

ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)



Вестник

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

Физика-
МАТЕМАТИКА

ВЛИЯНИЕ РАСКЛИНИВАЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ
НА КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ
ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

ДИНАМИКА СДВИГА ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ
В МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

ПОГЛОЩЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТЬЮ
ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ



2018/ № 3

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print)

2018 / № 3

ISSN 2310-7251 (online)

серия

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России) по Физике (01.04.00).

The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation into "the List of leading reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree" (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation) in Physics (01.04.00).

ISSN 2072-8387 (print)

2018 / № 3

ISSN 2310-7251 (online)

series

PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION
STATE UNIVERSITY

Учредитель журнала «Вестник Московского государственного областного университета»:

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Московский государственный областной университет

———— Выходит 4 раза в год ————

**Редакционная коллегия серии
«Физика-Математика»**

Ответственный редактор серии:

Бугаев А.С. — д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-технический институт (Государственный университет)

Заместитель ответственного редактора:

Жачкин В.А. — д.ф.-м.н., проф. Московский государственный областной университет

Ответственный секретарь:

Васильчикова Е.Н. — к. ф.-м. н., доц., Московский государственный областной университет

Члены редакционной коллегии:

Беляев В.В. — д.т.н., проф., Московский государственный областной университет;

Бугримов А.Л. — д. т. н., проф., Московский государственный областной университет;

Калашников Е.В. — д.ф.-м.н., Московский государственный областной университет;

Смирнова И.М. — д.п.н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Осипов М.А. — д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

Чаругин В.М. — д.ф.-м.н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Чигринов В.Г. — д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

**ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)**

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. — 2018. — № 3. — 118 с.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-Математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

**Индекс серии «Физика-Математика»
по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723**

© МГОУ, 2018.

© ИИУ МГОУ, 2018.

**Адрес Отдела по изданию научного журнала
«Вестник Московского государственного
областного университета»**

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98

тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101)

e-mail: vest_mgou@mail.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (<https://cyberleninka.ru>), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru)

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY). Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

Founder of journal «Bulletin of the Moscow Region State University»:
Moscow Region State University

———— Issued 4 times a year ————

Series editorial board
«Physics and Mathematics»

Editor-in-chief:

A.S. Bugaev – Doctor of Physics and Mathematics, Academician of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

Deputy editor-in-chief:

V.A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

Executive secretary:

E.N. Vasilchikova – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Moscow Region State University

Members of Editorial Board:

V.V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

A.L. Bugrimov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

E.V. Kalashnikov – Doctor of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;

I.M. Smirnova – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Moscow State Pedagogical University;

M.A. Osipov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

V.M. Charugin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

V.G. Chigrinov – Hong Kong University of Science and Technology (China)

ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. – 2018. – № 3. – 118 p.

The series «Physics and Mathematics» of the Bulletin of the Moscow State Regional University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate ПИ № ФС 77-73344.

Index of the series «Physics and Mathematics»
according to the union catalog «Press of Russia» 40723

© MRSU, 2018.

© Information & Publishing department of MRSU, 2018.

The Editorial Board address:
Moscow Region State University

10A Radio st., office 98, Moscow, Russia

Phones: (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (add. 6101)

e-mail: vest_mgou@mail.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary.ru), and from August 2017 on the platform of the Scientific Electronic Library "CyberLeninka" (<https://cyberleninka.ru>), as well as at the site of the Moscow Region State University (www.vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY). The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

<i>Алгазин О.Д.</i> ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ-НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРИКОМИ В ПОЛОСЕ	8
--	---

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

<i>Алиев И.Н., Самедова З.А., Копылов И.С.</i> ВЛИЯНИЕ РАСКЛИНИВАЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ	22
--	----

<i>Геворкян Э.В.</i> ДИНАМИКА СДВИГА ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ В МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ	34
--	----

<i>Соколов В.В., Курилов А.Д.</i> ПОГЛОЩЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТЬЮ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	42
--	----

<i>Адамсон Н.Н., Калашиников Е.В.</i> САМООРГАНИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ «УЧИТЕЛЬ-УЧЕНИКИ» В РАМКАХ МОДЕЛИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ	50
---	----

<i>Дубас Л.Г.</i> ТЕРМОМЕТРИЧЕСКАЯ ПИРОМЕТРИЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ	54
---	----

<i>Кузнецов М.М., Молоствин Е.В., Перов А.А., Решетникова Ю.Г., Смотров Л.В.</i> ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ЭФФЕКТА ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В УДАРНО-СЖАТЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ	65
--	----

<i>Соколов В.В., Осипов М.И.</i> АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА В МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ	77
---	----

РАЗДЕЛ III.**ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ****Чаругин В.М.** СТРОЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ И МЕСТО ЧЕЛОВЕКА

В НЕЙ.83

К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**А.А. ВЛАСОВА****Беляев В.В.** АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ВЛАСОВ В МОПИ

ИМЕНИ Н.К. КРУПСКОЙ (К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ

ПО МАТЕРИАЛАМ АРХИВА МОПИ/МГОУ)93

Высикайло Ф.И., Беляев В.В. РАЗВИТИЕ ИДЕЙ А.А. ВЛАСОВА

В МОПИ (МГОУ): К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ

АНАТОЛИЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА ВЛАСОВА107

CONTENTS

SECTION I. MATHEMATICS

- O. Algazin.** POLYNOMIAL SOLUTIONS OF THE MIXED BOUNDARY VALUE PROBLEM OF DIRICHLET-NEUMANN FOR THE TRICOMI EQUATION IN THE STRIP8

SECTION II. PHYSICS

- I. Aliev, Z. Samedova, I. Kopylov.** INFLUENCE OF THE DISJOINING PRESSURE ON THE CRITICAL CONDITIONS FOR THE REALIZATION OF THE INSTABILITY OF A CHARGED LIQUID SURFACE22

- E. Gevorkyan.** SHEAR DYNAMICS OF LIQUID CRYSTALS IN MAGNETIC AND ELECTRIC FIELDS34

- V. Sokolov, A. Kurilov.** ULTRASONIC ATTENUATION OF MAGNETIC FLUID IN A ROTATING MAGNETIC FIELD42

- N. Adamson., E. Kalashnikov.** SELF-ORGANIZATION IN THE SYSTEM “TEACHER-STUDENTS” IN THE FRAMEWORK OF THE MODEL OF CELLULAR AUTOMATA.50

