

ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)



# естник

МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО ЧНИВЕРСИТЕТА

Серия



ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛЁНКИ ПО ПЛАЗМОННЫМ РЕЗОНАНСАМ

К ВОПРОСУ НЕРАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ ПО ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ ОРБИТЕ ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ ЗАРЯЖЕННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ШАРА С УЧЁТОМ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ

АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПЛОТНОСТИ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ



2020/ Nº 2

# ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print)

2020 / № 2

ISSN 2310-7251 (online)

# ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

### Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» по следующим научным специальностям: 01.04.02 — Теоретическая физика (физико-математические науки); 01.04.07 — Физика конденсированного состояния (физико-математические науки) (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России).

### The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation into "the List of leading reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree" on the following scientific specialities: 01.04.02 – Theoretical physics (physical-mathematical sciences); 01.04.07 – Physics of the condensed state (physical-mathematical sciences) (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation).

ISSN 2072-8387 (print)

2020 / № 2

ISSN 2310-7251 (online)

# PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION STATE UNIVERSITY

#### Учредитель журнала

#### «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика»

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Московский государственный областной университет

– Выходит 4 раза в год —

#### Редакционная коллегия

#### Главный редактор серии:

Бугаев А. С. — д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-техничекий институт (Государственный университет)

Заместитель главного редактора:

**Жачкин В. А.** – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет

#### Ответственный секретарь:

Васильчикова Е. Н. – к. ф.-м. н., доц., Московский государственный областной университет

#### Члены редакционной коллегии:

Беляев В. В. – д. т. н., проф., Московский государственный областной университет;

Боголюбов Н. Н. — д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

**Бугримов А. Л.** – д. т. н., проф., Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

Геворкян Э. В. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет;

Гладков С. О. – д. ф.-м. н., проф., Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);

**Емельяненко А. В.** – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

Калашников Е.В. — д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет;

**Осипов М. А.** – д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

**Рыбаков Ю. П.**, – д. ф.-м. н., проф., Российский университет дружбы народов;

**Чаругин В. М.** — д. ф.-м. н., проф., Московский педагогический государственный университет;

**Чигринов В. Г.** – д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

#### ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)

Рецензируемый научный журнал «Вестник московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» публикует статьи по математическим проблемам термодинамики, кинетики и статистической физики; теории конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем; изучению различных состояний вещества и физических явлений в них; статистической физике и кинетической теории равновесных и неравновесных систем; теоретическому и экспериментальному исследованию физических свойств неупорядоченных неорганических систем; изучению экспериментального состояния конденсированных веществ и фазовых переходов в них. Журнал адресован ученым, докторантам, аспирантам и всем, интересующимся достижениями физико-математических наук.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

#### Индекс серии «Физика-математика» по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (https:// cyberleninka.ru), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru).

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (СС-ВҮ).

Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. — 2020. — № 2. — 138 с.

© МГОУ, 2020. © ИИУ МГОУ, 2020.

#### Адрес Отдела по изданию научного журнала «Вестник Московского государственного областного университета»

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98 тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101) e-mail: info@vestnik-mgou.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

# Founder of journal «Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics»

Moscow Region State University

\_\_\_\_ Issued 4 times a year \_\_\_\_\_

#### **Editorial board**

#### Editor-in-chief :

**A. S. Bugaev** – Doctor of Physics and Mathematics, Academican of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

#### Deputy editor-in-chief:

V. A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

#### Executive secretary:

**E. N. Vasilchikova** – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Moscow Region State University

#### Members of Editorial Board:

V. V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

N. N. Bogolyubov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

**A. L. Bugrimov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kosygin State University of Russia;

**E. V. Gevorkyan** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University;

**S. O. Gladkov** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University);

**A. V. Emelyanenko** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

**E. V. Kalashnikov** – Doctor of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;

**M. A. Osipov** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

Yu. P. Rybakov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, RUDN University;

V. M. Charugin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

**V. G. Chigrinov** – Hong Kong University of Science and Technology (China)

#### ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)

The reviewed scientific journal "Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics" publishes articles on mathematical problems of thermodynamics, kinetics and statistical physics; the theory of the condensed state of classical and quantum, macroscopic and microscopic systems; the study of various states of substance and physical phenomena in them; statistical physics and the kinetic theory of equilibrium and non-equilibrium systems; theoretical and experimental research of physical features of disordered inorganic systems; the study of the experimental state of condensed substances and phase transitions in them. The journal is addressed to scientists, doctoral students, PhD students and everyone interested in the achievements of physical and mathematical sciences.

The series «Physics and Mathematics» of the Bulletin of the Moscow Region State University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate  $\Pi$  N  $\Omega$   $\Phi$ C 77 - 73344.

# Index series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary. ru), and from August 2017 on the platform of the Scientific Electronic Library "CyberLeninka" (https://cyberleninka.ru), as well as at the site of the Moscow Region State University (www. vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. – 2020. – № 2. – 138 p.

© MRSU, 2020. © Moscow Region State University Editorial Office, 2020.

#### The Editorial Board address: Moscow Region State University

10A Radio st., office 98, Moscow, Russia Phones: (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (add. 6101) e-mail: info@vestnik-mgou.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

# СОДЕРЖАНИЕ

## ФИЗИКА

<b>Зверев Н. В., Зотов А. А., <u>Юшканов А. А.</u> ХАРАКТЕРИСТИКИ</b> ТОНКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛЁНКИ ПО ПЛАЗМОННЫМ РЕЗОНАНСАМ
<b>Симонов Ю. В., Ушаков И. В.</b> МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР ТИТАНОВОГО СПЛАВА ВТ9 ПОСЛЕ МНОГОКРАТНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ
НАНОСЕКУНДНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ
ОСИ ЗАРЯЖЕННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ШАРА С УЧЁТОМ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ
<b>Боброва И. А., Бугримов А. Л., Лаврентьев В. В., Чукаловская Е. М.</b> АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПЛОТНОСТИ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ
КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА Микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений теоретической физики»
<b>Беляев В. В.</b> МЕЖДУНАРОДНАЯ МУЛЬТИДИСЦИПЛИНАРНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ». МГОУ, 12–13 ДЕКАБРЯ 2019 ГОДА
<b>Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А.</b> ВКЛАД МАССЫ НЕЙТРИНО (АНТИНЕЙТРИНО) В ПОЛЯРИЗАЦИИ И АСИММЕТРИИ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССАХ β-РАСПАДА64

\_

<i>Кирдяшев К. П.</i> ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СВЯЗИ С МЕЖПЛАНЕТНЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ78
<b>Чан Мья Хейн, Зар Ни Аунг, Камалов Т. Ф.</b> СОЛИТОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАНТОВЫХ КЛЮЧЕЙ94
<i>Самсоненко Н. В., Сёмин М. В.</i> РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА ДВУХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЙ РАССЕЯНИЯ С УЧАСТИЕМ ТАХИОНОВ
<i>Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А.</i> ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА СПЕКТР МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ118
Шишов К. А., Чэнь Х. РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА ТУРИСТИЧЕСКОГО ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПУТЕЙ ПО УВЕЛИЧЕНИЮ ЕГО ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ
ПАМЯТИ АЛЕКСАНДРА АЛЕКСЕЕВИЧА ЮШКАНОВА137

\_

\_

# CONTENTS

## PHYSICS

N. Zverev, A. Zotov, A. Yushkanov. CHARACTERISTICS OF A THIN
CONDUCTIVE FILM BY THE PLASMON RESONANCES
Yu. Simonov. I. Ushakov. MECHANICAL PROPERTIES OF SURFACE
STRUCTURES OF TITANIUM ALLOY VT9 AFTER REPEATED LOCAL
PROCESSING WITH NANOSECOND LASER PULSES
<b>S. Gladkov.</b> TO THE QUESTION OF UNEVEN ON THE PLANE CIRCLE
ORBIT ROTATING AROUND VERTICAL AXIS OF CHARGING METAL
BALL WITH ACCOUNT OF THE DISSIPATIVE FORCES
I. Bobrova, A. Bugrimov, V. Lavrent'ev, E. Chukalovskaya. ANALYSIS
OF THE THERMODYNAMIC CRITERIA LONG-TERM STRENGTH
OF MATERIALS
CONFERENCE "ADVANCED ELEMENT BASE OF MICRO- AND NANOELECTRONICS USING TO-DATE ACHIEVEMENTS OF THEORETICAL PHYSICS"
<i>V. Belyaev.</i> CONFERENCE "ADVANCED ELEMENT BASE OF MICRO- AND NANOELECTRONICS USING TO-DATE ACHIEVEMENTS

<i>Chan Myae Hein, Zar Ni Aung, T. Kamalov.</i> SOLITON SIMULATION OF QUANTUM KEY DISTRIBUTION94
<i>N. Samsonenko, M. Semin.</i> RELATIVISTIC KINEMATICS OF TWO-PARTICLE SCATTERING REACTIONS WITH PARTICIPATION OF TACHIONS
<i>N. Samsonenko, F. Ndahayo, M. Alibin.</i> INFLUENCE OF THE MAGNETIC INTERACTIONS ON THE MASS SPECTRUM OF ELEMENTARY PARTICLES
<i>K. Shishov, H. Chen.</i> DEVELOPMENT OF AN EXPERIMENTAL MODEL OF A TOURIST THERMOELECTRIC GENERATOR AND RESEARCHING WAYS TO INCREASE ITS EFFICIENCY
IN MEMORY OF ALEXANDER YUSHKANOV

\_

\_\_\_\_

# ФИЗИКА

УДК 533.951, 535.393, 538.958 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-8-18

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛЁНКИ ПО ПЛАЗМОННЫМ РЕЗОНАНСАМ

## Зверев Н. В., Зотов А. А., Юшканов А. А.

Московский государственный областной университет 141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

#### Аннотация.

**Цель** работы – описание и исследование метода определения характеристик тонких плоских проводящих плёнок на основе использования частот плазмонных резонансов.

**Процедура и методы исследования.** Зависимости коэффициентов отражения и прохождения излучения от частоты для тонкой проводящей плёнки изучаются и анализируются с помощью теоретических соотношений, учитывающих диэлектрические проницаемости плазмы электронов проводимости.

**Результаты исследования.** Предложен и описан метод измерения характеристик тонких проводящих плёнок по плазмонным резонансам. Выполнено исследование особенностей плазмонных резонансов. Показана связь частот плазмонных резонансов и характеристик тонкой проводящей плёнки, таких как её толщина и температура, позволяющая измерять характеристики плёнки по этим резонансным частотам. Получены условия для толщины плёнки, измеряемой рассматриваемым методом. Приведена оценка для разности частот плазмонных резонансов.

**Теоретическая и практическая значимость.** Предложенный метод измерения характеристик тонких проводящих плёнок целесообразно использовать в микроэлектронике для контроля параметров интегральных схем, в оптике для определения толщин тонких слоёв оптических структур, а также в промышленности для контроля тонкоплёночных покрытий.

*Ключевые слова:* оптические коэффициенты, наноплёнка, электронная плазма, плазмонный резонанс

<sup>©</sup> СС ВУ Зверев Н. В., Зотов А. А., Юшканов А. А., 2020.

ISSN 2072-8387

# CHARACTERISTICS OF A THIN CONDUCTIVE FILM BY PLASMON RESONANCES

## N. Zverev, A. Zotov, A. Yushkanov

Moscow Region State University

ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

#### Abstract.

*Purpose.* The paper describes and studies a method for determining the characteristics of thin flat conducting films based on the use of plasmon resonances.

**Methodology and Approach.** The dependences of the reflection and transmission coefficients of radiation on the frequency for a thin conducting film are studied and analyzed by using theoretical relations taking into account the dielectric permittivity of the conduction electron plasma.

**Results.** A method for measuring the characteristics of thin conducting films by plasmon resonances is proposed and described. The features of plasma resonances are investigated. The relationship between the frequencies of plasmon resonances and the characteristics of a thin conducting film, such as its thickness and temperature, is shown, which makes it possible to measure the characteristics of the film using these resonant frequencies. Conditions for the film thickness measured by this method are obtained. An estimate is given for the frequency difference of plasmon resonances.

**Theoretical and practical implications.** The proposed method for measuring the characteristics of thin conducting films can be used in microelectronics to control the parameters of integrated circuits, in optics to determine the thickness of thin layers of optical structures, and in industry to control thin film coatings.

Keywords: optical coefficients, nanofilm, electron plasma, plasmon resonance

#### Введение

В настоящее время в связи с бурным развитием таких тонких технологий, как нанотехнологии или атомные технологии, большое значение приобретает задача достаточно точного измерения толщин тонких объектов, имеющих размеры от 1 нанометра (нм) до 1 микрометра (мкм). Существующие оптические методы измерения размеров тонких объектов дают лишь усреднённые значения длин или толщин этих объектов с точностью не выше 10% (см. также [1–3]). Поэтому требуется более точный метод измерения размеров тонких тел. Повышенная точность определения малых размеров необходима при создании таких устройств, как интегральные схемы, слоистые структуры и т. д.

Таким методом измерения характеристик малоразмерных объектов является метод плазмонных резонансов [4–6] (см. также [7] с методом поверхностных плазмонов). Этот метод применим к проводящим объектам, таким как металлы, полуметаллы и полупроводники, и основан на возникновении резонансов в плазме электронов проводимости, заключённой в узком пространстве, при её взаимодействии с электромагнитным излучением.

Кроме этого, с помощью данного метода можно измерять не только размеры, но и другие характеристики малоразмерных объектов, например, температуру

или параметры вещества, из которого данный объект создан. И, наконец, этот метод пригоден для дистанционного измерения характеристик тонких объектов.

Целью настоящей работы является описание и исследование метода определения характеристик тонких плоских проводящих плёнок, используя данные частот плазмонных резонансов. При этом изучаются зависимости оптических коэффициентов отражения и прохождения излучения, для тонкой проводящей плёнки, и проводится исследование теоретических зависимостей этих коэффициентов от частоты, учитывающих диэлектрические проницаемости плазмы электронов проводимости.

#### Схема установки и оптические коэффициенты

Схема установки показана на рис. 1 [6]. Предполагаем, что плоская проводящая плёнка (conductive film) толщиной d имеет неограниченные размеры по плоскостным измерениям и расположена между двумя прозрачными средами с постоянными положительными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Также предполагаем, что данная плёнка сделана из однородного изотропного проводника.



*Puc.* 1. Схема установки. *Fig.* 1. Installation diagram.

Источник: [6].

Пусть источник монохроматического электромагнитного излучения (radiation source) находится в среде с  $\varepsilon_1$ , и электромагнитная Е-волна (плоскость колебаний вектора Е волны лежит в плоскости падения) от данного источника падает на плёнку под углом падения  $\theta$  (рис. 1). Затем данная волна либо отражается от плёнки, либо проходит через неё, либо поглощается в плёнке. После отражения

\_10

от плёнки или прохождения через плёнку излучение попадает в два датчика (detector), плоскость каждого из которых расположена перпендикулярно направлению распространения излучения («лобовое» измерение).

Тогда оптические коэффициенты отражения *R* и прохождения *T<sub>r</sub>* излучения определяются из эксперимента по формулам:

$$R = \frac{J_R}{J_I}, \quad T_r = \operatorname{Re}\left(\frac{\cos\theta'}{\cos\theta}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\right) \frac{J_T}{J_I},\tag{1}$$

где  $J_I$ ,  $J_R$  и  $J_T$  – интенсивности падающего, отражённого и проходящего излучений при «лобовом» измерении,  $\theta'$  – угол преломления излучения в среду с  $\varepsilon_2$  (рис. 1).

Теоретические значения данных коэффициентов *R* и *T<sub>r</sub>* определяются по формулам [8; 9]:

$$R = \left| \frac{U^{(1)} + U^{(2)}}{V^{(1)} + V^{(2)}} \right|^2, \quad T_r = \operatorname{Re}\left( \frac{\cos\theta'}{\cos\theta} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \right) \left| \frac{U^{(1)}V^{(2)} - U^{(2)}V^{(1)}}{V^{(1)} + V^{(2)}} \right|^2, \tag{2}$$

где величины  $U^{(j)}$  и  $V^{(j)}$  (j = 1, 2) имеют вид:

$$U^{(j)} = \frac{\cos\theta - Z^{(j)}\sqrt{\varepsilon_1}}{\cos\theta' + Z^{(j)}\sqrt{\varepsilon_2}}, \quad V^{(j)} = \frac{\cos\theta + Z^{(j)}\sqrt{\varepsilon_1}}{\cos\theta' + Z^{(j)}\sqrt{\varepsilon_2}}.$$
(3)

В формулах (3) Z<sup>(j)</sup> – поверхностный импеданс Е-волны проводящей плёнки, равный в предположении зеркального отражения электронов проводимости от поверхности плёнки [10; 11]:

$$Z^{(j)} = \frac{2ic\omega}{d} \sum_{n} \frac{1}{k_n^2} \left( \frac{k_x^2}{\omega^2 \varepsilon_l(\omega, k_n)} + \frac{(\pi n/d)^2}{\omega^2 \varepsilon_{tr}(\omega, k_n) - (ck_n)^2} \right).$$
(4)

Здесь  $\omega$  – частота излучения, c – скорость света в вакууме, величины  $k_n$  и  $k_x$  равны:

$$k_n = \sqrt{\left(\frac{\pi n}{d}\right)^2 + k_x^2}, \quad k_x = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta,$$
 (5)

а суммирование выполняется по всем нечётным  $n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$  при j = 1 и по всем чётным  $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$  при j = 2.

В формуле (4)  $\varepsilon_l(\omega, k)$  и  $\varepsilon_{tr}(\omega, k)$  – продольная и поперечная диэлектрические проницаемости однородной изотропной плазмы электронов проводимости. Эти проницаемости известны из работ [12; 13] для квантовой электронной плазмы при учёте квантовых волновых свойств электронов. Данные проницаемости определяются безразмерными величинами  $\frac{\omega}{\omega_p}$  и  $\frac{\upsilon k}{\omega_p}$ , где  $\omega_p$  – плазменная

частота электронной плазмы, и либо  $\upsilon = \upsilon_F$  – скорость Ферми электронов проводимости в случае вещества металла плёнки (вырожденная электронная плазма), ISSN 2072-8387

либо  $\upsilon = \upsilon_T = \sqrt{\frac{2k_BT}{m_e}}$  – тепловая скорость электронов проводимости в случае

вещества полуметалла или полупроводника (невырожденная электронная плазма). Здесь T – абсолютная температура электронов проводимости,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $m_e$  – эффективная масса электронов проводимости. Эти проницаемости зависят также от частоты V столкновений электронов в плазме и от массы  $m_e$ .

#### Особенности плазмонных резонансов и результаты исследования

Плазмонные резонансы в тонкой проводящей плёнке возникают вследствие взаимодействия электромагнитных Е-волн с колебаниями плазмы электронов проводимости, находящейся внутри узкого плоского слоя [4; 5; 7–10]. Частоты плазмонных резонансов  $\omega_{res}$  определяются из условия  $\text{Ree}_l(\omega_{res}, k_n) = 0$  в формуле (4) [10]. При этом  $\omega_{res} > \omega_p$  и  $\omega_{res} \sim \omega_p$ . Из формул (2)–(5) следует, что критическое поведение оптических коэффициентов *R* и *T<sub>r</sub>* при резонансных частотах  $\omega_{res}$  возможно только при отличном от нуля угле падения  $\theta$ .

Как следует из структуры диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_l(\omega, k)$ , частоты  $\omega_{res}$  в основном зависят от толщины d плёнки, а также от величин  $\omega_p$  и либо от  $\upsilon_F$  в случае вещества металла, либо от  $\upsilon_T$  в случае вещества полуметалла или полупроводника плёнки (см. [4]). Они очень слабо зависят или почти не зависят от остальных параметров веществ плёнки и окружающих сред, а также от угла падения, если выполняется условие:

$$d \ll \frac{c}{\omega_p}.$$
 (6)

Необходимость данного условия вытекает из оценки вклада  $k_x$  в  $k_n$  согласно (5). С физической точки зрения, величина  $c/\omega_p$  есть толщина скин-слоя, являющаяся глубиной проникновения электромагнитного излучения в проводник. И естественно понять, что плазмонные резонансы можно наблюдать в слое толщиной *d* гораздо меньшей, чем толщина скин-слоя.

Нижняя оценка для толщины *d* проводящей плёнки, понимаемая в рамках классической физики, следует из того, что эта толщина должна быть много больше характерной длины волны де Бройля электронов проводимости, т. е. должно быть выполнено условие

$$d \gg \frac{\hbar}{m_e \upsilon},\tag{7}$$

где  $\hbar$  – приведённая постоянная Планка, и либо  $\upsilon = \upsilon_F$  для металлической, либо  $\upsilon = \upsilon_T$  для полуметаллической или полупроводниковой плёнок.

Далее, в [4; 10] показано, что расстояние между соседними резонансными частотами имеет порядок:

$$\Delta \omega_{res} \sim \frac{\pi \upsilon}{d},\tag{8}$$

2020 / № 2

где либо  $\upsilon = \upsilon_F$  для металлической, либо  $\upsilon = \upsilon_T$  для полуметаллической или полупроводниковой плёнок. Данная оценка качественно следует из структуры проницаемости  $\varepsilon_l(\omega, k)$  и формул (4) и (5). С одной стороны, формула (8) позволяет достаточно быстро оценить толщину плёнки по известным резонансным частотам  $\omega_{res}$  и скорости  $\upsilon$  электронов проводимости. С другой стороны, по известным величинам  $\omega_{res}$  и *d* по формуле (8) можно определить параметр  $\upsilon$ и, следовательно, найти либо скорость Ферми  $\upsilon_F$ , либо по тепловой скорости  $\upsilon_T$ определить температуру *T* электронов проводимости.

Чтобы определить из эксперимента частоты плазмонных резонансов  $\omega_{res}$ , находят коэффициенты отражения R и прохождения  $T_r$  излучения в проводящей плёнке по измеренным интенсивностям  $J_I$ ,  $J_R$  и  $J_T$  излучений и формуле (1) для частот  $\omega$  в области, в которой находятся частоты  $\omega_{res}$ . Эти резонансные частоты соответствуют критическому поведению коэффициентов R и  $T_r$ . Далее, по набору частот  $\omega_{res}$  и формул (2)–(5) для R и  $T_r$  находят толщину d проводящей плёнки, а также её другие характеристики, такие как температура T в случае вещества полуметалла или полупроводника, а также характеристики материала плёнки из величин  $\omega_p$ , V,  $\upsilon_F$  и  $m_e$ .

Для точного нахождения этих величин должны выполняться условия (6) и (7), а для быстрой оценки величин можно использовать формулу (8). Условия (6) и (7) с учётом обычных значений  $\omega_p$ ,  $\upsilon_F$  и *T* для металлов, полуметаллов и полупроводников показывают, что толщины *d* тонких проводящих плёнок должны лежать в области от 1 нм до 1 мкм. И тогда частоты плазмонных резонансов плёнки  $\omega_{res}$  находятся в диапазонах от терагерцового до инфракрасного для вещества полуметалла или полупроводника и от видимого до ультрафиолетового для металла.





На рис. 2 и 3 даны теоретические зависимости коэффициентов R и  $T_r$  от частоты излучения  $\omega$ . На рис. 2 показана зависимость коэффициента отражения R от  $\omega$  для плёнок из металла калия двух различных толщин d [8]. А на рис. 3 изображены зависимости коэффициента прохождения  $T_r$  от  $\omega$  для плёнки из полуметалла графита одной толщины при трёх различных температурах [9]. При этом всюду угол падения  $\theta = 60^\circ$ , а диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_1 = 1$  и  $\varepsilon_2 = 2$ .

2020 / № 2

Толщины *d* этих плёнок удовлетворяют условиям (6) и (7), поскольку для калия  $\omega_p = 6.61 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  и  $\upsilon_F = 8.5 \cdot 10^5 \text{ м/c}$ , а для графита в изотропном приближении  $\omega_p = 2.54 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ , и эффективная масса электронов проводимости примерно равна массе свободного электрона.

Эти зависимости показывают критическое поведение оптических коэффициентов R и  $T_r$  при резонансных частотах  $\omega_{res} > \omega_p$ . При этом выполняются соотношения (8), а также зависимость резонансных частот от температуры T в случае полуметалла или полупроводника. Значения же резонансных частот можно определить с достаточно малой погрешностью, и относительная погрешность определения толщины плёнки d оказывается не хуже 1% (см. [4]).



*Рис. 3.* Зависимость коэффициента  $T_r$  от частоты  $\omega$  для плёнки из графита толщиной d = 20 нм при различных температурах T,  $\omega_p = 2,54 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ : 1 - T = 265 K, 2 - T = 294 K, 3 - T = 323 K.*Fig. 3.* The dependence of the coefficient  $T_r$  on the frequency  $\omega$  for a graphite film of

thickness d = 20 nm at various temperatures T,  $\omega_p = 2.54 \cdot 10^{14} \text{ c}^{-1}$ :

1 - T = 265K, 2 - T = 294 K, 3 - T = 323 K.

Источник: [9].

#### Заключение

В данной работе предложен и описан метод измерения характеристик тонких проводящих плёнок по плазмонным резонансам. В результате теоретического анализа зависимостей оптических коэффициентов отражения и прохождения излучения от частоты для тонкой проводящей плёнки, содержащих диэлектрические проницаемости плазмы электронов проводимости, показана связь частот

2020 / № 2

плазмонных резонансов и характеристик тонкой проводящей плёнки, таких как её толщина и температура. При этом выполнено исследование особенностей плазмонных резонансов, на основании которого получены условия для толщины плёнки, измеряемой рассматриваемым методом, а также приведена оценка для разности частот плазмонных резонансов.

Предложенный метод измерения характеристик тонких проводящих плёнок целесообразно использовать в микроэлектронике для контроля параметров интегральных схем, в оптике для определения толщин тонких слоёв оптических структур, а также в промышленности для контроля тонкоплёночных покрытий.

Статья поступила в редакцию 10.06.2020 г.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность профессору Беляеву В. В. (заведующему кафедрой теоретической физики МГОУ) за полезные замечания и активную поддержку. Работа поддержана грантом РФФИ № 19-07-00537\_А.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to Professor V. V. Belyaev (Head of the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University) for useful comments and active support. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 19-07-00537\_A).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лазерный рефлектометрический метод измерения толщины и оптических характеристик тонких плёнок в процессе их роста / Белов М. Л., Белов А. М., Городничев В. А., Козинцев В. И., Федотов Ю. В. // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2011. № 2 (83). С. 16–24.
- 2. Автоматизированный быстродействующий лазерный интерферометр для контроля толщины прозрачных плёнок / Гончар И. В., Иванов А. С., Манухов В. В., Федорцов А. Б. // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 5. С. 72–78.
- 3. Кондрашин В. И. Определение толщины тонких оптически прозрачных плёнок SnO<sub>2</sub> конвертным методом // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2016. № 2 (38). С. 93–101.
- 4. Латышев А. В., Юшканов А. А. Определение толщины наноплёнки с помощью резонансных частот // Квантовая электроника. 2015. Т. 45. № 3. С. 270–274.
- 5. Гордеева Н. М., Юшканов А. А. Невырожденная электронная плазма в слое во внешнем электрическом поле с зеркальным условием на границе // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56. № 5. С. 687–695.
- 6. Зотов А. А., Зверев Н. В., Юшканов А. А. Метод определения характеристик тонкой проводящей плёнки по плазмонным резонансам и прибор на его основе // Молодёжные научно-инновационные проекты Московской области: тезисы Четырнадцатой научно-практической конференции (4–5 декабря, 2019, г. о. Черноголовка Подольск, п. Дубровицы). Дубровицы: ВИЖ им. Л. К. Эрнста, 2019. С. 32–36.

- 7. Поверхностный плазмонный резонанс как средство контроля в системах управления ростом металлических и диэлектрических плёнок / Валянский С. И., Виноградов С. В., Кононов М. А., Кононов В. М., Савранский В. В., Тишков В. В. // Прикладная физика. 2017. № 6. С. 103–108.
- 8. Yushkanov A. A., Zverev N. V. Quantum electron plasma, visible and ultraviolet P-wave and thin metallic film // Physics Letters A. 2017. Vol. 381. Iss. 6. P. 679–684.
- 9. Зверев Н. В., Юшканов А. А. Квантовая электронная плазма и взаимодействие Р-волн с тонким слоем графита // Физическая электроника: Материалы Х Всероссийской конференции ФЭ-2018 (24–27 октября 2018 г.). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2018. С. 149–153.
- Jones W. E., Kliewer K. L., Fuchs R. Nonlocal Theory of the Optical Properties of Thin Metallic Films // Physical Review. 1969. Vol. 178. Iss. 3. P. 1201–1203.
- Kliewer K. L., Fuchs R. Optical Properties of an Electron Gas: Further Studies of a Nonlocal Description // Physical Review. 1969. Vol. 185. Iss. 3. P. 905–913.
- 12. Латышев А. В., Юшканов А. А. Поперечная электрическая проводимость квантовой столкновительной плазмы в подходе Мермина // Теоретическая и математическая физика. 2013. Т. 175. № 1. С. 132–143.
- 13. Латышев А. В., Юшканов А. А. Продольная электрическая проводимость в квантовой плазме с переменной частотой столкновений в рамках подхода Мермина // Теоретическая и математическая физика. 2014. Т. 178. № 1. С. 147–160.

#### REFERENCES

- Belov M. L., Belov A. M., Gorodnichev V. A., Kozintsev V. I., Fedotov Yu. V. [Laser Reflectometric Method of Measuring the Thickness and Optical Characteristics of Thin Films in the Process of Their Growth]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Seriya: Priborostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering], 2011, no. 2 (83), pp. 16–24.
- 2. Gonchar I. V., Ivanov A. S., Manukhov V. V., Fedortsov A. B. [Computer-added highperformance laser interferometer for transparent films thickness measurement]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering], 2012, vol. 55, no. 5, pp. 72–78.
- 3. Kondrashin V. I. [Determination of SnO2 thin optically transparent films' thickness by the envelope method]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Povolzhskii region. Tekhnicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Technical sciences], 2016, no. 2 (38), pp. 93–101.
- 4. 4. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [ Nanofilm thickness measurement by resonant frequencies]. In: *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 2015, vol. 45, no. 3, pp. 270–274.
- Gordeeva N. M., Yushkanov A. A. [Nondegenerate Electron Plasma in a Layer in an External Electric Field with a Mirror Boundary Condition]. In: *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature], 2018, vol. 56, no. 5, pp. 687–695.
- Zotov A. A., Zverev N. V., Yushkanov A. A. [A method for determining the characteristics of a thin conductive film by plasmon resonances and a device based on it]. In: *Molodezhnye nauchno-innovatsionnye proekty Moskovskoi oblasti: tezisy Chetyrnadtsatoi nauchno-prakticheskoi konferentsii (4–5 dekabrya, 2019, g. o. Chernogolovka Podolsk, p. Dubrovitsy)* [Youth scientific and innovative projects of the Moscow region: theses of the Fourteenth Scientific and Practical Conference (December 4–5, 2019, Chernogolovka Podolsk, Dubrovitsy). Dubrovitsy, L. K. Ernst Federal Science Center for Animal Husbandry Publ., 2019, pp. 32–36.

#### ISSN 2072-8387

- Valyanskii S. I., Vinogradov S. V., Kononov M. A., Kononov V. M., Savranskii V. V., Tishkov V. V. [Surface plasmon resonance in control systems of metal and dielectric films growth]. In: *Prikladnaya fizika* [Plasma Physics Reports], 2017, no. 6, pp. 103–108.
- 8. Yushkanov A. A., Zverev N. V. Quantum electron plasma, visible and ultraviolet P-wave and thin metallic film. In: *Physics Letters A*, 2017, vol. 381, iss. 6, pp. 679–684.
- Zverev N. V., Yushkanov A. A. [Quantum electron plasma and the interaction of P-waves with a thin layer of graphite]. In: *Fizicheskaya elektronika: Materialy X Vserossiiskoi konferentsii FE-2018 (24–27 oktyabrya 2018 g.)* [Physical Electronics: Materials of the X All-Russian Conference FE-2018 (October 24–27, 2018).]. Makhachkala, Dagestan State University Publ., 2018, pp. 149–153.
- Jones W. E., Kliewer K. L., Fuchs R. Nonlocal Theory of the Optical Properties of Thin Metallic Films. In: *Physical Review*, 1969, vol. 178, iss. 3, pp. 1201–1203.
- 11. Kliewer K. L., Fuchs R. Optical Properties of an Electron Gas: Further Studies of a Nonlocal Description. In: *Physical Review*, 1969, vol. 185, iss. 3, pp. 905–913.
- 12. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [Transverse electrical conductivity of a quantum collisional plasma in the Mermin approach]. In: *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika* [Theoretical and Mathematical Physics], 2013, vol. 175, no. 1, pp. 132–143.
- 13. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [Longitudinal electric conductivity in a quantum plasma with a variable collision frequency in the framework of the Mermin approach]. In: *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika* [Theoretical and Mathematical Physics], 2014, vol. 178, no. 1, pp. 147–160.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Зверев Николай Витальевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета; e-mail: zverev\_nv@mail.ru;

Зотов Александр Александрович – студент физико-математического факультета Московского государственного областного университета; e-mail: aleksandr.zotov.99@mail.ru;

*Юшканов Александр Алексеевич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: yushkanov@inbox.ru

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Nikolai V. Zverev* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University; e-mail: zverev\_nv@mail.ru;

*Aleksandr A. Zotov* – student of the Physical-Mathematical Department, Moscow Region State University;

e-mail: aleksandr.zotov.99@mail.ru;

Aleksandr A. Yushkanov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow State Regional University; e-mail: yushkanov@inbox.ru

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Зверев Н. В., Зотов А. А., Юшканов А. А. Характеристики тонкой проводящей плёнки по плазмонным резонансам // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. №2. С. 8–18. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-8-18

#### FOR CITATION

Zverev N. V., Zotov A. A., Yushkanov A. A. Characteristics of a thin conductive film by the plasmon resonances. In: In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 8–18. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-8-18 УДК 539.4:539.5:539.8 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-19-35

# МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНЫХ СТРУКТУР ТИТАНОВОГО СПЛАВА ВТ9 ПОСЛЕ МНОГОКРАТНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ НАНОСЕКУНДНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ

## Симонов Ю. В., Ушаков И. В.

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» 119049, г. Москва, Ленинский проспект, д. 4, Российская Федерация

### Аннотация.

**Целью** работы является исследование закономерности одновременного повышения микротвёрдости и пластических свойств поверхности титанового сплава ВТ9, а также определение твёрдости и модуля Юнга тонких поверхностных слоёв.

**Процедура и методы исследования.** Методы обработки основаны на применении короткоимпульсного наносекундного лазерного излучения, инициирующего комплекс физико-химических процессов. По результатам метода непрерывного индентирования с максимальной нагрузкой 0,05 H проанализированы механические свойства поверхностных структур титанового сплава BT9, сформированных при различных режимах лазерной обработки.

**Результаты исследования.** На основе диаграмм «нагрузка-проникновение» проведены расчёты следующих величин: контактной глубины внедрения, жёсткости контактной пары «индентор-материал», площади проекции невосстановленного отпечатка, эффективного модуля Юнга. По методу Оливера-Фарра оценены нано- и микротвёрдость, а также модуль продольной упругости поверхностных слоёв титанового сплава.

Установлено, что в результате обработки микротвёрдость поверхности увеличивается в 2,5–4,5 раза, а модуль Юнга в 1,1–1,5 раза. Отличительной особенностью предложенного метода обработки является хорошая адгезия поверхностного слоя с основным материалом, что снижает вероятность формирования высоких механических напряжений и трещин.

**Теоретическая и практическая значимость.** Предложенный метод лазерной обработки позволяет формировать упрочнённые поверхностные слои в обычной атмосфере, что способствует существенному упрощению технологического процесса и снижению его себестоимости.

*Ключевые слова:* титановый сплав, поверхностная структура, нанотвёрдость, микротвёрдость, модуль Юнга, методика Оливера-Фарра

<sup>©</sup> СС ВҮ Симонов Ю. В., Ушаков И. В., 2020.

# MECHANICAL PROPERTIES OF SURFACE STRUCTURES OF TITANIUM ALLOY VT9 AFTER REPEATED LOCAL PROCESSING WITH NANOSECOND LASER PULSES

#### Yu. Simonov, I. Ushakov

National University of Science and Technology 'MISiS' Leninsky prosp. 4, 119049 Moscow, Russian Federation

#### Abstract.

**Purpose.** The regularities of a simultaneous increase in microhardness and plastic properties of the surface of titanium alloy VT9 are investigated. The hardness and Young's modulus of thin surface layers are determined.

**Methodology and Approach.** The methods employed are based on the use of nanosecond laser pulses initiating a complex of physical and chemical processes. The method of continuous indentation with a maximum load of 0,05 N is used. The mechanical properties of surface structures of titanium alloy VT9 after laser treatment are analyzed. Using the load-penetration diagrams, the following values were calculated: the contact depth of penetration, the stiffness of the contact 'indenter-material' pair, the projection area of the unreconstructed print, and the effective Young's modulus. On the basis of the Oliver-Pharr method, the nano- and microhardness, as well as the modulus of longitudinal elasticity of the surface layers of a titanium alloy are estimated

**Results.** It is found that as a result of processing, the microhardness of the surface increases by 2,5–4,5 times, and the Young's modulus by 1,1–1,5 times. A distinctive feature of the proposed treatment method is good adhesion of the surface layer with the bulk material, which reduces the probability of high mechanical stresses and cracking.

**Theoretical and Practical implications.** The proposed method of laser processing makes it possible to form hardened surface layers in a normal atmosphere, which contributes to a significant simplification of the technological process and reduces its cost.

*Keywords: titanium* alloy, surface structure, nanohardness, microhardness, Young's modulus, Oliver–Farr technique

#### Введение

Качество большинства современных покрытий, плёнок и поверхностей во многом определяется их механическими свойствами [1–3]. Эти свойства могут заметно отличаться на разных глубинах. Одним из способов их контроля служит непрерывное индентирование исследуемых нано- и микрослоёв [4–6].

