. Vol. 30. P. 6564–6574. DOI: 10.1007/s10854-019-00963-4.
8. Viscosity and acoustic parameters of suspension based on ethylene glycol with aluminum nanoparticles / Pryazhnikov M. I., Minakov A. V., Rudyak V. Ya., Platonov D. V. // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1565: All-Russian scientific conference with

- international participation “Thermophysics and Power Engineering in Academic Centers” (TPEAC-2019, 21–23 October 2019, St. Petersburg, Russian Federation). No. 1. P. 012095. DOI: 10.1088/1742-6596/1565/1/012095.
9. Ultrasound Study of Magnetic and Non-Magnetic Nanoparticle Agglomeration in High Viscous Media / Jameel B., Hornowski T., Bielas R., Józefczak A. // *Materials*. 2022. Vol. 15. No. 10. P. 3450. DOI: 10.3390/ma15103450.
 10. Influences of media on dispersion behaviors and electrokinetic properties of nanoceria particles in concentrated slurries / Wei Q., Yang Q., Gao W., Luo Z. // *Journal of Nanoparticle Research*. 2020. Vol. 22. Iss. 7. Article id. 182. DOI: 10.1007/s11051-020-04922-7.
 11. Study of Ultrasonic and Thermal Properties for Heat Transfer Enhancement in Fe₂O₃ Nanoparticles-Ethylene Glycol Nanofluids / Singh S. P., Verma A. K., Jaiswal A. K., Singh D., Yadav R. R. // *International Journal of Thermophysics*. 2021. Vol. 42. Article number: 60. DOI: 10.1007/s10765-021-02809-w.
 12. Study on the dispersion behaviors of binary micro/nanoparticles in concentrated suspensions by ultrasonic attenuation technology / Luo Z., Wei Q., Yang Q., Gao W. // *Journal of Nanoparticle Research*. 2022. Vol. 24. Iss. 9. Article id. 182. DOI: 10.1007/s11051-022-05567-4.
 13. Dukhin A. S. Acoustic spectroscopy for particle size measurement of concentrated nanodispersions // *Characterization of Nanoparticles. Measurement Processes for Nanoparticles* / eds. Hodoroaba V.-D., Unger W. E. S., Shard A. G. Amsterdam: Elsevier, 2020. P. 197–211. DOI: 10.1016/B978-0-12-814182-3.00013-4.
 14. Isakovich M. A. L. I Mandel'shtam and the propagation of sound in microscopically inhomogeneous media // *Soviet Physics Uspekhi*. 1979. Vol. 22. Iss. 11. P. 928–933. DOI: 10.1070/PU1979v022n11ABEH005649.
 15. Рытов С. М., Владимирский В. В., Галанин М. Д. Распространение звука в дисперсных системах // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1938. Т. 8. № 5. С. 614–626.
 16. Allegra J. R., Hawley S. A. Attenuation of sound in suspensions and emulsions: Theory and experiments // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1972. Vol. 51. Iss. 5B. P. 1545–1564. DOI: 10.1121/1.1912999.
-

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikita S. Parashchuk – Master’s Degree Student, Institute of Laser and Plasma Technologies, National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute); Research Assistant, Educational and Scientific Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, State University of Education; Engineer, Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences;

e-mail: parashchuk.ns@mail.ru;

Alexander D. Kurilov – Laboratory Head, Educational and Scientific Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, State University of Education; Acting Research Assistant, Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences;

e-mail: ad.kurilov@gmail.com;

Georgii T. Chanturiya – Master’s Degree Student, Faculty of Information Technology, Senior Lecturer, Department of Digital Economy, Moscow University for Industry and Finance “Synergy”;

e-mail: chnt.grg@gmail.com;

Denis N. Chausov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Leading Researcher, Educational and Scientific Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, State University of Education; Acting Laboratory Head, Laboratory of Photonics and Organic Electronics, Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences;
email: d.chausov@yandex.ru , dn.chausov@mgou.ru.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Паращук Никита Сергеевич – студент магистратуры Института лазерных и плазменных технологий Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ»; младший научный сотрудник учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения; инженер Института общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук;
e-mail: parashchuk.ns@mail.ru;

Курилов Александр Дмитриевич – заведующий учебно-научной лабораторией теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения; и. о. младшего научного сотрудника Института общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук;
e-mail: ad.kurilov@gmail.com;

Чантурия Георгий Темурович – студент магистратуры факультета информационных технологий, старший преподаватель кафедры цифровой экономики Московского финансово-промышленного университета «Синергия»;
e-mail: chnt.grg@gmail.com;

Чаусов Денис Николаевич – доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения; и. о. заведующего лабораторией фотоники и органической электроники Института общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук;
e-mail: d.chausov@yandex.ru, dn.chausov@mgou.ru.

FOR CITATION

Parashchuk N. S., Kurilov A. D., Chanturiya G. T., Chausov D. N. Sound propagation in magnetic fluids based on mineral oils near the glass transition temperature of the dispersion medium. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2023, no. 1, pp. 34–44.

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-34-44.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Паращук Н. С., Курилов А. Д., Чантурия Г. Т., Чаусов Д. Н. Sound propagation in magnetic fluids based on mineral oils near the glass transition temperature of the dispersion medium (Распространение звука в магнитных жидкостях на основе минеральных масел вблизи температуры стеклования дисперсионной среды) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2023. № 1. С. 34–44.

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-34-44.

УДК: 535.3, 537.86

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-45-59

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛОВ ПЛЁНОК ПРОЗРАЧНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ С БЛИЗКОЙ К НУЛЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

**Соломатин А. С.¹, Беляев В. В.^{2,3}, Абдуев А. Х.^{2,3}, Зверев Н. В.², Беляев А. А.²,
Царева Е. В.¹, Кузьмин М. К.², Жачкин В. А.²**

¹ Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева
125047, г. Москва, Миусская площадь, д. 9, Российская Федерация

² Государственный университет просвещения
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация

³ Российский университет дружбы народов
117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Аннотация.

Цель: исследовать влияние параметров материала прозрачного электрода на основе оксида металла (N – плотность электронов, τ – среднее время рассеяния электронов) на величину частоты, при которой диэлектрическая проницаемость материала ϵ (эпсилон) становится близкой к нулю (так называемые ENZ или НЭ-материалы).

Процедура и методы. С использованием модели Друде выполнены расчёты параметров N , τ и плазменной частоты ω_0 в диапазоне параметров материалов, применяемых в электронике, а также для композитных материалов с разной геометрией включений. Приведены параметры материалов на основе оксида цинка и методов их формирования, при которых может реализоваться описанный режим близкой к нулю диэлектрической проницаемости материала.