- L. Dubas.** THERMOMETRIC PYROMETRY FOR MEASUREMENTS OF TEMPERATURE OF RADIATORS.....54

- M. Kuznetsov, E. Molostvin, A. Perov, Ju. Reschetnikova, L. Smotrova.** SUFFICIENT CONDITIONS AND ANALYTICAL ESTIMATE VALUE OF HIGH-SPEED NON-EQUILIBRIUM IN SHOCK COMPRESSED GAS MIXTURES65

- V. Sokolov, M. Osipov.** ULTRASOUND VELOCITY ANISOTROPY IN MAGNETORHEOLOGICAL FLUID77

SECTION III.**THEORY AND METHODS OF TEACHING AND EDUCATION**

<i>V. Charugin.</i> THE STRUCTURE OF THE UNIVERSE AND MAN'S PLACE IN IT	83
--	----

TO THE 110TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF A.A. VLASOV

<i>V. Belyaev.</i> ANATOLIY A. VLASOV IN MOSCOW REGION TEACHERS TRAINING INSTITUTE (TO HIS 110TH ANNIVERSARY)	93
--	----

<i>P. Vysikaylo, V. Belyaev.</i> DEVELOPMENT OF IDEAS BY ANATOLY A. VLASOV IN MRTTI (MRSU); TO THE 110TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF ANATOLY ALEXANDROVICH VLASOV	107
--	-----

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

УДК 517.958

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-8-21

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ-НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРИКОМИ В ПОЛОСЕ

Алгазин О.Д.

*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, Российская Федерация*

Аннотация. Рассмотрено неоднородное уравнение Трикоми в полосе с полиномиальной правой частью. Показано, что краевая задача Дирихле-Неймана с полиномиальными краевыми условиями имеет полиномиальное решение. Приведён алгоритм построения этого полиномиального решения и рассмотрены примеры. Если полоса лежит в области эллиптичности уравнения, то это решение единственно в классе функций полиномиального роста. Если полоса лежит в смешанной области, то решение задачи Дирихле-Неймана не единственно в классе функций полиномиального роста, но оно единственно в классе полиномов.

Ключевые слова: уравнение Трикоми, задача Дирихле-Неймана, преобразование Фурье, обобщённые функции медленного роста, полиномиальные решения.

POLYNOMIAL SOLUTIONS TO THE MIXED DIRICHLET-NEUMANN BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE TRICOMI EQUATION IN THE STRIP

O. Algazin

*Bauman Moscow State Technical University
ul. 2-ya Baumanskaya 5, stroenie 1, 105005 Moscow, Russian Federation*

Abstract. An inhomogeneous Tricomi equation is considered in a strip with a polynomial right-hand side. It is shown that the Dirichlet-Neumann boundary value problem with polynomial boundary conditions has a polynomial solution. An algorithm for constructing this polynomial

solution is presented and examples are considered. If the strip lies in the ellipticity region of the equation, then this solution is unique in the class of functions of polynomial growth. If the strip lies in a mixed region, then the solution to the Dirichlet-Neumann problem is not unique in the class of functions of polynomial growth, but it is unique in the class of polynomials.

Key words: Poisson equation, Dirichlet-Neumann problem, Fourier transform, generalized functions of slow growth, polynomial solutions.

Введение

Уравнение

$$yu_{xx} + u_{yy} = 0$$

впервые было рассмотрено Ф. Трикоми [1] и в дальнейшем получило его имя. Это уравнение эллиптического типа в верхней полуплоскости $y > 0$, гиперболического типа в нижней полуплоскости $y < 0$ и параболически вырождается на прямой $y = 0$. Уравнения смешанного типа применяются в трансзвуковой газовой динамике [2–4]. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа в смешанной области в принципе поставлена некорректно [5]. Поиску условий корректности постановки задачи Дирихле для уравнения смешанного типа в смешанной области посвящено много работ, например [6–12]. Смешанная краевая задача Дирихле-Неймана также некорректно поставлена в смешанной области, однако если ограничиться поиском её решений в классе полиномов, то решение будет единственным.

Данная работа посвящена отысканию точных полиномиальных решений смешанной краевой задачи Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения Трикоми в полосе с полиномиальной правой частью. Методом преобразования Фурье аналогично тому, как это ранее сделано в [13] для уравнения Пуассона, показано, что краевая задача Дирихле-Неймана с полиномиальными краевыми условиями имеет полиномиальное решение. Приведён алгоритм построения этого полиномиального решения и рассмотрены примеры. Если полоса лежит в области эллиптичности уравнения, то это решение единственно в классе функций полиномиального роста. Если полоса лежит в смешанной области, то решение задачи Дирихле-Неймана не единственно в классе функций полиномиального роста, но оно единственно в классе полиномов.

Постановка задачи

Рассмотрим уравнение Трикоми в полосе с полиномиальной правой частью:

$$Tu(x, y) := yu_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = P(x, y), \quad a < y < b, \quad (1)$$

где $P(x, y)$ – полином от переменных x и y .

На границе полосы зададим краевые условия Дирихле-Неймана:

$$u(x, a) = \varphi(x), \quad u_y(x, b) = \psi(x), \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(y)$ – полиномы.

Если $\tilde{u}(x, y)$ – частное полиномиальное решение уравнения Трикоми (1), то для функции $v(x, y) = u(x, y) - \tilde{u}(x, y)$ получаем однородное уравнение:

$$Tv(x, y) = 0, a < y < b, \quad (3)$$

и краевые условия Дирихле-Неймана:

$$v(x, a) = \varphi(x) - \tilde{u}(x, a), v_y(x, b) = \psi(x) - \tilde{u}_y(x, b). \quad (4)$$

Решив задачу Дирихле-Неймана для однородного уравнения Трикоми (3), (4), мы получим решение задачи Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения Трикоми (1), (2) по формуле:

$$v(x, y) = u(x, y) - \tilde{u}(x, y).$$

Решения задачи Дирихле-Неймана будем искать в классе функций полиномиального роста по x :

$$\int_{\mathbb{R}} |u(x, y)| (1 + |x|)^{-m} dx < C \quad (5)$$

для некоторого $m \geq 0$ и для каждого $y \in (a, b)$.

Частное решение уравнения Трикоми

Уравнение Трикоми с полиномиальной правой частью $P(x, y)$

$$Tu(x, y) := uu_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = P(x, y),$$

имеет полиномиальные решения, одно из которых можно получить по приводимой далее формуле. Эту формулу достаточно привести для монома $P(x, y) = x^n y^m$. Частным решением уравнения Трикоми с правой частью $x^n y^m$ будет функция:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x, y) &= T^{-1}(x^n y^m) = \\ &= \sum_{j=0}^{[n/2]} (-1)^j \frac{n!(m-1)! \prod_{k=0}^j (m+3k)}{(m+3j+2)!(n-2j)!} y^{m+3j+2} x^{n-2j}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $[n/2]$ – целая часть числа $n/2$.