Условия работы многих авиационных деталей, в том числе изготовленных из титановых сплавов, являются очень жёсткими. Детали и механизмы испытывают многократные перепады температур, подвергаются интенсивному механическому износу. Это, с одной стороны, вызывает потребность в подборе определённого набора механических свойств, а с другой стороны – определяет необходимость контроля и корректного определения последних [7].

Известно, что обработка концентрированными потоками электромагнитной энергии представляет собой очень мощный инструмент преобразования меха-

нических свойств поверхностей титановых деталей газотурбинных двигателей [8–11]. При этом нужно учитывать, что многообразие методик лазерной обработки и их комбинирование не позволяют однозначно прогнозировать получаемый результат. Как правило, это определяется самими исследуемыми материалами, особенностями их структурного строения, физическими свойствами рабочей среды и пр.

Цель данной работы состоит в установлении физических параметров лазерноплазменной обработки, обеспечивающих оптимизацию механических свойств нано- и микрослоёв поверхности титанового сплава ВТ9, а также в нахождении твёрдости и модуля Юнга тонких наноструктур, образующихся в результате подобной обработки на поверхности сплава.

#### Методика эксперимента

В качестве материала для исследований были выбраны образцы сплава на основе титана марки ВТ9 (Ti<sub>88,3</sub>Al<sub>6,4</sub>Mo<sub>3,3</sub>Zr<sub>1,5</sub>Si<sub>0,3</sub>Fe<sub>0,2</sub>).

Для анализа заявленных характеристик поверхностей образцов осуществляли их непрерывное индентирование. В течение 65 секунд осуществляли полный цикл «нагружение-выдержка-разгружение». Продолжительность фазы роста нагрузки, равно как и её снижения, составляла 30 секунд. Максимальная нагрузка при выдержке пятисекундной длительности составляла 0,05–0,055 Н. При этом применяли стандартную пирамидку Берковича и автоматизированный нанотвердомер марки NHT-2 производства CSM Instruments (Швейцария). В случаях соскальзывания индентора с исследуемого участка поверхности, а также ряда иных нежелательных факторов, эксперимент повторяли на новом участке. На рис. 1 приведено графическое отображение результатов применения стандартного типового режима нагружения и разгружения применительно к исследуемым образцам.

Различные участки поверхности указанного сплава независимо друг от друга обрабатывали излучением наносекундного импульсного лазера LS-2134-E4 (ELS-03) и длиннофокусного лазера с диодной накачкой Nd<sup>3+</sup>: YAG.

Было разработано и испытано более двух десятков разнообразных режимов лазерной обработки. Из них далее подробно рассмотрено два режима. Первый из них (№ 1) является оптимальным режимом обработки. Он обеспечивает двух-четырёхкратное улучшение комплекса механических свойств тонкого поверхностного слоя (ELS–03). Второй (№ 2) можно охарактеризовать как наиболее стабильный для лазера с диодной накачкой Nd<sup>3+</sup>: YAG.

#### Экспериментальные результаты и обсуждение

Первый режим облучения основан на использовании лазерной установки ELS-03. Максимальная выходная энергия лазерного импульса 5 мДж. Длина волны излучения 532 нм. Частота 1-100 Гц. Размеры обрабатываемой поверхности: 5 × 5 мм. Прямоугольный участок поверхности обрабатывали с использованием 6 последовательных проходов. Шаг между центрами точек оплавлений 10 мкм. На рис. 2 представлены микрофотографии поверхностного слоя титанового

сплава, обработанного на лазерной установке ELS-03. Более детально подобная методика облучения поверхности описана в работе [8].



Рис. 1. Трапециевидные зависимости нормальной нагрузки на образцы от времени индентирования: 1 – поверхность, облучённая с помощью лазера ELS-03 (максимальная нагрузка 0,05 H); 2 – поверхность, обработанная диодным лазером Nd<sup>3+</sup>: YAG (максимальная нагрузка 0,05 H); 3 – исходная поверхность сплава (максимальная нагрузка 0,055 H).

*Fig.* 1. Trapezoidal dependence of the normal load on the samples from the indentation time: 1 – surface irradiated with an ELS-03 laser (maximum load 0,05 H); 2 – surface treated with an Nd<sup>3+</sup> diode laser: YAG (maximum load 0,05 H); 3 – the initial surface of the alloy (maximum load 0,055 N).

Источник: данные авторов.

На рис. 3 приведена микроструктура поверхности титанового сплава, обработанного излучением лазерной установки на основе стекла, активированного ионами неодима Nd<sup>3+</sup>: YAG. Максимальная выходная энергия установки 10 мДж. Длина волны 532 нм. Частота следования импульсов 200 Гц. Энергия импульса 4 мДж. Последовательность обработки идентична предыдущему режиму, но в данном случае применяли 4 прохода. Шаг между центрами соседних облучённых участков составлял 20 мкм. Размеры формируемой площадки: 7 × 7 мм.

В результате лазерной обработки на поверхности сплава формируются чётко выраженные структуры, которые отсутствовали на исходных образцах материала (рис. 4).

2020 / № 2



*Рис. 2.* Микрофотографии поверхности титанового сплава ВТ9 после обработки по первому режиму с использованием установки ELS-03. На снимке с бо́льшим увеличением (справа) отчётливо заметны локальные мозаичные участки, которые преимущественно ориентированы вдоль направления движения области лазерного облучения.

*Fig. 2.* Microphotographs of the surface of the VT9 titanium alloy after processing in the first mode using the ELS-03 installation. In the image with a larger magnification (on the right), local mosaic sections are clearly visible, which are mainly oriented along the direction of motion of the laser irradiation region.

Источник: данные авторов (НИТУ «МИСиС», кафедра физики).



*Рис. 3.* Микрофотографии поверхностного слоя титанового сплава ВТ9, полученные в результате использования второго режима лазерной обработки длиннофокусным лазером Nd<sup>3+</sup>: YAG. Слева отмечается достаточно неоднородная ячеистая структура, справа заметен сложный рельеф поверхности.

*Fig. 3.* Microphotographs of the surface layer of VT9 titanium alloy obtained as a result of using the second laser treatment regime with a long-focus Nd<sup>3+</sup>: YAG laser. On the left, a rather heterogeneous cellular structure is noted, on the right, a complex surface topography is visible.

Источник: данные авторов (НИТУ «МИСиС», кафедра физики).



*Рис. 4.* Микрофотографии необработанной поверхности титанового сплава ВТ9 с различным увеличением.

*Fig. 4.* Micrographs of the untreated surface of VT9 titanium alloy with various magnifications.

Источник: данные авторов (НИТУ «МИСиС», кафедра физики).

Первый режим обработки формирует структуру с определённой ориентацией. Она состоит из полос, ориентированных по ходу продвижения лазерного луча. Каждая полоса состоит из матрицы мозаичных участков. Менее выраженная структура наблюдается на поверхности образцов, обработанных по второму методу. Но на ней наблюдаются значительные неоднородности, в том числе в виде капель быстро застывшего материала.



*Рис. 5.* Кинетические кривые глубины внедрения индентора по мере проведения процедур индентирования образца с течением времени: 1 – поверхность, облучённая с помощью лазера ELS-03; 2 – поверхность, обработанная диодным лазером Nd<sup>3+</sup>: YAG; 3 – исходная поверхность сплава.

*Fig. 5.* Kinetic curves of the indenter penetration depth as the sample is indented over time: 1 – surface irradiated with an ELS-03 laser; 2 – surface treated with a diode laser Nd3 +: YAG; 3 – the initial surface of the alloy.

Источник: данные авторов.







Источник: данные авторов.

Экспериментальные данные, полученные при проведении индентирования в нано- и микродиапазоне, представлены в виде зависимостей глубины вдавливания от времени (рис. 5) и силы, действующей на индентор, от глубины вдавливания для случая нагружения и разгружения (рис. 6).

Обычно кинетическая кривая нормального профиля нагрузочной силы F(t) имеет в области «больших» времён линейный участок постоянной нагрузки, составляющей 3...5% от максимальной силы вдавливания F<sub>max</sub> [1]. Отсутствие такого фрагмента в регистрируемом оборудованием установки трапециевидном нагрузочном отклике связано с некоторыми конструкционными особенностями применяемого в работе наноиндентационного модуля NHT-2. Наличие системы опорного кольца, физически связанного с остриём индентора, позволяет контролировать глубину проникновения индентора с высокой точностью. За счёт этого удачно нивелируются флуктуации глубины, возникающие вследствие прогиба предметного столика, терморасширения, изгиба приборной рамы, воздействия волн звука, влажности и т. п. Термическая стабильность комплекса достигается за счёт минимальной гибкости и оптимальной длины приборной рамы. Этим объясняется малое расстояние от датчика глубины до острия индентора, что, в свою очередь, обеспечивает наряду с опорной системой высокую чувствительность и точность измерений в нанодиапазоне. Поэтому в большинстве исследуемых поверхностей материала нет так называемого вязкоупругого перехода, в который начинает трансформироваться упругий участок зависимости h(t).

Наиболее информативной с точки зрения исследования количественных характеристик материала является кривая индентирования, представленная в виде *F-h*-диаграммы. Данная кривая включает в себя две части: нагрузочную,

25 /

отражающую комплекс упругопластических свойств материала, и разгрузочную, объясняемую только частичным восстановлением инденторного отпечатка вследствие упругого восстановления. По наклону разгрузочного участка кривой можно судить о механическом поведении исследуемых поверхностных участков. В наших случаях 1, 2, 3 ход кривых разгрузки говорит об упругопластичном характере деформации исследуемого металлического сплава. Для упругих материалов кривая нагрузки практически совпадает с ветвью разгрузки. Для реальных пластичных материалов кривая разгрузки стремится быть перпендикулярной оси *h*. Промежуточное положение экспериментальных разгрузочных фрагментов на *F-h*-диаграммах 1, 2, 3 между описанными выше крайними положениями говорит о наличии в общей деформации сплава как упругой, так и пластической составляющих [4; 12].

Поскольку обработка поверхности титанового сплава проводилась в открытой атмосфере без создания инертной среды (неона, ксенона, криптона и др.), структурные элементы сплава неизбежно взаимодействовали с компонентами воздуха. Исходя из объёмного соотношения составляющих воздушной среды и исследуемого сплава, следует ожидать наибольшего реагирования титана с атмосферным азотом и кислородом. Известно, что металлы, в частности титан, могут образовывать с азотом либо мононитрид TiN, либо динитрид типа  $Ti_2N$ . Нитрид титана как химическое соединение обладает достаточно большим значением микротвёрдости (порядка 19–21 ГПа). В условиях высоких температур (порядка 3000 К), имеющих место при подобной лазерной обработке, металлический расплав активно насыщается нитридами, диффундирующими в саму структуру сплава [13–15].

Отличительной особенностью полученных образцов является достаточно хорошая адгезия «нитридной плёнки, покрытия» с основным материалом. Наиболее вероятно равномерное распределение нитридного слоя в «центральной» зоне обработки. Это снижает вероятность формирования дефектов и высоких механических напряжений в поверхностных слоях обработанной поверхности. Этим рассматриваемый метод выгодно отличается от ряда других, например, от напыления нитридного покрытия на поверхность титанового сплава.

Атомы азота вносят значительно бо́льший вклад в упрочнение титановых сплавов по сравнению с атомами кислорода. В работе [16] это объясняется разной энергией взаимодействия линейных дефектов кристаллической решётки в титановых сплавах с атомами этих газов. Энергия связи дислокаций титанового сплава с примесными атомами азота выше, чем с атомами кислорода, легированными в сплав.

Поверхностные структуры, формируемые при обработке материала лазерными импульсами, в общем случае представляют собой тонкие модифицированные слои, в некоторых случаях напоминающие тонкие плёнки. В связи с этим для определения механических характеристик исследуемых слоёв мы использовали методику Оливера-Фарра, как широко зарекомендовавшую себя при нахождении твёрдости и модуля продольной упругости для таких маломасштабных областей. Следует признать, что данный метод наиболее корректно применять в отношении достаточно массивных образцов. Применительно к тонким материалам (где два размера много больше третьего) использование такого подхода к оценке свойств сопряжено с необходимостью учёта целого ряда сопутствующих факторов, так или иначе влияющих на точность получаемых результатов [17–21].

Однако эти недостатки в методике Оливера-Фарра применительно к рассматриваемому случаю частично нивелируются по большей части «искусственным» разделением объёмного образца титанового сплава на некоторый лазернообработанный тонкий слой, переходную зону, и основную часть материала.

На диаграммах, представленных на рис. 6, видно, что для каждого из трёх случаев имеют место несколько составляющих глубины внедрения пирамиды Берковича в исследуемые поверхности металлического сплава. Прежде всего, это наибольшее значение глубины внедрения  $h_{\rm max}$ , соответствующее переходу с этапа пятисекундной выдержки при максимальной нагрузке  $F_{\rm max}$  на этап постепенного разгружения. Окончание фазы разгрузки соответствует глубине остаточного отпечатка  $h_r$ , которая достигается при достижении нагрузкой нулевого значения и прекращении контактного взаимодействия индентора с материалом. Разница между  $h_{\rm max}$  и  $h_r$  характеризует так называемое упругое восстановление  $h_{e}$ , обусловливающее убывание глубины h на рис. 5 с момента достижения  $h_{\rm max}$  и до окончания соответствующего эксперимента  $h_r$ . Начальные данные F-h-диаграмм, позволяющие производить дальнейшие расчёты, приведены в табл. 1.

Поверхность (режим обработки) →	1-й режим ELS-03	2-й режим Nd <sup>3+</sup> : YAG	Исходная
Параметры F-h-диаграммы↓			
Максимальная нагрузка <b>F</b> <sub>max</sub> , Н	0,05	0,05	0,055
Наибольшая глубина вдавливания индентора <b>h</b> <sub>max</sub> , мкм	0,3547	0,5727	0,6512
Глубина остаточного отпечатка после снятия нагрузки <b>h</b> <sub>r</sub> , мкм	0,204	0,4177	0,5
Упругое восстановление <b>h</b> <sub>e</sub> , мкм	0,1507	0,155	0,1512
Пересечение оси h с касательной к кривой разгрузки (от h = 0 мкм), мкм	0,25	0,46	0,54

# Таблица 1 / Table 1

#### Исходные данные / Initial data

Источник: данные авторов.

Рис. 6 позволяет найти также две важные компоненты глубины h, на которые можно разложить общее перемещение индентора  $h_{max}$  вглубь материала: 1) упругий прогиб поверхности по контуру отпечатка  $h_s$ ; 2) истинную глубину проникновения индентора в материал  $h_p$ , в том числе глубину остаточного отпечатка при  $F_{max}$ . Условная точка, разделяющая  $h_{max}$  на  $h_p$  и  $h_s$ , находится на пересечении горизонтальной оси h с касательной к кривой разгрузки в её «линейной» области (при  $F \approx F_{max}$ ). Стоит отметить, что более точно граница  $h_p$  и  $h_s$  на оси h определяется с учётом типа применяемого индентора [17].

Использование методики Оливера-Фарра для оценки механических характеристик материала предполагает на начальном этапе определение жёсткости К контактной пары «материал-индентор». Расчётное значение этой промежуточной величины, как будет показано ниже, оказывает существенное влияние на результаты последующих расчётов. В самом общем случае, жёсткость контакта K [H/мкм] находится следующим образом:

$$K = \tan \alpha = \frac{dF}{dh},\tag{1}$$

где  $\alpha$  – угол наклона касательной к верхней области разгрузочной кривой на диаграмме *F-h* по отношению к оси *h*; *dF* – малое приращение нагрузочной силы, H; *dh* – малое приращение глубины отпечатка, мкм.

Значение упругого прогиба поверхности по контуру отпечатка *h*<sub>s</sub> [мкм] рассчитывается через контактную жёсткость *K* [Н/мкм], найденную ранее:

$$h_s = \varepsilon_i \cdot \frac{F_{\max}}{K},\tag{2}$$

где  $\varepsilon_i$  – безразмерный коэффициент, связанный с геометрической формой применяемого индентора;  $F_{\text{max}}$  – максимальная сила вдавливания индентора, Н. В работе используется трёхгранная пирамида Берковича, для которой  $\varepsilon_i$  = 0,75. В случае острого конического индентора  $\varepsilon_i$  = 0,72, а при цилиндрическом инденторе с плоским основанием  $\varepsilon_i$  = 1. Последний тип индентора обеспечивает совпадение точки пересечения касательной к «начальной» кривой разгрузки с осью *h* и реальной границы раздела значений  $h_p$  и  $h_s$  на оси *h* [9].

Соответственно контактная (истинная) глубина погружения индентора в поверхностный слой материала *h<sub>p</sub>* [мкм] равна [20]:

$$h_p = h_{\max} - h_s, \tag{3}$$

где  $h_{\text{max}}$  – наибольшая глубина вдавливания индентора, мкм (см. табл. 1);  $h_s$  – внеконтактная глубина внедрения индентора, мкм (см. формулу (2)).

Площадь *S* [мкм<sup>2</sup>] проекции контакта на плоскость, перпендикулярную воздействующей силе *F*, вытекает из геометрических соотношений подобия для индентора Берковича [4]:

$$S = 3\sqrt{3} \cdot (\tan\theta)^2 \cdot h_p^2 = 24,562 \cdot h_p^2,$$
(4)

где  $\theta$  = 65,3° – половинный угол при вершине пирамиды Берковича;  $h_p$  – глубина остаточного отпечатка при  $F_{\text{max}}$ , мкм (см. формулу (3)).

Приведённый модуль упругости контактного соединения  $E_r$  определяется с учётом решения Лурье-Снеддона для задачи восстанавливающегося контактирования конической поверхности с полупространством. Согласно данному решению, показатель степени в уравнении Мейера *n* можно принять равным 2. Это означает, что прилагаемая к пирамидальному (или коническому) индентору нагрузка пропорциональна квадрату глубины внедрения  $F \sim h^2$ , а потому среднее

давление в контакте индентора с материалом не зависит от значения нагрузки. Следовательно, эффективный модуль Юнга E<sub>r</sub> [ГПа] равен:

$$E_r = K \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4S}} \cdot 10^3 = \sqrt{\frac{\pi}{98,248}} \cdot \frac{K}{h_p} \cdot 10^3,$$
 (5)

где К – жёсткость контакта, Н/мкм; S – оптически измеренная площадь отпечатка, мкм<sup>2</sup>; h<sub>p</sub> – контактная глубина отпечатка индентора, мкм.

Пять величин, расчёт которых был приведён выше, являются промежуточными расчётными величинами. Их определение во многом основано на начальных данных, представленных в табл. 1. По сути, они представляют собой результаты более подробного анализа диаграмм «глубина проникновения» – «сила вдавливания». Расчётные значения этих величин сведены в табл. 2.

#### Таблица 2 / Table 2

Промежуточные расчётные величины / Intermediate Design Values

Поверхность (режим обработки) → Искомые величины ↓	1-й режим ELS-03	2-й режим Nd <sup>3+</sup> : YAG	Исходная
Контактная жёсткость К, Н/мкм	0,4545	0,4545	0,5
Упругий прогиб поверхности по контуру отпечатка <b>h</b> s, мкм	0,0825	0,0825	0,0825
Истинная глубина проникновения индентора в материал <b>h</b> <sub>p</sub> при F <sub>max</sub> , мкм	0,2722	0,4902	0,5687
Площадь проекции невосстановленного отпечатка <b>S</b> , мкм <sup>2</sup>	1,82	5,9	7,94
Приведённый (эффективный) модуль Юнга контакт- ной пары <b>Е</b> <sub>г</sub> , ГПа	298,609	165,812	157,217

Источник: данные авторов.

Искомая твёрдость поверхностей сплава (определяемая при индентировании) Н<sub>IT</sub> [ГПа] рассчитывается отношением наибольшей силы вдавливания F<sub>max</sub>, Н к площади поперечного сечения невосстановленного отпечатка S, мкм<sup>2</sup> [21]:

$$H_{IT} = \frac{F_{\text{max}}}{S} \cdot 10^3.$$
 (6)

Величина индентационного модуля Юнга материала E<sub>IT</sub> [ГПа] для каждого из трёх вариантов поверхностного слоя находится из теории упругости [5]:

$$E_{IT} = \frac{E_i \cdot E_r \cdot (1 - \mathbf{v}^2)}{E_i - E_r \cdot (1 - \mathbf{v}_i^2)},\tag{7}$$

где Е<sub>i</sub> – модуль Юнга материала индентора, ГПа (использовали алмазный наконечник Берковича, для которого Е<sub>i</sub> = 1141 ГПа) [9]; Е<sub>r</sub> – контактный модуль Юнга, ГПа, рассчитанный выше; v – безразмерный коэффициент Пуассона тестируемого сплава (покрытия), который для титановых сплавов лежит в диапа-

зоне 0,31–0,34, (принято значение v = 0,32, что соответствует чистому титану);  $v_i$  – безразмерный коэффициент Пуассона материала индентора (в нашем случае, для алмаза  $v_i = 0,07$ ) [9].

Табл. 3 показывает результаты расчётов твёрдости и модуля упругости исходного и обработанных поверхностных слоёв титанового сплава ВТ9.

Таблица	3/	Table	3
---------	----	-------	---

#### Итоговые расчётные величины / Total Estimated Values

Режим обработки $ ightarrow$	1-й режим ELS-03	2-й режим Nd <sup>3+</sup> : YAG	Исходная
Характеристики поверхности↓			
Твёрдость <b>H</b> <sub>IT</sub> , ГПа	27,473	8,475	6,297
Упругий модуль Е <sub>IT</sub> , ГПа	362,364	173,974	163,542

Источник: данные авторов.

Приведённые количественные результаты расчёта поверхностной твёрдости и упругого модуля Юнга характерны только для нагрузочного интервала от 0 Н до 0,05 Н.

Образцы дополнительно индентировали пирамидкой Виккерса нагрузками до 0,98 Н. На обработанных поверхностях не фиксировали формирования трещин, в то время как на необработанных поверхностях вероятность формирования трещин достигала приблизительно 25% [10].

Данные результаты демонстрируют удачное сочетание механических характеристик упрочнённого слоя. Значительное повышение микротвёрдости и модуля Юнга не приводит к снижению пластических характеристик. Особенно ценно, что при использованных режимах испытаний не фиксировали трещин от слоя между упрочнёнными поверхностями и основным материалом.

#### Заключение

1. На образцах титанового сплава ВТ9 установлен режим лазерной обработки, позволяющий одновременно повысить несколько механических характеристик поверхности материала. Зафиксировано улучшение таких характеристик материала, которые при обычной обработке не удаётся улучшить одновременно. Повышается микротвёрдость в четыре раза, модуль Юнга и одновременно фиксируется рост пластических характеристик по сравнению с исходным сплавом.

2. Установлены и обсуждены два режима лазерной обработки, обеспечивающие существенное улучшение прочностных (в 4,36 и в 1,35 раза) и упругих (в 2,22 раза и в 1,06 раза) характеристик металлического сплава ВТ9 для нано- и микродиапазона, соответственно.

3. Разработанные методики лазерной обработки позволяют формировать упрочнённые поверхностные слои в обычной атмосфере. Это способствует существенному упрощению технологического процесса и снижению его себестоимости.

4. Применяемые способы лазерной обработки практически не оказывают влияния на ползучесть материала, оцениваемую при максимуме нагрузки. Отличительной особенностью полученных образцов является достаточно хорошая адгезия поверхностного слоя с основным материалом. Это снижает вероятность формирования дефектов и высоких механических напряжений в поверхностных слоях обработанной поверхности.

Статья поступила в редакцию 30.04.2020 г.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н., проф., чл.-корр. НАН Республики Беларусь Комарову Ф. Ф. и к.ф.-м.н., доц. Людчику О. Р. за всестороннюю помощь и консультации.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors are grateful to F. F. Komarov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of the Republic of Belarus, and O. R. Lyudchik, PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, for their comprehensive assistance and advice.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Головин Ю. И. Наноиндентирование и механические свойства твердых тел в субмикрообъемах, тонких приповерхностных слоях и пленках (Обзор) // Физика твердого тела. 2008. Т. 50. № 12. С. 2113–2142.
- 2. Дьяков И. А. Наномодифицированные гальванические покрытия // Нанотехника. 2013. № 1 (33). С. 60–68.
- Inorganic Solid Lubricating Coatings for Heat Engines and Power Plants / Lesnevskiy L. N., Lezhnev L. Yu., Lyakhovetskiy M. A., Troshin A. E., Gavrilov P. V., Ushakov A. M. // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015. Vol. 44. Iss. 5. P. 455–463.
- Головин Ю. И. Наноиндентирование и его возможности. М.: Машиностроение, 2009. 312 с.
- 5. Шугуров А. Р., Панин А. В., Оскомов К. В. Особенности определения механических характеристик тонких пленок методом наноиндентирования // Физика твердого тела. 2008. Т. 50. № 6. С. 1007–1012.
- 6. Исследование эпитаксиальных слоёв и монокристаллов β-Ga<sub>2</sub>O<sub>3</sub> методом наноиндентирования / Гузилова Л. И., Гращенко А. С., Печников А. И., Маслов В. Н., Завьялов Д. В., Абдрахманов В. Л., Романов А. Е., Николаев В. И. // Materials Physics and Mechanics. 2016. Т. 29. № 2. С. 166–171.
- 7. Формирование остаточных напряжений в поверхностных слоях мишеней из титановых сплавов при облучении сильноточными импульсными электронными пучками / Шулов В. А., Стешенко И. Г., Теряев Д. А., Перлович Ю. А., Исаенкова М. Г., Фесенко В. А. // Физика и химия обработки материалов. 2018. № 2. С. 69–73.
- Ушаков И. В., Симонов Ю. В. Управление физико-механическими свойствами поверхности титановых сплавов короткоимпульсным лазерным излучением // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 4. С. 30–42.

- 9. Финишное плазменное упрочнение и восстановление деталей топливной аппаратуры / Шарифуллин С. Н., Тополянский П. А., Ермаков С. А., Тополянский А. П. // Металлообработка. 2018. № 4 (106). С. 28–39.
- 10. Ushakov I. V., Simonov Yu. V. Formation of surface properties of VT18u titanium alloy by laser pulse treatment // Materials Today: Proceedings. 2019. Vol. 19. Part 5. P. 2051–2055.
- 11. Структурные изменения в сплавах типа сендаст при быстрой кристаллизации спиннингованием и лазерной обработке / Шефтель Е. Н., Банных О. А., Капуткин Д. Е., Струг Р. Е., Климова Л. М. // Известия РАН. Металлы. 1994. № 4. С. 89–95.
- 12. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П. Особенности использования величины работы при автоматическом индентировании для определения механических свойств материалов // Электронная микроскопия и прочность материалов. Серия: Физическое материаловедение, структура и свойства материалов: сборник научных трудов. Вып. 16. Киев: Ин-т проблем материаловедения им. И. Н. Францевича НАН Украины, 2009. С. 3–15.
- Табаков В. П., Чихранов А. В. Определение механических характеристик износостойких ионно-плазменных покрытий на основе нитрида титана // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т. 12. № 4. С. 292–297.
- Чапланов А. М., Щербакова Е. Н. Структурные и фазовые превращения в тонких плёнках титана при облучении азот-водородной плазмой // Журнал технической физики. 1999. Т. 69. № 10. С. 102–108.
- 15. Структура композитных покрытий на основе нитрида титана, сформированных с использованием конденсации с ионной бомбардировкой / Корусенко П. М., Несов С. Н., Поворознюк С. Н., Полещенко К. Н., Орлов П. В., Коротаев Д. Н. // Динамика систем, механизмов и машин. 2019. Т. 7. № 1. С. 201–207.
- 16. Сайдахмедов Р. Х. Ионно-плазменные покрытия на основе нитридов и карбидов переходных металлов с регулируемой стехиометрией. Ташкент: Фан, 2005. 226 с.
- 17. Головин Ю. И., Коренков В. В., Разливалова С. С. Влияние малоамплитудных осцилляций нагрузки на наноконтактные характеристики материалов в процессе наноиндентирования // Физика твердого тела. 2017. Т. 59. № 6. С. 1106–1117.
- 18. Применение кривых кинетического индентирования сферой для определения механических свойств материалов / Огар П. М., Тарасов В. А., Турченко А. В., Федоров И. Б. // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 1 (17). С. 41–47.
- Новая методика оценки нанотвердости материалов / Мощенок В. И., Дощечкина И. В., Лалазарова Н. А., Демченко С. В. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2015. Т. 81. № 5. С. 48–52.
- 20. Панин А. В., Шугуров А. Р., Оскомов К. В. Определение твердости и модуля упругости тонких пленок Ті и ТіО<sub>2</sub> // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9. № S1. С. 119–122.
- 21. Сравнение расчетного метода оценки поверхностной нано- и микротвердости материалов с методом Оливера и Фарра / Мощенок В. И., Ляховицкий М. М., Дощечкина И. В., Кухарева И. Е. // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета. 2009. № 46. С. 43–48.

ISSN 2072-8387

#### REFERENCES

- 1. Golovin Yu. I. [Nanoindentation and mechanical properties of solids in submicrovolumes, thin near-surface layers, and films: A Review]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2008, vol. 50, no. 12, pp. 2113–2142.
- D'yakov I. A. [Nanomodified galvanic coatings]. In: *Nanotekhnika* [Nanotechnics], 2013, no. 1 (33), pp. 60–68.
- Lesnevskiy L. N., Lezhnev L. Yu., Lyakhovetskiy M. A., Troshin A. E., Gavrilov P. V., Ushakov A. M. Inorganic Solid Lubricating Coatings for Heat Engines and Power Plants. In: *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2015, vol. 44, iss. 5, pp. 455–463.
- 4. Golovin Yu. I. *Nanoindentirovanie i ego vozmozhnosti* [Nanoindentation and its possibilities]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009. 312 p.
- Shugurov A. R., Panin A. V., Oskomov K. V. [Specific features of the determination of the mechanical characteristics of thin films by the nanoindentation technique]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2008, vol. 50, no. 6, pp. 1007–1012.
- Guzilova L. I., Grashchenko A. S., Pechnikov A. I., Maslov V. N., Zav'yalov D. V., Abdrakhmanov V. L., Romanov A. E., Nikolaev V I. [Study of β-Ga2O3 epitaxial layers and single crystals by nanoindentation technique]. In: *Materials Physics and Mechanics*, 2016, vol. 29, no. 2, pp. 166–171.
- Shulov V. A., Steshenko I. G., Teryaev D. A., Perlovich Yu. A., Isaenkova M. G., Fesenko V. A. [Formation of residual stresses in the surface layers of targets from titanium alloys under irradiation with high-current pulsed electron beams]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2018, no. 2, pp. 69–73.
- Ushakov I. V., Simonov Yu. V. [Control of physical and mechanical properties of the surface of titanium alloys by short laser pulses]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2019, no. 4, pp. 30–42.
- Sharifullin S. N., Topolyanskii P. A., Ermakov S. A., Topolyanskii A. P. [Finish plasma hardening and reconditioning of parts of fuel equipment]. In: *Metalloobrabotka* [Metalworking], 2018, no. 4 (106), pp. 28–39.
- Ushakov I. V. Simonov Yu. V. Formation of surface properties of VT18u titanium alloy by pulse laser treatment. In: *Materials Today: Proceedings*, 2019, vol. 19, Part 5, pp. 2051–2055.
- Sheftel' E. N., Bannykh O. A., Kaputkin D. E., Strug R. E., Klimova L. M. [Structural changes in Sendast alloys during fast crystallization by spinning and laser processing]. In: *Izvestiya RAN. Metally* [Russian metallurgy (Metally)], 1994, no. 4, pp. 89–95.
- 12. Firstov S. A., Gorban' V. F., Pechkovskii E. P. [Features of using the magnitude of work during automatic indentation to determine the mechanical properties of materials]. In: *Elektronnaya mikroskopiya i prochnost' materialov. Seriya: Fizicheskoe materialovedenie, struktura i svoistva materialov. Vip. 16* [Electron Microscopy and Strength of Materials. Series: Physical materials science, structure and properties of materials: a collection of scientific papers. Iss. 16]. Kiev, Institute of Materials Science named after I. N. Frantsevich, National Academy of Sciences of Ukraine Publ., 2009, pp. 3–15.
- Tabakov V. P., Chikhranov A. V. [Determination of the mechanical characteristics of wearresistant ion-plasma coatings based on titanium nitride]. In: *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk* [Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2010, vol. 12, no. 4, pp. 292–297.
- 14. Chaplanov A. M., Shcherbakova E. N. [ Structural transitions and phase transitions in titanium thin films under irradiation by a nitrogen-hydrogen plasma]. In: *Zhurnal tekhnich*-

*eskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 1999, vol. 69, no. 10, pp. 102–108.

- 15. Korusenko P. M., Nesov S. N., Povoroznyuk S. N., Poleshchenko K. N., Orlov P. V., Korotaev D. N. [The structure of composite coatings based on titanium nitride, formed using ion bombardment condensation]. In: *Dinamika sistem, mekhanizmov i mashin* [Dynamics of systems, mechanisms and machines], 2019, vol. 7, no. 1, pp. 201–207.
- 16. Saidakhmedov R. Kh. Ionno-plazmennye pokrytiya na osnove nitridov i karbidov perekhodnykh metallov s reguliruemoi stekhiometriei [Ion-plasma coatings based on nitrides and carbides of transition metals with controlled stoichiometry]. Tashkent, Fan Publ., 2005. 226 p.
- Golovin Yu. I., Korenkov V. V., Razlivalova S. S. [The effect of small-amplitude load oscillations on the nanocontact characteristics of materials in nanoindentation]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2017, vol. 59, no. 6, pp. 1106–1117.
- Ogar P. M., Tarasov V. A., Turchenko A. V., Fedorov I. B. [Application of the curves of kinematic indentation by a sphere to determine materials' mechanical properties]. In: *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Systems. Methods. Technologies], 2013, no. 1 (17), pp. 41–47.
- Moshchenok V. I., Doshchechkina I. V., Lalazarova N. A., Demchenko S. V. [A New Method of Nano Hardness Determination]. In: *Zavodskaya laboratoriya*. *Diagnostika materialov* [Industrial Laboratory], 2015, vol. 81, no. 5, pp. 48–52.
- Panin A. V., Shugurov A. R., Oskomov K. V. [Determination of hardness and elastic modulus of thin Ti and TiO2 films]. In: *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], 2006, vol. 9, no. S1, pp. 119–122.
- Moshchenok V. I., Lyakhovitskii M. M., Doshchechkina I. V., Kukhareva I. E. [The comparison of the calculation method of assessment of the surface nano – and microhardness of the materials with the method of Oliver and Pharr]. In: *Vestnik Khar'kovskogo natsional'nogo avtomobil'no-dorozhnogo universiteta* [Bulletin of Kharkov National Automobile and Highway University], 2009, no. 46, pp. 43–48.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Симонов Юрий Владимирович – аспирант кафедры физики, ассистент кафедры физики Национального исследовательского технологического университета «МИСиС»; e-mail: MAK.101@yandex.ru;

*Ушаков Иван Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры физики Национального исследовательского технологического университета «МИСиС»; e-mail: ushakoviv@mail.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Yuri V. Simonov* – postgraduate student, assistant at the Department of Physics, National University of Science and Technology 'MISiS'; e-mail: MAK.101@yandex.ru;

*Ivan V. Ushakov* – Doctor of Engineering Sciences, Professor at the Department of Physics, National University of Science and Technology 'MISiS'; e-mail: ushakoviv@mail.ru.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Симонов Ю. В., Ушаков И. В. Механические свойства поверхностных структур титанового сплава ВТ9 после многократной локальной обработки наносекундными лазерными импульсами // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 19–35. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-19-35

#### FOR CITATION

Simonov Yu. V., Ushakov I. V. Mechanical properties of surface structures of titanium alloy VT9 after repeated local processing with nanosecond laser pulses. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 19–35. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-19-35
УДК 530.182 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-36-47

# К ВОПРОСУ НЕРАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ ПО ПЛОСКОЙ КРУГОВОЙ ОРБИТЕ ВОКРУГ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСИ ЗАРЯЖЕННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ШАРА С УЧЁТОМ ДИССИПАТИВНЫХ СИЛ

### Гладков С.О.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) 125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4, Российская Федерация

#### Аннотация.

**Цель** – описать нелинейную динамику движущегося по круговой орбите заряженного металлического шара и проанализировать решение найденного нелинейного дифференциального уравнения, учитывающего, как тормозное электромагнитное излучение, так и традиционные силы сопротивления, обязанные учёту вязкости континуума (вязкое трение) и сухого трения в креплении шарнирного соединения.

**Процедура и методы исследования.** Метод исследования основан на составлении уравнения движения с помощью принципа сохранения полной мощности исследуемой системы. **Результаты исследования.** Получено динамическое уравнение движения и найдено его аналитическое решение в параметрическом виде.

**Теоретическая и практическая значимость** работы состоит в том, что предложено математическое описание динамики движения по круговой орбите заряженного металлического шара и найдено решение полученного уравнения. Проведённый анализ может быть практически использован при изучении движения планет Солнечной системы.

**Ключевые слова:** неравномерное движение, тормозное излучение, закон сохранения полной мощности

# UNEVEN ROTATION OVER A PLANE CIRCULAR ORBIT AROUND THE VERTICAL AXIS OF A CHARGED METAL BALL WITH ACCOUNT FOR DISSIPATIVE FORCES

#### S. Gladkov

Moscow Aviation Institute (National Research University) Volokolamskoe shosse 4, 125993 Moscow, Russian Federation

#### Abstract.

**Purpose.** The nonlinear dynamics of a charged metal ball rotating over the horizontal plane is described and the solution of the nonlinear differential equation is analyzed, which takes into account both bremsstrahlung electromagnetic radiation and traditional resistance forces resulting from the viscosity of the continuum (viscous friction) and dry friction in the hinge joint.

36

<sup>©</sup> СС ВҮ Гладков С. О., 2020.

*Methodology and Approach.* The research method is based on the compilation of a motion equation using the principle of preserving the hollow power of the system under study.