Результаты. Для ряда материалов плёнок прозрачных электродов, применяемых в устройствах управления излучением ближнего ИК-диапазона, исследовано влияние параметров материала (N , τ) на величину частоты, при которой диэлектрическая проницаемость материала ϵ (эпсилон) становится близкой к нулю (НЭ-материалы). Описаны технологии материалов, в которых может реализоваться НЭ-режим.

Теоретическая и/или практическая значимость. Описанный режим реализуется для ряда материалов плёнок прозрачных электродов, применяемых в устройствах управления излучением ближнего ИК-диапазона.

Ключевые слова: диэлектрическая проницаемость, метаматериал, прозрачные электроды, окись цинка, ИК и ТГц-диапазон, концентрация электронов, время рассеяния электронов, ENZ-материалы, устройства управления излучением.

Благодарность. Исследование частично выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 22-19-00157.

MODELING OF MATERIAL PARAMETERS OF TRANSPARENT ELECTRODE FILMS WITH NEAR-ZERO PERMITTIVITY

A. Solomatin¹, V. Belyaev^{2,3}, A. Abduev^{2,3}, N. Zverev², A. Belyaev², E. Tsareva¹, M. Kuzmin², V. Zhachkin²

¹ *Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia
Miusskaya ploshchad 9, Moscow 125047, Russian Federation*

² *State University of Education*

ulitsa Very Voloshinoy 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

³ *RUDN University*

6 Miklukho-Maklaya St, Moscow, 117198, Russian Federation

Abstract.

Aim. We investigate the effect of the material parameters of a transparent metal oxide electrode (N is the electron density, and τ is the average electron scattering time) on the frequency at which the dielectric constant of the material ϵ (epsilon) becomes close to zero (the so-called ENZ materials).

Methodology. Using the Drude model, the parameters N , τ and the plasma frequency ω_0 are calculated in the range of parameters of materials used in electronics, as well as for composite materials with different geometries of inclusions. The parameters of materials based on zinc oxide and methods of their formation are presented, in which the described regime of the dielectric constant of the material close to zero can be realized.

Results. For a number of materials of transparent electrode films used in near-IR radiation control devices, the influence of material parameters (N and τ) on the frequency at which the dielectric constant of the material ϵ (epsilon) becomes close to zero (ENZ materials) is studied. The technologies of materials in which the ENZ mode can be implemented are described.

Research implications. The described mode is implemented for a number of transparent electrode film materials used in near-IR radiation control devices.

Keywords: permittivity, metamaterial, transparent electrodes, zinc oxide, IR and THz range, electron concentration, electron scattering time, ENZ materials, optical radiation control devices.

Acknowledgements. The study was partially supported by the Russian Science Foundation (Grant No. 22-19-00157).

Введение

В настоящее время ведутся интенсивные исследования и разработки некоторых видов метаматериалов, у которых при частотах падающего излучения, соответствующих ИК-диапазону спектра, вещественные части комплексных диэлектрической проницаемости (Epsilon) или магнитной проницаемости (μ), или показателя преломления (Index) становятся близкими к нулю (по-английски – Near-Zero, NZ) [1]. В литературе они соответственно называются ENZ, MNZ или NZI-материалами. Обозначим их на русском языке как НЭ (Ноль-Эпсилон), НМ (Ноль-Мю) или НПП (Ноль-Показатель-Преломления) материалы.

В представленной статье рассмотрим некоторые свойства НЭ-материалов, которые обеспечивают указанное свойство близости к нулю величины вещественной части диэлектрической проницаемости ϵ_r в ближнем ИК-диапазоне и новые

функциональные возможности этих материалов для применения в оптической телекоммуникации и других направлениях.

Результаты исследования

В [2] показано, что в плёнках прозрачного электрода оксида индия и олова (ITO) толщиной порядка длины волны наблюдается режим НЭ или ENZ, характеризующийся величиной диэлектрической проницаемости материала ε (эпсилон), близкой к нулю. Он продемонстрирован около длины волны 1550 нм, что позволяет создавать устройства, работающие в обычном диапазоне длин волн оптических телекоммуникаций, с новыми функциональными возможностями. По мере приближения диэлектрической проницаемости к нулю материал будет проявлять повышенную оптическую нелинейность [2–6]; электромагнитные волны, распространяющиеся внутри него, будут иметь увеличенную длину волны и фазовую скорость [2; 7]. Эти свойства могут применяться в субволновых электрооптических модуляторах, модуляторах с интенсивным взаимодействием света и вещества [8], в глубоких субволновых каналах с ENZ-наполнением для нетрадиционной маршрутизации электромагнитных (ЭМ) волн [7; 9–11], в поглощающих слоях [12]. Условия ENZ продемонстрированы во всём электромагнитном спектре [11; 13–17]. Например, они возникают вблизи плазменной частоты свободных носителей зарядов в материале.

Типичная частота НЭ-режима (ENZ) в диапазоне оптических телекоммуникаций 1550 нм составляет $\omega_0 = 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. В этой полосе частот диэлектрическая проницаемость плёнки описывается моделью Друде, в которой падающий свет взаимодействует со свободными носителями в материале, и их отклик становится резонансным на плазменной частоте $\omega_p = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^*}$, и в то же время $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^* (\omega^2 + i\omega\gamma)}$ [18–21].

В соответствии с этой моделью действительная часть диэлектрической проницаемости пересекает нуль на частоте ω_0 , которая определяется выражением $\omega_0^2 = \frac{q^2 N}{\varepsilon_0 \varepsilon_\infty m^*} - \frac{1}{\tau^2}$, где q – элементарный заряд, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, ε_∞ – диэлектрическая проницаемость материала на высокой частоте, m^* – эффективная масса электрона, N – плотность электронов, $\tau = \gamma^{-1}$ – среднее время рассеяния электронов.

Поскольку элементарный заряд, эффективная масса, вакуумная и высокочастотная диэлектрическая проницаемости примерно постоянны, ω_0 определяется преимущественно электронной плотностью и временем рассеяния.