Справедливость формулы (6) доказывается непосредственной проверкой:

$$T\tilde{u}(x, y) = x^n y^m.$$

Например, для

$$P(x, y) = x^5 y^7$$

частным решением, полученным по формуле (6), будет полином:

$$\tilde{u}(x, y) = \frac{1}{72} x^5 y^9 - \frac{5}{2376} x^3 y^{12} + \frac{1}{16632} x y^{15}.$$

Задача Дирихле-Неймана для полосы, лежащей в области эллиптичности

Рассмотрим полосу $0 < y < b$, в которой уравнение Трикоми эллиплично и параболически вырождается на граничной прямой $y = 0$. Поскольку решение задачи Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения сводится к решению задачи Дирихле-Неймана для однородного уравнения, рассмотрим задачу Дирихле-Неймана для однородного уравнения:

$$Tu(x, y) := u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0, \quad 0 < y < b, \quad (7)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_y(x, b) = \psi(x), \quad (8)$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ – полиномы.

Поскольку функции $u(x, y)$ медленного роста по x определяют для каждого y из $(0, b)$ регулярные функционалы из пространства $S'(\mathbb{R})$ – пространства обобщённых функций медленного роста, то к ним можно применить преобразование Фурье по x [14]:

$$\mathcal{F}_x[u(x, y)](t, y) = U(t, y).$$

Применим преобразование Фурье по x к уравнению (7) и краевым условиям (8). Получим краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с параметром $t \in \mathbb{R}$:

$$-t^2 y U(t, y) + U_{yy}(t, y) = 0, \quad 0 < y < b \quad (9)$$

и краевые условия

$$U(t, 0) = \Phi(t), \quad U_y(t, b) = \Psi(t). \quad (10)$$

Уравнение (9) – это уравнение Эйри, его общее решение выражается через функции Эйри:

$$U(t, y) = c_1(t) \text{Ai}(t^{2/3} y) + c_2(t) \text{Bi}(t^{2/3} y).$$

Используя краевые условия (10), получим единственное решение краевой задачи (9), (10):

$$U(t, y) = K(t, y) \Phi(t) + L(t, y) \Psi(t), \quad (11)$$

где

$$K(t, y) = \frac{\text{Ai}(t^{2/3} y) \text{Bi}'(t^{2/3} b) - \text{Bi}(t^{2/3} y) \text{Ai}'(t^{2/3} b)}{\text{Ai}(0) \text{Bi}'(t^{2/3} b) - \text{Bi}(0) \text{Ai}'(t^{2/3} b)},$$

$$L(t, y) = \frac{Ai(0)Bi(t^{2/3}y) - Bi(0)Ai(t^{2/3}y)}{t^{2/3} [Ai(0)Bi'(t^{2/3}y) - Bi(0)Ai'(t^{2/3}y)]}.$$

Применяя обратное преобразование Фурье, получим единственное в классе функций полиномиального роста решение задачи Дирихле-Неймана (7), (8) в виде свертки:

$$u(x, y) = k(x, y) * \varphi(x) + l(x, y) * \psi(x), \quad (12)$$

где

$$k(x, y) = \mathcal{F}_t^{-1}(K(t, y)), \quad l(x, y) = \mathcal{F}_t^{-1}(L(t, y)).$$

Чтобы найти свертку (12) с полиномами $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ достаточно рассмотреть случай монома x^n .

$K(t, y)$ и $L(t, y)$ как функции переменного t бесконечно дифференцируемые и быстро убывающие, то есть принадлежат пространству $S(\mathbb{R})$, а, следовательно, и $k(x, y)$ и $l(x, y)$ как функции переменного x принадлежат пространству $S(\mathbb{R})$, поскольку преобразование Фурье переводит $S(\mathbb{R})$ в себя. Кроме того, $K(t, y)$ и $L(t, y)$ – чётные функции переменного t и, следовательно, $k(x, y)$ и $l(x, y)$ – чётные функции переменного x .

Решением задачи Дирихле-Неймана (7), (8) с $\varphi(x) = x^n$, и $\psi(x) = 0$ будет функция:

$$\begin{aligned} u_n(x, y) &= k(x, y) * x^n = \int_{-\infty}^{\infty} (x-t)^n k(t, y) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^n C_n^j x^{n-j} t^j (-1)^j k(t, y) dt = \sum_{j=0}^n C_n^j x^{n-j} (-1)^j \int_{-\infty}^{\infty} t^j k(t, y) dt, \end{aligned}$$

где $C_n^j = \frac{n!}{j!(n-j)!}$ – биномиальные коэффициенты. Поскольку последний интеграл для нечётных j равен нулю в силу чётности $K(t, y)$ по t , то

$$u_n(x, y) = \sum_{m=0}^{[n/2]} C_n^{2m} x^{n-2m} \int_{-\infty}^{\infty} t^{2m} k(t, y) dt,$$

где $[n/2]$ – целая часть числа $n/2$. Пользуясь свойствами преобразования Фурье, получим:

$$\begin{aligned} p_{2m}(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} t^{2m} k(t, y) dt = \lim_{x \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} t^{2m} k(t, y) e^{ixt} dt = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \mathcal{F}_x[t^{2m} k(t, y)](x, y) = (-1)^m \lim_{x \rightarrow 0} \frac{d^{2m}}{dx^{2m}} K(x, y). \end{aligned}$$

Здесь $p_{2m}(y)$ являются полиномами от y , производящая функция которых есть $K(t, y)$.

$$K(t, y) = \frac{Ai(t^{2/3}y)Bi'(t^{2/3}b) - Bi(t^{2/3}y)Ai'(t^{2/3}b)}{Ai(0)Bi'(t^{2/3}b) - Bi(0)Ai'(t^{2/3}b)} = \sum_{m=0}^{\infty} p_{2m}(y) \frac{(-1)^m t^{2m}}{(2m)!}.$$