**Results.** A dynamic motion equation is obtained and its analytical solution is found in a parametric form.

**Theoretical and Practical implications.** The mathematical description of the dynamics of the movement of a charged metal ball over a circular orbit is proposed and a solution to the resulting equation/analysis can be practically used in the study of the motion of the planets of the Solar System.

Keywords: uneven motion, centrifugal force, bremsstrahlung radiation

#### Введение

Настоящая работа является логическим продолжением предыдущих авторских работ [1; 2], в которых было приведено подробное вычисление интенсивности и мощности тормозного излучения, исходящего от неравномерно движущегося по криволинейной траектории нейтрального металлического шара.

В этом исследовании мы остановимся на подробном анализе решения одной чисто теоретической задачи, также касающейся динамики движения, но уже заряженного металлического шара в условиях его неравномерного вращения в горизонтальной плоскости с учётом сопротивления в точке шарнирного крепления стержня с осью, а также при учёте силы вязкого сопротивления со стороны континуума. Как будет показано ниже, эта задача имеет чисто аналитическое решение, которое может быть найдено в параметрическом виде.

Уравнение движения можно получить на основе метода, который заключается в применении закона сохранения суммарной мощности и справедлив для любых механических или квантовых систем [3; 4]. Аналитически оно может быть представлено в виде:

$$\Sigma \dot{E} + \Sigma \dot{Q} + \Sigma W = 0, \tag{1}$$

где E – полная энергия системы,  $\dot{Q}$  – диссипативная функция, W – мощность всех возможных излучений, а «точка» указывает на дифференцирование по времени.

#### Вывод уравнения движения

В рассматриваемой задаче энергия вращения определяется выражением:

$$E = \frac{m\dot{\varphi}^2 b^2}{2},\tag{2}$$

где *m* – масса вращающегося тела, φ – полярный угол, отсчитываемый от неподвижной оси *x*, выбранной в плоскости вращения, *b* – радиус орбиты вращения.

Диссипативную функцию, учитывающую связь с внешним континуумом, как это было показано в работе [4], можно представить в виде:

$$\dot{Q}_1 = 6\pi\eta R v^2 = 6\pi\eta R b^2 \dot{\varphi}^2, \qquad (3)$$

где **η** – динамическая вязкость окружающего континуума, *R* – радиус шара.

Диссипативную функцию, связанную с учётом сил сухого трения в шарнирном соединении в отсутствии силы тяжести, можно записать согласно [3] следующим образом:

$$\dot{Q}_2 = 2M_0 \mu r_2^2 \ddot{\varphi} \dot{\varphi}, \tag{4}$$

где  $M_0$  – полная масса конструкции (шарнир + стержень + шар),  $\mu$  – коэффициент сухого трения в шарнире,  $r_2$  – его внешний радиус.

Мощность тормозного излучения [5], возникающего в условиях неравномерного криволинейного движения [6], для рассматриваемого случая заряженного металлического шара может быть представлена как:

$$W = \frac{q^2 b^2 \left(\ddot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}^4\right)}{c^3},\tag{5}$$

где *q* – заряд шара, *с* – скорость света в вакууме.

Вывод аналогичной формулы для нейтрального металлического шара приведён в работе [1], а решения задач, связанных с аналитическим описанием динамики похожих систем, можно найти, например, в монографиях [7–11] и в работе [12].

Дифференцируя энергию вращения (2) по времени, имеем:

$$\dot{E} = m\dot{\varphi}\ddot{\varphi}b^2.$$
(6)

Складывая теперь согласно (1) формулы (3) – (6), получаем:

$$\dot{\varphi}b^{2}\left[\ddot{\varphi}+\frac{\dot{\varphi}}{\tau_{1}}+\tau_{2}\frac{\left(\ddot{\varphi}^{2}+\dot{\varphi}^{4}\right)}{\dot{\varphi}}\right]=0,$$

где входящие сюда времена определяются согласно формулам:

$$\tau_1 = \frac{m}{6\pi\eta\xi R}, \quad \tau_2 = \frac{q^2}{m\xi c^3},\tag{7}$$

а безразмерный параметр  $\xi = 1 + \frac{2M_0}{m} \frac{r_2^2}{b^2}$  учитывает наличие шарнира.

Таким образом, общее уравнение движения с учётом излучения и силы вязкого сопротивления принимает вид:

$$\ddot{\varphi} + \frac{\dot{\varphi}}{\tau_1} + \tau_2 \frac{\left(\ddot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}^4\right)}{\dot{\varphi}} = 0.$$
(8)

Вводя безразмерный аргумент  $x = \frac{t}{\tau_2}$ , можно получить уравнение с одним релаксационным параметром  $\lambda = \frac{\tau_2}{\tau_1}$ :

2020 / № 2

$$\varphi'' + \lambda \varphi' + \varphi'^3 + \frac{\varphi''^2}{\varphi'} = 0, \qquad (9)$$

где штрихи означают дифференцирование по безразмерному аргументу х.

#### Решение уравнения

Рассмотрим два случая.

Случай 1. Вязкое сопротивление отсутствует, то есть  $\lambda = 0$ . Тогда уравнение (9) даёт:

$$\varphi'' + \varphi'^3 + \frac{\varphi''^2}{\varphi'} = 0.$$
 (10)

Понижая порядок этого уравнения заменой  $\phi' = y$ ,  $\phi'' = y \frac{dy}{d\phi}$ , приходим к

следующему уравнению:

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2 + \frac{dy}{d\varphi} + y^2 = 0.$$
 (11)

Введя параметр  $p = -\frac{dy}{d\varphi}$ , из (11) получаем:

$$y = \pm \sqrt{p - p^2}.$$
 (12)

Поэтому  $\phi = -\int \frac{dy}{p}$ , и после интегрирования с помощью подстановки

 $p = \frac{1 + \sin \Psi}{2}$ , приходим к такому решению:

$$\varphi = \mp \frac{1}{2} \int \frac{(1-2p)dp}{p\sqrt{p-p^2}} = C_1 \pm \left( \psi + \frac{1}{1+tg\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right),$$
(13)

где *C*<sub>1</sub> – константа интегрирования.

Следовательно, параметрическое решение уравнения (11) имеет вид:

$$\begin{cases} y = \frac{d\varphi}{dx} = \pm \frac{1}{2}\cos\psi, \\ \varphi = C_1 \pm \left(\psi + \frac{1}{1 + tg\frac{\psi}{2}}\right). \end{cases}$$
(14)

Искомое решение уравнения (10) с учётом (14) будет тогда:

$$\begin{cases} x = C_2 \pm 2 \int \frac{d\varphi}{\cos \psi}, \\ \varphi = C_1 \pm \left( \psi + \frac{1}{1 + tg \frac{\psi}{2}} \right). \end{cases}$$
(15)

где С<sub>2</sub> – константа интегрирования.

Вычисление интеграла в (15) приводит к окончательному решению поставленной задачи в параметрическом виде:

$$\begin{cases} x = C_2 \pm \frac{1}{4} \left[ \ln \left( \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \right) - \frac{1}{1 + \sin \psi} \right], \\ \varphi = C_1 \pm \left( \psi + \frac{1}{1 + tg \frac{\psi}{2}} \right). \end{cases}$$
(16)

Случай 2. Представляет собой наиболее общий случай, поскольку учитывает силу вязкого сопротивления континуума ( $\lambda \neq 0$ ). В предельном переходе, когда  $\lambda \rightarrow 0$ , он позволяет проверить корректность полученного в процессе приведённых далее вычислений общего результата, переходящего в решение (16).

Применив ту же подстановку  $\phi' = y, \phi'' = y \frac{dy}{d\phi}$  к уравнению (9), имеем:

$$\left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2 + \frac{dy}{d\varphi} + \lambda + y^2 = 0.$$
 (17)

Полагая, как и ранее  $p = -\frac{dy}{d\phi}$ , можно получить из (17):

$$y = \pm \sqrt{p - p^2 - \lambda}.$$
 (18)

Следовательно,

$$\varphi = -\int \frac{dy}{p} = \mp \int \frac{(1-2p)dp}{2p\sqrt{p-p^2-\lambda}}$$

Вводя новую переменную:

$$p = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \lambda} \sin t, \qquad (19)$$

40

2020 / № 2

ISSN 2072-8387

а затем, полагая  $u = tg \frac{t}{2}$ , после интегрирования находим:

$$\varphi = C_1 + t + \frac{1}{\sqrt{1 - a^2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1 - a^2}}{a + \operatorname{tg}\frac{t}{2}}\right), \qquad (20)$$

где  $a = \sqrt{1-4\lambda}$ , а  $C_1$  – константа интегрирования.

Таким образом, согласно (18) – (20) параметрическое решение можно записать в виде системы:

$$\begin{cases} \varphi = C_1 + \frac{t}{2} + \frac{1}{\sqrt{1 - a^2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1 - a^2}}{a + \operatorname{tg}\frac{t}{2}}\right), \\ y = \pm \frac{a}{2} \cos t. \end{cases}$$
(21)

Но поскольку  $y = \phi'$ , то для исходного аргумента:

$$x=C_2+\int\frac{d\varphi}{y},$$

где С<sub>2</sub> – константа интегрирования.

И с учётом (21), получаем:

$$x = C_2 + \int \frac{d\varphi}{y} = C_2 \mp \int \left[ 1 - \frac{1}{1 + a\sin t + (1 - a^2)\sin^2 t} \right] \frac{dt}{\cos t}.$$
 (22)

Удобно преобразовать (22) к виду:

$$x = C_2 \mp \int \left[ 1 - \frac{1}{1 + a \sin t + (1 - a^2) \sin^2 t} \right] \frac{dt}{\cos t} = \pm \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} \right) - J \right], \quad (23)$$

где введено сокращённое обозначение интеграла:

$$J = J(a,t) = \int \frac{dt}{\left[1 + a\sin t + (1 - a^2)\sin^2 t\right]\cos t} = \int F(s)ds, \qquad (24)$$

а подынтегральная функция

$$F(s) = \frac{1}{(1-s^2)(1+as+bs^2)}, \quad b = 1-a^2.$$

Новый аргумент в (24) введён согласно преобразованию *s* = sint.

Для вычисления интеграла (24) представим подынтегральную функцию в виде суммы простейших дробей, а именно:

$$F(s) = \frac{A}{(1-s)} + \frac{A}{(1+s)} + \frac{2Ab}{1+as+bs^2} + \frac{2Aa}{(1+s)(1+as+bs^2)},$$
(25)

где А – общий множитель:

$$A = \frac{1}{2(1+a+b)}$$

В результате подстановки разложения (25) в интеграл (24), получаем следующее выражение:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4, (26)$$

где

$$J_1 = -A\ln(1-s), (27)$$

$$J_2 = A \ln(1+s), \tag{28}$$

$$J_{3} = \frac{2A}{s_{1} - s_{2}} \ln \left| \frac{s - s_{1}}{s - s_{2}} \right|,$$
(29)

$$s_{1,2} = -\frac{a}{2b} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2b}.$$
 (30)

Что касается последнего интеграла в (26), то на его вычислении стоит остановиться несколько подробнее.

Действительно, перепишем его как

$$J_{4} = 2Aa \int \frac{ds}{(1+s)(1+as+bs^{2})} = 2Aa \int \frac{ds}{s^{3}(\frac{1}{s}+1)(\frac{1}{s^{2}}+\frac{a}{s}+b)}.$$

Делая здесь подстановку  $s = \frac{1}{u}$ , находим:

$$J_4 = -2Aa \int \frac{tdt}{(u+1)(u^2 + au + b)} = J_5 - J_6,$$
(31)

где

$$J_{5} = 2Aa \int \frac{du}{(u+1)(u^{2}+au+b)},$$
  

$$J_{6} = 2Aa \int \frac{du}{(u^{2}+au+b)}.$$
(32)

**∖ 42** /

ISSN 2072-8387

Вычисление интеграла  $J_6$  с учётом обратного преобразования  $u = \frac{1}{s}$  даёт:

$$J_6 = 2Aa \int \frac{du}{(u^2 + au + b)} = \frac{2Aa}{(u_1 - u_2)} \ln\left(\frac{u - u_1}{u - u_2}\right) = \frac{2Aa}{(u_1 - u_2)} \ln\left(\frac{1 - u_1s}{1 - u_2s}\right), \quad (33)$$

где

$$u_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}.$$
 (34)

Первый интеграл в (31) также вычисляется достаточно просто благодаря представлению подынтегральной функции в виде:

$$\frac{1}{(u+1)(u^2+au+b)} = \frac{1}{1+b-a} \left(\frac{1}{u+1} - \frac{u+a-1}{u^2+au+b}\right)$$

С учётом этого в результате простого интегрирования мы приходим к следующему ответу:

$$J_{5} = \frac{2Aa}{(1-a+b)} \left[ \ln(u+1) + \frac{(1-a-u_{1})}{u_{1}-u_{2}} \ln\left(\frac{u-u_{1}}{u-u_{2}}\right) - \ln(u-u_{2}) \right].$$

Из полученного соотношения с учётом обратного преобразования  $u = \frac{1}{s}$  следует, что:

$$J_{5} = \frac{2Aa}{(1-a+b)} \left[ \ln(s+1) + \frac{(1-a-u_{1})}{u_{1}-u_{2}} \ln\left(\frac{1-u_{1}s}{1-u_{2}s}\right) - \ln(1-u_{2}s) \right].$$
(35)

Подставляя формулы (27) – (29), (31), (33) и (35) в (26) будем иметь:

$$J = A \left\{ \ln\left(\frac{1+s}{1-s}\right) - \frac{2a}{(u_1 - u_2)} \ln\left(\frac{1-u_1s}{1-u_2s}\right) + \frac{2}{s_1 - s_2} \ln\left|\frac{s-s_1}{s-s_2}\right| + \frac{2a}{(1-a+b)} \left[\ln\left(s+1\right) + \frac{(1-a-u_1)}{u_1 - u_2} \ln\left(\frac{1-u_1s}{1-u_2s}\right) - \ln\left(1-u_2s\right)\right] \right\}.$$
 (36)

Подставляя теперь (36) в (23) и учитывая явные решения (30) и (34), а также что s = sint, находим:

ISSN 2072-8387

$$x = C_{2} \pm \frac{1}{2} \left\{ \ln\left(\frac{1+\sin t}{1-\sin t}\right) - \frac{1}{(1+a+b)} \left\{ \ln\left(\frac{1+\sin t}{1-\sin t}\right) - \frac{2a}{\sqrt{a^{2}-4b}} \ln\left(\frac{1-u_{1}\sin t}{1-u_{2}\sin t}\right) + \frac{2b}{\sqrt{a^{2}-4b}} \ln\left|\frac{b\sin t - u_{1}}{b\sin t - u_{2}}\right| + \frac{2a}{(1-a+b)} \left[ \ln\left(\frac{1+\sin t}{1-u_{2}\sin t}\right) + \frac{(1-a-u_{1})}{\sqrt{a^{2}-4b}} \ln\left(\frac{1-u_{1}\sin t}{1-u_{2}\sin t}\right) \right] \right\} \right\}. (37)$$

Таким образом, окончательное параметрическое решение задачи согласно (20) и (37) можно представить как систему:

$$\begin{cases} \varphi = C_{1} + t + \frac{1}{\sqrt{1 - a^{2}}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1 - a^{2}}}{a + \operatorname{tg}\frac{t}{2}}\right), \\ x = C_{2} \pm \frac{1}{2} \left\{ \ln\left(\frac{1 + \sin t}{1 - \sin t}\right) - \frac{1}{(1 + a + b)} \left\{ \ln\left(\frac{1 + \sin t}{1 - \sin t}\right) - \frac{2a}{\sqrt{a^{2} - 4b}} \ln\left(\frac{1 - u_{1} \sin t}{1 - u_{2} \sin t}\right) + \frac{2b}{\sqrt{a^{2} - 4b}} \ln\left|\frac{b \sin t - u_{1}}{b \sin t - u_{2}}\right| + \frac{2a}{(1 - a + b)} \left[ \ln\left(\frac{1 + \sin t}{1 - u_{2} \sin t}\right) + \frac{(1 - a - u_{1})}{\sqrt{a^{2} - 4b}} \ln\left(\frac{1 - u_{1} \sin t}{1 - u_{2} \sin t}\right) \right] \right\} \right\}. (38)$$

Как видно из (38), в предельном случае, о котором мы упоминали вначале, перед тем, как приступить к вычислениям, когда  $\lambda \to 0$ , то есть  $a \to 1$ ,  $b \to 0$ ,  $u_1 \to 0$ ,  $u_2 \to -1$ , находим:

$$\begin{cases} \varphi = C_1 + t + \frac{1}{1 + \lg \frac{t}{2}}, \\ x = C_2 \pm \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} \right) + \ln \left( \frac{1}{1 + \sin t} \right) - \lim_{a \to 1} \frac{1}{(1 - a)(2 + a)} \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - u_2 \sin t} \right) - \lim_{a \to 1} \frac{(1 - a - u_1)}{(1 - a)(2 + a)} \ln \left( \frac{1}{1 + \sin t} \right) \right\} = \pm \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} \right) + \ln \left( \frac{1}{1 + \sin t} \right) + \frac{1}{3} \lim_{a \to 1} \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - u_2 \sin t} \right)' + \frac{1}{3} \ln \left( \frac{1}{1 + \sin t} \right) \lim_{a \to 1} (1 - a - u_1)' \right\},$$

где «штрих» означает дифференцирование по а. Согласно (34) отсюда следует:

$$\begin{cases} \varphi = C_1 + t + \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \frac{t}{2}}, \\ x = C_2 + \frac{1}{4} \left( \ln \left( \frac{1 + \sin t}{1 - \sin t} \right) - \frac{1}{1 + \sin t} \right). \end{cases}$$
(39)

Если сравнить решение (39) с решением (16), мы немедленно увидим их полную эквивалентность.

**\ 44** /

2020 / № 2

Зависимость  $\phi(x)$  в соответствии с решениями (38) показана на рис. 1 (см. раздел благодарности). При этом выбрано начальное условие в виде  $\phi(t = 0) = 0$ , x(t = 0) = 0 и считается, что параметр  $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$ , безразмерное время  $0 \le x < \infty$ ,

а функция  $\phi(x)$  ограничена и лежит в сегменте  $0 \le \phi(x) \le \frac{\pi - 1}{2}$ .



*Рис.* 1. По оси ординат отложена функция  $\varphi(x)$ , а по оси абсцисс – аргумент *x*. *Fig.* 1. The function  $\varphi(x)$  is plotted along the ordinate, and the argument *x* is plotted along the abscissa.

Источник: приведённая зависимость получена благодаря численному анализу, проведённому к.ф.-м.н., доцентом С. Б. Богдановой, который основан на аналитически найденном решении (38).

#### Заключение

Заканчивая настоящее сообщение, отметим следующее:

1. Найдено общее параметрическое решение задачи, описывающей динамику движения заряженного металлического шара при учёте как сил вязкого сопротивления со стороны континуума и силы сухого трения в шарнирной точке крепления, так и тормозного электромагнитного излучения, которое ранее во внимание никогда не принималось.

2. Аналитическое решение задачи оказалось возможным найти лишь в условиях горизонтального вращения шара, когда сила тяжести не существенна. Если вращение осуществляется не в горизонтальной плоскости, то при учёте силы тяжести решение можно найти только с помощью численных методов, как это сделано, например, в работе [3].

Статья поступила в редакцию 09.06.2020 г.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю признательность к.ф.-м.н., доценту С. Б. Богдановой за численное решение, проиллюстрированное на рис. 1.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The author expresses sincere gratitude to PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor S. B. Bogdanova for the numerical solution, which is illustrated in Fig. 1.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гладков С. О., Богданова С. Б. Хаотическая динамика взаимодействующих маятников (решение проблемы синхронизации) // Инженерная физика. 2019. № 1. С. 49–61.
- 2. Гладков С. О., Богданова С. Б. Теория детерминированного хаоса в системе п взаимодействующих компланарных маятников // Инженерная физика. 2019. № 3. С. 9–21.
- 3. Гладков С. О., Богданова С. Б. К вопросу учета силы сопротивления в шарнирной точке крепления физического маятника и ее влияние на динамику движения // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27. № 1. С. 53–62.
- 4. Гладков С. О. К вопросу о вычислении времени остановки вращающегося в вязком континууме цилиндрического тела и времени увлечения соосного с ним внешнего цилиндра // Журнал технической физики. 2018. Т. 88. № 3. С. 337–341.
- 5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Т. 3. М.: Наука, 2001. 780 с.
- 6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 2003. 644 с.
- 7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. Т. 1. М.: Наука, 2002. 220 с.
- 8. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Механика. Т. 1. М.: Физматлит, 2010. 560 с.
- 9. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1981. 320 с.
- 10. Крюков Б. И. Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. М.: Машиностроение, 1984. 432 с.
- 11. Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990. 380 с.
- 12. Gladkov S. O., Bogdanova S. B. About the possibility of synchronization in dynamical systems // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1479. Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems (11–13 November 2019, Voronezh, Russian Federation). P. 012011.

#### REFERENCES

- Gladkov S. O., Bogdanova S. B. [Chaotic dynamics of interacting pendulums (decision of synchronization problem)]. In: *Inzhenernaya fizika* [Engineering Physics], 2019, no. 1, pp. 49–61.
- 2. Gladkov S. O., Bogdanova S. B. [The theory deterministic chaos in the system n interacting complanar pendulum]. In: *Inzhenernaya fizika* [Engineering Physics], 2019, no. 3, pp. 9–21.
- Gladkov S. O., Bogdanova S. B. [On the question accounting of the resistance force at the hinge point of setting physical pendulum and its influence on the dynamics of movement]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii*. *Prikladnaya nelineinaya dinamika* [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics], 2019, vol. 27, no. 1, pp. 53–62.
- 4. Gladkov S. O. [On Calculating the Stopping Time of a Cylindrical Body Rotating in a Viscous Continuum and the Time of Entrainment of a Coaxial External Cylinder]. In:

**. 46** 

*Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2018, vol. 88, no. 3, pp. 337–341.

- 5. Landau L. D., Lifshits E. M. *Kvantovaya mekhanika*. *T. 3* [Quantum mechanics. Vol. 3]. Moscow, Nauka Publ., 2001. 780 p.
- 6. Landau L. D., Lifshits E. M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. Moscow, Nauka Publ., 2003. 644 p.
- 7. Landau L. D., Lifshits E. M., *Mekhanika. T. 1* [Mechanics. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 2002. 220 p.
- 8. Sivukhin D. V. *Obshchii kurs fiziki. Mekhanika. T. 1* [General course of physics. Mechanics. Vol. 1]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010. 560 p.
- 9. Moiseev N. N. Asimptoticheskie metody nelineinoi mekhaniki [Asymptotic methods of nonlinear mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 320 p.
- Kryukov B. I. Vynuzhdennye kolebaniya sushchestvenno nelineinykh sistem [Forced oscillations of substantially nonlinear systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984. 432 p.
- 11. Mun F. Khaoticheskie kolebaniya [Chaotic oscillations]. Moscow, Mir Publ., 1990. 380 p.
- 12. Gladkov S. O., Bogdanova S. B. About the possibility of synchronization in dynamical systems. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2020. Vol. 1479. Applied Mathematics, Computational Science and Mechanics: Current Problems (11–13 November 2019, Voronezh, Russian Federation). P. 012011.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Гладков Сергей Октябринович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математическое моделирование № 311 Московского авиационного института (национального исследовательского университета; e-mail: sglad51@mail.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

*Sergey O. Gladkov* – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of Mathematical Modeling No. 311, Moscow Aviation Institute (National Research University);

e-mail: sglad51@mail.ru.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Гладков С. О. К вопросу неравномерного вращения по плоской круговой орбите вокруг вертикальной оси заряженного металлического шара с учетом диссипативных сил // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 36–47.

DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-36-47

#### FOR CITATION

Gladkov S. O. Uneven rotation along a plane circular orbit around the vertical axis of a charged metal ball with account for dissipative forces. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 36–47. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-36-47

\_ 47 \_

### УДК 620.169.1 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-48-56

# АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПЛОТНОСТИ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ

# Боброва И. А.<sup>1</sup>, Бугримов А. Л.<sup>2</sup>, Лаврентьев В. В.<sup>3</sup>, Чукаловская Е. М.<sup>4</sup>

- <sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики» 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20, Российская Федерация
- <sup>2</sup> Российский государственный университет имени А. Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)
- 117997, г. Москва, ул. Садовническая, д. 33, стр. 1, Российская Федерация <sup>3</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
- 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Российская Федерация
- <sup>4</sup> Московский государственный областной университет 141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

#### Аннотация.

**Целью** работы является оценка возможности построения энтропийного критерия прочности материалов на примере вязкоупругого материала в условиях ползучести и циклических нагрузок.

**Процедура и методы исследования.** Исследование энтропийного критерия прочности материалов при помощи математического аппарата.

**Результаты исследования.** Проведена оценка возможности построения энтропийного критерия прочности материалов на примере вязкоупругого материала в условиях ползучести и циклических нагрузок.

**Теоретическая и практическая значимость** работы заключается в том, что полученные результаты могут быть применены в теории механики композитов.

*Ключевые слова:* энтропийный критерий длительной прочности, производная дробного порядка, интеграл дробного порядка, упругость, вязкоупругость, вязкая жидкость

# ANALYSIS OF THE THERMODYNAMIC CRITERIA LONG-TERM STRENGTH OF MATERIALS

# I. Bobrova<sup>1</sup>, A. Bugrimov<sup>2</sup>, V. Lavrent'ev<sup>3</sup>, E. Chukalovskaya<sup>4</sup>

- <sup>1</sup> National Research University Higher School of Economics 20 Myasnitskaya ulitsa, Moscow 101000, Russian Federation
- <sup>2</sup> The Kosygin State University of Russia
   33 build. 1 ulitsa Sadovnicheskaya, Moscow 117997, Russian Federation
- <sup>3</sup> Lomonosov Moscow State University
   1 Leninskie Gory, Moscow 119991, Moscow, Russian Federation
- <sup>4</sup> Moscow Region State University 24 ulitsa Very Voloshinoi, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

**. 48** 

<sup>©</sup> СС ВУ Боброва И. А., Бугримов А. Л., Лаврентьев В. В., Чукаловская Е. М., 2020.

#### Abstract.

*The purpose* of the work is to assess the possibility of constructing an entropy criterion for the strength of materials by the example of a viscoelastic material under creep and cyclic loads.

*Methodology and Approach.* Study of the entropy criterion for the strength of materials using a mathematical apparatus.

**The results.** The possibility of constructing an entropy criterion for the strength of materials is estimated by the example of a viscoelastic material under creep and cyclic loads. It is shown that the increment of entropy density is determined by the nature of the loading process. For this reason, it turns out to be impossible to propose any value of the limiting value of the increment of entropy density as a criterion for the long-term strength of a viscoelastic material.

*Theoretical and practical relevance:* the obtained results can be applied in the theory of mechanics of composites.

*Keywords:* entropy criterion of strength, fractional derivative, fractional integral, elastic, viscoelasticity, viscous fluid

#### Введение

Критерии длительной прочности материалов основываются на предположении существования некоторого предельного (критического) состояния *A*, по достижении которого материал разрушается:

 $A \leq A_*$ .

Причём предельное состояние *A*<sup>\*</sup> является критерием прочности только в том случае, если оно зависит от характеристик материала, а не от процесса нагружения.

Термодинамические критерии длительной прочности предполагают существование предельного термодинамического состояния, которое достижимо и единственно [1–3]. К таким критериям относится энтропийный критерий длительной прочности. Сущность его заключается в том, что в процессе нагружения материала предельному термодинамическому состоянию соответствует некоторое критическое значение приращения плотности энтропии  $\Delta S_*$ , которое обусловливается диссипацией энергии W(t) за время до разрушения материала  $t_*$ при температурном режиме T(t) [1]:

$$\Delta S_{\star} = \int_{0}^{t_{\star}} \frac{W(t)}{T(t)} dt.$$
(1)

Для большинства материалов временная зависимость прочности имеет вид степенного закона, или формулы Голланда-Тернера [1]:

$$t_* = B\sigma^{-\beta}, \quad 3 \le \beta \le 12, \tag{2}$$

где *В* и β – экспериментально определяемые коэффициенты для конкретного материала.

В работе [4] рассмотрена проблема существования энтропийного критерия длительной прочности (1) на основе структурно-механических моделей. В частности, показано, что критическое значение приращения плотности энтропии

ຸ 49

для среды с делящимся тензором деформации при условии ползучести за время (2) инвариантно лишь при β = 2, что не имеет физической основы:

$$\Delta S_* = \frac{B}{\eta T} \sigma_0^{2-\beta}$$

#### Результаты анализа

В данной работе проведён анализ критерия (1) на примере вязкоупругого материала, математическая модель которого построена с помощью аппарата дробного интегро-дифференцирования [5].

Рассматривается «обобщённая» сплошная среда, для которой определяющие соотношения, связывающие деформацию и напряжение, имеют вид [6–9]:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{C} (I^{\alpha} \sigma)(t), \ \sigma(t) = C (D^{\alpha} \varepsilon)(t), \ 0 \le \alpha \le 1,$$
(3)

где  $I^{\alpha} D^{\alpha}$  – операторы интегрирования и дифференцирования дробного порядка соответственно, *C* и  $\alpha$  – константы, зависящие от свойств материала и определяемые экспериментально.

Следует заметить, что на основе указанного подхода в работе [6] из решения задачи упругости получены решения задачи вязкоупругости, а при  $\alpha \to 1$  получено решение классической задачи о профиле скоростей при течении вязкой жидкости по трубе.

Для вязкоупругого материала, определяющие соотношения которого описываются соотношениями (3), закон ползучести (изменение деформации во времени (рис. 1) под действием напряжения  $\sigma_0 = \text{const}$ , мгновенно приложенного в начальный момент времени t = 0), имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{C} (I^{\alpha} \sigma)(t) = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{0}^{t} \frac{\sigma_{0} d\tau}{(t-\tau)^{1-\alpha}} = \frac{\sigma_{0}}{C \Gamma(1+\alpha)} t^{\alpha}.$$
 (4)



*Рис.* 1. Ползучесть образца вязкоупругого материала под действием мгновенно приложенного напряжения  $\sigma_0 = \text{const.}$ 

*Fig. 1.* Creep of a sample of viscoelastic material under the action of instantly applied stress  $\sigma_0 = \text{const.}$ 

Источник: составлено авторами.

Работа диссипации с учётом закона деформирования (4) равна:

$$\dot{W}(t) = \sigma \dot{\varepsilon} = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sigma_0^2 t^{\alpha - 1},$$

$$W(t) = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(1 + \alpha)} \sigma_0^2 t^{\alpha}.$$
(5)

Предельное значение приращение плотности энтропии вычисляется с учётом диссипации энергии W(t), стационарности температуры и времени до разрушения (2):

$$\Delta S_{*} = \int_{0}^{t_{*}} \frac{W(t)}{T} dt = \Delta S_{*} = \int_{0}^{t_{*}} \frac{\sigma \dot{\epsilon}}{T} dt = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{T} \sigma_{0}^{2} \int_{0}^{t_{*}} t^{\alpha-1} dt =$$

$$= \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \frac{1}{T} \sigma_{0}^{2} t^{\alpha} \Big|_{0}^{t_{*}} = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \frac{1}{T} \sigma_{0}^{2} t^{\alpha}_{*} = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \frac{1}{T} B^{\alpha} \sigma_{0}^{2-\alpha\beta} ,$$

$$\Delta S_{*} = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(1+\alpha)} \frac{1}{T} B^{\alpha} \sigma_{0}^{2-\alpha\beta} , \quad 0 \le \alpha \le 1, \quad 3 \le \beta \le 12.$$
(6)

Полученное предельное значение приращения плотности энтропии (6) инвариантно лишь при условии:

$$\alpha = \frac{2}{\beta}.$$
 (7)

В противном случае разброс значений ΔS- для различных значений параметров α и β продемонстрирован на рис. 2.



*Puc. 2.* Зависимость  $\Delta S_*$  от мгновенно приложенного напряжения  $\sigma_0 = \text{const}$ при  $\beta = 3$  и  $\alpha = 0,3, 0,5, 0,7$ . *Fig. 2.* The dependence of  $\Delta S_*$  on the instantly applied voltage  $\sigma_0 = \text{const}$ at  $\beta = 3$  and  $\alpha = 0,3, 0,5, 0,7$ .

Источник: по данным авторов.

Модель вязкоупругой среды (3) включает в себя упругое состояние при  $\alpha = 0$  и вязкое состояние при  $\alpha = 1$  [10]. Однако при таких значениях коэффициент длительной прочности материала  $\beta \to \infty$  и  $\beta = 2$ , соответственно, что противоречит указанному диапазону в соотношении (7).

В случае гармонической нагрузки с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\sigma_0$  при *t* = const:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t \tag{8}$$

с учётом (3) закон ползучести образца вязкоупругого материала имеет вид:

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{0}^{t} \frac{\sigma_{0} \sin \omega \tau \, d\tau}{\left(t - \tau\right)^{1 - \alpha}}, \quad 0 \le \alpha \le 1,$$
(9)

и при этом

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{\sigma_0}{C} \frac{\omega}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t \frac{\cos \omega \tau d\tau}{(t-\tau)^{1-\alpha}}.$$
(10)

Поведение функции (10) при t > T (T - период) в асимптотическом смысле совпадает с поведением функции f(x) (рис. 3):

$$f(x) = \frac{1}{\omega^{\alpha}} \cos\left(\omega t - \frac{\alpha \pi}{2}\right).$$
(11)



*Рис. 3.* Дробное интегрирование по (10) и (11) при порядке интегрирования  $\alpha = 0,5$ . *Fig. 3.* Fractional integration according to (10) and (11) with the integration order  $\alpha = 0,5$ .

Источник: по данным авторов.

ISSN 2072-8387

Поэтому функция рассеяния энергии за время  $t > 2\pi/\omega$  имеет вид:

$$W(t) = \frac{\sigma_0^2}{C} \frac{\omega^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int \sin \omega t \cos\left(\omega t - \frac{\alpha \pi}{2}\right) dt = \frac{\sigma_0^2}{2C} \frac{\omega^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int \left[\sin\left(2\omega t - \frac{\alpha \pi}{2}\right) + \sin\frac{\alpha \pi}{2}\right] dt =$$
$$= \frac{\sigma_0^2}{4C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{\omega^{\alpha}} \left[t\omega \sin\frac{\alpha \pi}{2} - \cos\left(2\omega t - \frac{\alpha \pi}{2}\right)\right],$$
$$W(t) = \frac{\sigma_0^2}{4C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{\omega^{\alpha}} \left[t\omega \sin\frac{\alpha \pi}{2} - \cos\left(2\omega t - \frac{\alpha \pi}{2}\right)\right].$$
(12)

Работу диссипации за один цикл (на рис. 4 – для значений α и β, соответствующих рис. 2) можно вычислить по (12), рассмотрев разность между двумя последующими циклами:

$$\Delta W(\omega) = W(2\pi(n+1)) - W(2\pi n) = \frac{\sigma_0^2}{4C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{\omega^{\alpha}} \left\{ 2\pi(n+1)\omega\sin\frac{\alpha\pi}{2} - \cos\left(4\omega\pi(n+1) - \frac{\alpha\pi}{2}\right) - 2\pi n\sin\frac{\alpha\pi}{2} + \cos\left(4\omega\pi n - \frac{\alpha\pi}{2}\right) \right\},$$
$$\Delta W(\omega) = \frac{\sigma_0^2}{2C} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{\omega^{\alpha}} \left[ \pi\omega\sin\frac{\alpha\pi}{2} - \sin2\pi\omega\sin\left(6\pi\omega - \frac{\alpha\pi}{2}\right) \right].$$
(13)



Рис. 4. Зависимость  $\Delta W$  от частоты  $\omega$ при  $\beta$  = 3 и  $\alpha$  = 0,3, 0,5, 0,7. Fig. 4. The dependence of  $\Delta W$  on the frequency of  $\omega$ at  $\beta$  = 3 and  $\alpha$  = 0,3, 0,5, 0,7.

Источник: по данным авторов.

Из определения (1) и соотношения (13) следует, что работа диссипации и предельное значение приращения плотности энтропии, конечно, зависят от свойств материала и – что следует особо подчеркнуть – от характера процесса.

#### Заключение

Таким образом, процесс деформирования материала сопровождается возрастанием плотности энтропии, которая к моменту разрушения материала достигает предельного значения. Однако скорость роста плотности энтропии и предельное значение приращения плотности энтропии можно трактовать лишь как степень отклонения процесса от равновесного, а не как полноценный критерий длительной прочности материалов.

Статья поступила в редакцию 03.03.2020 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гольденблат И. И., Бажанов В. Л., Копнов В. А. Длительная прочность в машиностроении. М.: Машиностроение, 1977. 248 с.
- 2. Победря Б. Е. Термодинамический критерий прочности композитов // Механика композитных материалов. 1993. Т. 29. № 3. С. 302–310.
- 3. Осяев О. Г. Энтропийный критерий длительной прочности для вязкоупругих материалов // Вестник Донского государственного технического университета. 2010. Т. 10. № 2 (45). С. 239–242.
- 4. Бугримов А. Л. О существовании энтропийного критерия прочности неупругих материалов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика и математика. 2007. № 2. С. 29–35.
- 5. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с.
- 6. Бугримов А. Л. Об одном подходе к построению физических соотношений обобщенного вида в механике деформируемого тела // Каучук и резина. 1994. № 4. С. 28–32.
- 7. Победря Б. Е. Диссипация энергии в теории вязкоупругости // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2003. № 4. С. 35–46.
- Баланкин А. С., Бугримов А. Л. Фрактальная теория пластичности полимеров // Высокомолекулярные соединения. Серия А: Физика полимеров. 1992. Т. 34. № 3. С. 129–132.
- Корчагина А. Н. Использование производных дробного порядка для решения задач механики сплошных сред // Известия Алтайского государственного университета. 2014. № 1-1 (81). С. 65–67.
- Ильюшин А. А., Победря Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.