На рис. 1 показаны взаимозависимости параметров N – плотность электронов, τ – среднее время рассеяния электронов при выполнении НЭ-режима. Диапазоны изменения параметров для расчёта выбраны по имеющимся в литературе данным по концентрации электронов различных материалов, применяемых в электронике: $5 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ в кремнии, германии, арсениде галлия при

300 К [22], 10^{20} – 10^{21} см^{-3} в окиси индия и олова (ITO) и оксиде цинка, допированного алюминием (AZO) [23], – и по времени релаксации: 170 фс в ZnO и AZO [24], 10-40 пс время релаксации электронов в сверх решётке на основе арсенида галлия [24; 25]; 0,2 и 3 пс – время релаксации по полной вероятности рассеяния электрона из состояния с волновым вектором \mathbf{k} , теоретически рассчитанное в [25]; 10-1000 пс в высокоомном кремнии при T от 65 до 120 К и концентрации электронов от 10^{13} до 10^{15} см^{-3} [26], от 6 до 300 фс при рассеянии на различных примесях в серебре, 100 фс в металлах [27; 28].

Полученные результаты справедливы не только для ITO-электродов, но и других прозрачных проводящих плёнок ZnO, IGZO и др.

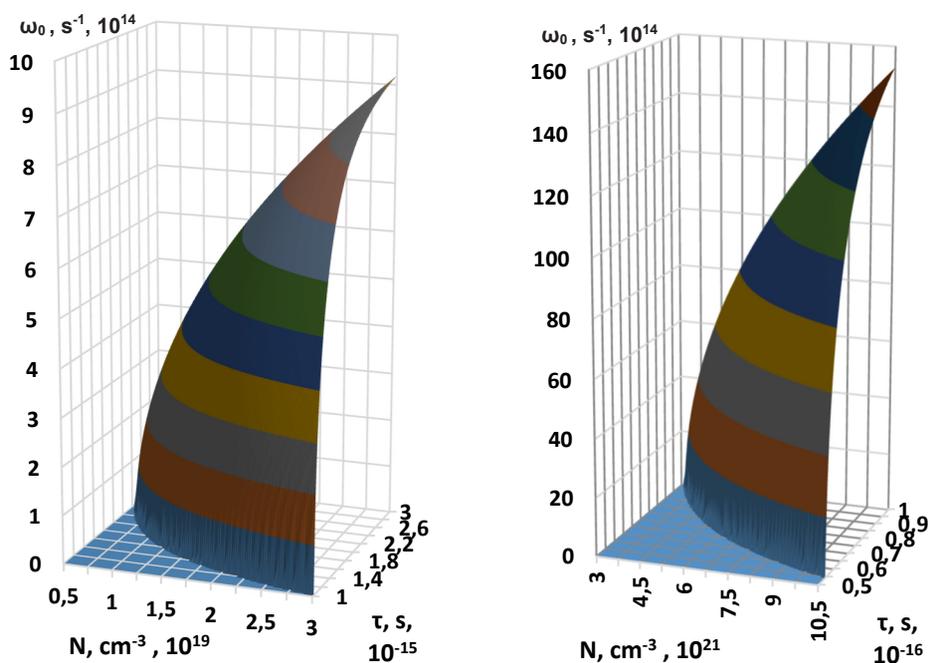


Рис. 1 / Fig. 1. Зависимости частоты перехода в НЭ-режим от параметров материала. Слева для времени τ – время рассеяния электронов порядка 10^{-15} с, справа для времени τ – время рассеяния электронов порядка 10^{-16} с / Dependences of the frequency of transition to the ENZ on the parameters of the material. On the left for time τ is the electron scattering time of about 10^{-15} s, on the right for time τ is the electron scattering time of about 10^{-16} s

Источник: по данным авторов.

При концентрациях порядка 10^{19} см^{-3} и времени рассеяния 10^{-15} с частота ω_0 , при которой реализуется НЭ-режим, составляет от 10^{14} с^{-1} до 10^{15} с^{-1} . При концентрациях порядка 10^{21} см^{-3} и времени рассеяния 10^{-16} с частота ω_0 , при которой реализуется НЭ-режим, от 10^{15} с^{-1} до $1,6 \cdot 10^{16}$ с^{-1} . При увеличении электронной

концентрации, как правило, происходит уменьшение времени рассеяния электронов из-за уменьшения длины свободного пробега.

Увеличивая или уменьшая концентрацию электронов можно добиться сдвига частоты НЭ-режима в оптический или терагерцовый диапазон.

В [23] показано, что наличие НЭ-диапазона в телекоммуникационном спектре (1.3–1.5 мкм) обеспечивается в оксидных материалах потому, что концентрация носителей заряда достигается на уровне 10^{20} – 10^{21} см⁻³ из-за высокой доли донорных атомов In³⁺ в ИТО или Al³⁺ в AZO. Это происходит из-за образования таммовских плазмонных поляритонов в ближнем ИК-диапазоне для AZO, GZO и ИТО [21]. Можно предположить варьирование частоты ω_0 и в других описанных НЭ-материалах: оксид цинка, допированный галлием (Ga:ZnO, GZO), оксид кадмия, допированный индием (In:CdO, ICO), оксид кадмия, допированный фтором (F:CdO, FCO) и других. При сравнении комплекса физических свойств прозрачных полупроводников показано, что окись цинка обладает наилучшим комплексом свойств для НЭ-диапазона [23].

Кроме того, диэлектрические свойства НЭ-материала и частота ω_0 зависят не только от концентрации и времени рассеяния электронов, но и от структуры материала. В [29] выполнено численное моделирование металл-диэлектрического проволочного композита в ТГц-диапазоне (рис. 2). В таком композите плазменная частота и время рассеяния электронов зависят от размеров как ячейки композита, так и металлического включения, а также от их проводимости.

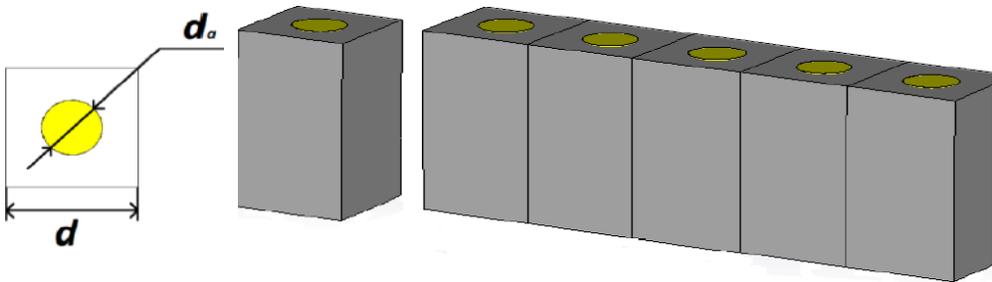


Рис. 2 / Fig. 2. Геометрия смоделированной металл-диэлектрической структуры, состоящей из ячеек с медным цилиндрическим проводником диаметром 300 мкм / Geometry of a simulated metal-dielectric structure consisting of cells with a copper cylindrical conductor with a diameter of 300 micrometers

Источник: [29].