Приведём несколько первых полиномов $p_{2m}(y)$ и соответствующих решений задачи Дирихле-Неймана $u_n(x, y)$:

$$p_0(y) = 1,$$

$$p_2(y) = \frac{1}{3}y(-y^2 + 3b^2),$$

$$p_4(y) = \frac{1}{15}y(2y^5 - 15b^2y^3 + 48b^5),$$

$$p_6(y) = \frac{1}{126}y(-7y^8 + 90b^2y^6 - 1008b^5y^3 + 3465b^8),$$

$$p_8(y) = \frac{1}{297}y(7y^{11} - 132b^2y^9 + 3168b^5y^6 - 38115b^8y^3 + 131520b^{11}),$$

$$p_{10}(y) = \frac{1}{1287}y(-13y^{14} + 330b^2y^{12} - 13728b^5y^9 + 353925b^8y^6 - 4274400b^{11}y^3 + 14753310b^{14}).$$

$$u_0(x, y) = 1,$$

$$u_1(x, y) = x,$$

$$u_2(x, y) = x^2 - \frac{1}{3}y^3 + b^2y,$$

$$u_3(x, y) = x^3 - xy^3 + 3b^2xy,$$

$$u_4(x, y) = x^4 - 2x^2y^3 + 6b^2x^2y + \frac{2}{15}y^6 - b^2y^4 + \frac{16}{5}b^5y,$$

$$u_5(x, y) = x^5 - \frac{10}{3}x^3y^3 + 10b^2x^3y + \frac{2}{3}xy^6 - 5b^2xy^4 + 16b^5xy.$$

Аналогично, решением задачи Дирихле-Неймана (7), (8) с $\varphi(x) = 0$, $\psi(x) = x^n$ будет функция:

$$v_n(x, y) = \sum_{m=0}^{[n/2]} C_n^{2m} x^{n-2m} q_{2m}(y),$$

где $q_{2m}(y)$ – полиномы от y , производящая функция которых есть $L(t, y)$.

$$L(t, y) = \frac{Ai(0)Bi(t^{2/3}y) - Bi(0)Ai(t^{2/3}y)}{t^{2/3}[Ai(0)Bi'(t^{2/3}b) - Bi(0)Ai'(t^{2/3}b)]} = \sum_{m=0}^{\infty} q_{2m}(y) \frac{(-1)^m t^{2m}}{(2m)!}.$$

Приведём несколько первых полиномов $q_{2m}(y)$ и соответствующих решений задачи Дирихле-Неймана $v_n(x, y)$:

$$q_0(y) = y,$$

$$q_2(y) = -\frac{1}{6}y^4 + \frac{2}{3}b^3y,$$

$$q_4(y) = \frac{1}{21}y^7 - \frac{2}{3}b^3y^4 + \frac{7}{3}b^6y,$$

$$q_6(y) = -\frac{1}{63}y^{10} + \frac{10}{21}b^3y^7 - \frac{35}{6}b^6y^4 + \frac{1270}{63}b^9y,$$

$$q_8(y) = \frac{2}{351}y^{13} - \frac{8}{27}b^3y^{10} + \frac{70}{9}b^6y^7 - \frac{2540}{27}b^9y^4 + \frac{8768}{27}b^{12}y,$$

$$q_{10}(y) = -\frac{1}{468}y^{16} + \frac{20}{117}b^3y^{13} - \frac{70}{9}b^6y^{10} + \frac{12700}{63}b^9y^7 - \frac{21920}{9}b^{12}y^4 + \frac{983584}{117}b^{15}y.$$

$$v_0(x, y) = y,$$

$$v_1(x, y) = xy,$$

$$v_2(x, y) = x^2y - \frac{1}{6}y^4 + \frac{2}{3}b^3y,$$

$$v_3(x, y) = x^3y - \frac{1}{2}xy^4 + 2b^3xy,$$

$$v_4(x, y) = x^4y - x^2y^4 + 4b^3x^2y + \frac{1}{21}y^7 - \frac{2}{3}b^3y^4 + \frac{7}{3}b^6y,$$

$$v_5(x, y) = x^5y - \frac{5}{3}x^3y^4 + \frac{20}{3}b^3x^3y + \frac{5}{21}xy^7 - \frac{10}{3}b^3xy^4 + \frac{35}{3}b^6xy.$$

Пример. Рассмотрим задачу Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения Трикоми:

$$Tu(x, y) = 2x^2y^3 - 18x^3y^4, \quad x \in \mathbb{R}, \quad 0 < y < b,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u_y(x, b) = 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Частным решением уравнения является полином:

$$\tilde{u}(x, y) = -\frac{3}{5}x^3y^6 + \frac{1}{10}x^2y^5 + \frac{1}{20}xy^9 - \frac{1}{280}y^8,$$

и задача Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения сводится к задаче Дирихле-Неймана для однородного уравнения для функции $v(x, y) = u(x, y) - \tilde{u}(x, y)$:

$$Tv(x, y) = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad 0 < y < b,$$

$$v(x, 0) = u(x, 0) - \tilde{u}(x, 0) = 0,$$

$$v_y(x, b) = u_y(x, b) - \tilde{u}_y(x, b) =$$

$$= \frac{18}{5}b^5x^3 - \frac{1}{2}b^4x^2 - \frac{9}{20}b^8x + \frac{1}{35}b^7.$$

Решением задачи Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения будет полином:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \tilde{u}(x, y) + v(x, y) = \\ &= \tilde{u}(x, y) + \frac{18}{5}b^5v_3(x, y) - \frac{1}{2}b^4v_2(x, y) - \frac{9}{20}b^8v_1(x, y) + \frac{1}{35}b^7v_0(x, y) = \\ &= -\frac{3}{5}x^3y^6 + \frac{18}{5}b^5x^3y + \frac{1}{10}x^2y^5 - \frac{1}{2}b^4x^2y + \frac{1}{20}xy^9 - \\ &\quad - \frac{9}{5}b^5xy^4 + \frac{27}{4}b^8xy - \frac{1}{280}y^8 + \frac{1}{12}b^4y^4 - \frac{32}{105}b^7y. \end{aligned}$$

Задача Дирихле-Неймана для полосы в смешанной области

Рассмотрим полосу $-a < y < a$, в которой уравнение Трикоми имеет смешанный тип. Приведём полиномиальное решение задачи Дирихле-Неймана:

$$Tu(x, y) := yu_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0, \quad -a < y < a, \quad (13)$$

$$u(x, -a) = \varphi(x), \quad u_y(x, a) = \psi(x), \quad (14)$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ – полиномы.