#### REFERENCES

- 1. Gol'denblat I. I., Bazhanov V. L., Kopnov V. A. *Dlitel'naya prochnost' v mashinostroenii* [Long lasting strength in mechanical engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977. 248 p.
- 2. Pobedrya B. E. [Thermodynamic strength criterion for composites]. In: *Mekhanika kompozitnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials], 1993, vol. 29, no. 3, pp. 302–310.

<u></u>54

ISSN 2072-8387

- 3. Osyaev O. G. [Entropic criterion of stress rupture for viscoelastic materials]. In: *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik of Don State Technical University], 2010, vol. 10, no. 2 (45), pp. 239–242.
- Bugrimov A. L. [About exist the entropy criterion of durability of anelasticity materials]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika i matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2007, no. 2, pp. 29–35.
- 5. Samko S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I. *Integraly i proizvodnye drobnogo poryadka i nekotorye ikh prilozheniya* [Integrals and derivatives of fractional order, and some applications]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1987. 688 p.
- 6. Bugrimov A. L. [On an approach to the construction of generalized physical relations in the mechanics of a deformable body]. In: *Kauchuk i rezina* [International Polymer Science and Technology], 1994, no. 4, pp. 28–32.
- 7. Pobedrya B. E. [Dissipation of energy in the theory of viscoelasticity]. In: *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika* [Moscow University Mechanics Bulletin], 2003, no. 4, pp. 35–46.
- 8. Balankin A. S., Bugrimov A. L. [The fractal theory of plasticity of polymers]. In: *Vysokomolekulyarnye soedineniya. Seriya A: Fizika polimerov* [Polymer Science. Polymer Physics], 1992, vol. 34, no. 3, pp. 129–132.
- 9. Korchagina A. N. [Application of fractional order derivatives for solving problems of continuum mechanics]. In: *Izvestiya Altaiskogo gosudarstvennogo universiteta* [Izvestiya of Altai State University], 2014, no. 1-1 (81), pp. 65–67.
- Il'yushin A. A., Pobedrya B. E. Osnovy matematicheskoi teorii termovyazko-uprugosti [Fundamentals of the mathematical theory of thermoviscoelasticity.]. Moscow, Nauka Publ., 1970. 280 p.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Боброва Ирина Александровна – аспирант математического факультета Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»; e-mail: ia.bobrova94@gmail.com;

*Бугримов Анатолий Львович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой физики Российского государственного университета имени А. Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

e-mail: al.bugrimov@mgou.ru; bugrimov-al@rguk.ru;

Лаврентьев Виктор Владимирович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории статистического анализа факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова; e-mail: lavrent@cs.msu.ru;

*Чукаловская Евгения Михайловна* – старший преподаватель кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московского государственного областного университета;

e-mail: em.chukalovskaya@mgou.ru

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Irina A. Bobrova* – Postgraduate Student at the Faculty of Mathematics, National Research University Higher School of Economics; e-mail: ia.bobrova94@gmail.com;

*Anatoly L. Bugrimov* – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Physics, The Kosygin State University of Russia; e-mail: al.bugrimov@mgou.ru; bugrimov-al@rguk.ru;

*Viktor V. Lavrent'ev* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Researcher at the Laboratory of Statistical Analysis at the Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University; e-mail: lavrent@cs.msu.ru;

*Eugenia M. Chukalovskaya* – Senior Lector at the Department of Computational Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Moscow Region State University; e-mail: em.chukalovskaya@mgou.ru

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Боброва И. А., Бугримов А. Л., Лаврентьев В. В., Чукаловская Е. М. Анализ предельных значений плотности энтропии в процессах деформирования вязкопругих материалов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физикаматематика. 2020. № 2. С. 48–56. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-48-56

#### FOR CITATION

Bobrova I. A., Bugrimov A. L., Lavrent'ev V. V., Chukalovskaya E. M. Analysis of the thermodynamic criteria Long-term strength of materials. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 48–56. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-48-56

# КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

УДК 533.9.01:537.86:536.75 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-57-63

# МЕЖДУНАРОДНАЯ МУЛЬТИДИСЦИПЛИНАРНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ». МГОУ, 12–13 ДЕКАБРЯ 2019 ГОДА

Беляев В.В.

Московский государственный областной университет 141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

# INTERNATIONAL INTERDISCIPLINARY CONFERENCE ON ADVANCED ELEMENT BASE OF MICRO- AND NANOELECTRONICS USING MODERN ACHIEVEMENTS OF THEORETICAL PHYSICS

# V. Belyaev

Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

<sup>©</sup> СС ВҮ Беляев В. В., 2020.



Фото 1. Участники конференции. *Photo 1*. Conference participants.

Источник: фотография из личного архива автора.

12–13 декабря 2019 г. в МГОУ (Москва) была проведена Международная мультидисциплинарная конференция «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений теоретической физики» (см. фото 1).

Она стала важным научным мероприятием по мультидисциплинарной тематике различных фундаментальных и прикладных проблем, относящимся к новым эффектам, системам, устройствам и материалам из физики, электроники, химии, математики, техники, информатики, педагогики и др. На конференции обсудили современный уровень теоретических и экспериментальных достижений в физике конденсированного состояния, электродинамике, статистической физике для их применения при создании современной элементной базы макро-, микро- и наноэлектроники.

МГОУ стал местом проведения такой конференции, так как все эти направления традиционно развиваются с 1930-х гг. на физико-математическом факультете университета. Аналогичные мероприятия российского и международного масштаба с привлечением специалистов самых разных научных и технических направлений регулярно проводятся в МГОУ, начиная с 2009 г., когда отмечалось 100-летие академика Н. Н. Боголюбова, бывшего заведующим кафедрой теоретической физики в 1945 г. В 2012 г. конференция была посвящена 80-летию профессора Ю. И. Яламова, заведующего кафедрой теоретической физики в 1975– 2009 гг., в 2015 г. – 100-летию профессора О. В. Голубевой, заведующей кафедрой в 1955–1974 гг. [1], в 2018 г. – 110-летию профессора А. А. Власова, «заведывающего» (так написано в его заявлении) кафедрой в 1937–1955 гг. [2; 3].



Фото 2. Член-корреспондент РАН Н. Н. Боголюбов-младший. Photo 2. Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences N. N. Bogolyubov Jr. Источник: фотография из личного архива автора.

В 2019 г. на пленарном заседании конференции отмечалось несколько юбилеев – 80 лет доценту А. А. Голову, профессору Л. И. Костицыной, профессору М. Ф. Бариновой. Особо отметили 80-летие профессора А. К. Дадиваняна, ушедшего из жизни в 2018 г.

21 августа 2019 г. исполнилось 110 лет со дня рождения академика Николая Николаевича Боголюбова. Председатель оргкомитета профессор В. В. Беляев рассказал о его научных и педагогических достижениях, а сын академика – член-корреспондент РАН Н. Н. Боголюбов-младший поделился своими воспоминаниями, ответил на вопросы участников конференции (см. фото 2).

К этой юбилейной дате в научную программу пленарного заседания конференции был включён доклад профессора Новосибирского государственного университета, Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета В. Я. Рудяка «Боголюбовская идея сокращения описания и моделирование коэффициентов переноса газов, жидкостей и наножидкостей».

По прикладной тематике ключевым докладом на пленарном заседании стало выступление сотрудника представительства китайской компании ВОЕ (БОЭ) в России Д. Киндсфатера, в котором он продемонстрировал существующие и перспективные возможности различных типов дисплейных технологий.

Кроме персональных юбилейных дат, на конференции отметили завершение празднования в России 150-й годовщины открытия Д.И. Менделеевым периодического закона химических элементов. В. В. Беляев показал таблицу Менделеева, в которой были отмечены элементы различных материалов (рис. 1), с которыми работают на физико-математическом факультете МГОУ, и рассказал об основных научных и практических результатах, полученных при исследовании этих материалов.

59

ро	Ряд	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ											
Пери		I II		III IV		v	VI	VII	VIII				
1	1	(H)						<b>Н</b> 1,00797 Водород	Не <sup>2</sup> <sub>4,0026</sub>	Обозначение элемента	Атомный номер		
2	2	Li <sup>3</sup> <sub>6,939</sub> Литий	Ве 4 9,0122 Бериллий	B 10,811	С 6 12,01115 Углерод	N 7 14,0067	О 8 15,9994 Кислород	<b>F</b> 9 Фтор <sup>9</sup>	Ne 10 20,179 Неон	Li Литий	3 6,939		
3	3	Na 11 22.9898 Натрий	Mg 12 Магний	Al 13 26.9815 Алюминий	Si 14 28,086 Кремний	Р 15 30,9738 Фосфор	S 16 32,064 Cepa	СІ 17 35,453 Хлор	<b>Аг</b> 18 39,948 Аргон		Относительная атомная масса		
4	4	Калий 19 Калий	Са 20 40,08 Кальций	21 <b>Sc</b> 44,956 Скандий	<sup>22</sup> 47.90 <b>Ті</b> Титан	23 V 50,942 Ванадий	<sup>24</sup> <sup>51,996</sup> Сг <sub>Хром</sub>	25 <b>Мп</b> 54,9380 Марганец	<sup>26</sup> Fe <sup>55,847</sup> Железо	27 <b>Со</b> 58,9330 Кобальт	<sup>28</sup> <sup>58,71</sup> <b>Ni</b> <sub>Никель</sub>		
4	5	29 63,546 Си Медь	30 Zn 65,37 Циви	Ga 31 69,72 Галлий	Ge 32 72,59 Германий	<b>As</b> 33 74,9216 Мышьяк	Se 34 78,96 Селен	<b>Br</b> 35 Бром 79,904	Кг 36 <sup>83,80</sup> Криптон				
E	6	<b>Rb</b> 37 Рубидий 85,47	Sr 38 87.62 Стронций	39 <b>Ү</b> 88.905 Иттрий	40 Zr 91.22 Цирконий	41 <b>Nb</b> 92.906 Ниобий	42 Мо 95.94 Молибден	43 <b>Тс</b> <sup>[99]</sup> Технеций	44 <b>Ru</b> <sup>101.07</sup> Рутений	45 102.905 <b>Rh</b> Родий	46 Рd 106.4 Палладий		
5	7	47 <b>Ад</b> 107,868 Серебро	48 Cd 112.40 Кадмий	In 49 Индий 114,82	Sn 50 9лово 118,69	<b>Sb</b> 51 Сурьма	<b>Те</b> 52 <sub>127,60</sub> Теллур	I 53 Иод <sup>53</sup>	Хе 54 Ксенон 131.30				
	8	Сз 55 Цезий	Ва 56 137,34 Барий	57 138.91 <b>La*</b> Лантан	178,49 Гафний	73 <b>Та</b> 180,948 Тантал	74 W 183,85 Вольфрам	75 186,2 <b>Re</b> Рений	76 190,2 Осмий	77 <b>Іг</b> <sup>192,2</sup> Иридий	78 <b>Рt</b> 195,09 Платина		
6	9	79 Au 196.967 Золото	<sup>80</sup> Нg <sup>200,59</sup> Ртуть	<b>Tl</b> 81 <sub>204,37</sub> Таллий	Рb 82 Свинец 207,19	Ві 83 208,980 Висмут	Ро 84 [210]* Полоний	At 85 [210]	<b>Rn</b> 86 [222] Радон				
7	10	Fr 87 Франций	<b>Ra</b> 88 Радий [226]	89 [227] Ас** Актиний	104 <b>Rf</b> [261] Резерфордий	105 [262] <b>Дубний</b>	106 Sg [263] Сиборгий	107 [262] Вһ Борий	108 <b>Н</b> S [265] Хассий	109 <b>Мt</b> [266] Майтнерий	110 DS [271] Дармштадтий		
<b>_</b>	11	111 [272] <b>Rg</b> Рентгений	112 Сп [285] Коперниций	Nh 113 [286] Нихоний	Fl <sup>114</sup> Флеровий	Мс <sup>115</sup> Московий	Lv <sup>116</sup> Ливерморий	<b>Ts</b> <sup>117</sup> Теннессин	Од 118 [294] Оганесон				

Периодическая таблица Д. И. Менделеева

Tanaa	иоиды*	<sup>58</sup> Се <sup>140,12</sup> Церий	59 <b>Рг</b> 140,907 Празеодим	60 Nd 144.24 Неодим	61 Рт [147]* Прометий	62 <b>Sm</b> <sup>150,35</sup> Самарий	63 <sup>151,96</sup> Европий	64 <b>Gd</b> 157,25 Гадолиний	65 <b>Тb</b> 158,924 Тербий	66 <b>Ду</b> 162,50 Диспрозий	67 <b>Но</b> 164,930 Гольмий	68 <b>Ег</b> <sup>167,26</sup> Эрбий	69 <b>Тт</b> 168,934 Тулий	70 <b>Үb</b> 173,04 Иттербий	71 <b>Lu</b> <sup>174,97</sup> Лютеций
Austra	NKTH WONZA **	90 <b>Th</b> 232,038 Торий	91 Ра [231] Протактивний	92 U <sup>238,03</sup> Уран	93 Np [237] Нептуний	94 Ри <sup>[244]</sup> Плутоний	95 Ат [243] Америций	96 <b>Ст</b> [247] Кюрий	97 <b>Вk</b> [247] Берклий	98 Сf [252]* Калифорний	99 Es [254] Эйнштейний	100 <b>Fm</b> [257] Фермий	101 Md [257] Менделевий	102 <b>No</b> [255] Нобелий	103 Lr [256] Лоуренсий

*Рис. 1.* Элементы материалов периодической системы Д. И. Менделеева, с которыми работают на физико-математическом факультете МГОУ (элементы выделены автором настоящей статьи).

*Fig.* 1. Elements of materials of the periodic system of D. I. Mendeleev, with which they work at the Physics and Mathematics Faculty of Moscow State Educational Institution (elements highlighted by the author of this article).

Участниками конференции были учёные, аспиранты, студенты из ведущих научных организаций России, Белоруссии, Армении, Индии, Китая, Великобритании, Канады, Сербии, Руанды, Пакистана, Ливана, Судана и других стран. Среди российских участников выступили специалисты из различных регионов, из университетов, институтов РАН, промышленных организаций и компаний из Москвы, Санкт-Петербурга, Архангельской, Ярославской, Саратовской, Ульяновской и Новосибирской областей и других, а также представители организаций Московской области из Черноголовки, Долгопрудного, Королева, Орехово-Зуево, Фрязино и других городов. Среди организаций Москвы и Подмосковья отметим Институт физики твёрдого тела РАН, Математический институт РАН им. В. А. Стеклова, ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (Институт кристаллографии РАН им. А. В. Шубникова), НИЦ «Курчатовский институт», ФГБУ «Институт теоретической и экспериментальной физики им. А. И. Алиханова» – НИЦ «Курчатовский институт», Московский физико-технический институт, Объединенный институт высоких температур (ОИВТ) РАН, Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Центр имени М. В. Келдыша РАН, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управления» Вычислительного центра РАН, Российский университет дружбы народов, Московский авиационный институт, МИРЭА – Российский технологический университет, Университет МГИМО, МГТУ им. Н. Э. Баумана, Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ (ФГБНУ НАЦ ВИМ), АО «ЦНИИ «Циклон», АО «НПП "ПУЛЬСАР"», представительство китайской компании ВОЕ (БОЭ) в России и другие. Всё это свидетельствует о признании научных школ МГОУ и высоком авторитете организуемых университетом научных мероприятий.

С учётом названия конференции на научных сессиях было продемонстрировано, как фундаментальные исследования в области теоретической физики (элементарные частицы, квантовые системы, космология, физика плазмы, в том числе электронной плазмы в металлах, явления переноса и др.) используются в экспериментах с жидким гелием, сверхпроводниками, газодисперсными системами, композитными материалами с разным химическим и фазовым составом, и как затем на основе этих исследований разрабатываются новые материалы (жидкие кристаллы, органические полупроводниковые и проводящие комплексы, люминофоры, самозалечивающиеся смеси и др.), приборы и системы для виртуальной и дополненной реальности, оптической связи, органических светодиодных панелей и микродисплеев, электролюминесцентных дисплеев, термоэлектрических элементов для космических систем и туристического оборудования, а также как решаются проблемы оптимального конструирования элементной базы электроники.

По традиции на конференции было представлено много теоретических и прикладных работ по аэрогидродинамике. Они являются мультидисциплинарными с учётом различного методического аппарата и приложений – от ядерных реакторов до борьбы с обледенением летательных аппаратов. Эти исследования подкреплены современным математическим аппаратом. Например, в задачах по тепломассопереносу в энергосберегающих графитовых устройствах число ячеек для расчёта достигало почти 5 миллионов.

В рамках конференции были также представлены доклады по космологии и проблемам космической связи.

На конференции выступили студенты, аспиранты, молодые учёные из МГОУ, академической магистратуры ИФТТ, МФТИ, НИЦ «Курчатовский институт», Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н. Е. Жуковского и других организаций.

Конференция стала значительным событием в российской физике, указав ряд перспективных направлений для фундаментальных исследований и практического применения.

Статья поступила в редакцию 30.04.2020 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Физические свойства материалов и дисперсных сред для элементов информационных систем, наноэлектронных приборов и экологичных технологий (г. Москва, 21–24 апреля 2015 г.) : сборник материалов Международной конференции к 100-летию со дня рождения профессора О. В. Голубевой / сост. и ред. В. В. Беляев, М. М. Кузнецов. М. : Диона, 2015. 152 с.
- Беляев В. В. Анатолий Александрович Власов в МОПИ имени Н. К. Крупской (к 110-летию со дня рождения по материалам архива МОПИ/МГОУ) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 93–106.
- Конференция «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений электродинамики и статистической физики» / Беляев В. В., Высикайло Ф. И., Кузнецов М. М., Веденяпин В. В., Классен Н. В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физикаматематика. 2018. № 4. С. 8–27.

#### REFERENCES

- Belyaev V. V., Kuznetsov M. M., eds., comps. Fizicheskie svoistva materialov i dispersnykh sred dlya elementov informatsionnykh sistem, nanoelektronnykh priborov i ekologichnykh tekhnologii (g. Moskva, 21-24 aprelya 2015 g.) : sbornik materialov Mezhdunarodnoi konferentsii k 100-letiyu so dnya rozhdeniya professora O. V. Golubevoi [Physical properties of materials and dispersed media for elements of information systems, nanoelectronic devices and environmentally friendly technologies (Moscow, April 21-24, 2015): a collection of materials from the International Conference dedicated to the 100<sup>th</sup> birthday of Professor O. V. Golubeva]. Moscow, Diona Publ., 2015. 152 p.
- Belyaev V. V. [Anatoliy A. Vlasov at Moscow Region Teachers Training Institute (on his 110<sup>th</sup> birthday)]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta*. Seriya: Fizika-matematika [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 3, pp. 93–106.
- Belyaev V. V., Vysikailo F. I., Kuznetsov M. M., Vedenyapin V. V., Klassen N. V. [Conference on "Advanced element base of micro- and nanoelectronics using modernte achievements of electrodynamics and statistical physics"]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 4, pp. 8–27.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела организации научных исследований и международных связей управления развития науки, заведующий кафедрой теоретической физики Московского государственного областного университета;

e-mail: vic\_belyaev@mail.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

*Victor V. Belyaev* – Doctor in Engineering Sciences, Professor, Principal Scientist at the Department of Organization of Scientific Research and International Relations of the Department of Science Development, Head of the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;

e-mail: vic\_belyaev@mail.ru.

**62** 

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Беляев В. В. Международная мультидисциплинарная конференция «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений теоретической физики». МГОУ, 12–13 декабря 2019 года // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 57-63. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-57-63

#### FOR CITATION

Belyaev V. V. International interdisciplinary conference on advanced element base of microand nanoelectronics using modern achievements of theoretical physics. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 57–63. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-57-63 УДК 539.123 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-64-77

# ВКЛАД МАССЫ НЕЙТРИНО (АНТИНЕЙТРИНО) В ПОЛЯРИЗАЦИИ И АСИММЕТРИИ ЧАСТИЦ В ПРОЦЕССАХ β-РАСПАДА

# Самсоненко Н. В.<sup>1</sup>, Ндахайо Ф.<sup>2</sup>, Алибин М. А.<sup>1</sup>

- <sup>1</sup> Российский университет дружбы народов 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 8, Российская Федерация
- <sup>2</sup> Руандийский университет КК737, г. Кигали, Джикондо-стрит, Р.О. Вох 4285, Руанда

#### Аннотация.

**Цель статьи** – оценить возможность определения массы нейтрино (антинейтрино) по измерению относительных характеристик вместо традиционного измерения энергетического спектра электронов (позитронов) в его конце.

**Процедура и методы исследования.** Идея метода состоит в минимизации влияния плохо изученных структур ядер и нуклонов на измеряемые в экспериментах относительные величины, такие как поляризации и асимметрии частиц.

**Результаты исследования.** Теоретически показана возможность проведения новых лабораторных экспериментов по определению величины массы нейтрино (антинейтрино) с помощью измерения асимметрий и поляризаций частиц вместо традиционного измерения энергетического спектра электронов (позитронов) в его конце. Такие эксперименты до сих пор не проводились.

*Теоретическая и практическая значимость.* Результаты исследования помогут лучше понять основы физики нейтрино и слабых взаимодействий.

**Ключевые слова:** нейтрино, антинейтрино, бета-распад, асимметрия, угловая корреляция, поляризация, масса частицы, ядерный матричный элемент

# CONTRIBUTION OF NEUTRINO (ANTINEUTRINO) MASS IN POLARIZATIONS AND ASYMMETRIES OF PARTICLES IN $\beta$ -decay processes

### N. Samsonenko<sup>1</sup>, F. Ndahayo, M. Alibin<sup>1</sup>

- <sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russian Federation
- <sup>2</sup> University of Rwanda Gikondo – Street, KK 737, P.O. Box 4285, Kigali, Rwanda

<sup>©</sup> СС ВҮ Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А., 2020.



#### Abstract.

**Purpose.** The possibility of determining the neutrino mass (antineutrino) is evaluated by measuring relative characteristics instead of the traditional measurement of the electron energy spectrum (positrons) at its end.

**Methodology and Approach.** The idea of the method is to minimize the influence of poorly studied structures of nuclei and nucleons on relative quantities measured in experiments, such as polarizations and asymmetries of particles.

**Results.** The possibility of conducting new laboratory experiments to determine the neutrino mass (antineutrino) by measuring asymmetries and polarizations of particles instead of the traditional measurement of the energy spectrum of electrons (positrons) at its end is theoretically shown.

*Theoretical and Practical implications.* The results of the study will help better understand the neutrino physics and the theory of electroweak interactions.

*Keywords:* neutrino, antineutrino, beta-decay, asymmetry, angular correlation, polarization, mass of the particle, nuclear matrix element

#### 1. Введение

В настоящее время большинство экспериментов, которые проводятся для определения величины массы нейтрино (антинейтрино), сосредоточены на том, чтобы получить её значение путём изучения кинематических множителей в выражениях для дифференциальной вероятности бета-распадов ядер. Однако желательно учитывать влияние массы нейтрино в лептонной и нуклонной частях матричного элемента (через законы сохранения энергии и импульса). В связи с тем, что множитель, отвечающий за нуклонную (ядерную) часть, зависит от плохо изученной нуклонной (ядерной) структуры, это является чрезвычайно трудной задачей. На примере данной работы предлагается проводить эксперименты по измерению относительных характеристик, таких как степень продольной поляризации электронов (позитронов) и коэффициент асимметрии электронов (позитронов) «вперёд-назад», которые дают возможность минимизировать влияние малоизвестных эффектов нуклонной (ядерной) структуры.

#### 2. Методы исследования

Бета-распад становится возможным тогда, когда замена в атомном ядре нейтрона на протон (или, наоборот, протона на нейтрон) энергетически выгодна и получающееся новое ядро имеет меньшую массу покоя, а, значит, большую энергию связи. То есть суть явления заключается в том, что ядро испускает лептоны (электрон и электронное антинейтрино, или же позитрон и электронное нейтрино), переходя в ядро с тем же самым значением массового числа A, но с другим атомным номером Z, большим или меньшим на единицу в зависимости от  $\beta^{\pm}$ -распада. Избыток энергии распределяется между продуктами реакции.

#### 2.1. Лагранжиан слабого взаимодействия

На основании того, что каждая из частиц, участвующих в процессе, удовлетворяет уравнению Дирака, Ферми построил для β⁻-распада нейтрона внутри ядра

65

$$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e. \tag{1}$$

функцию Лагранжа (инвариантную относительно собственных преобразований Лоренца и имеющую форму произведения «вектор на вектор») [1]:

$$L = G_F \left( \overline{\Psi}_p \gamma_\mu \Psi_n \right) \left( \overline{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_{\overline{\nu}} \right).$$
<sup>(2)</sup>

Здесь:  $G_F = 1,026 \cdot 10^{-5} m_p^{-2}$  – постоянная Ферми;  $\overline{\Psi}_p$  – оператор рождения протона;  $\Psi_n$  – оператор уничтожения нейтрона;  $\Psi_{\overline{\nu}}$  – оператор рождения антинейтрино;  $\overline{\Psi}_e$  – оператор рождения электрона;  $\gamma_{\mu}$  – матрицы Дирака. Позднее выяснилось, что при  $\beta^-$ -распаде нейтрона нарушается чётность [2], и в рамках ток-токовой теории Лагранжиан слабого взаимодействия для процесса (1), в случае 4-компонентного массивного антинейтрино, может быть представлен как [3]:

$$L = \sum_{j=A,V} C_j \left( \overline{\Psi}_p O^j \Psi_n \right) \left( \overline{\Psi}_e O^j \Psi_{\overline{v}} \right).$$
(3)

Здесь  $O_V = \gamma_{\mu}$ ;  $O_A = \gamma_{\mu}\gamma_5$ ;  $C_V$ ,  $C_A$  – векторная и аксиально-векторная константы связи [3]. В этом случае квадрат модуля матричного элемента процесса (1) можно записать в виде:

$$|M|^{2} = M^{+}M = C_{j}C_{j'}\left(\overline{u}_{\overline{\nu}}O_{\alpha}^{j}u_{e}\right)\left(\overline{u}_{e}O_{\beta}^{j'}u_{\overline{\nu}}\right)\left(\overline{u}_{n}O_{\alpha}^{j}u_{p}\right)\left(\overline{u}_{p}O_{\beta}^{j'}u_{n}\right) = G_{F}^{2}L_{\alpha\beta}N_{\alpha\beta}.$$
 (4)

Здесь и далее подразумевается суммирование по повторяющимся индексам. Кроме того, в дальнейшем в формуле (4) мы опускаем верхние индексы суммирования *j*, *j*', которые тем не менее подразумеваются. В формуле (4) лептонный  $L_{\alpha\beta}$  и нуклонный  $N_{\alpha\beta}$  тензоры определяются выражениями:  $L_{\alpha\beta} = (\overline{u}_{\overline{\nu}}O_{\alpha}u_{e})(\overline{u}_{e}O_{\beta}u_{\overline{\nu}})$ ,  $N_{\alpha\beta} = (\overline{u}_{n}O_{\alpha}u_{p})(\overline{u}_{p}O_{\beta}u_{n})$ . В выражении (4)  $u_{i}, \overline{u}_{i}$  – дираковские спинорные амплитуды, соответствующие волновым функциям  $\Psi_{i}$  и  $\overline{\Psi}_{i}$ , где  $i = e, \overline{\nu}, n, p$ . В случае массивных антинейтрино левые и правые состояния присутствуют в волновой функции:

$$\Psi_{\overline{\nu}} \equiv \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \Psi_{\overline{\nu}} + \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \Psi_{\overline{\nu}}.$$
<sup>(5)</sup>

В Лагранжиане вида (3), который вполне симметричен, не содержатся члены, нарушающие Р-чётность, несмотря на присутствие в выражении  $\gamma_5$  матриц, также как и в выражении (5). Однако, если в конце вычисления зафиксировать спиральность антинейтрино, например, как положительную, а именно ( $s_{\overline{v}} = +1$ ),

то автоматически отбрасывается второе слагаемое в выражении (5), что немедленно приводит к нарушению пространственной чётности. Из формулы (4) следует, что в общем случае квадрат модуля матричного элемента нельзя факторизовать (представить его как произведение двух скалярных функций), так как он является произведением лептонного и нуклонного тензоров с суммированием

66

по повторяющимся индексам. Общее выражение для дифференциальной вероятности процессов β-распада может быть представлено формулой [3]:

$$dW = (2\pi)^{-5} K |M|^2 E_e p_e E_v p_v dE_e d\Omega_e d\Omega_v.$$
(6)

Здесь K – кинематический множитель, зависящий от импульса p, энергии E и массы m частиц. Лептонный тензор  $L_{\alpha\beta}(E_{\nu}, m_{\nu}, \varkappa, \theta, s_{e})$  зависит от энергии,

массы антинейтрино, примеси правых токов (параметра  $\varkappa = a_A/a_V \neq 1$ ), телесного угла  $\theta$  вылета электрона или антинейтрино и от спиральности электрона  $s_e$ . Нуклонный тензор  $N_{\alpha\beta}(E_{\nu}, m_{\nu}, \varkappa, G_2, ядр. стр.)$  зависит от величины массы нейтрино (через законы сохранения энергии-импульса), а также от ядерной структуры и возможной примеси токов второго рода  $G_2$  по классификации Вайнберга [4–6]:

$$N_{\alpha\beta} = N_{\alpha\beta} \left( E_{\nu}, m_{\nu}, \varkappa, G_2, \text{ядр. стр.} \right).$$
(7)

Все эти факторы вносят неопределённости в поведение кривой энергетического спектра электронов в его конце. В общем случае вероятность распада есть произведение тензоров, но для чистых Фермиевских переходов (нуклонный ток является в основном только векторным) и для чистых Гамов-Теллеровских переходов [7] (нуклонный ток является в основном только аксиальным) тензорное произведение в (4) можно факторизовать, то есть разложить на скалярные множители, тем самым представить его как произведение двух скалярных функций:

$$L_{\alpha\beta} \cdot N_{\alpha\beta} = L(E_{\nu}, m_{\nu}, \varkappa, \theta, s_{e}) \cdot N(E_{\nu}, m_{\nu}, \varkappa, G_{2}, \text{ядр. стр.}).$$
(8)

Но и в этом случае вероятность бета-распада всё ещё пропорциональна плохо изученной ядерной структуре, заключённой в нуклонной части этого выражения. Неопределённости, содержащиеся в нуклонной функции N ядерного матричного элемента, могут быть устранены путём измерения относительных характеристик: различных асимметрий в угловом распределении, поляризации частиц и т. д. Тогда член N в числителе и знаменателе сокращается, что будет продемонстрировано частично в пункте 2.4 данной работы. Например, степень продольной поляризации электронов и коэффициент угловой «электрон-антинейтринной» корреляции «вперёд-назад» будут представлены формулами [8]:

$$P_{e^-} = \frac{\left[L(s_e = +1) - L(s_e = -1)\right] N(\varkappa, G_2, \text{ ядр. стр.})}{\left[L(s_e = +1) + L(s_e = -1)\right] N(\varkappa, G_2, \text{ ядр. стр.})} = \frac{L(s_e = +1) - L(s_e = -1)}{L(s_e = +1) + L(s_e = -1)},$$
(9)

$$A_{ev} = \frac{\left[L\left(0^{\circ}\right) - L\left(180^{\circ}\right)\right]N\left(\varkappa, G_{2}, \text{ ядр. стр.}\right)}{\left[L\left(0^{\circ}\right) + L\left(180^{\circ}\right)\right]N\left(\varkappa, G_{2}, \text{ ядр. стр.}\right)} = \frac{L\left(0^{\circ}\right) - L\left(180^{\circ}\right)}{L\left(0^{\circ}\right) + L\left(180^{\circ}\right)}.$$
 (10)

#### 2.2. Зависимость кинематического множителя от массы нейтрино

Ферми считал, что основная зависимость от  $m_v$  сосредоточена в кинематическом множителе, который имеет вид [1]:

$$W \sim K = \left(W_0 - E_e + m_v\right) \left[ \left(W_0 - E_e + m_v\right)^2 - m_v^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (11)

Здесь  $W_0$  – максимальная энергия электрона;  $m_v$  – масса покоя нейтрино (антинейтрино);  $E_e$  – энергия электрона. Предполагалось, что ядерный матричный элемент очень слабо зависит от  $m_v$ , то есть, его можно считать константой, что верно с относительной точностью ~10<sup>-3</sup>. Он проанализировал влияние массы антинейтрино в конце спектра в случае трёх различных значений его массы:

1.  $m_v = 0$ ; 2.  $m_v \gtrsim 0$ ; 3.  $m_v \gg 0$ .



Рис. 1. Энергетический спектр электронов бета-распада в его конце, приведённый Ферми.

*Fig. 1.* The energy spectrum of beta decay electrons at its end, given by Fermi. Источник: [1, с. 535].



*Рис. 2.* Реальный энергетический спектр электронов бета-распада в его конце в 2 случаях.

*Fig. 2.* The real energy spectrum of beta decay electrons at its end in 2 cases. Источник: данные авторов.

**68** 

Как видно из рис. 1 работы [1], все три графика сходятся в одной точке на оси абсцисс  $E_e$  независимо от величины массы антинейтрино, что не согласуется с законом сохранения энергии. В своих рассуждениях Ферми не учёл тот факт, что в присутствии массы покоя антинейтрино (нейтрино), конец графика энергетического спектра электронов должен смещаться влево точно на величину массы антинейтрино  $m_v$ , как показано на рис. 2. Действительно, часть энергии распада расходуется на образование массы антинейтрино.

#### 2.3. Зависимость дифференциальной вероятности от ядерной структуры на примере β-распада трития

Дифференциальная вероятность наблюдаемого экспериментально процесса β-распада трития:

$${}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{3}He + e^{-} + \tilde{\nu}_{e} \tag{12}$$

может быть записана как:

$$dW = N(E_e)dE_e.$$
 (13)

Энергетический спектр электронов N(E<sub>e</sub>) задаётся формулой [9]:

$$N(E_e) = 4 \left( 2\pi \right)^{-3} G_F^2 \beta_V^2 \, p_e E_e K \, f_{\text{IIM}} \, F(Z, E_e) \, \xi F \left( F_i, E_e, W_0, m_v \right). \tag{14}$$

Здесь  $\xi = a_V^2 (1 + \varkappa^2); \quad \varkappa = a_A / a_V,$  где  $a_V, a_A, (\beta_V, \beta_A)$  – векторные и аксиаль-

но-векторные константы связи лептонного (адронного) тока;  $p_e$ ,  $E_e$  – импульс и энергия электрона;  $f_{\text{цм}}$  – функция, учитывающая влияние центра масс,  $F(Z, E_e)$  – кулоновский поправочный множитель.

В оболочечной модели ядра функция Ферми-Кюри имеет вид [9]:

$$\left[N(E_{e})/F(Z,E_{e})f_{\text{IIM}}p_{e}E_{e}\right]^{\frac{1}{2}} = 2(2\pi)^{-\frac{3}{2}}G_{F}\beta_{V}\left\{K\xi F\left(F_{i},E_{e},W_{0},m_{v}\right)\right\}^{\frac{1}{2}},$$
 (15)

где  $F(F_i, E_e, W_0, m_v) = A_0 + A_1 / M + A_2 / M^2 - функция, учитывающая влияние ядерной структуры, в которой слагаемые <math>A_0, A_1, A_2$  имеют вид:

$$A_0 = F_1^2 (1 - C) + 3\lambda^2 F_A^2 (1 + C),$$

$$A_{1} = -2\lambda F_{A}\gamma_{\mu} \left(\beta_{\nu}p_{\nu} - \beta_{e}p_{e}\right) + \lambda^{2} \left(F_{A} + q_{0}F_{P} - 2MF_{T}\right)F_{A} \left(\beta_{\nu}p_{\nu} + \beta_{e}p_{e}\right),$$

$$A_{2} = \frac{\mu^{2}}{2} \left[ \left(1 + C\right)p^{2} - \frac{4}{3}\beta_{\nu}p_{\nu}\beta_{e}p_{e} \right] + \frac{\lambda^{2}}{4} (F_{A} + q_{0}F_{P} - 2MF_{T})^{2} \left[ \left(1 - C\right)p^{2} + \frac{2}{3}\beta_{\nu}p_{\nu}\beta_{e}p_{e} \right],$$

$$p^{2} = p_{e}^{2} + p_{\nu}^{2},$$
(16)

ISSN 2072-8387

$$C = \frac{m_e m_v \left(1 - \varkappa^2\right)}{E_v E_e \left(1 + \varkappa^2\right)}.$$

Здесь  $\lambda = \left| -\frac{\beta_A}{\beta_V} \right|$ ,  $\beta_e = \frac{p_e}{E_e}$ ,  $\beta_v = \frac{p_v}{E_v}$ ,  $\mu = F_1 + 2MF_2$ . ( $F_i$  – формфакторы токов

первого (второго) рода [4], *i* = 1, 2, *A*, *P*, (*T*, *S*)).

Первое слагаемое  $A_0$  учитывает вклад правых лептонных токов и массы антинейтрино. Второе слагаемое  $A_1$  и третье слагаемое  $A_2$  в формуле (16) учитывают вклад ядерной структуры через формфакторы  $F_i$ . В приближении Ферми ядерный матричный элемент  $F(F_i, E_e, W_0, m_v)$  можно считать константой ~(1 + 3 $\lambda^2$ ).

Вклад токов второго рода оказывается практически постоянным во всём диапазоне энергий  $\beta$ -спектра, поскольку он определяется формфактором  $F_T$ , умноженным на функцию ( $\beta_v p_v + \beta_e p_e$ ) в формуле (16), который почти постоянен и очень слабо зависит от энергии электронов.

Отличие массы электронного антинейтрино от нуля не только в кинематическом множителе, но и в самом ядерном матричном элементе может привести кроме известного загиба графика в конце спектра, к дополнительному смещению (см. рис. 3 и рис. 4).