При приближении в теории эффективной среды (ЭМТ) композита на основе материала с диэлектрической проницаемостью ϵ_b с металлическими включениями (проводами) дисперсию можно рассчитать по $\epsilon_{eff} = \epsilon_b - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}$, где $\omega_p = \frac{2\pi c^2}{d^2 \ln \frac{2d}{d_a}}$ плазменная частота и $\gamma = \frac{4\epsilon_0 d^2 \omega_p^2}{\pi d_a^2 \sigma}$, где σ – проводимость металлических включений, d_a – диаметр проводника, c – скорость света в вакууме.

Приведём примеры реальных структур на основе оксида цинка, позволяющих реализовать описываемый НЭ-режим в указанных диапазонах частот, и технологии их достижения.

Существенные изменения в концентрации и подвижности наблюдаются в поликристаллических оксидных слоях ZnO. Это может быть обусловлено рядом факторов. Хорошо известно, что ZnO обнаруживает высокую склонность к одностороннему отклонению от стехиометрии [30]. Так, десорбция кислорода с поверхности межзеренных границ приводит к формированию на поверхности зон высокой концентрации донорных центров.

Легирование слоёв элементами III группы периодической системы (например, Al, Ga) позволяет создавать прозрачные проводящие слои с удельными сопротивлениями вплоть до 10^{-4} Ом*см [31]. Легирование слоёв ZnO приводит, однако, к снижению подвижности электронов в слоях из-за рассеяния электронов на донорных центрах [32].

Таким образом, для структуры легированных и/или нестехиометричных проводящих слоёв на основе ZnO характерно формирование межзеренных вырожденных слоёв.

Следует обратить особое внимание на взаимосвязи условий формирования слоёв, их структуры, оптических и электрических характеристик. Известно, что для магнетронного синтеза слоёв ZnO характерно формирование столбчатых структур. Формирование столбчатых структур, как следует из моделирования методом Монте Карло, связано с относительно невысокими длинами диффузии атомов, осаждаемых в процессе синтеза [33].

Пути увеличения длины миграции атомов на поверхности роста и формирования однородных бесстолбчатых структур были показаны авторами в [34]. При температурах, не превышающих 500°C , слои ZnO:Al были синтезированы при со-распылении мишеней AZO и Zn (рис. 3). Со-распыление цинка приводит к формированию на поверхности роста нестехиометричной легкоплавкой фазы ZnO_{1-x} . При этом длина миграции атомов существенно возрастает и препятствует росту столбчатых структур.

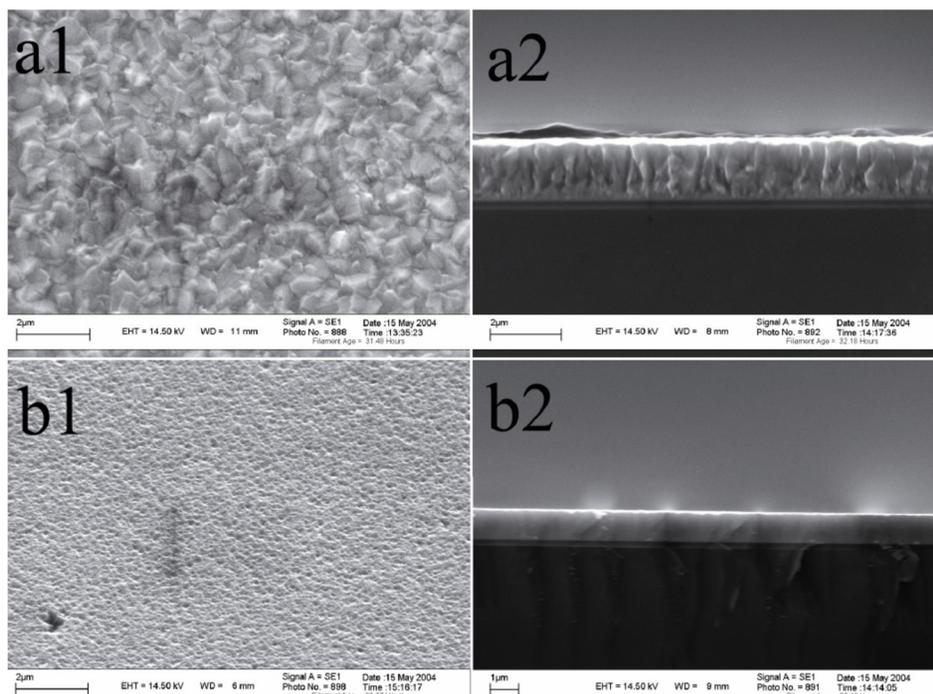


Рис. 3 / Fig. 3. Фотографии поверхностей (1) и поперечных сколов (2) слоёв ZnO, осаждённых при магнетронном со-распылении мишеней ZnO и Zn (a 300°C, b – 500°C) / Photographs of (1) surfaces and (2) transverse cleavages of ZnO layers deposited during magnetron co-sputtering of ZnO and Zn targets (a 300°C, b – 500°C)

Источник: данные авторов.

В оптимизированных прозрачных электродах на основе ZnO величины подвижностей могут составлять в среднем 25–35 Ом*см [35].

Высокие концентрации свободных носителей в слоях на основе оксида цинка могут быть достигнуты в слоях со сложной структурой. Так, в поликристаллических слоях со сложной пространственной локализацией донорных центров (Al и Ga) могут достигаться высокие концентрации и подвижности носителей заряда [36]. Сложные оксидные структуры с модулированным легированием донорами также могут обнаруживать высокие подвижности носителей заряда [37]. Эти структуры на основе аморфных оксидных слоёв создают предпосылки для замены прозрачных электродов ИТО ($\text{In}_2\text{O}_3\text{-SnO}_2$). Названные структуры могут обеспечить следующий механизм транспорта носителей: А) электроны инжектируются из металлических слоёв (например, Ag) в оксидные слои (например, ИТО, AZO) без существенного рассеяния носителей на граничных потенциальных барьерах; Б) транспорт носителей осуществляется в слоях оксидов с высокой подвижностью носителей заряда.