Аналогично изложенному в предыдущем пункте, решением задачи Дирихле-Неймана (13), (14) с $\varphi(x) = x^n$, $\psi(x) = 0$ будет функция:

$$u_n(x, y) = \sum_{m=0}^{[n/2]} C_n^{2m} x^{n-2m} p_{2m}(y),$$

где $q_{2m}(y)$ – полиномы, производящая функция которых:

$$\frac{Ai(t^{2/3}y)Bi'(t^{2/3}a) - Bi(t^{2/3}y)Ai'(t^{2/3}a)}{Ai(-t^{2/3}a)Bi'(t^{2/3}a) - Bi(-t^{2/3}a)Ai'(t^{2/3}a)} = \sum_{m=0}^{\infty} p_{2m}(y) \frac{(-1)^m t^{2m}}{(2m)!}.$$

Приведём несколько первых полиномов $q_{2m}(y)$ и соответствующих решений задачи Дирихле-Неймана $u_n(x, y)$:

$$p_0(y) = 1,$$

$$p_2(y) = -\frac{1}{3}y^3 + a^2y + \frac{2}{3}a^3,$$

$$p_4(y) = \frac{2}{15}y^6 - a^2y^4 - \frac{4}{3}a^3y^3 + \frac{35}{6}a^5y + \frac{101}{15}a^6,$$

$$p_6(y) = -\frac{1}{18}y^9 + \frac{5}{7}a^2y^7 + \frac{4}{3}a^3y^6 - 18a^5y^4 - \frac{101}{3}a^6y^3 + \frac{321}{2}a^8y + \frac{9082}{63}a^9.$$

$$u_0(x, y) = 1,$$

$$u_1(x, y) = x,$$

$$u_2(x, y) = x^2 - \frac{1}{3}y^3 + a^2y + \frac{2}{3}a^3,$$

$$u_3(x, y) = x^3 + 3x \left(-\frac{1}{3}y^3 + a^2y + \frac{2}{3}a^3 \right),$$

$$u_4(x, y) = x^4 + 6x^2 \left(-\frac{1}{3}y^3 + a^2y + \frac{2}{3}a^3 \right) + \frac{2}{15}y^6 - a^2y^4 - \frac{4}{3}a^3y^3 + \frac{36}{5}a^5y + \frac{101}{15}a^6,$$

$$u_5(x, y) = x^5 + 10x^3 \left(-\frac{1}{3}y^3 + a^2y + \frac{2}{3}a^3 \right) +$$

$$+ 5x \left(\frac{2}{15}y^6 - a^2y^4 - \frac{4}{3}a^3y^3 + \frac{36}{5}a^5y + \frac{101}{15}a^6 \right).$$

Решением задачи Дирихле-Неймана (13), (14) с $\varphi(x) = 0$, $\psi(x) = x^n$ будет функция:

$$v_n(x, y) = \sum_{m=0}^{[n/2]} C_n^{2m} x^{n-2m} q_{2m}(y),$$

где $q_{2m}(y)$ полиномы, производящая функция которых:

$$\frac{Ai(-t^{2/3}a)Bi(t^{2/3}y) - Bi(-t^{2/3}a)Ai(t^{2/3}y)}{t^{2/3} \left[Ai(-t^{2/3}a)Bi'(t^{2/3}a) - Bi(-t^{2/3}a)Ai'(t^{2/3}a) \right]} = \sum_{m=0}^{\infty} q_{2m}(y) \frac{(-1)^m t^{2m}}{(2m)!}.$$

Приведём несколько первых полиномов $q_{2m}(y)$ и соответствующих решений задачи Дирихле-Неймана $v_n(x, y)$:

$$q_0(y) = y + a,$$

$$q_2(y) = -\frac{1}{6}y^4 - \frac{1}{3}ay^3 + \frac{5}{3}a^3y + \frac{3}{2}a^4,$$

$$q_4(y) = \frac{1}{21}y^7 + \frac{2}{15}ay^6 - \frac{5}{3}a^3y^4 - 3a^4y^3 + \frac{218}{15}a^6y + \frac{459}{35}a^7,$$

$$q_6(y) = -\frac{1}{63}y^{10} - \frac{1}{18}ay^9 + \frac{25}{21}a^3y^7 + 3a^4y^6 - \frac{109}{3}a^6y^4 - \frac{459}{7}a^7y^3 + \\ + \frac{39863}{126}a^9y + \frac{1997}{7}a^{10}.$$

$$v_0(x, y) = y + a,$$

$$v_1(x, y) = x(y + a),$$

$$v_2(x, y) = x^2(y + a) - \frac{1}{6}y^4 - \frac{1}{3}ay^3 + \frac{5}{3}ay^3 + \frac{3}{2}a^4,$$

$$v_3(x, y) = x^3(y + a) + 3x \left(-\frac{1}{6}y^4 - \frac{1}{3}ay^3 + \frac{5}{3}ay^3 + \frac{3}{2}a^4 \right),$$

$$v_4(x, y) = x^4(y + a) + 6x^2 \left(-\frac{1}{6}y^4 - \frac{1}{3}ay^3 + \frac{5}{3}ay^3 + \frac{3}{2}a^4 \right) +$$

$$+ \frac{1}{21}y^7 + \frac{2}{15}ay^6 - \frac{5}{3}a^3y^4 - 3a^4y^3 + \frac{218}{15}a^6y + \frac{459}{35}a^7,$$

$$v_5(x, y) = x^5(y + a) + 10x^3 \left(-\frac{1}{6}y^4 - \frac{1}{3}ay^3 + \frac{5}{3}ay^3 + \frac{3}{2}a^4 \right) +$$

$$+ 5x \left(\frac{1}{21}y^7 + \frac{2}{15}ay^6 - \frac{5}{3}a^3y^4 - 3a^4y^3 + \frac{218}{15}a^6y + \frac{459}{35}a^7 \right).$$

Пример. Рассмотрим задачу Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения Трикоми:

$$Tu(x, y) = 2x^2y^3 - 18x^3y^4, \quad x \in \mathbb{R}, \quad -a < y < a,$$

$$u(x, -a) = 0, u_y(x, a) = 0, x \in \mathbb{R}.$$

Частным решением уравнения является полином:

$$\tilde{u}(x, y) = -\frac{3}{5}x^3y^6 + \frac{1}{10}x^2y^5 + \frac{1}{20}xy^9 - \frac{1}{280}y^8,$$

и задача Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения сводится к задаче Дирихле-Неймана для однородного уравнения для функции $v(x, y) = u(x, y) - \tilde{u}(x, y)$:

$$Tv(x, y) = 0, x \in \mathbb{R}, -a < y < a,$$

$$v(x, -a) = u(x, -a) - \tilde{u}(x, -a) = \frac{3}{5}a^6x^3 + \frac{1}{10}a^5x^2 + \frac{1}{20}a^9x + \frac{1}{280}a^8,$$

$$v_y(x, a) = u_y(x, a) - \tilde{u}_y(x, a) = \frac{18}{5}a^5x^3 - \frac{1}{2}a^4x^2 - \frac{9}{20}a^8x + \frac{1}{35}a^7.$$