#### 2.4. Эффекты массы антинейтрино в процессе β-распада свободного неполяризованного нейтрона

Квадрат модуля матричного элемента для β-распада свободного неполяризованного покоящегося нейтрона с учётом продольной поляризации электрона и антинейтрино имеет следующий вид [3]:

$$\begin{split} |M|^{2} &= \frac{G_{F}^{2} a_{V}^{2}}{4} \bigg\{ \eta_{1} C_{+} - \frac{1}{2} \eta_{3} C_{-} - s_{e} s_{v} \big[ 2 \eta_{1} D_{-} - \eta_{3} D_{+} \big] \cos \theta + \\ &+ m_{p}^{-1} \lambda \big( 2 \eta_{1} + \eta_{3} \big) p \big( s_{e} p_{e}^{0} + s_{v} p_{v}^{0} \big) + m_{p}^{-1} \eta_{2} D_{+} p \big( s_{e} p_{e}^{0} - s_{v} p_{v}^{0} \big) \bigg\}, \\ C_{\pm} &= 1 \pm 3 \lambda^{2}, \\ D_{\pm} &= 1 \pm \lambda^{2}, \\ \eta_{1} &= \frac{1}{4} \big[ \delta_{e}^{(-)} \delta_{v}^{(+)} \big( 1 + \varkappa \big)^{2} + \delta_{e}^{(+)} \delta_{v}^{(-)} \big( 1 - \varkappa \big)^{2} \big], \quad \cos \theta = \big( p_{e}^{0} p_{v}^{0} \big), \end{split}$$
(17)  
$$\eta_{2} &= \frac{1}{4} \big[ \delta_{e}^{(+)} \delta_{v}^{(-)} \big( 1 + \varkappa \big)^{2} - \delta_{e}^{(-)} \delta_{v}^{(+)} \big( 1 - \varkappa \big)^{2} \big], \\ p &= - \big( p_{e} + p_{v} \big), \\ \eta_{3} &= \big( 1 - \varkappa^{2} \big) \frac{m_{e} m_{v}}{E_{e} E_{v}}, \\ \delta_{l}^{(\pm)} &= 1 \pm s_{l} \beta_{l}, \quad (l = e, v). \end{split}$$



Рис. 3. График Кюри для β-распада трития в приближении Ферми (с учётом ядерного матричного элемента  $F(F_i, E_e, W_0, m_v)$  в виде постоянной) для двух значений масс антинейтрино  $m_v = 0$  (пунктирная линия),  $m_v \neq 0$  (сплошная линия). Fig. 3 Curie plot for tritium β-decay in the Fermi approximation (taking into account the nuclear matrix element  $F(F_i, E_e, W_0, m_v)$  as a constant) for two antineutrino masses  $m_v = 0$  (dashed line),  $m_v \neq 0$  (solid line).

Источник: [9, с. 2197].



*Рис.* 4. График Кюри для β-распада трития с учётом влияния ядерного матричного элемента *F*(*F<sub>i</sub>*, *E<sub>e</sub>*, *W*<sub>0</sub>, *m<sub>v</sub>*), который отличается от константы для двух значений масс антинейтрино: *m<sub>v</sub>* = 0 (пунктирная линия), *m<sub>v</sub>* ≠ 0 (сплошная линия). Две пунктирные линии определяют диапазон неопределённостей, обусловленных влиянием ядерной структуры (формфакторов токов первого (второго) рода) в зависимости от знака формфакторов. *Fig.* 4. Curie plot for tritium β-decay taking into account the influence of the nuclear matrix element *F*(*F<sub>i</sub>*, *E<sub>e</sub>*, *W*<sub>0</sub>, *m<sub>v</sub>*), which differs from the constant for two antineutrino masses: *m<sub>v</sub>* = 0 (dashed line), *m<sub>v</sub>* ≠ 0 (solid line). Two dashed lines determine the range of uncertainties due to the influence of the nuclear structure (form factors of currents of the first (second) kind) depending on the sign of the form factors.

Источник: [9, с. 2197].

**\_71** /
Здесь  $s_e = \pm 1$ ,  $s_v = \pm 1$ , – спиральности электрона и массивного антинейтрино; p и  $m_p$  – импульс и масса протона отдачи;  $p_e^0$ ,  $p_v^0$  – единичные векторы в направлении импульса электрона и антинейтрино. Подставляя (17) в (6), получаем, что степень продольной поляризации электронов и асимметрия вылета электронов «вперёд-назад» будут иметь следующий вид:

$$P_{e^-} = \frac{dW(s_e = +1) - dW(s_e = -1)}{dW(s_e = +1) + dW(s_e = -1)} = \frac{L(s_e = +1) - L(s_e = -1)}{L(s_e = +1) + L(s_e = -1)}.$$
 (18)

$$A_{ev} = \frac{dW(0^{\circ}) - dW(180^{\circ})}{dW(0^{\circ}) + dW(180^{\circ})} = \frac{L(0^{\circ}) - L(180^{\circ})}{L(0^{\circ}) + L(180^{\circ})}.$$
(19)

Подставляя выражение (17) в (18) и (19), проведём суммирование по спиновым состояниям нейтрино (антинейтрино) и проинтегрируем по телесным углам  $d\Omega_e$ ,  $d\Omega_v$ . После этого, пренебрегая членами  $\sim \frac{m_v}{m_p}$ ,  $\frac{p_e}{m_p}$ ,  $\frac{p_v}{m_p}$ , получим

выражение следующего вида [3; 10]:

$$P_{e^-} \cong -\beta_e \frac{2\varkappa}{1+\varkappa^2} \left[ 1 + \left(\frac{1-3\lambda^2}{1+3\lambda^2}\right) \left(\frac{1-\varkappa^2}{1+\varkappa^2}\right) \frac{m_e m_v}{E_e E_v} \right], \tag{20}$$

$$A_{ev} \approx a\beta_e \beta_v \left[ 1 + \left( \frac{1 - 3\lambda^2}{1 + 3\lambda^2} \right) \left( \frac{1 - \varkappa^2}{1 + \varkappa^2} \right) \frac{m_e m_v}{E_e E_v} \right], \tag{21}$$

где  $a = \frac{1-\lambda^2}{1+3\lambda^2}$  – коэффициент угловой электрон-антинейтринной корреляции

при нулевой массе покоя антинейтрино ( $m_{\nu} = 0, \varkappa = 1$ ).

Вблизи верхней границы β-спектра электронов распада, пренебрегая вторым слагаемым в квадратной скобке (21), имеем:

$$A_{ev} = a\beta_{e}\beta_{v} = a\left\{\left(\frac{E_{e}^{k}}{E_{e}^{k} + \frac{m_{e}}{2}}\right)\left[1 - \frac{m_{v}^{2}}{\left(W_{0} + m_{v} - E_{e}\right)^{2}}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}.$$
 (22)

1

Здесь  $W_0$  – верхнее граничное значение полной энергии электрона,  $E_e^k$  – кинетическая энергия электрона,  $\lambda = 1,262$  [11].

Наибольшее влияние массы антинейтрино наблюдается в конце спектра. Мы иллюстрируем это на графиках (рис. 5 и рис. 6). Из рис. 5 и рис. 6 видно, что для  $m_{\nu} = 0$ , в случае чистой V-A структуры, коэффициент  $A_{e\nu}$  принимает значение, равное –0,094113 (кривая 1). При  $m_{\nu} \neq 0$  коэффициент  $A_{e\nu}$  в конце  $\beta$ -спектра стремится к нулю, а сама граница сдвигается влево (кривая 3); для  $\varkappa \neq 1$  наклон кривой изменяется. Для  $\varkappa < 1$  (кривая 4) наклон становится более пологим, а для  $\varkappa > 1$  (кривая 2) наклон становится более крутым.

ISSN 2072-8387



Рис. 5. Зависимость коэффициента асимметрии  $A_{ev}$  от энергии электронов. *Fig.* 5. The dependence of the asymmetry

соefficient  $A_{ev}$  on the electron energy. Источник: [3, с. 895]



*Рис. 6.* Поведение коэффициента асимметрии *A*<sub>ev</sub> в конце спектра. *Fig. 6.* The behavior of the asymmetry coefficient *A*<sub>ev</sub> at the end of the spectrum.

Таким образом, в конце спектра ( $E_e \rightarrow W_0$ ) из формулы (22) следует, что асимметрия вылета электронов исчезает. Существование минимума функции  $A_{ev}$ можно использовать для определения массы покоя электронного антинейтрино по следующей формуле:

$$m_{\rm v} \approx m_e \left(\frac{\Delta E - E_e^*}{E_e^*}\right)^{\frac{3}{2}} \left[1 + \frac{m_e^2}{E_e^{*2}} \left(\frac{\Delta E - 2E_e^*}{E_e^*}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}.$$
 (23)

Здесь  $E_e^*$  – полная энергия электрона, при которой коэффициент  $A_{ev}$  принимает предельное (минимальное) значение.

# 2.5. Бета-распад поляризованного нейтрона

Выражение для дифференциальной вероятности β-распада поляризованного нейтрона в нерелятивистском приближении:

 $\mathcal{X}$ 

$$E_p \approx m_p,$$

$$E_v \ll m_p,$$

$$E_e \ll m_p,$$

$$= a_A / a_V = 1,$$
(24)

имеет вид [3]:

$$dW = d\Omega_e d\Omega_v dE_e E_e p_e \left(\Delta E - E_e\right) \left[ \left(\Delta E - E_e\right)^2 - m_v^2 \right]^{\frac{1}{2}} F, \qquad (25)$$

**∖73** /

где  $\Delta E - E_e = E_v$ ,

$$F = \frac{G_F^2}{2(2\pi)^5} A_0 \left\{ 1 + A_{ev} \left( \vec{p}_e^0 \cdot \vec{p}_v^0 \right) + A_{ne} \left( \vec{s}_n \cdot \vec{p}_e^0 \right) + A_{nv} \left( \vec{s}_n \cdot \vec{p}_v^0 \right) + D_{nev} \left( \vec{s}_n \left[ \vec{p}_v^0 \times \vec{p}_e^0 \right] \right) \right\}.$$
(26)

Здесь вектор *š*<sub>n</sub> определяет направление спина нейтрона.

$$A_{0} = \left|\beta_{V}\right|^{2} \left(2 - \frac{m_{p}}{E_{p}}\right) + \left|\beta_{A}\right|^{2} \left(2 + \frac{m_{p}}{E_{p}}\right) + \beta_{e}^{2} \frac{E_{e}}{E_{p}} \left|\beta_{V} + \beta_{A}\right|^{2} + \beta_{v}^{2} \frac{E_{v}}{E_{p}} \left|\beta_{V} - \beta_{A}\right|^{2}, \quad (27)$$

$$A_{ev} = \beta_e \beta_v \frac{1 - \lambda^2}{1 + 3\lambda^2}.$$
 (28)

$$A_{ne} = \beta_e \frac{2\lambda(1-\lambda)}{1+3\lambda},$$
(29)

$$A_{n\nu} = \beta_{\nu} \frac{2\lambda(1+\lambda)}{1+3\lambda^2},$$
(30)

$$D_{nev} = \beta_e \beta_v \frac{2\lambda}{1+3\lambda^2} \sin \alpha.$$
 (31)

Здесь  $\beta_e = \frac{p_e}{E_e}, \beta_v = \frac{p_v}{E_v}, a = \frac{1-\lambda^2}{1+3\lambda^2}, \alpha$  – угол между направлением ориентации

спина нейтрона и плоскостью реакции, образованной векторами импульсов электрона и антинейтрино.

Формулы (28)–(31) определяют коэффициенты: угловую корреляцию  $A_{ev}$  и асимметрию испускания электрона  $A_{ne}$  и антинейтрино  $A_{nv}$ , а также тройную корреляцию  $D_{nev}$  при  $\beta$ -распаде поляризованного нейтрона. Например, из (28) можно получить выражение для массы нейтрино:

$$m_{\rm v} = \left(\Delta E - E_e\right) \left[ 1 - a^{-2} \beta_e^{-2} A_{ev}^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$
 (32)

### 3. Заключение

Измеряя относительные характеристики, такие как поляризация частиц, асимметрия вылета электронов, можно получить оценку величины массы нейтрино (антинейтрино) в процессах β-распада. В случае Гамов-Теллеровских и Фермиевских переходов можно избавиться от неизвестной ядерной структуры, содержащейся в нуклонном тензоре.

Статья поступила в редакцию 13.05.2020 г.

**. 74** /

ISSN 2072-8387

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ферми Э. Теория β-лучей // Ферми Э. Научные труды. М.: Наука. 1971. Т. 1. С. 525– 541.
- Lee T. D., Yang C. N. Question of Parity Conservation in Weak Interactions // Physical Review. 1956. Vol. 104. Iss. 1. P. 254.
- Керимов Б. К., Самсоненко Н. В., Катхат Ч. Л. Энергетическая зависимость параметров асимметрий β-распада свободного поляризованного нейтрона с учётом массы антинейтрино // Известия АН СССР. Серия Физическая. 1988. Т. 52. №5. С. 892–898.
- Weinberg S. Charge Symmetry of Weak Interactions // Physical Review. 1958. Vol. 112. Iss. 4. P. 1375.
- Polarisation effects of second-class currents in the direct and inverse β-decay of nuclei / Samsonenko N. V., Kathat C. L., Ousmane M. A., Samgin A. L. // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. 1989. Vol. 15. No. 9. P. 1413–1430.
- Самсоненко Н. В., Самгин А. Л., Катхат Ч. Л. О влиянии мезонных обменных токов второго рода на характеристики процессов β<sup>±</sup>-распада легких ядер // Ядерная физика. 1988. Т. 47. № 2. С. 348–354.
- 7. Ишханов Б. С., Капитонов И. М., Юдин Н. П. Частицы и атомные ядра. М.: Изд. Московского университета, 2005. 584 с.
- 8. Samsonenko N. V., Ndhaio F., Alibin M. A. On the possibility of determining the antineutrino mass by measuring the relative characteristics (polarizations and asymmetries) in  $\beta$ -decay processes // LIV All-Russia conference on problems in dynamics, particle physics, plasma physics and optoelectronics, 2018. M.: PFUR. pp. 101–105.
- Об интерпретации экспериментальных данных по измерению массы антинейтрино в β-распаде трития / Самсоненко Н. В., Катхат Ч. Л., Усман М. А., Невский А. Д. // Известия АН СССР. Серия Физическая. 1991. Т. 55. № 11. С. 2196–2202.
- Эффекты массы покоя нейтрино (антинейтрино) в процессах β<sup>±</sup>-распада ядер / Керимов Б. К., Самсоненко Н. В., Катхат Ч. Л., Эль-Гавхари А. Н. // Известия АН СССР. Серия Физическая. 1986. Т. 50. № 1. С. 185–191.
- 11. Bopp P. Beta-Decay Asymmetry of the Neutron and / Physical Review Letters. 1986. Vol. 56. Iss. 9. P. 919.

# REFERENCES

- Fermi E. [The theory of β-rays]. In: Fermi E. *Nauchnye trudy*. [Scientific works. Vol. 1]. Moscow, Nauka Publ., 1971, vol.1, pp. 525–541.
- 2. Lee T. D., Yang C. N. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. In: *Physical Review*, 1956, vol. 104, iss. 1, p. 254.
- Kerimov B. K., Samsonenko N. V., Katkhat Ch. L. [Energy dependence of the asymmetry parameters of the β-decay of a free polarized neutron taking into account the antineutrino mass]. In: *Izvestiya AN SSSR. Seriya Fizicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Physical Series], 1988, vol. 52, no. 5, pp. 892–898.
- 4. Weinberg S. Charge Symmetry of Weak Interactions. In: *Physical Review*, 1958, vol. 112, iss. 4, p. 1375.
- Samsonenko N. V., Kathat C. L., Ousmane M. A., Samgin A. L. Polarisation effects of second-class currents in the direct and inverse β-decay of nuclei. In: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 1989, vol. 15, no. 9, pp. 1413–1430.
- Samsonenko N. V., Samgin A. L., Katkhat Ch. L. [On the influence of meson exchange currents of the second kind on the description of the processes -decay of light nuclei]. In: *Yadernaya fizika* [Nuclear physics], 1988, vol. 47, no. 2, pp. 348–354.

- 7. Ishkhanov B. S., Kapitonov I. M., Yudin N. P. *Chastitsy i atomnye yadra* [Particles and Atomic Nuclei]. Moscow, Moscow University Publ., 2005, 584 p.
- Samsonenko N. V., Ndhaio F., Alibin M. A. On the possibility of determining the antineutrino mass by measuring the relative characteristics (polarizations and asymmetries) in β-decay processes // LIV All-Russia conference on problems in dynamics, particle physics, plasma physics and optoelectronics, 2018. M.: PFUR. pp. 101–105.
- Samsonenko N. V., Katkhat Ch. L., Usman M. A., Nevskii A. D. [On the interpretation of experimental data on the measurement of antineutrino mass in β-decay of tritium]. In: *Izvestiya AN SSSR. Seriya Fizicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Physical Series], 1991, vol. 55, no. 11, pp. 2196–2202.
- Kerimov B. K., Samsonenko N. V., Katkhat Ch. L., El'-Gavkhari A. N. [Effects of the rest mass of a neutrino (antineutrino) in the processes of β ^ ∓ decay of nuclei]. In: *Izvestiya AN SSSR. Seriya Fizicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Physical Series], 1986, vol. 50, no. 1, pp. 185–191.
- 11. Bopp P. Beta-Decay Asymmetry of the Neutron and /. In: *Physical Review Letters*, 1986, vol. 56, iss. 9, p. 919.

# ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Самсоненко Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент Института физических исследований и технологий, Российского университета дружбы народов;

e-mail: nsamson@bk.ru;

*Ндахайо Фидель –* кандидат физико-математических наук, доцент департамента физики Руандийского университета;

e-mail: f\_ndahayo15@yahoo.com;

*Алибин Максим Агабегович* – аспирант Института физических исследований и технологий, Российского университета дружбы народов; e-mail: maalibin2017@mail.ru.

# **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Nikolai V. Samsonenko* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: nsamson@bk.ru;

*Fidel Ndahayo* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Physics, Rwanda University; e-mail: f\_ndahayo15@yahoo.com;

*Maxim A. Alibin* – postgraduate student at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: maalibin2017@mail.ru.

76

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А. Вклад массы нейтрино (антинейтрино) в поляризации и асимметрии частиц в процессах β-распада // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 64–77. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-64-77

# FOR CITATION

Samsonenko N. V., Ndahayo F., Alibin M. A. Contribution of neutrino (antineutrino) mass in polarizations and asymmetries of particles in  $\beta$ -decay processes. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 64–77. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-64-77

# УДК 629.7 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-78-93

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СВЯЗИ С МЕЖПЛАНЕТНЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

# Кирдяшев К. П.

Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской Академии наук, Фрязинский филиал

141190, Московская область, г. Фрязино, пл. Академика Введенского, д. 1, Российская Федерация

# Аннотация.

**Цель** исследования – рассмотрение вопросов прогнозирования электромагнитной обстановки и оценки совместимости бортового радиоэлектронного оборудования межпланетных космических аппаратов.

**Процедура и методы исследования.** Показано, что известные стандарты для оценки электромагнитной совместимости неприменимы для определения электромагнитных полей, создаваемых аппаратурой космических аппаратов. С учётом результатов проведённых стендовых испытаний разработаны расчётно-теоретические модели источников электромагнитных полей вблизи космических аппаратов.

**Результаты исследования.** Исследованы особенности взаимодействия по электромагнитным полям плазмы электрореактивных двигателей с радиоэлектронными средствами космических аппаратов. Представлены результаты анализа электромагнитной совместимости бортовых радиоэлектронных систем.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты проведённого исследования обеспечивают выбор оптимального диапазона частот для применяемых на межпланетных космических аппаратах средств радиосвязи. При этом необходим учёт различных эффектов аномального взаимодействия электромагнитных полей с плазменными образованиями, создаваемыми электрореактивными двигателями космических аппаратов.

**Ключевые слова:** пилотируемые полёты в космос, электрореактивные двигатели, стационарный плазменный двигатель, плазменные ускорители, космическая связь, электромагнитная совместимость, помехоустойчивость, электромагнитные волны

# THE ELECTROMAGNETIC PROBLEMS OF INTERPLANETARY SPACECRAFT COMMUNICATION

# K. Kirdyashev

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Fryazino branch 1 ploshchad' Akademika Vvedenskogo, Fryazino 14190, Moscow Region, Russian

Federation

<sup>©</sup> СС ВҮ Кирдяшев К. П., 2020.

# Abstract.

**The purpose** of the study is to consider the issues of forecasting the electromagnetic environment and assess the compatibility of onboard radio-electronic equipment of interplanetary spacecraft. **Methodology and Approach.** It is shown that well-known standards for assessing electromagnetic compatibility are not applicable for determining the electromagnetic fields generated by spacecraft equipment. Taking into account the results of bench tests conducted, theoretical and theoretical models of sources of electromagnetic fields near spacecraft have been developed. **Results.** The features of interaction in the electromagnetic fields of the plasma of electric jets with the radio-electronic means of spacecraft are investigated. The results of the analysis of

electromagnetic compatibility of airborne electronic systems are presented. *Theoretical and Practical implications.* The results of the study provide the choice of the optimal

frequency range for radio communications used on interplanetary spacecraft. In this case, it is necessary to take into account the various effects of the anomalous interaction of electromagnetic fields with plasma formations created by the electroreactive engines of spacecraft.

*Keywords:* human space flights, manned missions to Mars, electro jet engines, plasma accelerators, space communication, noise immunity efficiency, plasma electromagnetic radiation

### Введение

Обеспечение электромагнитной совместимости (ЭМС) радиоэлектронных средств (РЭС) и систем космических аппаратов приобретает особое значение при проектировании и эксплуатации радиолиний спутников связи и межпланетных космических аппаратов. ЭМС бортового оборудования предусматривает возможность его функционирования в соответствие с требуемыми техническими характеристиками в условиях создаваемой на космическом аппарате электромагнитной обстановки. Решение проблемы ЭМС РЭС космических аппаратов определяется назначением применяемого оборудования, параметрами и характеристиками наземных средств управления, связи и контроля работы бортовых систем, взаимным расположением источников электромагнитных полей и элементов бортовой аппаратуры, чувствительных к их воздействию.

Источниками наиболее интенсивного электромагнитного излучения, препятствующего нормальной работе систем радиосвязи, являются электрические ракетные двигатели (ЭРДУ), источники и ускорители плазмы для решения задач на космических аппаратах. Основные направления применений таких устройств определяются необходимостью коррекции орбит и стабилизации околоземных спутников связи, созданием тяговых модулей межпланетных космических аппаратов, исследованием перспектив борьбы с опасными космическими объектами (астероидами), разработкой и применением плазменных технологий в космосе, нейтрализацией электрических зарядов на космических аппаратах.

При разработке средств космической плазменной техники обычно рассматривается метод оценки ЭМС РЭС, основанный на применении известных стандартов MIL-STD-461B, MIL-STD-461D, MIL-STD-461E и MIL-STD-462. Проведённый анализ работы бортовых радиотехнических комплексов геостационарных спутников связи и межпланетных космических аппаратов свидетельствует о неприменимости этих стандартов на предельно допустимый уровень электромагнит-

79

ных полей, создаваемых аппаратурой космических аппаратов. Это связано с тем, что разработанные стандарты не учитывают особенности каналов воздействия двигателей на бортовую радиоаппаратуру и показатели их влияния на работу систем космических аппаратов. В связи с этим необходима разработка критериев и методов оценки ЭМС РЭС применительно к конкретной компоновке бортовой аппаратуры космических аппаратов, учитывающей расположение зон формирования электромагнитных полей и каналов их воздействия на бортовую радиоприёмную аппаратуру. В этих условиях анализ влияния ЭРДУ на эффективность функционирования и помехоустойчивость космических радиолиний необходимо производить на основе оценок отношения сигнал/шум во входных трактах бортовых радиоприёмных устройств.

# Общая характеристика электромагнитной обстановки вблизи космических аппаратов

Исследование электромагнитного воздействия ЭРДУ на космическую связь сводится к решению электродинамических задач в системе взаимодействующих элементов электротехнического оборудования и бортовых радиотехнических комплексов, предназначенных для связи и управления полётами космических аппаратов (рис. 1). При анализе электромагнитной обстановки (рис. 2) вблизи космических аппаратов и условий прохождения сигналов в каналах радиосвязи обычно рассматриваются эффекты ослабления и рефракции радиоволн в создаваемых плазменных образованиях, флуктуации амплитуды и фазы сигналов по трассам радиолиний, искажения диаграмм направленности и экранировка приёмно-передающих антенн. Важным фактором воздействия электрореактивных двигателей на радиоэлектронную аппаратуру космических аппаратов является их электромагнитное излучение, препятствующее выделению сигналов в каналах радиосвязи.

Этим не ограничивается воздействие ЭРДУ на электромагнитную обстановку вблизи космического аппарата. На основе результатов проведённых стендовых испытаний установлен дополнительный фактор такого воздействия, связанный с усилением внешнего электромагнитного излучения в плазме двигательной установки. Формирование вблизи двигательной установки космического аппарата электромагнитных полей обусловлено различными элементами бортового радиотехнического комплекса, передающими микроволновыми антеннами систем космической радиосвязи, источниками паразитного излучения при работе бортовой аппаратуры. Возникающие при этом эффекты могут сопровождаться амплитудными, фазовыми и частотными искажениями сигналов в радиоканалах, а также взаимными помехами в приёмно-передающих устройствах систем связи космических аппаратах.

Анализ работы бортовых радиотехнических комплексов межпланетных космических аппаратов свидетельствует о неприменимости известных стандартов на предельно допустимый уровень электромагнитных полей, создаваемых аппаратурой космических аппаратов. Это связано с тем, что разработанные стандарты не учитывают особенности каналов воздействия двигателей на бортовую радиоаппаратуру и показатели их влияния на работу систем космических аппаратов. В связи с этим необходима разработка критериев и методов оценки ЭМС РЭС космических аппаратов применительно к конкретной компоновке бортовой аппаратуры, определяющей зоны формирования и воздействия электромагнитного излучения на РЭС.



Рис. 1. Конструкция космического зонда с ядерной двигательной установкой для исследования астероидов и планет Солнечной системы.
 Fig. 1. The design of a space probe with a nuclear propulsion system for the study of asteroids and planets of the solar system.

Источник: [5].

При анализе воздействия двигателей на бортовую радиоприёмную аппаратуру необходим расчёт их помехоустойчивости на основе расчётов отношения сигнал/шум на входе радиоприёмного устройства (табл. 1).



Рис. 2. Формирование электромагнитной обстановки вблизи космического аппарата.

*Fig. 2.* The formation of the electromagnetic environment near the spacecraft. Источник: [6].

# Результаты экспериментальных исследований микроволнового излучения стационарных плазменных двигателей

Проведённый комплекс испытаний различных типов электрореактивных двигателей [3–7] свидетельствует о том, что интенсивность их излучения в диапазонах частот бортовых радиоэлектронных систем изменяется в широких пределах в зависимости от конструкции установок, применяемых рабочих веществ и режимов ускорения плазмы (рис. 3). Максимальные значения спектральной плотности излучения достигают значений  $10^{-5} \div 10^{-4}$  Вт/(м<sup>2</sup> МГц), что на 6-7 порядков превышает уровень равновесного (теплового) излучения выходящего из двигателя плазменного потока. Наиболее интенсивное излучение двигателей проявляется в высоковольтных эксплуатационных режимах плазменных двигателей, в которых формируются неравновесные токовые конфигурации и ускоряющие анодные слои.

В настоящее время в космической технике широко используется на отечественных и зарубежных космических аппаратах плазменный двигатель СПД [2; 9; 10], разрабатываемый в различных организациях в России и за рубежом (рис. 5). Подготовка стационарных плазменных двигателей для их применения на космических аппаратах потребовала проведения стендовых радиотехнических испытаний отдельных модулей объединённой двигательной установки, определения возможного вклада микроволнового излучения плазменного двигателя в формирование электромагнитной обстановки вблизи космического аппарата и оценки помехоустойчивости приёмных каналов бортового радиокомплекса. В качестве примера проведён анализ совместимости по электромагнитному полю двигательного блока коррекции и ориентации с системами космического зонда для исследования планет Солнечной системы (рис. 1) и геостационарного спутника связи «Экспресс-1000» (рис. 4).



Рис. 3. Спектральные характеристики микроволнового излучения плазменных двигателей: 1 – двигатель с анодным слоем (ДАС); 2 - плазменно-ионный двигатель (ПИД), камера ионизации; 3 - магнитоплазмодинамический двигатель (МПДД), рабочее вещество азот; 4 - торцевой холловский двигатель (ТХД) с литиевой плазмой; 5 - стационарный плазменный двигатель (СПД); 6 - торцевой сильноточный двигатель (ТСД) с литиевой плазмой.

*Fig. 3.* Spectral characteristics of microwave radiation of plasma engines:
1 – an anode layer engine (DAS); 2 – plasma-ion engine (PID), ionization chamber;
3 – magnetoplasmodynamic engine (MTDD), the working substance is nitrogen;
4 – end Hall engine (TCD) with lithium plasma; 5 – stationary plasma engine (SPD);
6 – end high-current engine (TSD) with lithium plasma.

Источник: [7].

При проведении испытаний плазменных двигателей установлено, что возникающее при этом электромагнитное излучение носит нестационарный характер. В процессе испытаний наблюдаются выбросы излучения, на 1,5-2,5 порядка превышающие установившийся уровень и сопоставимые с величиной сигнала на входе приёмных каналов бортового радиокомплекса. Воздействие на радиоэлектронную аппаратуру шумов двигательной установки можно представить в виде хаотической импульсной помехи (рис. 6), учёт которой необходим для обеспечения помехоустойчивости цифровых каналов связи, используемых на космических аппаратах.



*Рис. 4.* Платформа ретранслятора геостационарного спутника связи (транспортное состояние космического аппарата с двигателями коррекции, антеннами и солнечными батареями).

*Fig. 4.* The platform of the repeater of the geostationary communications satellite (the transport state of the spacecraft with correction engines, antennas and solar panels). Источник: [7].



Рис. 5. Фотография стационарного плазменного двигателя в составе блока коррекции орбиты межпланетного космического аппарата

*Fig. 5.* Photograph of a stationary plasma engine as part of the orbit correction block of an interplanetary spacecraft

Источник: [2].





*Fig. 6.* Unsteady microwave radiation of a stationary plasma engine at various time intervals. Источник: [6].

# Таблица 1 / Table 1

Оценки напряжённости электрического поля помех вблизи космического аппарата, создаваемых стационарным плазменным двигателем / Estimates of the electric noise field strength near a spacecraft produced by a stationary plasma thruster

Диапазоны частот, МГц	0,01-0,1	0,1-1,0	1,0-10	10-100	100-1000	1000-10000
Напряжённость поля помех, дБ мкВ / (м МГц)	35-50	40-50	50-55	35-50	20-30	10-25

Источник: данные автора.

ISSN 2072-8387

# Теория микроволнового излучения стационарного плазменного двигателя

Условия возбуждения колебаний и формирования электромагнитного излучения рассмотрим на основе линейной теории пучковой неустойчивости плазменного потока [3; 4], выходящего из ускорительного канала стационарного плазменного двигателя СПД-АТОН. Результат проведённого теоретического исследования позволяет получить оценки интенсивности помех в перспективных для космической радиосвязи диапазонах частот.

Обычно теоретический анализ процессов возбуждения колебаний в СПД проводится в условиях применимости дрейфового приближения при описании

85 /

динамики электронов в ускорительном канале [9; 10]. В микроволновом диапазоне неприменимость дрейфового приближения следует из существенного превышения частотами исследуемых волновых процессов значений циклотронной частоты электронов. К тому же, нарушение условий применимости дрейфового приближения связано с неоднородностью распределения магнитного поля и концентрации электронов в выходящем из СПД плазменном потоке, при этом масштабы микроволновых волновых возмущений электрического поля не превышают циклотронный радиус электронов.

Диапазон частот микроволновой неустойчивости СПД соответствует высокочастотной ветви электронных колебаний, вычисленной по концентрации электронов и напряжённости магнитного поля за срезом ускорительного канала. В этой области плазменного потока для измеренных в экспериментах значениях напряжённости магнитного поля циклотронная частота электронов составляет  $\leq 100$  МГц. При соотношении плазменной и циклотронной частот электронов  $\omega_{pe} >> \omega_{Be}$  спектр высокочастотной ветви электронных колебаний можно представить в виде [8]:

$$\omega_1(\theta) = \omega_{pe} + (\omega_{Be}^2 / 2\omega_{pe}) \sin^2 \theta.$$
(1)

В этом соотношении учитывается зависимость частоты от угла θ между магнитным полем и направлением распространения плазменной волны.

При анализе механизма возбуждения микроволновых колебаний в СПД рассмотрим условия проявления пучковой неустойчивости плазменного потока, связанной с эмиссией электронов из катода-компенсатора. При этом будем учитывать особенности динамики электронов за срезом ускорительного канала, неоднородность плазменного потока и изменение топологии магнитного поля в зонах генерации микроволновых колебаний. Выбор пучково-плазменной модели источника микроволновых колебаний основывается на экспериментально установленном соответствии диапазона частот возбуждаемых колебаний значениям электронных плазменных частот, вычисленных по концентрации электронов в зонах генерации микроволновых колебаний.

Механизм неустойчивости плазменного потока, приводящей к возбуждению микроволновых колебаний, рассмотрим на основе представления о двухкомпонентной структуре функции распределения электронов по скоростям в зонах генерации микроволновых колебаний [4]. Такое представление о функции распределения электронов по скоростям основано на формировании пучка быстрых электронов, ускоренных в области катодного падения потенциала, и группы медленных (тепловых) электронов, образующихся в результате различных процессов (ионизационных столкновений, рассеяний электронов на колебаниях и вторичной электронной эмиссии с элементов конструкции плазменной установки).

Предельную энергию возбуждаемых колебаний можно оценить по энергии вводимых в плазменный поток электронов на основе квазилинейной теории пучковой неустойчивости плазмы [8]. В соответствии с представленными оценками концентрации и скорости электронного пучка предельная энергия микро-

2020 / № 2

волновых колебаний составляет 10<sup>-2</sup>-10<sup>-1</sup> Дж/м<sup>3</sup>. Из результатов проведённых экспериментов следует, что максимальная плотность энергии микроволновых колебаний, измеренная в полосе частот 1-10 ГГц, составляет 10<sup>-4</sup>-10<sup>-3</sup> Дж/м<sup>-3</sup>, что существенно меньше предельных значений. Полученный экспериментальный результат свидетельствует о проявлении механизма насыщения интенсивности микроволновых колебаний при развитии пучковой неустойчивости плазменного потока. Ограничение роста интенсивности микроволновых колебаний обусловлено конечностью времени пучково-плазменного взаимодействия в продольно неоднородной области потока при смещении азимутального пучка электронов к срезу ускорительного канала.

Для параметров плазменного потока и электронного пучка за срезом ускорительного канала коэффициент усиления тепловых флуктуаций составляет  $10^3-10^4$ . При вычисленных по электронной температуре значениях плотности энергии тепловых флуктуаций  $W_0 = 10^{-8}-10^{-7}$  Дж/(м<sup>3</sup> МГц) плотность энергии микроволновых колебаний, возбуждаемых в плазменном потоке, составляет  $10^{-5}-10^{-4}$  Дж/(м<sup>3</sup> МГц), что согласуется с результатами проведённых измерений.

Полученные результаты теоретического анализа неустойчивости плазменного потока являются основой физической модели двигательной установки как источника электромагнитного излучения и оценки воздействия двигательной установки на радиоэлектронные системы космических аппаратов. Возникающие при работе двигателей электромагнитные поля являются источником информации о динамике электронного компонента и эффективности ускорения плазмы.

# Воздействие источников электромагнитного излучения на плазменный двигатель космических аппаратов

В настоящее время отсутствуют данные о влиянии на работу ЭРДУ внешних электрических полей, создаваемых на космическом аппарате различными источниками электромагнитных излучений. Необходимость проведения анализа такого воздействия связана с опасностью создания сбоев, деградации характеристик и отклонений за пределы допусков, определённых требованиями к двигательной установке.

Проведём расчёт воздействия внешних электрических полей на работоспособность двигательной установки, входящей в состав блока коррекции орбиты межпланетного космического аппарата. Возможны различные подходы к оценке такого воздействия в условиях эксплуатации геостационарного спутника связи и формирования поля излучения ретранслятора. Воздействие на двигательную установку переменного электрического поля с напряжённостью  $\tilde{E}$  оценим на основе критерия, учитывающего соотношение плотностей энергии электрического поля и тепловой энергии плазмы. Такой критерий предполагает учёт соотношения между скоростью осцилляций электронов, в наибольшей степени подверженных воздействию поля, и их средней тепловой скоростью. Плотность энергии внешнего электрического поля вблизи двигательной установки определим, исходя из известного соотношения [1]:

87

$$W_E = (1/2)\varepsilon_0 \tilde{E}^2.$$
<sup>(2)</sup>

При напряжённости внешнего электрического поля  $\tilde{E}$ =10-20 В/м, создаваемого источником излучения (ретранслятором) спутника связи, плотность энергии электрического поля составляет 4,5 · 10<sup>-10</sup> – 1,8 · 10<sup>-9</sup> Дж/м<sup>3</sup>. Плотность тепловой энергии электронов в плазменном потоке на выходе из двигательной установки:

$$W_{Te} = n_e k T_e \tag{3}$$

при концентрации электронов  $n_e = 10^{11} - 10^{12}$  см<sup>-3</sup> и температуре  $kT_e = 10$  эВ не превышает  $2 \cdot 10^{-2}$  Дж/м<sup>3</sup>. Из этого следует, что рассматриваемые электрические поля не вносят заметного вклада в энергию плазмы и не создают возмущений параметров электрического разряда в ускорительном канале плазменного двигателя. Об этом же свидетельствуют оценки скоростей осцилляций электронов во внешнем электрическом поле, определяемых по соотношению

$$\tilde{V}_e = \frac{eE}{m_e \,\omega},\tag{4}$$

где  $\omega$  – частота поля,  $m_e$  – масса электрона, e – заряд электрона. Для заданных значений напряжённости электрического поля скорость осцилляций электронов составляет  $3 \cdot 10^2 - 10^3$  м/с, что существенно меньше их средних тепловых значений  $7 \cdot 10^5 - 10^6$  м/с.