Выводы

Для ряда материалов плёнок прозрачных электродов, применяемых в устройствах управления излучением ближнего ИК и ТГц-диапазона, исследовано влияние параметров материала (N – плотность электронов, τ – среднее время рассеяния электронов) на величину частоты, при которой диэлектрическая проницаемость материала ϵ (эпсилон) становится близкой к нулю (так называемые НЭ или ENZ-материалы).

Режим реализуется за счёт образования таммовских плазмонных поляритонов в ближнем ИК или ТГц-диапазоне для тонких плёнок материалов прозрачных электродов на основе окислов металлов.

Показано, как в материалах на основе оксида цинка может быть реализован этот режим за счёт состава и структуры материала, технологии его изготовления.

Статья поступила в редакцию 20.01.2023 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Overview of Theory and Applications of Epsilon-Near-Zero Materials / Silveirinha M. G., Alù A., Edwards B., Engheta N. // URSI General Assembly (Chicago, IL, USA, August 8-16, 2008) [Электронный ресурс]. URL: <https://www.ursi.org/proceedings/procGA08/papers/B01p6.pdf> (дата обращения: 16.12.2022).
2. Property Variation in Wavelength-thick Epsilon-Near-Zero ITO Metafilm for Near IR Photonic Devices / Ni J. H., Sarney W. L., Leff A. C., Cahill J. P., Zhou W. // Scientific Reports. 2020. Vol. 10. P. 713. DOI: 10.1038/s41598-020-57556-z.
3. ITO film stack engineering for low-loss silicon optical modulators / Lotkov E. S., Baburin A. S., Ryzhikov I. A., Sorokina O. S., Ivanov A. I., Zverev A. V., Ryzhkov V. V., Bykov I. V., Baryshev A. V., Panfilov Yu. V., Rodionov I. A. // Scientific Reports. 2022. Vol. 12. Article number: 6321. DOI: 10.1038/s41598-022-09973-5.
4. Role of epsilon-near-zero substrates in the optical response of plasmonic antennas / Kim J., Dutta A., Naik G. V., Giles A. J., Bezares F. J., Ellis C. T., Tischler J. G., Mahmoud A. M., Caglayan H., Glembocki O. J., Kildishev A. V., Caldwell J. D., Boltasseva A., Engheta N. // Optica. 2016. Vol. 3. Iss. 3. P. 339–346. DOI: 10.1364/OP-TICA.3.000339.
5. Boosting optical nonlinearities in epsilon-near-zero plasmonic channels / Argyropoulos C., Chen P.-Y., D’Aguanno G., Engheta N., Alù A. // Physical Review B. 2012. Vol. 85. Iss. 4. Article: 045129. DOI: 10.1103/PhysRevB.85.045129.
6. Alam M. Z., De Leon I., Boyd R. W. Large optical nonlinearity of indium tin oxide in its epsilon-near-zero region // Science. 2016. Vol. 352. Iss. 6287. P. 795–797. DOI: 10.1126/science.aae0330.
7. Engheta N. Pursuing Near-Zero Response // Science. 2013. Vol. 340. Iss. 6130. P. 286–287. DOI: 10.1126/science.1235589.
8. Indium-Tin-Oxide for High-performance Electro-optic Modulation / Ma Z., Li Z., Liu K., Ye C., Sorger V. J. // Nanophotonics. 2015. Vol. 4. Iss. 2. P. 198–213. DOI: 10.1515/nanoph-2015-0006.
9. Silveirinha M., Engheta N. Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using epsilon-near-zero materials // Physical Review Letters. 2006. Vol. 97. Iss. 15. Article: 157403. DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.97.157403.

10. Silveirinha M. G., Engheta N. Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using epsilon-near-zero metamaterials // *Physical Review B*. 2007. Vol. 76. Iss. 24. Article: 245109. DOI: 10.1103/PhysRevB.76.245109.
11. Experimental Demonstration of Electromagnetic Tunneling Through an Epsilon-Near-Zero Metamaterial at Microwave Frequencies / Liu R., Cheng Q., Hand T., Mock J., Cui T. // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 100. Iss. 2. Article: 023903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.023903.
12. Feng S., Halterman K. Coherent perfect absorption in epsilon-near-zero metamaterials // *Physical Review B*. 2012. Vol. 86. Iss. 16. Article: 165103. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.165103.
13. Experimental verification of epsilon-near-zero metamaterial coupling and energy squeezing using a microwave waveguide / Edwards B., Alu A., Young M. E., Silveirinha M., Engheta N. // *Physical Review Letters*. 2008. Vol. 100. Iss. 3. Article: 033903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.033903.
14. Experimental demonstration of near-infrared epsilon-near-zero multilayer metamaterial slabs / Yang X., Hu C., Deng H., Rosenmann D., Czaplewski D. A., Gao J. // *Optics Express*. 2013. Vol. 21. Iss. 20. P. 23631–23639. DOI: 10.1364/OE.21.023631.
15. Experimental realization of epsilon-near-zero metamaterial slabs with metal-dielectric multilayers / Gao J., Sun L., Deng H., Mathai C. J., Gangopadhyay S., Yang X. // *Applied Physics Letters*. 2013. Vol. 103. Iss. 5. P. 051111. DOI: 10.1063/1.4817678.
16. Searching for better plasmonic materials / West P. R., Ishii S., Naik G. V., Emani N. K., Shalaev V. M., Boltasseva A. // *Laser & Photonics Review*. 2010. Vol. 4. Iss. 6. P. 795–808. DOI: 10.1002/lpor.200900055.
17. Boltasseva A., Atwater H. A. Low-Loss Plasmonic Metamaterials // *Science*. 2011. Vol. 331. No. 6015. P. 290–291. DOI: 10.1126/science.1198258.
18. Electro-optical modulation of a silicon waveguide with an epsilon-near-zero material / Vasudev A., Kang J., Park J., Liu X., Brongersma M. // *Optics Express*. 2013. Vol. 21. Iss. 22. P. 26387–26397. DOI: 10.1364/OE.21.026387.
19. Application of IR variable angle spectroscopic ellipsometry to the determination of free carrier concentration depth profiles / Tiwald T. E., Tompson D. W., Woollam J. A., Paulson W., Hance R. // *Thin Solid Films*. 1998. Vol. 313–314. P. 661–666. DOI: 10.1016/S0040-6090(97)00973-5.
20. Kinsey N., Khurgin J. Nonlinear epsilon-near-zero materials explained: opinion // *Optical Materials Express*. 2019. Vol. 9. Iss. 7. P. 2793–2796. DOI: 10.1364/OME.9.002793.
21. Epsilon-near-zero photonics: infinite potentials / Wu J., Xie Z. T., Sha Y., Fu H. Y., Li Q. // *Photonics Research*. 2021. Vol. 9. Iss. 8. P. 1616–1643. DOI: 10.1364/PRJ.427246.
22. Заглубский А. А., Чернова А. П. Статистика носителей заряда и кинетические процессы. СПб.: СПбГУ, 2007. 223 с.
23. Secondo R., Khurgin J., Kinsey N. Absorptive loss and band non-parabolicity as a physical origin of large nonlinearity in epsilon-near-zero materials // *Optical Materials Express*. 2020. Vol. 10. Iss. 7. P. 1545–1560. DOI: 10.1364/OME.394111.
24. Пчелинцев А. Н., Шишин В. А. Время релаксации электронов проводимости в металле // *Вестник Тамбовского государственного технического университета*. 2003. Т. 9. № 3. С. 464–468.
25. Борисенко С. И. Рассеяние электронов на ионах примеси при низких температурах в сверхрешетке с легированными квантовыми ямами // *Физика и техника полупроводников*. 2003. Т. 37. Вып. 9. С. 1117–1122.