Решением задачи Дирихле-Неймана для неоднородного уравнения будет полином:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \tilde{u}(x, y) + v(x, y) = \\ &= \tilde{u}(x, y) + \frac{3}{5}a^6u_3(x, y, a) + \frac{1}{10}a^5u_2(x, y, a) + \frac{1}{20}a^9u_1(x, y, a) + \frac{1}{280}a^8u_0(x, y, a) + \\ &\quad + \frac{18}{5}a^5v_3(x, y) - \frac{1}{2}a^4v_2(x, y) - \frac{9}{20}a^8v_1(x, y) + \frac{1}{35}a^7v_0(x, y) = \\ &= -\frac{3}{5}x^3y^6 + \frac{18}{5}a^5x^3y + \frac{21}{5}a^6x^3 + \frac{1}{10}x^2y^5 - \frac{1}{2}a^4x^2y - \frac{2}{5}a^5x^2 + \frac{1}{20}xy^9 - \frac{9}{5}a^5xy^4 - \\ &\quad - \frac{21}{5}a^6xy^3 + \frac{387}{20}a^8xy + 17a^9x - \frac{1}{280}y^8 + \frac{1}{12}a^4y^4 + \frac{2}{15}a^5y^3 - \frac{74}{105}a^7y - \frac{547}{840}a^8. \end{aligned}$$

О единственности решения задачи Дирихле-Неймана

Если искать решение задачи Дирихле-Неймана для полосы $-a < y < a$ в классе функций полиномиального роста, то решение не единственно. К указанному в пункте 4 полиномиальному решению можно прибавить любое решение вида:

$$(c_1 \sin(\mu_k^{3/2}x) + c_2 \cos(\mu_k^{3/2}x))(\text{Bi}(\mu_k y)\text{Ai}(-\mu_k a) - \text{Ai}(\mu_k y)\text{Bi}(-\mu_k a)),$$

где c_1, c_2 – произвольные постоянные, а μ_k – любой положительный корень уравнения:

$$\text{Bi}'(\mu a)\text{Ai}(-\mu a) - \text{Ai}'(\mu a)\text{Bi}(-\mu a) = 0.$$

Приведём несколько первых положительных корней этого уравнения (приближенные значения):

$$\mu_1 = 2,335063765, \mu_2 = 4,087945258, \mu_3 = 5,520559821,$$

$$\mu_4 = 6,786708090, \mu_5 = 7,944133587.$$

Если же искать решения в классе полиномов, то указанное решение будет единственным. Для доказательства этого достаточно показать, что если полином $P(x, y)$ удовлетворяет однородному уравнению Трикоми:

$$TP(x, y) := yP_{xx}(x, y) + P_{yy}(x, y) = 0 \quad (15)$$

и однородным граничным условиям:

$$P(x, -a) = 0, P_y(x, a) = 0, \quad (16)$$

то он тождественно равен нулю $P(x, y) \equiv 0$.

Подставляя $P(x, y)$ в уравнение Трикоми (15) и граничные условия (16) и приравнявая к нулю коэффициенты при мономах $x^n y^m$, получим, что все коэффициенты полинома $P(x, y)$ равны нулю и, следовательно, $P(x, y) \equiv 0$.

Заключение

С помощью преобразования Фурье обобщенных функций медленного роста получены полиномиальные решения задачи Дирихле-Неймана в полосе для неоднородного уравнения Трикоми с полиномиальной правой частью и полиномиальными граничными условиями. Этим же методом получаются полиномиальные решения и задачи Дирихле для уравнения Трикоми в полосе.

Статья поступила в редакцию 29.06.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tricomi F. Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di secondo ordine, di tipo misto // Rendiconti. Reale Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze di Fisiche, Matematiche e Naturale. 1923. Ser. 5. Vol. 14. pp. 134–247.
2. Берс Л. Математические вопросы дозвуковой и околозвуковой газовой динамики. М.: Издательство Иностранной литературы, 1961. 208 с.
3. Франкль Ф.И. Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973. 712 с.
4. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. М.: Наука, 1981. 448 с.
5. Бицадзе А.В. Некорректность задачи Дирихле для уравнений смешанного типа в смешанных областях // Доклады Академии Наук СССР. 1958. Т. 122. № 2. С. 167–170.
6. Нахушев А.Н. Критерий единственности задачи Дирихле для уравнения смешанного типа в цилиндрической области // Дифференциальные уравнения. 1970. Т. 6. № 1. С. 190–191.
7. Хачев М.М. Первая краевая задача для линейных уравнений смешанного типа. Нальчик: Эльбрус, 1998. 168 с.
8. Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнений смешанного типа в прямоугольной области // Доклады Академии Наук. 2007. Т. 413. № 1. С. 23–26.
9. Солдатов А.П. О задачах типа Дирихле для уравнения Лаврентьева-Бицадзе // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 2012. Т. 278. С. 242–249.

10. Сабитов К.Б., Вагапова Э.В. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения в прямоугольной области // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. Вып. 1. С. 68–78.
11. Сабитов К.Б., Мелишева Е.П. Задача Дирихле для нагруженного уравнения смешанного типа в прямоугольной области // Известия высших учебных заведений. Математика. 2013. № 7. С. 62–76.
12. Хайруллин Р.С. О задаче Дирихле для уравнения смешанного типа второго рода с сильным вырождением // Дифференциальные уравнения. 2013. Т. 49. Вып. 4. С. 528–534.
13. Алгазин О.Д. Полиномиальные решения краевых задач для уравнения Пуассона в слое // Математика и математическое моделирование. 2017. № 6. С. 1–18.
14. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1979. 318 с.