Критические поля, приводящие к изменению параметров электрического разряда, связаны с нелинейными эффектами и с дополнительной ионизацией рабочего вещества под действием внешнего поля. Проявление этих эффектов существенно зависит от диапазона частот, длительности воздействия внешнего электрического поля и времени между последовательными столкновениями электронов с нейтральными частицами. Как показывают оценки, критические поля, приводящие к заметному изменению характеристик электрического разряда в плазме двигательной установки, составляют более 100 В/м.

Другой подход к анализу возможного воздействия переменных электрических полей основан на определении возмущений потенциала  $\hat{U}$ , наведённых на электродах и элементах конструкции плазменной установки. Для получения необходимых оценок такого воздействия следует исходить из величин мощности излучения, воспринимаемого внешними элементами конструкции двигательной установки  $W_0$ . Определить значения  $\hat{U}$  можно с использованием приближенного соотношения  $\hat{U} = (W_0 Z_{Pl})^{1/2}$ , в котором  $Z_{Pl}$  – эквивалентный импеданс плазмы двигательной установки на частотах воздействующего на двигатель электрического поля. Расчёты потоков энергии воздействующего электрического поля в диапазоне частот 1–10 ГГц. В этом диапазоне расположены частоты собственных электронных колебаний, на которых плазма двигательной установки обладает

наименьшей проводимостью, связанной с эффективной частотой электронных столкновений. Как следует из выражения для диэлектрической проницаемости плазмы, эквивалентный импеданс цилиндрического слоя, моделирующего структуру электрического разряда на частотах электронных плазменных колебаний, можно представить в виде:

$$Z_{pl} = 1/\varepsilon_0 \, \mathbf{v}_e \, \Delta l, \tag{5}$$

2020 / № 2

в котором  $v_e$  – эффективная частота электронных столкновений,  $\Delta l$  – длина цилиндрического слоя. Для характерных значений входящих в (5) параметров эквивалентный импеданс на резонансных частотах плазмы двигательной установки составляет порядка 10<sup>6</sup> Ом. По этой причине при определённой по электрическому полю воспринимаемой мощности излучения, осцилляции напряжения на электродах и элементах конструкции установки достигают максимальных значений.

Мощность, воспринимаемую элементами конструкции, оценим, исходя из представления о плотности потока энергии электромагнитного излучения внешнего источника, воздействующего на двигательную установку:

$$W_0 = (1/2) \eta \,\varepsilon_0 \, c \, \tilde{E}^2 S_0, \qquad (6)$$

где S<sub>0</sub> – площадь элементов конструкции, воспринимающих излучение внешнего источника, η – коэффициент эффективности воздействия, ограниченный отражением падающего излучения и его поглощением во внешних слоях плазмы, создаваемой двигательной установкой.

При воздействии высокочастотных (свыше 10 МГц) полей на электронный компонент плазмы двигательной установки происходит нагрев электронов и возможны нелинейные эффекты, изменяющие характеристики электрического разряда в области ускорения плазмы и в выходящем плазменном потоке. Как показывают оценки, для заданных значений напряжённости электрического поля, воздействующего на плазму двигательной установки, максимальные осцилляции потенциала на электродах и элементах конструкции установки не превышают 1-5 В, что существенно меньше характерных значений потенциалов в ускорительном канале. Представленные в табл. 2 данные соответствуют диапазонам рабочих частот связи космического аппарата на базе платформы «Экспресс-1000». Из результатов расчётов следует, что наведённые на элементах конструкции двигателя осцилляции напряжения не превышают разности потенциалов в области электрического разряда и ускорения плазмы и не влияют на режим работы двигательной установки. Указанные значения наведённого потенциала электродов соответствуют резонансным частотам собственных колебаний плазмы двигательной установки, сосредоточенных в узких спектральных областях. Вне плазменных резонансов следует ожидать меньших значений наведённого потенциала, что позволяет исключить возможные эффекты воздействия на блок коррекции спутника связи внешних электрических полей.

### Таблица 2 / Table 2

Колебания потенциала на электродах двигательной установки, наведённые внешними источниками электрических полей /

Oscillations of the potential on the electrodes of the propulsion system induced by external electric field sources

Диапазон частот, МГц	0,01-26000	3385-3430	3400-4800 10700-12750
Напряжённость внешнего электрического поля, В/м	1,5-2,5	5-10	15-20
Мощность, воспринимаемая элементами конструкции двигательной установки, Вт	$(1,3-1,5) \cdot 10^{-5}$	(1,2-1,4) · 10 <sup>-4</sup>	$(2,7-3,2) \cdot 10^{-4}$
Колебания наведённого потенциала на электродах, В	1,6-2,5	3,2-3,5	4,6-4,9

Источник: данные автора.

Другой подход к оценке воздействия электрических полей, создаваемых внешними источниками, на плазму двигательной установки основывается на квазистатическом приближении для описания полей и учёте связи источника электрических полей с элементами конструкции двигателя. При таком подходе к анализу воздействия внешних полей на плазменный двигатель максимальная величина осцилляций наведённого потенциала на электродах двигателя находится в указанных выше пределах.

Наиболее эффективно возбуждение наведённых на электродах колебаний при воздействии внешних электрических полей на резонансных частотах собственных колебаний плазмы двигательной установки, на которых проводимость плазмы принимает минимальное значение. При оценке потоков энергии, воспринимаемой двигательной установкой, приняты размеры внешних элементов конструкции экспериментальной модели двигателя вблизи среза ускорительного канала. Импеданс слоя плазмы в выходящем из двигателя плазменном потоке определяется в основном эффективной частотой электронных столкновений и составляет порядка 10<sup>6</sup> Ом.

Внешние электрические поля на частотах свыше 10 МГц не оказывают влияния на динамику ионного компонента плазмы и, соответственно, на временную структуру разряда в ускорительном канале двигательной установки. В рассматриваемых диапазонах частот воздействие внешних полей может привести к модуляции скоростей электронов в катодной области разряда, развитию электронных колебательных процессов и возможному проявлению турбулентных эффектов.

Следует отметить эффект формирования поля вторичного электромагнитного излучения вследствие воздействия на двигательную установку электрического поля, выходящего из бортового радиотехнического комплекса на частоте гетеродина ретранслятора [7]. Такой эффект может привести к изменению электромагнитной обстановки вблизи блока коррекции и искажениям сигналов

**9**0

в каналах связи. В проведённых экспериментах мощность микроволнового генератора на частотах 2-4 ГГц не превышала 10<sup>-2</sup> Вт, что соответствовало напряжённости создаваемого электрического поля (1-1,5) В/м в зоне выхода плазменного потока из ускорительного канала. Существенно, что при указанной напряжённости электрического поля, создаваемого внешним источником во время проведения стендовых испытаний, каких-либо изменений в функционировании двигательных установок не наблюдалось.

#### Заключение

Реализация межпланетных космических полётов связана с необходимостью разработки и применения высокоэффективных двигательных установок на основе известных механизмов электромагнитного ускорения плазмы. В эксплуатационных режимах таких двигателей вблизи космических аппаратов формируется поле электромагнитного излучения, препятствующее выделению сигналов в линиях дальней космической связи. Результаты проведённого исследования обеспечивают выбор оптимального диапазона частот для применяемых на межпланетных космических аппаратах средств радиосвязи. При этом необходим учёт различных эффектов аномального взаимодействия электромагнитных полей с плазменными образованиями, создаваемыми электрореактивными двигателями космических аппаратов и приводящими к возможным сбоям в работе каналов связи и бортовой электротехнической аппаратуры.

Возбуждение электромагнитных полей вблизи космических аппаратов обеспечивает выбор оптимального диапазона частот для применения в межпланетных космических аппаратах в качестве средств радиосвязи.

Статья поступила в редакцию 02.06.2020 г.

# БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН.

# ACKNOWLEDGMENTS

The work was performed according to the state task of the Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968. 327 с.
- Ким В. П. Конструктивные признаки и особенности рабочих процессов в современных стационарных плазменных двигателях Морозова // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. № 3. С. 45–59.
- Кирдяшев К. П. Высокочастотные волновые процессы в плазмодинамических системах. М.: Энергоатомиздат, 1982. 144 с.

91 /

- 4. Кирдяшев К. П. Микроволновые процессы в стационарном плазменном двигателе СПД-АТОН // Физика плазмы. 2016. Т. 42. № 9. С. 841–852.
- 5. Кирдяшев К. П. Актуальные проблемы радиосвязи при исследовании Солнечной системы космическими аппаратами с плазменными двигателями. Часть І. // Наука и технологии в промышленности. 2008. № 3. С. 14–20.
- 6. Кирдяшев К. П. Актуальные проблемы радиосвязи при исследовании Солнечной системы космическими аппаратами с плазменными двигателями. Часть II. // Наука и технологии в промышленности. 2008. № 4. С. 50–61.
- 7. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. Неустойчивости однородной плазмы. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
- 8. Морозов А. И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2006. 576 с.
- 9. Kirdyashev K. P. Microwave Processes in the SPD-ATON Stationary Plasma Thruster // Plasma Physics Reports. 2016. Vol. 42. Iss. 9. P. 859–869.
- Morozov A. I., Savel'ev V. V. Fundamentals of Stationary Plasma Thruster Theory // Reviews of Plasma Physics. Vol. 21 / eds. Kadomtsev B. B., Shafranov Vitaly D. New York: Consultant Bureau, 2000. P. 203–391.

# REFERENCES

- 1. Golant V. E. *Sverkhvysokochastotnye metody issledovaniya plazmy* [Microwave plasma research methods]. Moscow, Nauka Publ., 1968. 327 p.
- 2. Kim V. P. [Design features and operating procedures in advanced Morozov's stationary plasma thrusters]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2015, vol. 85, no. 3, pp. 45–59.
- 3. Kirdyashev K. P. *Vysokochastotnye volnovye protsessy v plazmodinamicheskikh sistemakh* [High-frequency wave processes in plasmodynamic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1982. 144 p.
- 4. Kirdyashev K. P. [Microwave processes in the SPD-ATON stationary plasma thruster]. In: *Fizika plazmy* [Plasma Physics Reports], 2016, vol. 42, no. 9, pp. 841–852.
- Kirdyashev K. P. [Actual problems of radio communications in the study of the Solar system by spacecraft with plasma engines. Chast' I]. In: *Nauka i tekhnologii v promyshlennosti* [Science and Technology in Industry], 2008, no. 3, pp. 14–20.
- 6. Kirdyashev K. P. [Actual problems of radio communications in the study of the Solar system by spacecraft with plasma engines. Chast' II]. In: *Nauka i tekhnologii v promyshlennosti* [Science and Technology in Industry], 2008, no. 4, pp. 50–61.
- 5. Kirdyashev K. P. [Actual problems of radio communications in the study of the Solar system by spacecraft with plasma engines s]. In: Nauka i tekhnologii v promyshlennosti. CHast' I. 2008. № 3. S. 14–20. CHast' II, 2008, no. 4, pp. 50–61.
- Kirdyashev K. P. [Electromagnetic Compatibility of Stationary Plasma-Thruster with Spacecraft Radioelectronic System]. In: *Tekhnologii elektromagnitnoi sovmestimosti* [Technologies of electromagnetic compatibility], 2009, no. 2 (29), pp. 19–30.
- 7. Mikhailovskii A. B. *Teoriya plazmennykh neustoichivostei. T. 1. Neustoichivosti odnorodnoi plazmy* [Theory of plasma instabilities. Vol. 1. The instability of the homogeneous plasma]. Moscow, Atomizdat Publ., 1975. 272 p.
- 8. Morozov A. I. *Vvedenie v plazmodinamiku* [Introduction to plasmadynamic]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 576 p.
- 9. Kirdyashev K. P. Microwave Processes in the SPD-ATON Stationary Plasma Thruster. In: *Plasma Physics Reports*, 2016, vol. 42, iss. 9, pp. 859–869.
- Morozov A. I., Savel'ev V. V. Fundamentals of Stationary Plasma Thruster Theory. In: *Reviews of Plasma Physics. Vol. 21.* New York, Consultant Bureau Publ., 2000, pp. 203–391.

# ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Кирдяшев Константин Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, лауреат Государственной Премии СССР, старший научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской Академии наук, Фрязинский филиал;

e-mail: kpk@ms.ire.rssi.ru.

# **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

Konstantin P. Kirdyashev – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor, USSR State Prize Laureate, Senior Researcher, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Fryazino branch; e-mail: kpk@ms.ire.rssi.ru.

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Кирдяшев К. П. Электромагнитные проблемы связи с межпланетными космическими аппаратами // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. №2. С. 78–93. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-78-93

# FOR CITATION

*Kirdyashev K. P.* The electromagnetic problems of interplanetary spacecraft communication. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 78–93. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-78-93

УДК 004.056.55 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-94-101

# СОЛИТОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАНТОВЫХ КЛЮЧЕЙ

# Чан Мья Хейн, Зар Ни Аунг, Камалов Т.Ф.

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, Российская Федерация

# Аннотация.

**Цель** работы – подтвердить, что квантовая запутанность является основным инструментом коммуникации и обработки информации.

**Процедура и методы исследования.** Протоколы квантового распределения ключей и вопросы их защиты изучались на примере солитонной модели запутанных фотонов. Были оценены риски взлома передачи информации между легитимными пользователями. Здесь также используется простой метод генерации дихотомического сигнала, который может быть основой вероятностного моделирования квантовых состояний. Квантовые криптографические системы могут быть частично смоделированы на классическом компьютере с помощью модели запутанных солитонов, т. к. квантовая запутанность является основным инструментом коммуникации и обработки информации.

**Результаты исследования.** Показано, что протокол BB84 является безусловным протоколом безопасности, использующим поляризацию фотонов между удалёнными каналами. Секретные ключи используются при передаче информации между пространственно разделёнными (удалёнными) пользователями.

**Теоретическая и практическая значимость.** С помощью солитонного моделирования квантовых объектов удаётся имитировать их поведение и использовать некоторые их преимущества на классическом компьютере. В значительной мере это удаётся сделать при практическом использовании такого метода моделирования в области криптографии. Хорошая имитация квантово-криптографических процессов этим методом открывает перспективы применениях солитонного метода для другого использования квантовой теории на практике.

Ключевые слова: квантовый компьютер, квантовая криптография, запутанные состояния

# SOLITON SIMULATION OF QUANTUM KEY DISTRIBUTION

# Chan Myae Hein, Zar Ni Aung, T. Kamalov

Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University) 9 Institutskiy pereulok, Dolgoprudny 141701, Moscow Region, Russian Federation

94 /

 <sup>©</sup> СС ВҮ Чан Мья Хейн, Зар Ни Аунг, Камалов Т. Ф., 2020.

# Abstract.

*Purpose* is to assert that quantum entanglement is the main tool for communication and information processing.

**Methodology and Approach.** Quantum key distribution protocols and problems of their protection were studied with the soliton model of entangled photons. They were evaluated hacking risks transmitting information between the legitimate users. The risks of hacking information transfer between legitimate users were assessed. There is also used a simple dichotomous signal generating method. This method can be the basis of probabilistic modeling of quantum states. Quantum Cryptographic Systems can be partially simulated on a classical computer with entangled soliton model, because quantum entanglement is the main tool for communication and information processing.

*Results.* It is shown that the BB84 protocol is an unconditional security protocol using photon polarization between remote channels. Secret keys are used when transmitting information between spatially separated (remote) users.

**Theoretical and/or Practical implications.** Using soliton modeling of quantum objects, it is possible to imitate their behavior and use some of their advantages on a classical computer. To a large extent, this can be done with the practical use of such a modeling method in the field of cryptography. A good imitation of quantum cryptographic processes by this method opens up prospects for the application of the soliton method for another use of quantum theory in practice.

Keywords: quantum computer, quantum cryptography, entangled state

# Введение

Актуальной проблемой функционирования квантовых компьютеров для квантовой криптографии является разработка эффективных режимов их работы. Вопросы теоретического шифрования изучались в работе [1]. Его результат был представлен в закрытом отчёте «Математическая теория криптографии». Благодаря этому исследованию появилось чёткое и строгое понимание того, какие условия должны удовлетворять применённому стабильному коду. Шифр абсолютно не может быть взломан, когда:

- 1) секрет известен только законным пользователям;
- 2) длина ключа в битах не меньше длины сообщения;
- 3) ключ случайный;
- 4) ключ используется только один раз.

В этом случае зашифрованное сообщение статистически не зависит от исходного сообщения.

# Описание протокола квантовой криптографии ВВ84

Появление квантовой криптографии связано с публикацией в 1984 г. замечательной работы [2], в которой был предложен первый криптографический протокол BB84, который впоследствии стал классическим [3]. Квантовая криптография определяет метод безопасного общения, основанный на принципах квантовой физики. В отличие от традиционной криптографии, которая использует математические методы для обеспечения секретности информации, квантовая криптография рассматривает случаи, когда информация передаётся с использованием принципов квантовой механики. На практике квантовая криптография использует фотоны в качестве носителя информации. Если фотоны будут перехвачены, они не достигнут пункта назначения, что сразу же сигнализирует о шпионаже. Для передачи информации по протоколу BB84 определены следующие группы:

1. Алиса посылает последовательность фотонов со случайной (0°, 45°, 90°, 135°) поляризацией.

2. Боб измеряет поляризацию фотонов, выбирая случайным образом базис «+» (0° и 90° – линейная поляризация) или «х» (45°, 135° – диагональная линейная поляризация).

3. Боб фиксирует результаты измерений, сохраняя их в тайне (одиночные фотоны могут быть совсем не приняты, потеряны или «стёрты»).

4. Затем Боб сообщает Алисе по открытому каналу, какие направления («+» или «х») он использовал для всех полученных фотонов (но не для своих результатов). Алиса сообщает Бобу, какие направления из использованных были правильными (данные, полученные из измерения в неправильных направлениях, отбрасываются).

5. Остальные данные интерпретируются в соответствии с согласованной схемой (0° и 45°, расшифрованные как «0», и 90° 135° – как «1») как двоичная последовательность (11001).

### Модель с бесконечным числом битов

Моделирование Q-бита на классическом компьютере была разработана недавно в работах [4]. Исходя из этого, предлагается классическая компьютерная модель квантовых запутанных состояний. Подход основан на контролируемой корреляции или антикорреляции типа ЭПР-Бома, где неравенства Белла не нарушаются. В этих работах утверждается, что построение виртуальных квантовых состояний возможно благодаря гипотезе о природе квантовых состояний [5]. Таким образом, можно построить коррелированные квантовые объекты с учётом стохастического фона полей и волн. В результате могут быть получены решения для двух частиц, которые совершают колебания со случайной фазой. Эта фаза определяется областью когерентности [4]. Генерация нескольких дихотомических случайных сигналов с управляемым коэффициентом взаимной корреляции была реализована из одного непрерывного случайного процесса. В работе [6] случайный сигнал генерировался на его основе с помощью следующего алгоритма.

Используя найденное решение можно вычислить интегралы движения, описывающей конфигурацию солитона, то есть физические наблюдаемые: энергия *W*, спин *S* и импульс *P*.

Введём функцию  $\Psi_N$  [7]:

$$\Psi_{N}(t,z) = (\hbar N)^{-1/2} \sum_{j=1}^{N} \varphi_{j}(t,z).$$
(1)

96

Классическая наблюдаемая *A<sub>j</sub>*, *j* – номер частицы, которая представлена как солитон-частица:

$$A_j = \int d^3 x \pi_j i \hat{M}_A \varphi_j = \int d^3 x \varphi_j^* V \varphi_j, \qquad (2)$$

где  $\pi_i$  – обобщённый импульс и  $\phi_i$  – обобщённые координаты.

Соответствующие значения величин [7]:

$$E(A) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} A_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \int d^3 x \phi_j^* \hat{M}_A \phi_j = \int d^3 x \Psi_N^* \hat{A} \Psi_N + O\left(\frac{V_0}{\Delta V}\right),$$
(3)

где Эрмитов оператор имеет вид  $\hat{A} = \hbar \hat{M}_A$ .

Двухсолитонные синглетные состояния, при условии, что спин и импульс равны нулю (индексом L описывается левая поляризация, а R правая поляризация), выражаются в виде [7]:

$$\varphi^{(12)}(t,z_1,z_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[ \varphi_L(t,-z_1) \otimes \varphi_R(t,z_2) - \varphi_R(t,-z_1) \otimes \varphi_L(t,z_2).$$
(4)

Нормировка для (4) даёт:

$$\int dz_1 \int dz_2 \varphi^{(12)^*} \varphi^{(12)} = \hbar^2.$$
 (5)

Два солитона в синглетных запутанных состояниях имеют вид:

$$\Psi_N(t, z_1, z_2) = (\hbar^2 N)^{-1/2} \sum_{j=1}^N \varphi_j^{(12)}, \qquad (6)$$

где функции  $\phi_i^{(12)}$  описывают запутанные солитоны.

Если Ф<sub>і</sub> – случайная фаза, то вероятность нахождения центра солитона равна:

$$\left|\int d^3x \varphi_j^{*(k)}(t,\vec{r})\varphi_j^{(k)}(t,\vec{r}-\vec{d}_j^{(k)})\right| \to \max.$$

Квантовая механика даёт для спиновой корреляционной функции хорошо известное выражение:

$$P(a,b) = -(ab). \tag{7}$$

Рассмотрим систему с секретным ключом, называемую симметричной криптосистемой. В этих системах один секретный ключ используется как для шифрования, так и для дешифрования передаваемой информации. Пусть Алиса и Боб владеют какой-то секретной информацией. Если в текущем состоянии при передаче информации ключ Еве неизвестен, то возможны следующие случаи защиты информации: 1) ключ абсолютно случайный; 2) длина ключа в битах не меньше длины сообщения; 3) ключ используется только один раз.

#### Асимметричная криптосистема

Система с открытым ключом называется асимметричной криптосистемой. Эти системы используют пару ключей: открытый и секретный. Для шифрова-

\_97 /

ния используется открытый ключ, а для дешифрования – секретный ключ. При отправлении сообщения, оно шифруется с помощью открытого ключа. При дешифровке используется секретный ключ. Существует несколько вариантов ключей:

- 1) физическое распределение;
- 2) распределение с использованием протоколов с секретным ключом;
- 3) распространение с использованием протоколов открытых ключей;
- 4) распределение квантовых ключей.

# Моделирование запутанных фотонов с помощью стохастических процессов

Моделируя квантовые запутанные состояния би-фотонов, используем простой метод генерации двух дихотомных случайных сигналов с контролируемым коэффициентом корреляции. При этом реализуется один непрерывный стохастический процесс [8]. На основе генератора случайных чисел системы компьютера была построена модель стационарного случайного процесса  $\Phi(t)$  с  $\langle \Phi(t) \rangle = 0$ , в которой определяют случайную фазу, равномерно распределённую по интервалу 0 ÷ 2 $\pi$ . Из одного стохастического процесса  $\Phi(t)$  можно генерировать два (или более) стохастических дихотомических сигнала с произвольной корреляцией между ними, заключёнными в интервале –1 и +1. Здесь одна и та же функция  $\Phi(t)$  применима для нескольких наблюдателей.

Случайная фаза может использоваться для моделирования запутанных состояний путём генерации следующих *К* случайных дихотомических функций:

$$f_s(\theta) = \operatorname{sign}[\cos(\Phi(t) + \theta_s)], \quad s = 1, K$$
(8)

с  $\theta_s$  произвольными фиксированными фазами. Теперь напомним, что бифотоны могут отождествляться с вектором состояния

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle.$$

Соответствие суперпозиции двух ортогональных состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  – это две поляризации фотона, горизонтальная и вертикальная. Стоит сравнить (8) со стандартной ЭПР-корреляцией, которая имеет вид:

$$E(f_1f_2) = 1 - \frac{2}{\pi} |\Delta \theta|, \qquad (9)$$

где  $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2$ . Сходство этих двух функций (8) и (9) для угловой переменной, по-видимому, является хорошей мотивацией для моделирования К-бифотонов с помощью дихотомических случайных функций. Эта очень простая модель моделирования стохастических бифотонов может быть использована для моделирования также ЭПР состояний. Мы надеемся, что эта модель будет полезна для реализации квантовых алгоритмов Шора и Гровера.

98

### Заключение

В работе изучены протоколы распределения квантовых ключей и вопросы их защиты. Были оценены риски передачи информации между легитимными пользователями и для любых взломщиков. Показано, что протокол BB84 является безусловным протоколом безопасности, использующим поляризацию фотонов между удалёнными каналами. Секретные ключи делятся между пространственно-разделёнными (удалёнными) пользователями. Этот метод может позволить описание вероятностных квантовых состояний. Утверждается, что квантовые криптографические системы могут быть частично смоделированы на классическом компьютере с конечными степенями свободы, квантовая запутанность является основным инструментом коммуникации и обработки информации.

Статья поступила в редакцию 22.05.2020 г.

# ЛИТЕРАТУРА

- Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture / Mourka A., Baumgartl J., Shanor C., Dholakia K., Wright E. M. // Optics Express. 2011. Vol. 19. Iss. 7. P. 5760–5771.
- Dusek M., Lutkenhaus N., Hendrych M. Quantum cryptography // Progress in Optics. Vol. 49 / edited by E. Wolf. New York: Elsevier, 2007. P. 381–454.
- Bennett C. H., Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing // Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing (Bangalore, India, December 10–12, 1984). New York: IEEE, 1984. P. 175–179.
- Rybakov Yu. P., Kamalov T. F. Probabilistic Simulation of Quantum Computation // Quantum Computers and Computing. 2006. Vol. 6. No. 1. P. 125–136.
- 5. Kamalov T. F. Hidden variables and the nature of Quantum Statistics // Journal of Russian Laser Research. 2001. Vol. 22. No. 5. P. 475–479.
- 6. Rybakov Yu. P, Kamalov T. F. Bell's theorem and Entangled Solitons // International Journal of Theoretical Physics. 2016. Vol. 55. Iss. 9. P. 4075–4080.
- Rybakov Yu. P, Kamalov T. F. Entangled optical solitons in non-linear Kerr dielecrtic // Proceedings of SPIE. Vol. 6729. ICONO 2007: Coherent and Nonlinear Optical Phenomena (1 June 2007, Minsk, Belarus). Bellingham, WA, United States: SPIE-The International Society for Optical Engineering, 2007. P. 67291T.
- 8. Неравенства Белла и корреляции ЭПР-Бома: действующая классическая радиочастотная модель / Евдокимов Н. В., Клышко Д. Н., Комолов В. П., Ярочкин В. А. // Успехи физических наук. 1996. № 166. С. 91–107.

# REFERENCES

- 1. Mourka A., Baumgartl J., Shanor C., Dholakia K., Wright E. M. Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture. In: *Optics Express*, 2011, vol. 19, iss. 7, pp. 5760–5771.
- Dusek M., Lutkenhaus N., Hendrych M. Quantum cryptography. In: Wolf E., ed. Progress in Optics. Vol. 49. New York, Elsevier Publ., 2007, pp. 381–454.
- 3. Bennett C. H., Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and*

99 /

Signal Processing (Bangalore, India, December 10–12, 1984). New York, IEEE Publ., 1984, pp. 175–179.

- 4. Rybakov Yu. P., Kamalov T. F. Probabilistic Simulation of Quantum Computation. In: *Quantum Computers and Computing*, 2006, vol. 6, no. 1, pp. 125–136.
- 5. Kamalov T. F. Hidden variables and the nature of Quantum Statistics. In: *Journal of Russian Laser Research*, 2001, vol. 22, no. 5, pp. 475–479.
- 6. Rybakov Yu. P, Kamalov T. F. Bell's theorem and Entangled Solitons. In: *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, vol. 55, iss. 9, pp. 4075–4080.
- Rybakov Yu. P, Kamalov T. F. Entangled optical solitons in non-linear Kerr dielecrtic // Proceedings of SPIE. Vol. 6729. ICONO 2007: Coherent and Nonlinear Optical Phenomena (1 June 2007, Minsk, Belarus). Bellingham, WA, United States, SPIE-The International Society for Optical Engineering Publ., 2007, p. 67291T.
- Evdokimov N. V., Klyshko D. N., Komolov V. P., Yarochkin V. A. [Bell's inequalities and EPR-Bohm correlations: Working classical radiofrequency model]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)], 1996, no. 66, pp. 91–107.

# ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Чан Мья Хейн* – аспирант кафедры теоретической физики Московского физико-технического института (национального исследовательского университета); e-mail: chanmyaehein3@gmail.com;

*Зар Ни Аунг* – аспирант кафедры теоретической физики Московского физико-технического института (национального исследовательского университета); e-mail: zarniaung52@gmail.com;

Камалов Тимур Фянович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Московского физико-технического института (национального исследовательского университета); e-mail: t kamalov@nbystech.edu

e-mail: t.kamalov@phystech.edu.

# **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Chan Myae Hein* – Postgraduate Student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University); e-mail: chanmyaehein3@gmail.com;

*Zar Ni Aung* – Postgraduate Student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University); e-mail: zarniaung52@gmail.com;

*Timyr. F. Kamalov* – PhD in Physical and Mathematical sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University);

e-mail: t.kamalov@phystech.edu.

**100** /

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Чан Мья Хейн, Зар Ни Аунг, Камалов Т. Ф. Солитонное моделирование распределения квантовых ключей // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 94–101. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-94-101

# FOR CITATION

Chan Myae Hein, Zar Ni Aung, Kamalov T. F.Soliton simulation of quantum key distribution. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 94–101.

DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-94-101

УДК 539.12.01 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-102-117

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА ДВУХЧАСТИЧНЫХ РЕАКЦИЙ РАССЕЯНИЯ С УЧАСТИЕМ ТАХИОНОВ

# Самсоненко Н. В., Сёмин М. В.

Российский университет дружбы народов 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 8, Российская Федерация

# Аннотация:

**Цель** работы рассмотреть универсальные эффекты (для всех типов взаимодействий), вытекающие только из законов сохранения энергии и импульса в процессах упругого и квазиупругого рассеяния релятивистских частиц с участием тахионов, люксонов и брадионов.

**Процедура и методы исследования.** Используя законы сохранения энергии и импульса в системе центра масс, находятся выражения для энергий частиц в общепринятых переменных Мандельштама.

**Результаты исследования.** Показано, что на основе полученных в работе выражений, предполагающих существование частиц с мнимыми массами – тахионов, можно объяснить ряд явлений, например, механизм генерации космических лучей высоких энергий, а также эффект «красного смещения».

**Теоретическая и практическая значимость** заключается в том, что результаты, представленные в работе, дают дополнительную ценную информацию об особенностях реакций с участием тахионов.

Ключевые слова: тахион, красное смещение, космические лучи, релятивистская кинематика

# **RELATIVISTIC KINEMATICS OF TWO-PARTICLE SCATTERING REACTIONS WITH PARTICIPATION OF TACHIONS**

# N. Samsonenko, M. Semin

Peoples' Friendship University of Russia ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russian Federation

# Abstract.

**Purpose.** We consider universal effects (for all types of interactions) arising only from the laws of conservation of energy and momentum in the processes of elastic and quasi-elastic scattering of relativistic particles with the participation of tachyons, luxons and bradyons.

*Methodology and Approach.* Using the laws of conservation of energy and momentum in the center of mass system, expressions are found for the particle energies in the generally accepted Mandelstam variables.

<sup>©</sup> СС ВУ Самсоненко Н. В., Сёмин М. В., 2020.

**Results.** It is shown that on the basis of the expressions obtained in the work assuming the existence of particles with imaginary masses — tachyons, a number of phenomena can be explained, for example, the mechanism of generation of high-energy cosmic rays, as well as the "red shift" effect.

*Theoretical and Practical implications.* The results presented in the work provide additional valuable information about the characteristics of reactions involving tachyons.

Keywords: tachyon, redshift, cosmic rays, relativistic kinematics

# 1. Введение

Большинство работ, связанных с существованием частиц, движущихся быстрее, чем скорость света – тахионов, носят философский характер и не ставят перед собой расчётных задач даже на уровне кинематики. Впервые следствия, вытекающие из кинематики реакций частиц с участием тахионов, были изучены Я. П. Терлецким [1].

Основной задачей нашей работы будет описание столкновений частиц высоких энергий с участием тахионов без привлечения законов динамики, специфичных для каждого типа взаимодействия. Мы используем тот факт, что законы сохранения энергии и импульса справедливы для любого типа взаимодействия: слабого, сильного, электромагнитного и гравитационного, то есть они универсальны.

В результате столкновений и распадов элементарных частиц происходят их различные превращения. Основой экспериментального исследования свойств различных частиц, участвующих в реакциях, является измерение импульсных и энергетических характеристик. Распределение вторичных частиц по импульсу и энергии, полученное в результате обработки и анализа наблюдаемых событий, является главным приоритетом при тестировании различных теоретических моделей.

Важность и неизбежность кинематического анализа данных вытекает из постановки задач экспериментального наблюдения за взаимодействием частиц. Такой анализ подразумевает получение информации об энергиях, импульсах, углах рассеяния вторичных частиц при фиксированных импульсах и энергиях начальных частиц. Дополнительные характеристики частиц, такие как заряд, спин и другие внутренние квантовые числа, требуют специальных измерений, и мы рассматривать их при анализе энергии и импульсов частиц не будем.

### 2. Методы исследования

Основой нашего метода является использование законов сохранения энергии и импульса при предположении, что другие законы сохранения внутренних квантовых чисел (электрического заряда, барионного заряда, лептонных чисел и других) тоже выполняются.

### 2.1. Тахионы в физике элементарных частиц и космологии

Актуальность выбранной темы подтверждается многими современными теориями, которые используют тахионы в основном как удобный математический инструмент. При создании таких теорий тахионы специально вводятся для того, чтобы сделать вакуумное состояние нестабильным и спровоцировать его восстановление (самопроизвольное нарушение симметрии), обеспечивая тем самым появление масс у изначально безмассовых частиц [2].

Тахионы в современных физических теориях рассматриваются как некий экзотический объект, совершенно чуждый физике. Однако в действительности с частицами со свойствами тахиона приходится сталкиваться довольно часто в теории. Эта проблема представляется очень интересной как в общих теоретических терминах, так и с точки зрения возможных приложений в астрофизике и физике элементарных частиц.

Начиная с теории элементарных частиц, можно указать на виртуальные частицы, которые составляют необходимый элемент квантовой теории поля. Их квадрат массы произвольный и, в частности, может быть отрицательным, а масса частицы мнимой. Сверхсветовые свойства таких частиц проявляются в том, что причинная функция Грина квантованного поля не исчезает вне светового конуса. Однако в этой области она падает настолько быстро, что принцип неопределённости не позволяет говорить о нарушении причинности.

Тахионы включены в теорию в качестве важнейшего компонента аппарата единой перенормируемой теории слабых и электромагнитных взаимодействий на основе «модели Вайнберга-Салама-Глэшоу». В оригинальных версиях теории струн тахион появляется в спектре масс частиц как основное вакуумное состояние струны. Простое вакуумное состояние нестабильно – его наличие является основой для модификации струнных теорий. Однако иногда такая модификация производится путём анализа самого состояния тахиона. Тахионы в этой модели не проявляют сверхсветовых свойств. Дело в том, что из-за «неправильного» знака квадрата массы тахионов, которые в этой модели являются бозе-частицами, их бозе-эйнштейновская конденсация происходит в состоянии с нулевым импульсом. В результате знак квадрата массы «исправляется», и тахионы, как таковые, перестают существовать.

Во многих современных теориях, которые включают в себя спонтанное нарушение симметрии (например, механизм Хиггса, как он включён в Стандартную модель), существуют поля, которые в определённом смысле можно назвать тахионными.

Тахионные модели способны объяснить инфляцию на ранних этапах развития Вселенной и могут способствовать описанию новых форм космологической темной материи в более поздние эпохи эволюции. Тахионные поля имеют потенциал с нестабильным максимумом в начале координат и падают почти до нуля, поскольку поле стремится к бесконечности. Были проведены исследования тахионной тёмной энергии в зависимости от различных форм этого потенциала [3].

Справедливость сказанного легко проверить на основе канонического гамильтониана скалярного нелинейного тахионного поля [4]:

$$H = \int d^3x \left[ \frac{1}{2} \left( \varphi^2 + \left( \nabla \varphi \right)^2 - M^2 \varphi^2 \right) + \lambda \varphi^4 \right], \tag{1}$$

где λ – малая константа связи между тахионами.

Обычное определение основного состояния системы (вакуума) как состояния без частиц приводит к нестабильной ситуации из-за отрицательного знака третьего члена. Истинное основное состояние системы соответствует ненулевому и постоянному по пространству и времени среднему значению поля  $\langle \phi \rangle$ , возникающему вследствие бозе-конденсации тахионов. Из-за условия минимальной энергии  $\phi = \frac{M}{\sqrt{2\lambda}}$ , вводящего «конденсатное» поле  $\chi = \phi - \langle \phi \rangle$ , гамильтониан

легко привести к форме:

$$H = \int d^3x \left[ \frac{1}{2} \left( \dot{\chi}^2 + \left( \nabla \chi \right)^2 + 2M^2 \chi^2 \right) + 2\sqrt{\lambda} M \chi^3 + \lambda \chi^4 \right].$$
(2)

Результирующая замена  $-M^2 \rightarrow 2M^2$  действительно приводит к превращению тахионов в обычные частицы. Тахионное поле ведёт себя аналогично, в зависимости от статистики Ферми; в этом случае происходит бозе-конденсация пар частиц с нулевым суммарным спином.

Свойства тахионов могут, в принципе, также обнаруживать обычные частицы с «неминимальным» взаимодействием (частицы с аномальными магнитными или квадрупольными моментами, с более высокими спинами и т. д.). В достаточно сильном внешнем поле квадрат эффективной массы такой частицы может стать отрицательным. Простейшим примером такого рода является векторная частица с аномальным магнитным моментом  $\mu$  в магнитном поле H, параллельном её импульсу. Закон дисперсии частиц  $E = c\sqrt{p^2 + M^2c^2 \pm 2M\mu H}$  приобретает

тахионный характер в достаточно сильном поле.