26. Температурная зависимость времени междолинной релаксации в электронном кремнии / Гинтилас Ш. З., Денис В. И., Мартунас З., Шеткус А. П. // Физика и техника полупроводников. 1984. Т. 18. № 2. С. 324–326.
27. Гантмахер В. Ф., Петрашов В. Т. Рассеяние электронов проводимости в чистых металлах // Металлы высокой чистоты / отв. ред. Ч. В. Копецкий. М.: Наука, 1976. С. 31–59.
28. Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984. 352 с.
29. Litvinov E. A., Vozianova A. V., Khodzitsky M. K. Epsilon-Near-Zero metal-dielectric composite for terahertz frequency range // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1062: IX International conference “Basic Problems of Optics” BPO'2016 (17–21 October 2016, Saint-Petersburg, Russian Federation). P. 012010. DOI: 10.1088/1742-6596/1062/1/012010.
30. Крёгер Ф. Химия несовершенных кристаллов. М.: Мир, 1969. 654 с.
31. A comprehensive review of ZnO materials and devices / Ozgur U., Alivov Y. I., Liu C., Tekeb A., Reshchikov M. A., Doğanc S., Avrutin V., Cho S.-J., Morkoç H. // Journal of Applied Physics. 2005. Vol. 98. Iss. 4. Article: 041301. DOI: 10.1063/1.1992666.
32. Ellmer K., Mientus R. Carrier Transport in Polycrystalline ITO and ZnO:Al II: The Influence of Grain Barriers and Boundaries // Thin Solid Films. 2008. Vol. 516. Iss. 17. P. 5829–5835. DOI: 10.1016/j.tsf.2007.10.082.
33. Lattice Monte Carlo models of thin film deposition / Gilmer G. H., Huang H., de la Rubia T. D., Torre J. D., Baumann F. H. // Thin Solid Films. 2000. Vol. 365. Iss. 2. P. 189–200. DOI: 10.1016/S0040-6090(99)01057-3.
34. Growth Mechanism of ZnO Layers / Abduev A., Akhmedov A., Asvarov A., Kamilov I., Sulyanov S. // Zinc Oxide – A Material for Micro- and Optoelectronic Applications: Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Zinc Oxide as a Material for Micro- and Optoelectronic Applications (St. Petersburg, Russia, from 23 to 25 June 2004) / eds. N. H. Nickel, E. Terukov. Dordrecht: Springer, 2005. P. 15–24 (NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 194).
35. Transparent conductive zinc oxide: basics and applications in thin film solar cells / eds. Ellmer K., Klein A., Rech B. Berlin: Springer, 2008. 443 p. (Springer Series in Materials Science (SSMATERIALS). Vol. 104).
36. On the Effect of the Co-Introduction of Al and Ga Impurities on the Electrical Performance of Transparent Conductive ZnO-Based Thin Films / Asvarov A., Abduev A., Akhmedov A., Kanevsky V. // Materials (Basel). 2022. Vol. 15. Iss. 17. P. 5862. DOI: 10.3390/ma15175862.
37. Cohen D. J., Barnett S. A. Predicted electrical properties of modulation-doped ZnO-based transparent conducting oxides // Journal of Applied Physics. 2005. Vol. 98. Iss. 5. P. 053705. DOI: 10.1063/1.2035898.

REFERENCES

1. Silveirinha M. G., Alù A., Edwards B., Engheta N. Overview of Theory and Applications of Epsilon-Near-Zero Materials. In: *URSI General Assembly (Chicago, IL, USA, August 8-16, 2008)*. Available at: <https://www.ursi.org/proceedings/procGA08/papers/B01p6.pdf> (accessed: 16.12.2022).