REFERENCES

1. Tricomi F. Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di secondo ordine, di tipo misto. In: *Rendiconti. Reale Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze di Fisiche, Matematiche e Naturale*, 1923, ser. 5, vol. 14, pp. 134–247.
2. Bers L. Mathematical aspects of subsonic and transonic gas dynamics. New York, John Wiley & Sons, Inc., London: Chapman & Hall, Ltd., 1958.
3. Frankl' F.I. *Izbrannye trudy po gazovoi dinamike* [Selected works on gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 712 p.
4. Bitsadze A.V. *Nekotorye klassy uravnenii v chastnykh proizvodnykh* [Some classes of partial differential equations]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 448 p.
5. Bitsadze A.V. [Incorrectness of the Dirichlet problem for mixed-type equations in mixed domains]. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* [Doklady Mathematics], 1958, vol. 122, no. 2, pp. 167–170.
6. Nakhushev A.N. [The criterion of uniqueness of the Dirichlet problem for a mixed-type equation in a cylindrical domain]. In: *Differentsial'nye uravneniya* [Differential Equations], 1970, vol. 6, no. 1, pp. 190–191.
7. Khachev M.M. *Pervaya kraevaya zadacha dlya lineinykh uravnenii smeshannogo tipa* [The first boundary value problem for linear equations of mixed type]. Nalchik, El'brus Publ., 1998. 168 p.
8. Sabitov K.B. [The Dirichlet problem for mixed-type equations in a rectangular domain]. In: *Doklady Akademii Nauk* [Doklady Mathematics], 2007, vol. 413, no. 1, pp. 23–26.
9. Soldatov A.P. [On problems of Dirichlet type for the Lavrent'ev-Bitsadze equation]. In: *Trudy Matematicheskogo instituta imeni V.A. Steklova* [Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics], 2012, vol. 278, pp. 242–249.
10. Sabitov K.B., Vagapova E.V. [The Dirichlet problem for mixed type equation with two lines of degeneration in the rectangular region]. In: *Differentsial'nye uravneniya* [Differential Equations], 2013, vo. 49, no. 1, pp. 68–78.
11. Sabitov K.B., Melisheva E.P. [The Dirichlet problem for a loaded mixed-type equation in a rectangular domain]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Matematika* [Russian Mathematics], 2013, no. 7, pp. 62–76.
12. Khairullin R.S. [On the Dirichlet problem for the mixed-type equation of the second kind with strong degeneration]. In: *Differentsial'nye uravneniya* [Differential Equations], 2013, vol. 49, no. 4, pp. 528–534.

13. Algazin O.D. [Polynomial Solutions to the Boundary Value Problems for the Poisson Equation in a Layer]. In: *Matematika i matematicheskoe modelirovanie* [Mathematics and Mathematical Modeling], 2017, no. 6, pp. 1–18.
14. Vladimirov V.S. *Obobshchennye funktsii v matematicheskoi fizike* [Generalized functions in mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 318 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Алгазин Олег Дмитриевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики и математической физики Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана;
e-mail: mopi66@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Oleg D. Algazin – PhD in Physical and Mathematical Science, assistant professor at the Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: mopi66@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Алгазин О.Д. Полиномиальные решения смешанной краевой задачи Дирихле-Неймана для уравнения Трикоми в полосе // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 8-21.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-8-21

FOR CITATION

Algazin O.D. Polynomial solutions to the mixed Dirichlet-Neumann boundary value problem for the Tricomi equation in the strip. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 8-21.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-8-21

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

УДК 537.29/534.14

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-22-33

ВЛИЯНИЕ РАСКЛИНИВАЮЩЕГО ДАВЛЕНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Алиев И.Н., Самедова З.А., Копылов И.С.

*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
105005, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5, стр. 1, Российская Федерация*

Аннотация. В данной работе рассматривается проблема влияния расклинивающего давления на критические условия реализации неустойчивости заряженной поверхности жидкости. Проводится теоретический анализ эволюции поверхности заряженного слоя жидкости. Помимо этого доказывається, что при уменьшении толщины слоя жидкости на твёрдой подложке до величины порядка 100 нм влияние расклинивающего давления становится весьма существенным.

Ключевые слова: расклинивающее давление, неустойчивость, дисперсионное уравнение, заряженная поверхность жидкости.

INFLUENCE OF THE DISJOINING PRESSURE ON THE CRITICAL CONDITIONS FOR THE REALIZATION OF THE INSTABILITY OF A CHARGED LIQUID SURFACE

I. Aliev, Z. Samedova, I. Kopylov

*Bauman Moscow State Technical University
ul. 2-ya Baumanskaya 5, stroenie 1, 105005 Moscow, Russian Federation*

Abstract. We consider the effect of the disjoining pressure on the critical conditions for the realization of the instability of a charged liquid surface. The evolution of the surface of a charged layer of liquid is theoretically analyzed. In addition, it is proved that when the thickness of the

liquid layer on a solid substrate is reduced to a value on the order of 100 nm, the effect of the disjoining pressure becomes very significant.

Key words: disjoining pressure, instability, dispersion equation, charged liquid surface.

1. Анализ эволюции поверхности заряженного слоя жидкости вызывает постоянный интерес. С этой проблемой тесно связаны вопросы электро-аэрозольных технологий; задачи очистки жидких металлов от шлаков и окислов; различные геофизические вопросы, касающиеся атмосферного (грозового) электричества, такие, как инициация разряда молнии; задачи, возникающие при разработке электрокаплеструйных печатающих устройств, жидкометаллических источников ионов и устройств для масс-спектро스코пии органических и термически нестабильных жидкостей. На основе явления неустойчивости заряженной поверхности жидкости созданы устройства для получения порошков тугоплавких металлов и жидкометаллической эпитаксии и литографии. Особо следует отметить получение капель жидкого водорода в установках термоядерного синтеза [1]. Интенсивное развитие электрогидродинамики поверхности было связано с попытками сформулировать общие методы описания линейных систем и взаимосвязи соответствующих эффектов. Для этого в [2] был проведён полный анализ структуры решений дисперсионного уравнения возмущений тяжелой проводящей жидкости, находящейся в ортогональном к невозмущенной поверхности электрическом поле. Примененный при этом метод представлял собой параметризацию дисперсионного уравнения и обобщал результаты работы [3]. Главным результатом работ [2; 3] стал тот факт, что даже в линейной постановке задачи по мере увеличения частот возмущений (капиллярный спектр) некоторые волны меняют свой тип с осциллирующего на монотонный, то есть происходит бифуркация решения уравнений возмущений. Направления дальнейшего развития электрогидродинамики были продиктованы необходимостью описания процессов, близких к реальным.

В связи с этим и учитывая усиливающийся за последнее время интерес к очень тонким плёнкам (наноразмерным), встаёт вопрос о влиянии так называемого расклинивающего давления на условия реализации неустойчивости.

Похожие проблемы постоянно находятся в поле зрения научных групп. Например, в работе [4] была предпринята попытка найти численным методом критическую напряжённость электрического поля для зажигания разряда свободно падающей обводненной градины с учётом аэродинамического взаимодействия со средой. Но ввиду грубости используемой физической модели основным результатом этой работы следует считать просто постановку проблемы.