Приведённые примеры, число которых можно умножить, взяты из квантовой теории поля и носят довольно специфический характер. Оказывается, в макроскопической физике есть много примеров «тахионоподобной» ситуации, которая довольно типична для нестабильных систем. Отрицательный «квадрат массы» содержится в законе дисперсии тех колебаний, которые приводят к накоплению системы:

$$\omega^2 = c^{\prime 2} k^2 - \Gamma^2. \tag{3}$$

Здесь  $\omega$  и k – частота и волновой вектор колебаний, c' – характерная скорость, а  $\Gamma$  – обратное время развития неустойчивости. Как и у тахионов, групповая скорость волны больше, чем c. С другой стороны, при малых k частота приобретает мнимые значения, что соответствует увеличению колебаний со временем.

В дополнение ко всему вышесказанному можно привести пример [5], касающийся распространения электромагнитной волны в среде с обратной заселённостью. Пусть частицы среды представляют собой двухуровневые системы с уровнями энергии  $E_{1,2}$ , а частота перехода  $E_1 - E_2$  считается малой по сравнению

**、105** /

с частотой волны. Заселение уровней, отнесённых к единице объёма, обозначим  $N_{1,2}$ . Тогда обратная заселённость соответствует положительному значению параметра  $\xi = (E_1 - E_2)(N_1 - N_2)$ . Векторы электрического поля волны E и поляризации среды P связаны соотношением  $E = 4\pi \ddot{P}$ . С другой стороны, уравнения движения дают соотношение  $\ddot{P} = -2\xi |d_{12}|^2 E$ , где  $d_{12}$  – матричный элемент дипольного момента. Таким образом, мы получаем дисперсионное соотношение с c' = c и  $\Gamma^2 = 8\pi\xi |d_{12}|^2$ . Отрицательный квадрат эффективной массы фотона в среде с обратной заселённостью отражает нестабильность системы по отношению к переходу на нижний уровень и генерации когерентной электромагнитной волны.

Тахионный газ обладает характерными свойствами так называемой тёмной (скрытой) материи. С одной стороны, невозможно обнаружить отдельную частицу тёмной материи. С другой стороны, тёмная материя образует огромные гало вокруг галактик с почти постоянной плотностью распределения массы внутри гало. Существование таких гало обнаруживается по их гравитационному влиянию на скорости звёзд на периферии галактики. Тахионы имеют схожие свойства. Отдельный тахион не может быть обнаружен. Тахионный газ имеет почти постоянную массовую плотность в гравитационном поле галактики.

Состояния, подобные тахионам, возникли в теории до появления этого термина [6] при рассмотрении различных обобщений известных уравнений. Так, например, в 1952 г. Корбен предложил добавить псевдоскалярную массу [7] к уравнению Дирака, описывающему частицы с левой и правой спиральностью:

$$\left(\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}+m_{0}+im_{c}\gamma_{5}\right)\Psi=0.$$
(4)

При рассмотрении конкретных задач уравнение Дирака-Корбена привело к тем же результатам, что и уравнение Дирака. Было показано [8], что существует унитарное преобразование

$$\Psi_C = U \Psi_D \tag{5}$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{m_0}{m} \right)^{1/2} \left[ 1 + i \frac{m_c}{m} \left( 1 + \frac{m_0}{m} \right)^{-1} \right], \tag{6}$$

приводящее уравнение Дирака-Корбена к уравнению Дирака, в котором массовый член принимает вид:

$$m = \left(m_0^2 + m_c^2\right)^{1/2}; \tag{7}$$

то есть квадрат массы может принимать разные значения в зависимости от величины псевдоскалярной массы *m*<sub>c</sub>:

$$m^2 = m_0^2 + m_c^2. ag{8}$$

При  $m_0 \neq 0$  и  $m_c = i\mu(\mu > 0)$  для эффективной массы получаем выражение:

ISSN 2072-8387

$$m = \pm \left(m_0^2 - \mu^2\right)^{1/2}.$$
 (9)

Таким образом, здесь частица может быть тахионом (v > c) с  $m_0 < 0$ , люксоном (v = c) с  $m_0 = 0$  и брадионом (v < c) с  $m_0 > 0$ .

Для наглядной иллюстрации сосуществования волны и частицы де Бройль предположил [9], что физическая волна  $u(\vec{r}, t)$  (в отличие от фиктивной статистической волны  $\psi(\vec{r}, t)$  в традиционной квантовой механике) может быть представлена в виде суперпозиции двух физических волн. Одна из них является сильно локализованной (сингулярной) областью волны  $u_0$  с очень высокой концентрацией энергии, то есть корпускулой, другая является физической волной  $\vartheta$ , имеющей очень малую амплитуду во всей области распространения, которая может быть связана с нефизической фиктивной волной  $\psi$ .

Де Бройлю пришла в голову идея рассматривать частицу как маленькие движущиеся часы. При этом наблюдателями эксперимента были сами элементарные частицы, а не внешние наблюдатели. Такие частицы взаимодействуют друг с другом путём обмена волновыми сигналами. Он приписал каждой частице внутренний периодический процесс с несколькими функциями. Первая функция заключалась в том, что этот процесс служил мерой внутреннего времени, вторая заключалась в обеспечении создания волновых сигналов, посредством которых происходит взаимодействие. Поскольку ритм частицы задаёт масштаб времени и является внутренними часами, только сама частица может быть ориентирована во времени. Де Бройль не знал механизма внутренних колебаний, но он принял это как должное. По частоте этого внутреннего процесса он описывает формулу, руководствуясь одной из фундаментальных идей теории квантов:

$$m_0 c^2 = \hbar \omega_0. \tag{10}$$

Формула справедлива в лабораторной системе отсчёта, но вступает в полное противоречие при использовании релятивистской теории при переходе в другую систему, поскольку она не является лоренц-инвариантным выражением.

В разрешении этого противоречия Луи де Бройль приходит к понятию стационарной волны. Он предположил, что где-то внутри частицы происходит некоторый колебательный процесс с частотой  $\omega_0$ . Этот процесс каким-то образом выходит наружу и в каждой точке пространства, окружающего данную частицу, возбуждает колебания одинаковой частоты.

Это утверждение, по нашему мнению, можно представить строгой математической формулировкой. Пусть для частицы в покое во всех точках пространства мы наблюдаем колебательный процесс, описываемый экспонентой  $e^{i\omega_0 t}$ . То есть в каждой точке пространства, бесконечно удалённой от частицы, происходит колебательный процесс (но не волна) с частотой  $\omega_0$ . Все эти процессы имеют одинаковую фазу во всём пространстве. Однако такое поведение характерно только для собственной системы отсчета частицы, в которой мы наблюдаем только колебания, но не волну.
Согласно релятивистскому описанию, время изменяется согласно преобразованиям Лоренца как:

$$t \rightarrow \frac{t - \frac{\beta x}{c}}{\left(1 - \beta^2\right)^{1/2}}, \quad \text{где } \beta = \frac{\nu}{c}.$$
 (11)

Тогда уравнение для стационарной волны в любой системе отсчёта будет переписано в виде:

$$e^{i\omega_{0}t} \to e^{i\frac{\omega_{0}}{(1-\beta^{2})^{1/2}}\left[t-\frac{\beta x}{c}\right]} = e^{i\frac{\omega_{0}}{(1-\beta^{2})^{1/2}}\left[t-\frac{\nu x}{c^{2}}\right]} = e^{i\frac{\omega_{0}}{(1-\beta^{2})^{1/2}}t\left[1-\frac{\nu^{2}}{c^{2}}\right]} = e^{i\frac{\omega_{0}}{(1-\beta^{2})^{1/2}}t\left[1-\beta^{2}\right]}.$$
(12)

Таким образом, мы находим, что частота в движущейся системе отсчёта преобразуется так же, как и масса:

$$\frac{m_0 c^2}{\left(1-\beta^2\right)^{1/2}} = \frac{\hbar\omega_0}{\left(1-\beta^2\right)^{1/2}}.$$
(13)

Поэтому выражение  $m_0c^2 = \hbar\omega_0$  можно, наконец, переписать в релятивистской форме:

$$mc^2 = \hbar\omega. \tag{14}$$

Опишем некоторые следствия теории, представленной де Бройлем [9; 10]. В формуле (12) имеем:

$$\frac{c^2}{v} = V > c, \quad v \cdot V = c^2, \tag{15}$$

где *V* – фазовая скорость волны де Бройля, движущейся быстрее, чем скорость света (тахион), *v* – групповая скорость, скорость корпускулы (брадиона).

Эти две скорости должны быть строго разделены в соответствии с их физическим значением, но в то же время они связаны формулой  $c^2 = v \cdot V$ .

Используя формулу (15) связи фазовой скорости волны и скорости распространения сингулярности, получаем, что стационарная волна распространяется с фазовой скоростью V и имеет длину волны:

$$\lambda = V \cdot T = V \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \left[ \omega = \frac{mc^2}{\hbar}, \ \frac{c^2}{\nu} = V \right] =$$
$$= 2\pi \frac{\hbar}{m\nu} = \frac{h}{p} = \lambda_{\rm b} \approx \frac{h}{m_0 \nu}, \quad \nu \ll c.$$
(16)

\ **108** /

Из-за взаимосвязи фазовой скорости волны (V > c) де Бройля и скорости частицы ( $v \ll c$ ), получая длину волны де Бройля (16), мы переходим от одной скорости к другой.

Скорость стационарной волны де Бройля (фазовая скорость), а также скорость тахиона всегда больше скорости света, что, в свою очередь, указывает на возможную связь между теорией тахионов и волной де Бройля.

Таким образом, несмотря на необычные свойства тахиона, есть все основания считать его не просто удобным инструментом теории, но реальной частью физической картины мира.

#### 2.2. Формулировка проблемы

Как известно, частицы с массой движутся со скоростью  $v_B$ , меньшей скорости света. Мы назовем их брадионами и обозначим буквой *B*. Безмассовые частицы (фотоны, нейтрино) движутся со скоростью света  $v_{\Lambda} = c$ . Их будем называть люксонами  $\Lambda$ .

Кроме того, специальная теория относительности допускает существование частиц, движущихся всегда быстрее, чем скорость света (тахионы), их мы будем обозначать буквой *T*.

В развитии идей, изложенных в [1], где реакции с участием тахионов (T), брадионов (В) и люксонов (Л) имеют вид:

$$B' \rightleftharpoons B+T, \quad B' \rightleftharpoons \Lambda+T, \quad \Lambda \rightleftharpoons B+T, \quad T' \rightleftharpoons B+T,$$
(17)

мы рассматриваем двухчастичные реакции с участием брадионов, люксонов и тахионов и их превращение в другие частицы с большей или меньшей массой вида:

$$1+2 \rightleftharpoons 3+4. \tag{18}$$

Здесь одна, две, три или даже все четыре частицы, могут быть тахионами. В этой статье мы предполагаем, что скорость света *с* равна 1.

Основной кинематической характеристикой частицы в физике взаимодействий элементарных частиц является 4-вектор энергии импульса  $\mathbb{P}$ , временной компонентой которого является полная энергия частицы  $p_0$ , а пространственными компонентами являются компоненты импульса частицы  $\vec{p}$ .

С точки зрения кинематики, частицы полностью характеризуются значениями энергии и импульса, комбинацию которых определяет 4-импульс. Последний после преобразований Лоренца трансформируется как 4-вектор. Полный 4-импульс системы сохраняется. Эти простые факты лежат в основе кинематики элементарных процессов рассеяния и распада частиц.

В нашей работе мы используем метрику (+1, -1, -1, -1),  $x^{\mu} = (x^0, \vec{x}),$  $x_{\mu} = (x_0, -\vec{x}),$  в которой «ко» и «контравариантные» компоненты векторов разные. Также используются следующие обозначения: вектор энергии-импульса  $P^{\mu} = (E, \vec{p}) = (p_0, \vec{p}),$  который мы будем обозначать далее  $\mathbb{P}$ . В принятой метрике  $\mathbb{P}^2 = E^2 - \vec{p}^2$ . Здесь и далее мы принимаем c = 1.

Закон сохранения 4-вектора энергии-импульса в произвольной системе координат для процесса (18) имеет вид:

$$\mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 = \mathbb{P}_3 + \mathbb{P}_4. \tag{19}$$

Здесь для каждой из частиц мы имеем соотношения Эйнштейна:

$$\mathbb{P}^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2.$$
 (20)

Возможные варианты:

$$m^2 > 0, \quad m^2 = -\mu^2 < 0, \quad m^2 = 0.$$
 (21)

Для брадионов соотношение Эйнштейна:

$$\mathbb{P}_{B}^{2} = m_{B}^{2} > 0, \text{ что есть } E_{B}^{2} - \vec{p}_{B}^{2} = m_{B}^{2} > 0.$$
 (22)

Здесь энергия брадиона *E*<sub>B</sub> всегда является действительной положительной величиной.

Аналогично для люксонов имеем:

$$\mathbb{P}_{\Lambda^2} = m_{\Lambda^2} = 0$$
, или  $E_{\Lambda^2} - \vec{p}_{\Lambda^2} = 0.$  (23)

Энергию люксонов будем считать положительной.

Для тахионов ( $m = i\mu, \mu > 0$ ):

$$\mathbb{P}_T^2 = -\mu^2 < 0$$
, или  $E_T^2 - \vec{p}_T^2 = -\mu^2 < 0.$  (24)

Из этого следует

$$E_T^2 = \vec{p}_T^2 - \mu^2, \quad E_T = \pm \left(\vec{p}_T^2 - \mu^2\right)^{1/2}.$$
 (25)

Из двух возможных знаков энергии в (25) мы выбираем положительный (как для обычных частиц), то есть:

$$E_T = + \left(\vec{p}_T^2 - \mu^2\right)^{1/2},$$
 (26)

что означает всегда  $P_T^2 > \mu^2$ .

Исходя из законов сохранения энергии и импульса (4 скалярных уравнения), согласно (19) имеем:

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 \equiv E \tag{27}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4. \tag{28}$$

Мы предполагаем, что характеристики исходных частиц  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_2$ (8 скалярных величин), которые взаимодействуют друг с другом, известны, а значения  $m_3$ ,  $m_4$ ,  $\vec{p}_3$ ,  $\vec{p}_4$  должны быть найдены.

Таким образом, мы имеем восемь неизвестных скалярных величин, удовлетворяющих четырём скалярным уравнениям (27) – (28) и четырём уравнениям

2020 / № 2

(20). Поскольку законы сохранения справедливы для всех типов взаимодействий элементарных частиц, полученные формулы оказываются универсальными и не зависят от динамики взаимодействий.

Все реакции рассеяния элементарных частиц можно свести к трём типам. Первый тип – это упругие реакции рассеяния частиц  $1 + 2 \rightarrow 1' + 2'$ . Это самая простая бинарная реакция рассеяния. При таком типе рассеяния в результате столкновения импульсы и энергии исходных частиц изменяются, а все другие характеристики, такие как масса, спин и заряд, не изменяются. Образование новых частиц не происходит. Второй тип – это квазиупругие реакции, когда образуются две конечные частицы, и их типы отличаются от типов исходных частиц. Однако также возможно, что разновидность одной из вторичных частиц совпадает с первичной. Третий тип – реакции неупругого взаимодействия, в результате которых образуется более двух частиц. Число вторичных частиц при современных энергиях ускорителей может достигать нескольких десятков и даже сотен, образуя струи элементарных частиц.

Реакции взаимодействия элементарных частиц изучаются в различных системах отсчёта. Это часто связано с особенностями экспериментальных установок и с теоретическим удобством описания процесса взаимодействия. Лабораторная система отсчёта соответствует стандартной постановке экспериментов на ускорителях, когда пучок частиц типа 1 попадает в неподвижную цель, состоящую из частиц типа 2. В системе центра масс сталкивающиеся частицы имеют равные по модулю, но противоположно направленные импульсы. То есть  $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0$ . На практике система центра масс используется при про-

ведении экспериментов на встречных пучках. Если эксперимент был выполнен в лабораторной системе, для удобства теоретического анализа все кинематические характеристики преобразуются в систему центра масс, где кинематическая картина реакции выглядит более симметричной. Именно поэтому мы рассматриваем нашу задачу в системе центра масс.

Для удобства расчётов в задаче рассеяния вводятся инвариантные переменные *s*, *t*, *u* [11].

По определению:

$$s = (\mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1m_2$$
(29)

в лабораторной системе.

Также

$$s = \left(E_1^* + E_2^*\right)^2 \tag{30}$$

в системе центра масс. Значения в системе центра масс отмечены звёздочкой. Физический смысл переменной *s* – квадрат полной энергии в системе центра масс реакции. Характеризует начальное состояние всей системы.

Квадраты переданных 4-импульсов t и u:

$$t = \left(\mathbb{P}_1 - \mathbb{P}_3\right)^2 = \left(\mathbb{P}_2 - \mathbb{P}_4\right)^2 \tag{31}$$

$$u = \left(\mathbb{P}_1 - \mathbb{P}_4\right)^2 = \left(\mathbb{P}_2 - \mathbb{P}_3\right)^2.$$
(32)

Переменные *s*, *t*, *u* называются инвариантами Мандельштама. Они связаны линейным инвариантным соотношением:

$$s + t + u = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2.$$
(33)

В дальнейших рассуждениях мы будем использовать только инвариант s, поскольку на этом этапе проблема определения углов рассеяния элементарных частиц с участием тахионов не рассматривалась.

В системе центра масс полный импульс сталкивающихся частиц равен нулю, а энергии частиц выражаются через инвариант s и массу следующим образом [12]:

$$E_1^* = \frac{s + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s}} \quad E_2^* = \frac{s + m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{s}} \tag{34}$$

$$E_3^* = \frac{s + m_3^2 - m_4^2}{2\sqrt{s}} \quad E_4^* = \frac{s + m_4^2 - m_3^2}{2\sqrt{s}}.$$
 (35)

#### 3. Результаты и обсуждение

## 3.1. Энергетические выражения для продуктов реакции и следствия для космологии

Приведём примеры наиболее интересных, с нашей точки зрения, реакций. Сначала рассмотрим двухчастичное квазиупругое рассеяние брадиона на брадионе с последующим рождением двух тахионов:

$$B_1 + B_2 \to T_1 + T_2. \tag{36}$$

Используя полученные ранее соотношения для энергий начальных и конечных частиц (34) и (35), запишем:

$$E_{B_1}^* = \frac{s + m_{B_1}^2 - m_{B_2}^2}{2\sqrt{s}} \quad E_{B_2}^* = \frac{s + m_{B_2}^2 - m_{B_1}^2}{2\sqrt{s}}$$
(37)

$$E_{T_1}^* = \frac{s + \mu_{T_2}^2 - \mu_{T_1}^2}{2\sqrt{s}} \quad E_{T_2}^* = \frac{s + \mu_{T_1}^2 - \mu_{T_2}^2}{2\sqrt{s}}.$$
 (38)

Из (38) можно сделать вывод, что у тахиона с большей массой будет меньшая энергии, чем у тахиона с меньшей массой, то есть большая часть энергии уносится более лёгким тахионом. Это абсолютно не так при рождении частиц реальной массы, когда большая часть энергии уносится более массивной частицей (а большая часть импульса – лёгкой частицей).

Рассмотрим реакцию квазиупругого рассеяния люксона на брадионе с рождением люксона и тахиона:

$$\Lambda + B \to \Lambda' + T. \tag{39}$$

Перепишем выражения для энергий конечных и исходных частиц в следующем виде:

$$E_{\Lambda}^{*} = \frac{s - m_{B}^{2}}{2\sqrt{s}} \quad E_{B}^{*} = \frac{s + m_{B}^{2}}{2\sqrt{s}}$$
(40)

$$E_{\Lambda'}^{*} = \frac{s + \mu_{T}^{2}}{2\sqrt{s}} \quad E_{T}^{*} = \frac{s - \mu_{T}^{2}}{2\sqrt{s}}.$$
(41)

Как видно из полученных выражений (41), люксон приобретает энергию, которую можно интерпретировать как «синее смещение». В настоящее время в космологии считается, что свет, приходящий из областей с более слабым гравитационным полем, испытывает гравитационное синее смещение [13]. Как можно заметить, кинематика не запрещает процессы, приводящие к эффекту синего смещения при рассеянии люксонов на брадионах с последующим рождением тахиона.

Рассмотрим реакцию квазиупругого рассеяния брадиона на люксоне с последующим рождением брадиона и тахиона:

$$B + \Lambda \to B' + T. \tag{42}$$

Выражения для энергий принимают вид:

$$E_{B}^{*} = \frac{s + m_{B}^{2}}{2\sqrt{s}} \quad E_{\Lambda}^{*} = \frac{s - m_{B}^{2}}{2\sqrt{s}}$$
(43)

$$E_{B'}^* = \frac{s + m_{B'}^2 + \mu_T^2}{2\sqrt{s}} \quad E_T^* = \frac{s - \mu_T^2 - m_{B'}^2}{2\sqrt{s}}.$$
 (44)

Из уравнений (44) мы заключаем, что брадион при взаимодействии с люксоном при рождении тахиона приобретает энергию. Данная реакция может быть интерпретирована как механизм ускорения космических лучей. Поэтому можно предположить, что принципиально новые, чрезвычайно мощные источники энергии могут быть реализованы в космосе, если частицы мнимой массы на самом деле существуют в природе. Действительно, частицы с энергией в миллиарды ТэВ или несколько эксаэктронвольт, так называемые частицы ОМG (частицы «Боже мой»), были зарегистрированы в атмосфере, механизм рождения которых обсуждается [14]. Брадионы при наличии таких реакций на протяжении миллиардов лет всё время ускоряются и приобретают огромные энергии. Такая высокоэнергетическая частица, попадая в атмосферу Земли, в результате многочисленных каскадных реакций создаёт широкий атмосферный поток вторичных субатомных частиц.

Ещё более интересна реакция квазиупругого рассеяния люксона на тахионе с рождением люксонов и брадионов:

$$\Lambda + T \to \Lambda' + B \tag{45}$$

$$E_{\Lambda}^{*} = \frac{s + \mu_{T}^{2}}{2\sqrt{s}} \quad E_{T}^{*} = \frac{s - \mu_{T}^{2}}{2\sqrt{s}}$$
(46)

$$E_{\Lambda'}^{*} = \frac{s - \mu_{B}^{2}}{2\sqrt{s}} \quad E_{B}^{*} = \frac{s + m_{B}^{2}}{2\sqrt{s}}.$$
(47)

Таким образом, предполагая, что космическое пространство заполнено тахионным газом, проходя через который люксоны, при последующем рождении брадионов (частиц реальной массы), теряют свою энергию, тем самым уменьшая частоту, что можно интерпретировать как эффект «красного смещения» света. В настоящее время космологическое красное смещение связывают с эффектом Доплера, который зависит от динамического удаления источников друг от друга и, в частности, от нашей галактики. Чтобы объяснить этот факт, была введена гипотетическая тёмная энергия, которая недоступна для прямых наблюдений и имеет экзотические свойства. Однако «природа и структура темной энергии совершенно неясны, и, таким образом, трудности переносятся из области теории гравитации и космологии в физику микромира» [15]. В нашей работе результаты, полученные из простых кинематических выражений, позволяют нам взглянуть на эту проблему под другим углом.

#### 4. Заключение

Итак, в предположении, что выполняются только законы сохранения энергии и импульса, получаются следующие результаты.

1. При взаимодействии двух брадионов с последующим рождением двух тахионов, у тахиона с большей массой будет меньшая энергия, чем у тахиона с меньшей массой.

2. При рождении люксона с тахионом в реакциях взаимодействия люксона с брадионом, люксон приобретает энергию (синее смещение света).

3. При квазиупругом рассеянии брадиона на люксоне с последующим рождением брадионов и тахионов, брадион приобретает энергию (высокоэнергетические космические лучи).

4. Когда потоки люксонов проходят через тахионный газ, возможны реакции с образованием брадионов, что, в свою очередь, обеспечивает потерю энергии исходного потока люксонов. Его уменьшенная частота выглядит как явление «красного смещения».

Статья поступила в редакцию 16.05.2020 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Терлецкий Ю. П. К кинетике реакций рождения и поглощения тахионов. Дубна: Объединенный институт ядерных исследований, 1977. С. 1–7.
- Сазонов В. Н., Киржниц Д. А. Сверхсветовые движения и специальная теория относительности // Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1973. С. 84–111.
- 3. Shchigolev V. K., Rotova M. P. A tachyon cosmological model with non-minimal derivative

coupling to gravity // Gravitation and Cosmology. 2012. Vol. 18. Iss. 1. P. 88-92.

- 4. Rylov Y. A. Tachyon gas as a candidate for dark matter // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. 2013. № 2. С. 159–173.
- 5. Андреев А. Ю., Киржниц Д. А. Тахионы и неустойчивость физических систем // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 10. С. 1135–1140.
- 6. Терлецкий Ю. П. Парадоксы теории относительности. М.: Наука, 1966. 120 с.
- Samsonenko N. V., Ndhaio F., Ousmane M. A. On γ5 invariance of the Dirac-Corben equation for massive neutrinos // LIII All-Russia conference on problems in dynamics, particle physics, plasma physics and optoelectronics. M.: PFUR, 2017. P. 41–42.
- 8. Bellomo E., Loinger A. Equivalenza fisica dell'equazione di Dirac-Corben con l'equazione di Dirac // Il Nuovo Cimento. 1952. Vol. 9. Iss. 12. P. 1240–1241.
- Де Бройль Л. Реинтерпретация волновой механики // Избранные научные труды. Т. 4. Термодинамика изолированной частицы. Переосмысление волновой механики. Отчеты и выступления. М.: ПРИНТ-АТЕЛЬЕР, 2014. С. 112–138.
- 10. Самсоненко Н. В. Интерпретация квантовой механики 100 лет спустя после ее создания // Метафизика. 2018. № 2 (28). С. 59–62.
- Гольданский В. И., Никитин Ю. П., Розенталь И. И. Основы релятивистской кинематики частиц // Кинематические методы в физике высоких энергий. Т. 2. М.: Наука, 1989. С. 1–19.
- Бюклинг Э., Каянти К. Энергии и импульсы сталкивающихся частиц, выраженные через инварианты // Кинематика элементарных частиц. М.: Мир, 1975. С. 34–38.
- 13. Test of the special-relativistic Doppler formula at  $\beta$ =0.84 / Mac-Arthur D., Butterfield K. B., Clark D. A., Donahue J. B., et al.// Physical Review Letters. 1986. Vol. 56. Iss. 4. P. 282.
- Observations of Mkn 421 during 1997 and 1998 in the energy range above 500 GeV with the HEGRA stereoscopic Cherenkov telescope system / Aharonian F. A., Akhperjanian A. G., Andronache M., Barrio J. A., et al. // Astronomy and Astrophysics. 1999. Vol. 350 (3). P. 757–764.
- Владимиров Ю. С., Кленицкий А. Н., Кречет В. Г. К вопросу об интерпретации космологического красного смещения // Ярославский педагогический вестник. 2010. Т. 3. № 2. С. 53–62.

#### REFERENCES

- 1. Terletskii Yu. P. *K kinetike reaktsii rozhdeniya i pogloshcheniya takhionov* [To the kinetics of the reactions of birth and absorption of tachyons]. Dubna, Joint Institute for Nuclear Research Publ., 1977, pp. 1–7.
- Sazonov V. N., Kirzhnits D. A. [Superluminal motions and the special theory of relativity]. In: *Einshteinovskii sbornik* [Einstein collection]. Moscow, Nauka Publ., 1973, pp. 84–111.
- 3. Shchigolev V. K., Rotova M. P. A tachyon cosmological model with non-minimal derivative coupling to gravity. In: Gravitation and Cosmology, 2012, vol. 18, iss. 1, pp. 88–92.
- Rylov Y. A. [Tachyon gas as a candidate for dark matter]. In: Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Matematika, informatika, fizika [RUDN Journal of Mathematics, Information Sciences and Physics], 2013, no. 2, pp. 159–173.
- Andreev A. Yu., Kirzhnits D. A. [Tachyons and the instability of physical systems]. In: Uspekhi fizicheskikh nauk [Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)], 1996, vol. 166, no. 10, pp. 1135–1140.
- 6. Terletskii Yu. P. *Paradoksy teorii otnositel'nosti* [The paradoxes of relativity theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 120 p.

- Samsonenko N. V., Ndhaio F., Ousmane M. A. On γ5 invariance of the Dirac-Corben equation for massive neutrinos. In: *LIII All-Russia conference on problems in dynamics, particle physics, plasma physics and optoelectronics.* Moscow, PFUR Publ., 2017, pp. 41–42.
- 8. Bellomo E., Loinger A. Equivalenza fisica dell'equazione di Dirac-Corben con l'equazione di Dirac. In: *Il Nuovo Cimento*, 1952, vol. 9, iss. 12, pp. 1240–1241.
- de Broglie L. [Reinterpretation of wave mechanics]. In: *Izbrannye nauchnye trudy. T. 4. Termodinamika izolirovannoi chastitsy. Pereosmyslenie volnovoi mekhaniki. Otchety i vystupleniya* [Selected scientific works. Vol. 4. Thermodynamics of an isolated particle. The reinterpretation of wave mechanics. Reports and presentations]. Moscow, PRINT-ATELER Publ., 2014, pp. 112–138.
- Samsonenko N. V. [Interpretation of quantum mechanics 100 years after its creation]. In: Metafizika [Metaphysics], 2018, no. 2 (28), pp. 59–62.
- Goldansky V. I., Nikitin Yu. P., Rosenthal I. I. [Fundamentals of relativistic particle kinematics]. In: *Kinematicheskie metody v fizike vysokikh energii*. T. 2 [Kinematic methods in high energy physics. Vol. 2]. Moscow, Nauka Publ., 1989, pp. 1–19.
- Byukling E., Kayanti K. [Energies and momenta of colliding particles expressed through invariants]. In: *Kinematika elementarnykh chastits* [Kinematics of elementary particles]. Moscow, Mir Publ., 1975, pp. 34–38.
- 13. Mac-Arthur D., Butterfield K. B., Clark D. A., Donahue J. B., et al. Test of the specialrelativistic Doppler formula at  $\beta$ =0.84. In: *Physical Review Letters*, 1986, vol. 56, iss. 4, pp. 282.
- Aharonian F. A., Akhperjanian A. G., Andronache M., Barrio J. A., et al. Observations of Mkn 421 during 1997 and 1998 in the energy range above 500 GeV with the HEGRA stereoscopic Cherenkov telescope system. In: *Astronomy and Astrophysics*, 1999, vol. 350 (3), pp. 757–764.
- 15. Vladimirov Yu. S., Klenitskii A. N., Krechet V. G. [To the question on interpretation of cosmological red displacement]. In: *Yaroslavskii pedagogicheskii vestnik* [Yaroslavl Pedagogical Bulletin], 2010, vol. 3, no. 2, pp. 53–62.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Самсоненко Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент Института физических исследований и технологий Российского университета дружбы народов;

e-mail: nsamson@bk.ru;

Сёмин Михаил Валерьевич – аспирант Института физических исследований и технологий, Российского университета дружбы народов; e-mail: mvsemin@yandex.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Nikolai V. Samsonenko* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: nsamson@bk.ru;

*Michael V. Semin* – postgraduate student at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: mvsemin@yandex.ru.

\_116 /

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Самсоненко Н. В., Сёмин М. В. Релятивистская кинематика двухчастичных реакций рассеяния с участием тахионов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 102-117. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-102-117

#### FOR CITATION

Samsonenko N. V., Semin M. V. Relativistic kinematics of two-particle scattering reactions with participation of tachions. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 102–117. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-102-117

#### УДК 539

DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-118-127

## ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА СПЕКТР МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

## Самсоненко Н. В.<sup>1</sup>, Ндахайо Ф.<sup>2</sup>, Алибин М. А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Российский университет дружбы народов 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 8, Российская Федерация

<sup>2</sup> Руандийский университет КК737, г. Кигали, Джикондо-стрит, Р.О. Вох 4285, Руанда

#### Аннотация.

**Цель** работы – показать важность учёта магнитного взаимодействия для объяснения спектра масс элементарных частиц.

Процедура и методы исследования. Исследование основано на идеях Барута о критическом влиянии магнитных сил для объяснения свойств сильного взаимодействия.

**Результаты исследования.** Показано, что в рамках модели Барута этот подход даёт возможность рассматривать огромное количество элементарных частиц (около 400) как возбужденные состояния малого числа связанных фундаментальных частиц (*e*, *p*, *v*) за счёт магнитного взаимодействия.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты исследования могут внести заметный вклад в классическую теорию электромагнетизма, и предоставить возможность лучше понять основы квантовой механики.

**Ключевые слова:** спектр масс, квантование масс, формула Барута, формула Коидэ, формула Варламова, аномальный и нормальный магнитные моменты частиц

# INFLUENCE OF THE MAGNETIC INTERACTIONS ON THE MASS SPECTRUM OF ELEMENTARY PARTICLES

## N. Samsonenko<sup>1</sup>, F. Ndahayo<sup>2</sup>, M. Alibin.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Peoples' Friendship University of Russia ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> University of Rwanda Gikondo – Street, KK 737, P.O. Box 4285, Kigali, Rwanda

#### Abstract.

**Purpose.** Different approaches to the problem of mass quantization are discussed. **Methodology and Approach.** The Barut ideas of crucial influence of magnetic forces for explaining the properties of the strong interaction are considered in details.

 <sup>©</sup> СС ВУ Самсоненко Н. В., Ндахай<br/>о $\Phi.,$ Алибин М. А., 2020.

**Results.** It is shown that this approach gives a possibility to consider the enormous number of elementary particles (about 400) as the excited states of stable fundamental particles (e, p, v), bounded by magnetic interactions.

**Theoretical and Practical implications.** The results of the study make a great contribution to the theory of electromagnetism and help better understand the fundamentals of quantum mechanics. **Keywords:** mass spectrum, mass quantization, Barut formula, Koide formula, Varlamov formula, anomalous and normal magnetic moments of particles.

#### 1. Введение

Описание спектра масс наблюдаемых элементарных частиц включено в список Гинзбурга из 30 наиболее важных нерешённых проблем теоретической физики [1]. Существует множество подходов к его решению: групповые методы, основанные на SU (N)-симметрии (Гелл-Манн); динамический (А. Барут); реляционный (Ю. С. Владимиров); геометрический (С. В. Болохов, Ю. С. Владимиров) и многие другие. Получены интересные формулы для масс лептонов и адронов.

Одним из людей, «заложивших фундамент», был Й. Намбу [2], идея которого заключалась в том, чтобы связать массы всех известных в то время элементарных частиц с постоянной тонкой структуры. А. Барут был также сторонником этой идеи, и в 1979 г. получил формулу в виде эмпирической зависимости, связанной с массами лептонов [3]:

$$m_n = m_e \left( 1 + \frac{3}{2\alpha} \sum_{k=0}^n k^4 \right), \tag{1}$$

где *m*<sub>в</sub> – масса электрона,  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры.

Эта формула хорошо согласуется с наблюдаемыми массами лептонов. Например, для n = 0 мы получаем массу электрона  $m_{\rm B}^{\rm TBOP} = 0,510999$  МэВ ( $m_{\rm B}^{\rm SKC\Pi} = 0,510999$  МэВ); для n = 1 – масса мюона  $m_{\mu}^{\rm TBOP} = 105,549$  МэВ ( $m_{\mu}^{\rm SKC\Pi} = 105,658$  МэВ); для n = 2 – масса тауона  $m_{\tau}^{\rm TBOP} = 1786,155$ МэВ ( $m_{\tau}^{\rm SKC\Pi} = 1776,822$  МэВ). При значении n = 3 предсказывается четвёртый лептон с массой 10293,711 МэВ, который ещё не наблюдался. Чуть позже японский физик Ёсио Коидэ обнаружил следующую взаимосвязь между массами лептонов [4]:

$$m_e + m_\mu + m_\tau = \frac{2}{3} \left( \sqrt{m_e} + \sqrt{m_\mu} + \sqrt{m_\tau} \right)^2.$$
 (2)

Выражение (2) верно с очень высокой точностью. На основании экспериментальных данных (2016 г.) получено отношение левой части (2) к правой (без учёта коэффициента  $\frac{2}{3}$ ) равное 0,66666605 ± 0,0000068. Теоретически это соотношение равно 0,6666666(6). Несмотря на это, разумного теоретического объяснения формулы (2) пока не получено. Предсказанная по формуле Коидэ масса  $\tau$  – лептона оказывается  $m_{\tau}^{\text{твор}} = 1786,968884 \pm 0,000065$ , а экспериментальное значение  $m_{\tau}^{\text{эксп}} = 1776,822$ . Варламов В. В. [5] также представил свою формулу для масс частиц. Если принять во внимание принцип эквивалентности между массой и энергией, можно утверждать, что формула

$$m = m_e \left( l + \frac{1}{2} \right) \left( i + \frac{1}{2} \right), \tag{3}$$

определяющая массу (энергию состояния), (l, i - циклическое представление группы Лоренца), в некотором смысле аналогична хорошо известному соотношение <math>E = hv, где масса электрона играет роль «кванта массы»  $m_{\rm B}$ . До настоящего времени трудно отдать предпочтение какому-либо из существующих подходов. По нашему мнению, подход Барута более перспективен, поскольку может позволить нам описать спектр адронного сектора, который значительно богаче по числу наблюдаемых состояний.

#### 2. Методы исследования

С самого начала мы укажем некоторые малоизвестные факты о магнитном взаимодействии.

#### 2.1. Необычные (малоизвестные) свойства магнитных сил

2.1.1. Притяжение возможно при различной ориентации магнитных моментов (см. рис. 1 и рис. 2).



Рисунок 1 / Figure 1 Соосная параллельная ориентация магнитных моментов. Coaxial parallel orientation of magnetic moments.

Источник: данные авторов.



Рисунок 2 / Figure 2 Смещённая антипараллельная ориентация магнитных моментов. Biased antiparallel orientation of magnetic moments.