2. Ni J. H., Sarney W. L., Leff A. C., Cahill J. P., Zhou W. Property Variation in Wavelength-thick Epsilon-Near-Zero ITO Metafilm for Near-IR Photonic Devices. In: *Scientific Reports*, 2020, vol. 10, pp. 713. DOI: 10.1038/s41598-020-57556-z.
3. Lotkov E. S., Baburin A. S., Ryzhikov I. A., Sorokina O. S., Ivanov A. I., Zverev A. V., Ryzhkov V. V., Bykov I. V., Baryshev A. V., Panfilov Yu. V., Rodionov I. A. ITO film stack engineering for low-loss silicon optical modulators. In: *Scientific Reports*, 2022, vol. 12, article number: 6321. DOI: 10.1038/s41598-022-09973-5.
4. Kim J., Dutta A., Naik G. V., Giles A. J., Bezares F. J., Ellis C. T., Tischler J. G., Mahmoud A. M., Caglayan H., Glembocki O. J., Kildishev A. V., Caldwell J. D., Boltas-seva A., Engheta N. Role of epsilon-near-zero substrates in the optical response of plasmonic antennas. In: *Optica*, 2016, vol. 3, iss. 3, pp. 339–346. DOI: 10.1364/OP-TICA.3.000339.
5. Argyropoulos C., Chen P.-Y., D'Aguanno G., Engheta N., Alú A. Boosting optical nonlinearities in epsilon-near-zero plasmonic channels. In: *Physical Review B*, 2012, vol. 85, iss. 4, article: 045129. DOI: 10.1103/PhysRevB.85.045129.
6. Alam M. Z., De Leon I., Boyd R. W. Large optical nonlinearity of indium tin oxide in its epsilon-near-zero region. In: *Science*, 2016, vol. 352, iss. 6287, pp. 795–797. DOI: 10.1126/science.aae0330.
7. Engheta N. Pursuing Near-Zero Response. In: *Science*, 2013, vol. 340, iss. 6130, pp. 286–287. DOI: 10.1126/science.1235589.
8. Ma Z., Li Z., Liu K., Ye C., Sorger V. J. Indium-Tin-Oxide for High-performance Electro-optic Modulation. In: *Nanophotonics*, 2015, vol. 4, iss. 2, pp. 198–213. DOI: 10.1515/nanoph-2015-0006.
9. Silveirinha M., Engheta N. Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using epsilon-near-zero materials. In: *Physical Review Letters*, 2006, vol. 97, iss. 15, article: 157403. DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.97.157403.
10. Silveirinha M. G., Engheta N. Theory of supercoupling, squeezing wave energy, and field confinement in narrow channels and tight bends using epsilon-near-zero metamaterials. In: *Physical Review B*, 2007, vol. 76, iss. 24, article: 245109. DOI: 10.1103/PhysRevB.76.245109.
11. Liu R., Cheng Q., Hand T., Mock J., Cui T. Experimental Demonstration of Electromagnetic Tunneling Through an Epsilon-Near-Zero Metamaterial at Microwave Frequencies. In: *Physical Review Letters*, 2008, vol. 100, iss. 2, article: 023903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.023903.
12. Feng S., Halterman K. Coherent perfect absorption in epsilon-near-zero metamaterials. In: *Physical Review B*, 2012, vol. 86, iss. 16, article: 165103. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.165103.
13. Edwards B., Alu A., Young M. E., Silveirinha M., Engheta N. Experimental verification of epsilon-near-zero metamaterial coupling and energy squeezing using a microwave waveguide. In: *Physical Review Letters*, 2008, vol. 100, iss. 3, article: 033903. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.033903.
14. Yang X., Hu C., Deng H., Rosenmann D., Czaplewski D. A., Gao J. Experimental demonstration of near-infrared epsilon-near-zero multilayer metamaterial slabs. In: *Optics Express*, 2013, vol. 21, iss. 20, pp. 23631–23639. DOI: 10.1364/OE.21.023631.
15. Gao J., Sun L., Deng H., Mathai C. J., Gangopadhyay S., Yang X. Experimental realization of epsilon-near-zero metamaterial slabs with metal-dielectric multilayers. In: *Applied Physics Letters*, 2013, vol. 103, iss. 5, pp. 051111. DOI: 10.1063/1.4817678.

16. West P. R., Ishii S., Naik G. V., Emani N. K., Shalaev V. M., Boltasseva A. Searching for better plasmonic materials. In: *Laser & Photonics Review*, 2010, vol. 4, iss. 6, pp. 795–808. DOI: 10.1002/lpor.200900055.
17. Boltasseva A., Atwater H. A. Low-Loss Plasmonic Metamaterials. In: *Science*, 2011, vol. 331, no. 6015, pp. 290–291. DOI: 10.1126/science.1198258.
18. Vasudev A., Kang J., Park J., Liu X., Brongersma M. Electro-optical modulation of a silicon waveguide with an epsilon-near-zero material. In: *Optics Express*, 2013, vol. 21, iss. 22, pp. 26387–26397. DOI: 10.1364/OE.21.026387.
19. Tiwald T. E., Tompson D. W., Woollam J. A., Paulson W., Hance R. Application of IR variable angle spectroscopic ellipsometry to the determination of free carrier concentration depth profiles. In: *Thin Solid Films*, 1998, vol. 313–314, pp. 661–666. DOI: 10.1016/S0040-6090(97)00973-5.
20. Kinsey N., Khurgin J. Nonlinear epsilon-near-zero materials explained: opinion. In: *Optical Materials Express*, 2019, vol. 9, iss. 7, pp. 2793–2796. DOI: 10.1364/OME.9.002793.
21. Wu J., Xie Z. T., Sha Y., Fu H. Y., Li Q. Epsilon-near-zero photonics: infinite potentials. In: *Photonics Research*, 2021, vol. 9, iss. 8, pp. 1616–1643. DOI: 10.1364/PRJ.427246.
22. Zagrubskiy A. A., Chernova A. P. *Statistika nositelei zaryada i kineticheskie protsessy* [Statistics of Charge Carriers and Kinetic Processes]. St. Petersburg, St. Petersburg State University Publ., 2007. 223 p.
23. Secondo R., Khurgin J., Kinsey N. Absorptive loss and band non-parabolicity as a physical origin of large nonlinearity in epsilon-near-zero materials. In: *Optical Materials Express*, 2020, vol. 10, iss. 7, pp. 1545–1560. DOI: 10.1364/OME.394111.
24. Pchelintsev A. N., Shishin V. A. [Relaxation time of electron conduction in metal]. In: *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Transactions of the Tambov State Technical University], 2003, vol. 9, no. 3, pp. 464–468.
25. Borisenko S. I. [Scattering of electrons at impurity ions at low temperatures in a superlattice with doped quantum wells]. In: *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors], 2003, vol. 37, no. 9, pp. 1117–1122.
26. Gintilas Sh. Z., Denis V. I., Martunas Z., Shetkus A. P. [Temperature dependence of intervalley relaxation time in electronic silicon]. In: *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors], 1984, vol. 18, no 2, pp. 324–326.
27. Gantmakher V. F., Petrashov V. T. [Scattering of conduction electrons in pure metals]. In: *Metally vysokoi chistoty* [Metals of high purity]. Moscow, Nauka Publ., 1976, pp. 31–59.
28. Gantmakher V. F., Levinson I. B. *Rasseyaniye nositelei toka v metallakh i poluprovodnikakh* [Scattering of current carriers in metals and semiconductors]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 352 p.
29. Litvinov E. A., Vozianova A. V., Khodzitsky M. K. Epsilon-Near-Zero metal-dielectric composite for terahertz frequency range. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1062: IX International conference “Basic Problems of Optics” BPO'2016 (17–21 October 2016, Saint-Petersburg, Russian Federation), pp. 012010. DOI: 10.1088/1742-6596/1062/1/012010.
30. Kroger F. *Khimiya nesovershennykh kristallov* [Chemistry of imperfect crystals]. Moscow, Mir Publ., 654 p.
31. Ozgur U., Alivov Y. I., Liu C., Teke B., Reshchikov M. A., Doğanç S., Avrutin V., Cho S.-J., Morkoç H. A comprehensive review of ZnO materials and devices. In: *Journal of Applied Physics*, 2005, vol. 98, iss. 4, article: 041301. DOI: 10.1063/1.1992666.