Источник: данные авторов

#### 2020 / № 2

#### 2.1.2. Разная зависимость от расстояния:

$$W_{\rm int} \sim \pm \frac{b}{r^2} \pm \frac{c}{r^3} + \frac{d}{r^4}.$$
 (6)

#### 2.1.3. Появление отталкивающего ядра независимо от ориентации $ec{\mu}$ :

$$W_{\rm int} \sim + \frac{\left[\overline{\mu} \times \overline{r}\right]^2}{r^6}.$$
 (7)

Наличие членов с разными знаками в потенциале взаимодействия позволяет получать для разных частиц с разными массами большое количество потенциальных ям, в которых могут существовать связанные состояния систем частиц и которые могут наблюдаться экспериментально в виде резонансов.

#### 2.2. Формула массы Барута

Чтобы проиллюстрировать эффективность метода Барута, выведем приведённую выше массовую формулу Барута (1) для лептонов [3]. Для частицы массой *m* с зарядом *e*, движущейся в поле магнитного диполя µ, имеем:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e\mu v}{r^3}.$$
(8)

В нерелятивистском случае может применяться правило квантования Бора-Зоммерфельда:

$$mvr = n\hbar, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
 (9)

Из (9) находим  $r = \frac{n\hbar}{mv}$ , затем подставляем это выражение в (8) и получаем:

$$v_n = \frac{\hbar^2}{em\mu} n^2. \tag{10}$$

Для кинетической энергии мы имеем выражение:

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{\hbar^4}{2e^2m\mu^2}n^4 = \lambda n^4.$$
 (11)

С другой стороны, формула Намбу для мюона:

$$m_{\mu} = \frac{3}{2\alpha} m_e \tag{12}$$

с добавлением массы покоя электрона имеет вид [2]:

$$m_{\mu} = m_e \left( 1 + \frac{3}{2\alpha} \right), \quad n = 1.$$
(13)

Используя (11) и (13), получаем формулу Барута [3]:

$$m_n = m_e \left( 1 + \frac{3}{2\alpha} \sum_{k=0}^n k^4 \right). \tag{14}$$

Здесь n = 0 для электрона; n = 1 для мюона; n = 2 для тауона; n = 3 для 4-го лептона.

#### 2.3. Основные идеи Барута

Как известно, кварков в природе не существует (до сих пор никто их не наблюдал). Наблюдаемые элементарные частицы (несколько сотен) по Баруту можно описать как связанные состояния небольшого числа действительно стабильных частиц  $p, e^-, v$ . Более того, особенности сильных взаимодействий, такие как:

- 1) короткий радиус действия;
- 2) насыщаемость;
- 3) независимость от заряда (изотопическая инвариантность);
- 4) сильная зависимость от ориентации спинов;
- 5) спаривание;
- 6) принцип Паули;
- 7) экспериментально наблюдаемый кварковый потенциал,

$$V(r) = \frac{a}{r} + br + c \tag{15}$$

могут быть объяснены только электромагнитными силами.

#### 2.4. Уравнение Дирака с электромагнитным взаимодействием

Из уравнения Дирака:

$$(\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + m)\Psi = 0, \tag{16}$$

описывающего свободную частицу, можно получить расширенное уравнение Дирака для заряженной частицы, взаимодействующей с внешним электромагнитным полем в **два этапа**.

1. Удлинение производных  $\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} - ieA_{\mu}$  приводит к появлению дополнительных членов:

$$\mu_n \rho_3 \left( \overline{\sigma} \cdot \overline{H} \right) + \mu_n \rho_1 \left( \overline{\sigma} \cdot \overline{E} \right)$$
(17)

в операторе Гамильтона, где µ<sub>n</sub> – нормальный магнитный дипольный момент заряженной частицы.

2. Для нейтральной частицы с аномальным магнитным дипольным моментом (такой как нейтрон) необходимо добавить в правой части уравнения Дирака член Паули:

$$0 \to \mu_a F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} = \mu_a \rho_3 \left( \overline{\sigma} \cdot \overline{H} \right) + \mu_a \rho_1 \left( \overline{\sigma} \cdot \overline{E} \right), \tag{18}$$

где  $\mu_a$  – аномальный магнитный дипольный момент.

**∖ 122** /

Приведённые выше **два шага** применительно к электрону, движущемуся вокруг протона, дают радиальное уравнение с эффективным потенциалом следующего вида:

$$V(r) = \pm \frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} \pm \frac{c}{r^3} + \frac{d}{r^4}.$$
 (19)

Коэффициенты *a*, *b*, *c*, *d* получаются автоматически, они фиксируются в модели, и их явный вид будет приведён ниже.

На рис. 3 показаны две потенциальные ямы, полученные для системы «электрон-протон», для заданных значений параметров *a*, *b*, *c*, *d* которые автоматически фиксируются в модели в результате вышеописанной процедуры (два шага) при включении взаимодействия.

Правая потенциальная яма имеет минимум при  $r \approx 10^{-8}$  см. В этой яме главную роль играют члены  $-\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2}$ . Мы называем эту область областью электрического

взаимодействия. Здесь другие члены в (19), связанные с магнетизмом, дают небольшие поправки. Именно в этой яме возникает знакомое нам связанное состояние электрона с протоном – атом водорода. В левой потенциальной яме с минимумом при  $r \approx 10^{-13} - 10^{-14}$  см действие магнитных сил является основным, а электрические силы дают лишь небольшие поправки.





Эффективный потенциал взаимодействия электрона с протоном в модели Барута.

The effective interaction potential of an electron with a proton in the Barut model.

Источник: [6].

Здесь образование связанных состояний с E > 0 возможно благодаря магнетизму, которые в эксперименте будут выглядеть как резонансы. В случае связанной системы двух тяжёлых частиц (например, нейтрон-протон) левая яма интерпретируется в модели Барута как яма, которая воспроизводит все свойства сильного взаимодействия с небольшими электромагнитными поправками благодаря наличию правой ямы.

## 2.5. Эффективный потенциал для двух заряженных частиц с нормальными и аномальными магнитными моментами

Рассмотрим две взаимодействующие заряженные частицы с нормальными и аномальными магнитными моментами. В нерелятивистском приближении полный Гамильтониан системы в этом наиболее общем случае выглядит следующим образом [7]:

$$H = \frac{1}{2m_1} \left( \vec{p}_1 - \frac{e_1}{c} \vec{A}_2 \right)^2 + \frac{1}{2m_2} \left( \vec{p}_2 - \frac{e_2}{c} \vec{A}_1 \right)^2 + \frac{e_1 e_2}{\left| \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right|} + S_{12} \left( \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right).$$
(20)

Здесь  $\vec{A}_1 = \frac{\vec{M}_1 \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{\left|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right|^3}$ ,  $\vec{A}_2 = \frac{\vec{M}_2 \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3}$  – векторные потенциалы электро-

магнитного поля, создаваемого одной частицей в точке расположения другой частицы;  $\vec{M} = \frac{e\hbar}{2mc} (1+a)\vec{\sigma}$  – полный собственный магнитный момент заряженной частицы со спином 1/2, пропорциональный магнетону Бора; *a* – параметр, определяющий величину собственного аномального магнитного момента

частицы;  $\vec{\sigma}$  – оператор спина частицы;  $e_i$ ,  $m_i(i = 1,2)$  – заряды и массы частиц.

Последний член описывает спин-спиновое взаимодействие собственных магнитных моментов частиц. Он обычно записывается как:

$$S_{12}(\vec{r}_{1}-\vec{r}_{2}) = \frac{1}{r^{3}} \Big[ \left( \vec{M}_{1} \cdot \vec{M}_{2} \right) - 3 \left( \vec{M}_{1} \cdot \vec{r}_{0} \right) \left( \vec{M}_{2} \cdot \vec{r}_{0} \right) \Big], \quad \vec{r}_{0} = \frac{\vec{r}}{\left| \vec{r} \right|}.$$
 (21)

После перехода к системе центра масс Гамильтониан принимает вид:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2\mu} + \frac{e_1 e_2}{r} - \frac{1}{r^3} \left[ \vec{L} \left( \frac{e_1 \vec{M}_2}{m_1 c} + \frac{e_2 \vec{M}_1}{m_2 c} \right) \right] + \frac{e_1^2}{2m_1 c^2} \left( \frac{\vec{M}_2 \times \vec{r}}{r^3} \right)^2 + \frac{e_2^2}{2m_1 c^2} \left( \frac{\vec{M}_1 \times \vec{r}}{r^3} \right)^2 + \frac{M_1 M_2}{r^3} \left[ \vec{S}^2 - 3 \left( \vec{S} \vec{r}_0 \right)^2 \right].$$
(22)

Здесь  $\mu = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$  – приведённая масса;  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ;  $\vec{p} = \frac{m_1 \vec{p}_1 - m_2 \vec{p}_2}{M}$ ;  $M = m_1 + m_2$ ;  $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ ;  $\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{M}$  – радиус центра масс;  $\vec{L} = \vec{r} \cdot \vec{p}$ ;  $\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_2 + \vec{\sigma}_1)$  – оператор полного спина системы из двух частиц.

Формула (22) даёт эффективный потенциал взаимодействия для радиальной функции в виде:

2020 / № 2

$$V(r) = \frac{b_1}{r} + \frac{b_2}{r^2} + \frac{b_3}{r^3} + \frac{b_4}{r^4}.$$
 (23)

В этом выражении центробежный потенциал ~  $\frac{1}{r^2}$  появился в результате разделения переменных Лапласиана внутри члена  $\frac{\vec{p}^2}{2\mu} = -\frac{\hbar^2 \Delta_{r,\phi,\theta}}{2\mu}.$ 

Коэффициенты *b*<sub>1</sub>, *b*<sub>2</sub>, *b*<sub>3</sub>, *b*<sub>4</sub> имеют вид [7]:

$$b_{1} = e_{1}e_{2},$$

$$b_{2} = \hbar^{2}l(l+1),$$

$$b_{3} = \frac{e_{1}e_{2}\hbar}{2m_{1}m_{2}c^{2}} \left[\vec{L}(a_{2}\overline{\sigma}_{2} + a_{1}\overline{\sigma}_{1})\right] + \frac{e_{1}e_{2}\hbar}{m_{1}m_{2}c^{2}} \left[\vec{L}\cdot\vec{S}\right] + \frac{e_{1}e_{2}\hbar^{2}(1+a_{2})(1+a_{1})}{4m_{1}m_{2}c^{2}} \left[\vec{S}^{2} - 3\left(\vec{S}\cdot\vec{r}_{0}\right)^{2}\right],$$

$$b_{4} = \frac{e_{1}e_{2}\hbar^{2}}{4m_{1}m_{2}c^{4}} \left(\frac{(1+a_{1})^{2}}{m_{1}} + \frac{(1+a_{2})^{2}}{m_{2}}\right).$$

В общем случае как релятивистские, так и нерелятивистские описания двух взаимодействующих фермионов не позволяют полностью решить задачу аналитически. Заметим, что основным преимуществом релятивистского описания является широкий диапазон допустимых энергий. Однако в результате окончательные уравнения оказываются сложными и аналитически разрешимыми только для небольшого числа потенциальных полей, часто с очень специфическим выбором параметров. Применение нерелятивистских уравнений, естественно, ограничено диапазоном допустимых энергий. В то же время преимуществами нерелятивистского подхода являются относительная простота уравнений и возможность простого анализа на основе известных результатов, а также возможность использовать меньшее число «настраиваемых» параметров.

#### 3. Заключение

Мы кратко изложили основные идеи Барута и дали представление о потенциале взаимодействия двух заряженных частиц с нормальными и аномальными магнитными моментами. Используя общее выражение (20) для Гамильтониана, ряд задач был решён ранее. В случае системы «ер» было предсказано возможное существование небольших атомов Барута-Вижье с размерами  $r \approx 10^{-11}$  см [8]. Выражение (20) оказалось эффективным для связанной системы «нейтронпротон» (ядро дейтерия). Оно позволяет простым способом описать основные свойства дейтрона [9]. Например, отсутствие на эксперименте синглетного состояния в дейтроне легко доказывается в модели Барута. В этом случае спины частиц являются антипараллельными (это означает, что магнитные моменты параллельны из-за того, что  $\mu_p = +2,7 \frac{e\hbar}{2M_p c}, \ \mu_n = -1,9 \frac{e\hbar}{2M_n c}$ ), и не будет возни-

кать потенциальных ям из-за отталкивания магнитных моментов. Есть надежда, что, используя общую формулу (20) и её релятивистские обобщения, можно получить более точный спектр масс лёгких и тяжёлых частиц.

Статья поступила в редакцию 13.05.2020 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гинзбург В. Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными (тридцать лет спустя, причем уже на пороге XXI века)? // Успехи физических наук. 1999. Т. 169. № 4. С. 419–441.
- Nambu Y. An empirical mass spectrum of elementary particles // Progress of Theoretical Physics. 1952. Vol. 7. Iss. 5–6. P. 595–596.
- 3. Barut A. O. Lepton mass formula // Physical Review Letters. 1979. Vol. 42. Iss. 19. P. 1251.
- Koide Y. New view of quark and lepton mass hierarchy // Physical Review D. 1983. Vol. 28. Iss. 1. P. 252–254.
- Варламов В. В. Квантование массы и группа Лоренца // Математические структуры и моделирование. 2017. №2 (42). С. 11–28.
- 6. Barut A. O. The magnetic moment of the neutrino // Proceedings of the Telemark Workshop on Neutrino Mass. 1980. P. 130–133 (Published in: eConf C801002).
- 7. Тяхти Д. В. Следствия точного учёта взаимодействия магнитных моментов частиц в модельной задаче двух тел: дис. . канд. физ.-мат. наук. М., 2000. 112 с.
- Samsonenko N. V., Tahti D. V., Ndahayo F. On the Barut-Vigier model of the hydrogen atom // Physics Letters A. 1996. Vol. 220. Iss. 4–5. P. 297–301.
- 9. О следствиях точного учета спин-спинового и спин-орбитального взаимодействий в дейтроне / Самсоненко Н. В., Тяхти Д. В., Ндахайо Ф. // Известия АН СССР. Серия Физическая. 1998. Т. 63. № 1. С. 45.

#### REFERENCES

- 1. Ginzburg V. L. [What problems of physics and astrophysics seem now to be especially important and interesting (thirty years later, already on the verge of XXI century)?]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)], 1999, vol. 169, no. 4, pp. 419–441.
- 2. Nambu Y. An empirical mass spectrum of elementary particles. In: *Progress of Theoretical Physics*, 1952, vol. 7, iss. 5–6, pp. 595–596.
- 3. Barut A. O. Lepton mass formula. In: Physical Review Letters, 1979, vol. 42, iss. 19, p. 1251.
- 4. Koide Y. New view of quark and lepton mass hierarchy. In: *Physical Review D*, 1983, vol. 28, iss. 1, pp. 252–254.
- 5. Varlamov V. V. [Mass Quantization and Lorentz Group]. In: *Matematicheskie struktury i modelirovanie* [Mathematical structures and modeling], 2017, no. 2 (42), pp. 11–28.
- 6. Barut A. O. The magnetic moment of the neutrino. In: *Proceedings of the Telemark Workshop* on Neutrino Mass, 1980, pp. 130–133 (Published in: eConf C801002).
- 7. Tyakhti D. V. *Sledstviya tochnogo ucheta vzaimodeistviya magnitnykh momentov chastits v model'noi zadache dvukh tel: dis. . kand. fiz.-mat. nauk* [Consequences of accurate accounting for the interaction of magnetic moments of particles in a two-body model problem: PhD thesis in Physical and Mathematical Sciences]. Moscow, 2000. 112 p.

- 8. Samsonenko N. V., Tahti D. V., Ndahayo F. On the Barut-Vigier model of the hydrogen atom. In: *Physics Letters A*, 1996, vol. 220, iss. 4–5, pp. 297–301.
- Samsonenko N. V., Tahti D. V., Ndahayo F. [On the consequences of the accurate accounting of the "spin-spin" and "spin-orbit" interactions in deuteron]. In: *Izvestiya AN SSSR. Seriya Fizicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Physical Series], 1998, vol. 63, no. 1, p. 45.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Самсоненко Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент Института физических исследований и технологий, Российского университета дружбы народов;

e-mail: nsamson@bk.ru;

*Ндахайо Фидель –* кандидат физико-математических наук, доцент департамента физики Руандийского университета;

e-mail: f\_ndahayo15@yahoo.com;

Алибин Максим Агабегович – аспирант Института физических исследований и технологий, Российского университета дружбы народов; e-mail: maalibin2017@mail.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Nikolai V. Samsonenko* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: nsamson@bk.ru;

*Fidel Ndahayo* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Physics, Rwanda University; e-mail: f\_ndahayo15@yahoo.com;

*Maxim A. Alibin* – postgraduate student at the Institute of Physical Research and Technology, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: maalibin2017@mail.ru.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А. Влияние магнитного взаимодействия на спектр масс элементарных частиц // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. № 2. С. 118–127. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-118-127

#### FOR CITATION

Samsonenko N. V., Ndahayo F., Alibin M. A. Influence of the magnetic interactions on the mass spectrum of elementary particles. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 118–127. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-118-127

УДК 621.362, 537.322 DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-128-136

## РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА ТУРИСТИЧЕСКОГО ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА И ИССЛЕДОВАНИЕ ПУТЕЙ ПО УВЕЛИЧЕНИЮ ЕГО ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТИ

## Шишов К. А., Чэнь Х.

Российский университет дружбы народов 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6, Российская Федерация

#### Аннотация.

**Целью** работы является разработка модели экспериментального образца туристического термоэлектрического генератора.

**Процедура и методы исследования.** Проведено описание принципа работы туристического термоэлектрического генератора. Проведён анализ конструкций устройств-аналогов. Исследована зависимость максимальной выходной мощности от различных факторов в реальных условиях эксплуатации.

**Результаты исследования.** Определены эксплуатационные условия, ключевые особенности и преимущества разрабатываемого устройства. Разработана модель конструкции туристического термоэлектрического генератора. Разработан блок управления электрической нагрузкой на основе ОТММ контроллера.

**Теоретическая и практическая значимость.** Разработана и описана модель туристического термоэлектрического генератора. Данное устройство позволит эффективно решать задачи по приготовлению пищи и зарядки аккумуляторов мобильных устройств в походных условиях.

**Ключевые слова:** туристическое оборудование; термоэлектрический генератор; преобразование тепловой энергии; отслеживание точки максимальной мощности; зарядное устройство

## DEVELOPMENT OF AN EXPERIMENTAL MODEL OF A TOURIST THERMOELECTRIC GENERATOR AND EXAMINATION OF THE WAYS TO INCREASE ITS EFFICIENCY

## K. Shishov, H. Chen

Peoples' Friendship University of Russia ul. Miklukho-Maklaya 6, 117198 Moscow, Russian Federation

### Abstract.

*Purpose.* The aim is to develop an experimental model of a tourist thermoelectric generator.

<sup>©</sup> СС ВҮ Шишов К. А., Чэнь Х., 2020.

**Methodology and Approach.** The principle of the operation of a tourist thermoelectric generator is described. The analysis of the designs of similar devices is carried out. The dependence of the maximum output power on various factors in real operating conditions is investigated.

**Results.** The operating conditions, key features and advantages of the developed device are determined. A design model of a tourist thermoelectric generator is developed. An electric load control unit based on the OTMM controller is elaborated.

**Theoretical and Practical implications.** A model of a tourist thermoelectric generator is developed and described. This device will allow one to effectively solve the problems of cooking and charging the batteries of mobile devices in camping conditions.

*Keywords:* tourist equipment, thermoelectric generator, thermal energy conversion, maximum power point tracking, battery charger

#### Введение

Ежегодно всё больше людей стремится проводить время на природе, заниматься активным туризмом. Оказываясь в походных условиях, многие туристы не хотят ограничивать себя в использовании электронной аппаратуры. Для этого необходимо обеспечить возможность подзарядки аккумуляторных устройств, используемых туристами. Существующие на рынке варианты по решению вопроса зарядки устройств в походных условиях: солнечные батареи, внешние аккумуляторы, динамо-машины. Однако солнечные батареи имеют низкую эффективность, а в тёмное время суток и пасмурную погоду не используются. Внешние аккумуляторы после своей разрядки также бесполезны. Использование динамо-машины заставит пользователя расходовать своё личное время и силы. Одновременно с этим происходит модернизация походной посуды. На смену тяжёлым походным канам, всё чаще приходит лёгкая, прочная, удобная туристическая посуда. Высокотехнологическое и многофункциональное туристическое снаряжение нацелено сделать пребывание на природе более комфортным. Предлагаемое в данной статье решение: разработка туристического термоэлектрического генератора (ТТЭГ). Данное устройство должно решать одновременно две задачи: приготовление пищи и зарядка аккумуляторов мобильных устройств в походных условиях.

#### Принцип работы ТТЭГ

Туристический термоэлектрический генератор (ТТЭГ) является термоэлектрическим устройством, обеспечивающим преобразование тепловой энергии в электричество. Принцип работы данного устройства основан на эффекте Зеебека, заключающемся в возникновении электродвижущей силы в замкнутой электрической цепи, состоящей из последовательно соединённых разнородных полупроводников, контакты которых находятся при разных температурах [1]. В походных условиях разница температуры может обеспечиваться за счёт пламени костра или газовой горелки для горячей стороны и за счёт воды, нагреваемой для приготовления пищи, для холодной стороны.

Ключевым элементом ТТЭГ является термоэлектрический модуль (ТЭМ) Термоэлектрическим генераторным модулем (рис. 1) называют устройство, преобразующее тепловую энергию в электрическую [2]. Главной особенностью ТЭМ является прямое преобразование энергии, то есть без дополнительных механических и других промежуточных преобразований.



*Puc. 1.* Внешний вид ТЭМ. *Fig. 1.* The appearance of the thermoelectric module.

Источник: [3, с. 198].

#### Анализ и разработка конструкции ТТЭГ

При разработке ТТЭГ был проведён анализ различных конструкций туристического оборудования, в том числе прямых аналогов ТТЭГ, представленных на рынке<sup>1</sup> [3]. По итогам проведённого анализа и экспериментальных исследований был сделан вывод, что концепция котелка-зарядки (рис. 2) с расположением термоэлектрического модуля на дне чаши является наиболее энергоэффективной относительно печей-зарядок<sup>2</sup>, у которых модули расположены сбоку, за счёт того, что большее количество тепла проходит через ТЭМ, позволяя тем самым генерировать больше электрической энергии. Также данная концепция многофункциональна – она позволяет одновременно кипятить воду для приготовления пищи и генерировать электроэнергию. Возможность работать от пламени газовой горелки делает разрабатываемый генератор применимым при многих погодных и климатических условиях, в местности с отсутствующей растительностью, на заснеженной территории. Наличие радиатора увеличит количество тепла, поглощаемого теплообменником, уменьшит расход газа.

Структурная блок схема описанной концепции представлена на рис. 3.

На данной схеме изображены основные части разрабатываемого устройства и взаимосвязи параметров.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> См.: Biolite [Электронный ресурс]. URL: www.biolitestove.com/BioLite.html (дата обращения: 10.02.2020); Powerpot [Электронный ресурс]. URL: https://www.thepowerpot.com/ (дата обращения: 10.02.2020).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Biolite [Электронный ресурс]. URL: www.biolitestove.com/BioLite.html (дата обращения: 10.02.2020).



*Puc. 2*. Модель конструкции ТТЭГ. *Fig. 2*. Model of tourist thermoelectric generator's design.

Источник: данные авторов.



Рис. 3. Структурная блок схема концепции ТТЭГ.

*Fig. 3.* Structural block diagram of tourist thermoelectric generator's concept. Источник: данные авторов.

#### Разработка блока управления мощностью

Максимальная выходная мощность, вырабатываемая ТТЭГ, зависит от согласованности многих внешних и внутренних факторов, таких как: разница температур между горячей и холодной стороной ТЭМ, внутреннее сопротивление модуля, величина внешней нагрузки. Постоянство перечисленных факторов невозможно соблюсти при реальных условиях эксплуатации устройства. По этой причине в существующих моделях-аналогах данного устройства снятие электрической мощности ТЭМ происходит неэффективно.

Для эффективной передачи генерируемой электроэнергии потребителю необходимо обеспечить постоянную работу ТЭМ в точке максимальной мощности. Для решения данной задачи предлагается использование блока управления электрической нагрузкой (БУН) с функцией отслеживания точки максимальной мощности (ОТММ). Функциональная блок схема БУН представлена на рис. 4. В работе [4] экспериментально подтверждается эффективность использования ОТММ контроллера для более мощного термоэлектрического генератора. В работах [5; 6] описывается ОТММ технология и проблемы разработки и проектирования подобных устройств.



*Рис. 4.* Функциональная блок-схема БУН. *Fig. 4.* Functional block diagram of the electrical load control unit.

Источник: данные авторов.

Также БУН будет содержать встроенную аккумуляторную батарею, что позволит постоянно накапливать получаемую электрическую энергию в процессе функционирования ТТЭГ. Для решения поставленных задач будет спроектирован и собран прототип устройства для проведения экспериментальных исследований.

#### ОТММ контроллер

В основе работы МРРТ контролера лежит алгоритм отслеживания точки максимальной мощности – алгоритм работы электрического преобразователя, используемый для повышения энергетической эффективности фотоэлектрических и термоэлектрических модулей. Его задача – это непрерывная подстройка и согласование эквивалентного сопротивления системы для обеспечения работы модулей в режиме максимальной выходной мощности в условиях изменения внутренних и внешних параметров системы, таких, как: градиент температуры, внутреннее сопротивление модулей, сопротивление нагрузки. Существует мно-

2020 / № 2

жество ОТММ алгоритмов, и их применение на сегодняшний день описывается исследователями. Наиболее широко используемыми из них являются: метод постоянного напряжения [7], алгоритм возмущения и наблюдения [8], алгоритм инкрементной проводимости [9], метод нечёткого управления [10] и т. д. Внутреннее строение БУН с функцией ОТММ и его подключение к ТЭМ и нагрузке показано на рис. 5.

Термоэлектрический модуль и нагрузка соединены через DC-DC преобразователь. Устройство отслеживания точки максимальной мощности непрерывно обнаруживает изменение тока и напряжения термоэлектрического модуля и регулирует рабочий цикл ШИМ преобразователя для согласования сопротивления модуля и нагрузки.





Источник: данные авторов.

#### Модуль управления батареями и зарядом аккумулятора

Блок управления нагрузкой может реализовывать управление зарядкой и разрядкой литий-ионного аккумулятора, реализовывать многоступенчатый способ зарядки, а также защищать и продлевать срок службы литий-ионного аккумулятора. Модуль управления батареями предназначен для управления зарядом батареи. Трёхступенчатая зарядка выполняется в соответствии с различными значениями напряжения в литий-ионной батарее. Трёхступенчатый способ зарядки может точно контролировать процесс зарядки для достижения наилучшего состояния зарядки [11]. Данный способ зарядки защищает и продлевает срок службы литий-ионных аккумуляторов. Принципиальная схема процесса зарядки показана на рис. 6.

Литий-ионный аккумулятор представляет собой силовой элемент 26650. Он имеет стандартное напряжение 3,7 В и ёмкость 5000 мАч, что позволяет заряжать большинство цифровых продуктов.



Рис. 6. Внешний вид ТЭМ.

*Fig. 6.* The appearance of the thermoelectric module.

Источник: DSC-CN3065 Datasheet: USB-Compatible Lithium-Ion Battery Charger with Thermal Regulation<sup>1</sup>.

#### Заключение

Для определения основных путей оптимизации конструкции ТТЭГ был проведён анализ различных конструкций туристического оборудования. По результатам экспериментальных тестов образцов аналогов ТТЭГ определены эксплуатационные условия, характерные температуры и выходные характеристики испытуемых устройств. Были выявлены основные требования к разрабатываемой конструкции ТТЭГ с целью увеличения эффективности устройства.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по Программе повышения конкурентоспособности РУДН «5-100» среди ведущих мировых научно-образовательных центров на 2016–2020 гг.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the program aimed at improving the competitiveness of the Peoples' Friendship University of Russia (RUDN University) among the world's leading research and education centers in the 2016–2020.

Статья поступила в редакцию 02.06.2020

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> См.: USB-Compatible Lithium-Ion Battery Charger with Thermal Regulation [Электронный реcypc]. URL: https://github.com/DFRobot/Wiki/raw/master/Solar%20Power%20Manager%20Series/ DFR0559/res/V1.1/DSC-CN3065.pdf (дата обращения: 15.01.2020).

ISSN 2072-8387

#### ЛИТЕРАТУРА

- Enescu D. Thermoelectric Energy Harvesting: Basic Principles and Applications // Enescu D. Green Energy Advances. London: IntechOpen, 2019. pp. 1–38.
- 2. Термоэлектрические генераторы / Охотин А. С., Ефремов А. А., Охотин В. С., Пушкарский А. С. М.: Атомиздат, 1976. 320 с.
- 3. Jetter, J. J., Kariher P. Solid-fuel household cook stoves: Characterization of performance and emissions // Biomass and Bioenergy. 2009. Vol. 33. Iss. 2. P. 294–305.
- 4. Development of the Automotive Thermoelectric Generator Electrical Network / Shiriaev P., Shishov K., Osipkov A., Tishchenko L. // Journal of Electronic Materials. 2019. Vol. 48. Iss. 4. P. 1998–2009.
- Development of 100-W high-efficiency MPPT power conditioner and evaluation of TEG system with battery load / Nagayoshi H., Nakabayashi T., Maiwa H., Kajikawa T. // Journal of electronic materials. 2011. Vol. 40. Iss. 5. P. 657–661.
- A high efficiency cascaded thermoelectric generation system with power balancing mechanism / Qiu Z., Sun K., Wu H., Huang J., Xing Y. // IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC). 2015. P. 647–653.
- Xiong Y., Yu L., Xu J. M. MPPT control of photovoltaic generation system combining constant voltage method with perturb observe method // Electric Power Automation Equipment. 2009. Vol. 29. Iss. 6. P. 85–88.
- Maximum power point tracking for photovoltaic optimization using ripple-based extremum seeking control / Brunton S. L., Rowley C. W., Kulkarni S. R., Clarkson C. // IEEE transactions on power electronics. 2010. Vol. 25. Iss. 10. P. 2531–2540.
- Safari A., Mekhilef S. Simulation and hardware implementation of incremental conductance MPPT with direct control method using cuk converter // IEEE transactions on industrial electronics. 2011. Vol. 58. Iss. 4. P. 1154–1161.
- Li J., Wang H. Maximum power point tracking of photovoltaic generation based on the fuzzy control method // International Conference on Sustainable Power Generation and Supply. SUPERGEN'09. USA: IEEE, 2009. P. 1–6.
- 11. Shu B., Qiao P. Novel design of photovoltaic intelligent fast charging system // Foreign Electronic Measurement Technology. Vol. 2009. Iss. 7. P. 49–51.

#### REFERENCES

- 1. Enescu D. Thermoelectric Energy Harvesting: Basic Principles and Applications. In: Enescu D. *Green Energy Advances*. London, IntechOpen Publ., 2019, pp. 1–38.
- 2. Okhotin A. S., Efremov A. A., Okhotin V. S., Pushkarskii A. S. *Termoelektricheskie generatory* [Thermoelectric generators]. Moscow, Atomizdat Publ., 1976. 320 p.
- 3. Jetter, J. J., Kariher P. Solid-fuel household cook stoves: Characterization of performance and emissions. In: *Biomass and Bioenergy*, 2009, vol. 33, iss. 2, pp. 294–305.
- 4. Shiriaev P., Shishov K., Osipkov A., Tishchenko L. Development of the Automotive Thermoelectric Generator Electrical Network. In: *Journal of Electronic Materials*, 2019, vol. 48, iss. 4, pp. 1998–2009.
- 5. Nagayoshi H., Nakabayashi T., Maiwa H., Kajikawa T. Development of 100-W high-efficiency MPPT power conditioner and evaluation of TEG system with battery load. In: *Journal of electronic materials*, 2011, vol. 40, iss. 5, pp. 657–661.
- 6. Qiu Z., Sun K., Wu H., Huang J., Xing Y. A high efficiency cascaded thermoelectric generation system with power balancing mechanism. In: *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 2015, pp. 647–653.
- 7. Xiong Y., Yu L., Xu J. M. MPPT control of photovoltaic generation system combining

constant voltage method with perturb observe method. In: *Electric Power Automation Equipment*, 2009, vol. 29, iss. 6, pp. 85–88.

- 8. Brunton S. L., Rowley C. W., Kulkarni S. R., Clarkson C. Maximum power point tracking for photovoltaic optimization using ripple-based extremum seeking control. In: *IEEE transactions on power electronics*, 2010, vol. 25, iss. 10, pp. 2531–2540.
- 9. Safari A., Mekhilef S. Simulation and hardware implementation of incremental conductance MPPT with direct control method using cuk converter. In: *IEEE transactions on industrial electronics*, 2011, vol. 58, iss. 4, pp. 1154–1161.
- 10. Li J., Wang H. Maximum power point tracking of photovoltaic generation based on the fuzzy control method. In: *International Conference on Sustainable Power Generation and Supply. SUPERGEN'09.* USA: IEEE Publ., 2009, pp. 1–6.
- 11. Shu B., Qiao P. Novel design of photovoltaic intelligent fast charging system. In: *Foreign Electronic Measurement Technology*, vol. 2009, iss. 7, pp. 49–51.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Шишов Константин Александрович – аспирант департамента Механики и мехатроники Российского университета дружбы народов; e-mail: shishov.k.a@yandex.ru;

*Хэ Чэнь* – студент департамента Механики и мехатроники Российского университета дружбы народов;

e-mail: entervectoring@gmail.com.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Konstantin A. Shishov* – postgraduate student at the Department of Mechanics and Mechatronics, Peoples' Friendship University of Russia; e-mail: shishov.k.a@yandex.ru;

*He Chen* – student of the Department of Mechanics and Mechatronics, Peoples' Friendship University of Russia;

e-mail: entervectoring@gmail.com.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Шишов К. А., Чэнь Х. Разработка экспериментального образца туристического термоэлектрического генератора и исследование путей по увеличению его энергоэффективности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2020. №2. С. 128–136.

DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-128-136

#### FOR CITATION

Shishov K. A., Chen H. Development of an experimental model of a tourist thermoelectric generator and examination of the ways to increase its efficiency. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2020, no. 2, pp. 128–136. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-128-136

## Памяти Александра Алексеевича Юшканова



21.08.1950 - 29.05.2020

29 мая 2020 года ушел из жизни замечательный учёный, ведущий специалист по кинетическим процессам в квантовых и классических газах и плазме, доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики МГОУ Александр Алексеевич Юшканов.

А. А. Юшканов родился 21 августа 1950 г. в г. Игарка Красноярского края. В 1974 г. он закончил Московский инженерно-физический институт по специальности теоретическая ядерная физика. В 1980 г. он защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а в 1999 г. – диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук.

С 1978 г. жизнь А. А. Юшканова связана с МОПИ–МПУ–МГОУ. В 1978–1980 гг. он – младший научный сотрудник Московского областного педагогического института, в 1981–1989 гг. – старший научный сотрудник МОПИ, в 1995–2000 гг. – доцент Московского педагогического университета. С 2000 г. до конца жизни он был профессором кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета. А. А. Юшканов преподавал на многих факультетах нашего университета, кроме физико-математического, это были биолого-химический факультет, географо-экологический факультет, факультет специальной педагогики и психологии. Его кончина стала большой потерей для всего университета.

В МГОУ высоко ценили деятельность А. А. Юшканова. В 2008 г. он был награждён Почётной грамотой Министерства образования и науки Российской Федерации, а в 2019 г. – грамотой за значительный вклад в развитие науки Подмосковья и России. В июне 2019 г. ему была вручена медаль МГОУ «За заслуги».

Александр Алексеевич Юшканов создал свою научную школу. Им, его учениками и коллегами впервые в мире решены научные проблемы по поведению электронной плазмы в металлах и полупроводниках, имеющие важное значение для фундаментальной науки и прикладных разработок. Учёным опубликовано свыше 400 научных работ и более 10 монографий, имеющих высокий индекс научного цитирования. Его ученики трудятся сегодня в ведущих университетах России, развивая идеи А. А. Юшканова.

Много лет А. А. Юшканов работал в творческом союзе с Анатолием Васильевичем Латышевым. После кончины А. В. Латышева Александр Алексеевич возглавил научную школу МГОУ по направлению «Кинетические процессы в квантовых и классических газах и плазме».

Светлая память об Александре Алексеевиче Юшканове навсегда сохранится в сердцах сотрудников физико-математического факультета, всего университета, его коллег и учеников.



## ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рецензируемый научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г.

Сегодня Московским государственным областным университетом выпускается десять научных журналов по разным отраслям науки. Журналы включены в Перечень ВАК (составленный Высшей аттестационной комиссией при Минобрнауки РФ Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук). Журналы включены в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатные версии журналов зарегистрированы в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия.

Полнотекстовые версии журналов доступны в интернете на на сайте Вестника Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru), а также на платформах Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru) и Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (https:// cyberleninka.ru).

#### ВЕСТНИК

#### ΜΟCΚΟΒCΚΟΓΟ ΓΟCΥΔΑΡCΤΒΕΗΗΟΓΟ Ο ΓΛΑCTHΟΓΟ ΥΗ ΜΒΕΡCИΤΕΤΑ

#### СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА 2020. № 2

Над номером работали:

Литературный редактор М.С. Тарасова Переводчик И.А. Улиткин Корректор М.С. Тарасова Компьютерная верстка Н.Н. Жильцов

Отдел по изданию научного журнала «Вестник Московского государственного областного университета» Информационно-издательского управления МГОУ 105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98 тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101) e-mail: info@vestnik-mgou.ru сайт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70х108/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro». Тираж 500 экз. Усл. п. л. 8,75, уч.-изд. л. 8. Подписано в печать: 30.06.2020. Дата выхода в свет: 14.07.2020. Заказ № 2020/06-13. Отпечатано в ИИУ МГОУ 105005, г. Москва, ул. Радио, 10А