32. Ellmer K., Mientus R. Carrier Transport in Polycrystalline ITO and ZnO:Al II: The Influence of Grain Barriers and Boundaries. In: *Thin Solid Films*, 2008, vol. 516, iss. 17, pp. 5829–5835. DOI: 10.1016/j.tsf.2007.10.082.
33. Gilmer G. H., Huang H., de la Rubia T. D., Torre J. D., Baumann F. H. Lattice Monte Carlo models of thin film deposition. In: *Thin Solid Films*, 2000, vol. 365, iss. 2, pp. 189–200. DOI: 10.1016/S0040-6090(99)01057-3.
34. Abduev A., Akhmedov A., Asvarov A., Kamilov I., Sulyanov S. Growth Mechanism of ZnO Layers. In: Nickel N. H., Terukov E., eds. *Zinc Oxide – A Material for Micro- and Optoelectronic Applications: Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Zinc Oxide as a Material for Micro- and Optoelectronic Applications (St. Petersburg, Russia, from 23 to 25 June 2004)*. Dordrecht, Springer, 2005, pp. 15–24 (NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 194).
35. Ellmer K., Klein A., Rech B., eds. *Transparent conductive zinc oxide: basics and applications in thin film solar cells*. Berlin, Springer, 2008. 443 p. (Springer Series in Materials Science (SSMATERIALS), vol. 104).
36. Asvarov A., Abduev A., Akhmedov A., Kanevsky V. On the Effect of the Co-Introduction of Al and Ga Impurities on the Electrical Performance of Transparent Conductive ZnO-Based Thin Films. In: *Materials (Basel)*, 2022, vol. 15, iss. 17, pp. 5862. DOI: 10.3390/ma15175862.
37. Cohen D. J., Barnett S. A. Predicted electrical properties of modulation-doped ZnO-based transparent conducting oxides. In: *Journal of Applied Physics*, 2005, vol. 98, iss. 5, pp. 053705. DOI: 10.1063/1.2035898.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Соломатин Алексей Сергеевич – доктор технических наук, профессор кафедры информатики и компьютерного проектирования Российского химико-технологического университета имени Д. И. Менделеева;
e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела организации научных исследований и международных связей управления развития науки, профессор кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения; профессор кафедры нанотехнологий и микросистемной техники Инженерной академии Российского университета дружбы народов;

e-mail: vic_belyaev@mail.ru;

Абдуев Аслан Хаджимуратович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры нанотехнологий и микросистемной техники Инженерной академии Российского университета дружбы народов; старший научный сотрудник учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения;

e-mail: a_abduev@mail.ru;

Зверев Николай Витальевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии Государственного университета просвещения;

e-mail: zverev_nv@mail.ru;

Беляев Андрей Андреевич – инженер учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения;
e-mail: aa.belyaev@mgou.ru;

Царева Елена Владимировна – кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и компьютерного проектирования Российского химико-технологического университета имени Д. И. Менделеева;
e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Кузьмин Михаил Кузьмич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения;
e-mail: m.kuzmin48@yandex.ru;

Жачкин Владимир Арефьевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения;
e-mail: v_zhachkin@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Alexey S. Solomatin – Dr. Sci. (Engineering), Prof., Department of Informatics and Computer Design, Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia;
e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Victor V. Belyaev – Dr. Sci. (Engineering), Prof., Leading Researcher, Department of Organization of Scientific Research and International Relations of the Department of Science Development, Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education; Senior Researcher, Engineering Academy, RUDN University (People's Friendship University of Russia);
e-mail: vic_belyaev@mail.ru;

Aslan Kh. Abduev – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Nanotechnology and Microsystem Engineering, Engineering Academy, RUDN University (People's Friendship University of Russia);
e-mail: a_abduev@mail.ru;

Nikolay V. Zverev – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Higher Algebra, Mathematical Analysis and Geometry, State University of Education;
e-mail: zverev_nv@mail.ru;

Andrey A. Belyaev – Engineer, Educational and Scientific Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, State University of Education;
e-mail: aa.belyaev@mgou.ru;

Elena V. Tsareva – Cand. Sci. (Engineering), Assoc. Prof., Department of Informatics and Computer Design, Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia;
e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Mikhail K. Kuzmin – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education;
e-mail: m.kuzmin48@yandex.ru;

Vladimir A. Zhachkin – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, State University of Education;
e-mail: v_zhachkin@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Моделирование параметров материалов плёнок прозрачных электродов с близкой к нулю диэлектрической проницаемостью / Соломатин А. С., Беляев В. В., Абдуев А. Х., Зверев Н. В., Беляев А. А., Царева Е. В., Кузьмин М. К., Жачкин В. А. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2023. № 1. С. 45–59.

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-45-59.

FOR CITATION

Solomatin A. S., Belyaev V. V., Abduev A. Kh., Zverev N. V., Belyaev A. A., Tsareva E. V., Kuzmin M. M., Zhachkin V. A. Modeling of material parameters of transparent electrode films with near-zero permittivity. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2023, no. 1, pp. 45–59.

DOI: 10.18384/2310-7251-2023-1-45-59.

ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рецензируемый научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г.

Сегодня Московским государственным областным университетом выпускается десять научных журналов по разным отраслям науки. Журналы включены в Перечень ВАК (составленный Высшей аттестационной комиссией при Минобрнауки РФ Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук). Журналы включены в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатные версии журналов зарегистрированы в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия.

Полнотекстовые версии журналов доступны в интернете на сайтах Вестника Московского государственного областного университета (www.physmathmgou.ru; www.vestnik-mgou.ru), а также на платформах Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru) и Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (www.cyberleninka.ru).

ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
2023. № 1

Над номером работали:

Литературный редактор М. С. Тарасова
Переводчик И. А. Улиткин
Корректор М. С. Тарасова
Компьютерная вёрстка Д. А. Заботина

Адрес редакции:
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98
тел.: (495) 780-09-42 (доб. 6101)
e-mail: info@vestnik-mgou.ru
Сайты: www.physmathmgou.ru; www.vestnik-mgou.ru

Формат 70x108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro».
Тираж 500 экз. Усл. п. л. 3,75, уч.-изд. л. 3,25.
Подписано в печать: 31.03.2023. Дата выхода в свет: 27.04.2023. Заказ № 2023/03-14.
Отпечатано в ГУП
105005, г. Москва, ул. Радио, 10А