Дальнейшее развитие в различных приложениях теория поверхностной электрогидродинамики получила в работах [5–9]. За последние годы работы в этом направлении были продолжены с учётом электромагнитного излучения, сопровождающего колебания заряженной капли [10–12]. В [12] с учётом классических результатов из [13] для неподвижной относительно среды заряженной градины аналитическим путём с использованием модового подхода Рэлея найдены кри-

тические условия проявления в жидком слое неустойчивости по отношению к собственному заряду и декремент затухания капиллярных волн. Все исследования проводились для толстых слоёв жидкости, для которых влияние на устойчивость слоя расклинивающего давления можно не учитывать.

Похожие вопросы рассматривались также в [14; 15].

2. К сожалению, теория расклинивающего давления к настоящему времени развита недостаточно строго. В [16; 17] были выделены компоненты этого давления, имеющие различную физическую природу, которые в общем случае не описываются единым аналитическим выражением. Имея в виду, в первую очередь, качественное исследование влияния расклинивающего давления p_h на устойчивость тонких плёнок отметим, что для настоящего рассмотрения наиболее важной особенностью p_h является его сильная зависимость от толщины слоя h , поэтому в дальнейшем примем его совпадающим с флуктуационной составляющей:

$$p_h = A/h^k \quad (3 \leq k \leq 4 \text{ в зависимости от } h), \quad (1)$$

как это было получено в строгом теоретическом расчёте [17] и как это делалось при теоретическом анализе устойчивости свободных тонких пленок [18].

Согласно [16; 17] при уменьшении толщины слоя жидкости на твёрдой подложке до величины порядка 100 нм становится существенным влияние расклинивающего давления, величина которого растёт согласно (1) с уменьшением толщины плёнки. В этом случае сильная зависимость критических условий проявления неустойчивости должна иметь место даже в приближении идеальной жидкости.

Система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} E_{+\tau} \Big|_{z=\xi(x,y)} + E_{-\tau} \Big|_{z=\xi(x,y)} &= 0, \\ v_z \Big|_{z=\xi(x,y)} &= \frac{\partial \xi}{\partial t} + \vec{v} \nabla \xi - \\ - \rho g \xi - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{8\pi} (E_{+n}^2 - E_{-n}^2) \Big|_{z=\xi(x,y)} &= \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\xi(x, y, t)$ – отклонение поверхности жидкости от равновесной плоской формы; σ и ρ – её коэффициент поверхностного натяжения и плотность, соответственно; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны в данной точке деформированной поверхности; Φ – потенциал скорости: $\vec{v} = \nabla \Phi$; $E_{\pm\tau} = -\nabla \phi_{\pm}$ – напряжённость электрического поля по обе стороны от границы поверхности, $E_{\pm\tau}$, $E_{\pm n}$ – её касательные и нормальные компоненты, соответственно; потенциалы Φ и ϕ удовлетворяют уравнениям Лапласа.

Не останавливаясь на процедуре отыскания решения, детально описанной в предыдущих работах [5–9], сразу выпишем дисперсионное уравнение. При конечных d и h решение системы (1) для спектра малых колебаний приводит к уравнению:

$$\omega^2 = \frac{k \tanh(kd)}{\rho} \left\{ \rho g + \sigma k^2 - \frac{k}{4\pi} \left[E_-^2 \coth(k(h-d)) + E_+^2 \coth(kd) \right] \right\}. \quad (3)$$

Соответствующая геометрия приведена на рисунке 1.

Полученный результат упрощается в симметричном ($h - d = d$) и несимметричном ($h \rightarrow \infty$) случаях.

В первом варианте согласно (3):

$$\omega^2 = \frac{k \tanh(kd)}{\rho} \left\{ \rho g + \sigma k^2 - \frac{k}{4\pi} (E_+^2 + E_-^2) \coth(kd) \right\}. \quad (4)$$

Формально, параметры задачи, соответствующие границе устойчивости, определяются совместным решением уравнений:

$$\omega(k) = 0, \quad \frac{\partial \omega^2}{\partial k} = 0. \quad (5)$$

Анализ условий (5), требующий в переходной области применения численных методов, приводит в симметричном пределе к результатам, представленных на рис. 1. Экспериментальные точки, показанные на рисунке, представлены согласно [19].

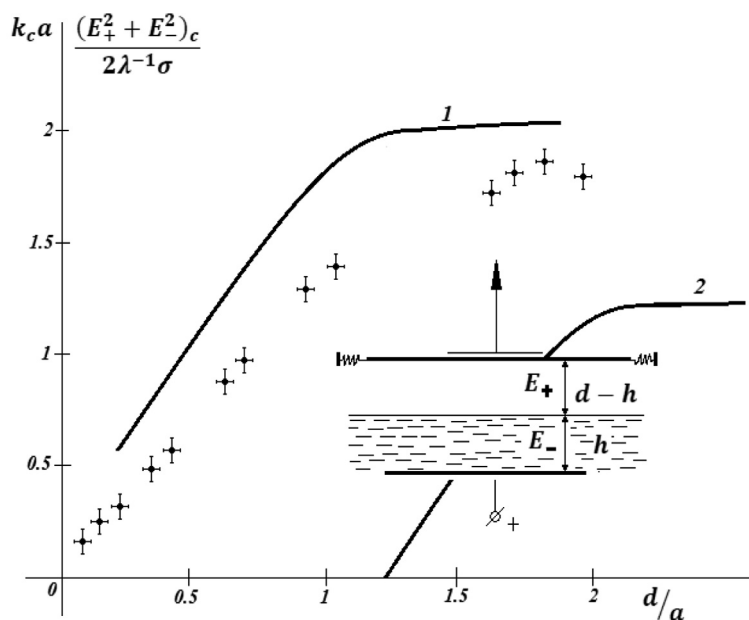


Рис. 1. Свойства заряженного жидкого слоя: 1 – зависимость безразмерного критического параметра, связанного с половиной (для удобства) суммы квадратов напряженностей электрического поля в случае заряженного полупространства от её толщины в капиллярных длинах: $\frac{d}{a}$; 2 – зависимость безразмерного критического

волнового числа $k_c a$ от безразмерной толщины. Здесь $a = \frac{\sigma}{\rho g}$ – капиллярная

постоянная.

Отметим интересный результат, следующий как из решения системы (5), так и из анализа рис. 1: обращение волнового числа при некотором значении $d = d_0$ в нуль. Вблизи порога d_0 критическое волновое число меняется по следующему закону:

$$k_c^2 = \frac{d^2 - d_0^2}{a^2 d^2}, \quad d_0 = \sqrt{3}a. \quad (6)$$

Заметим также, что в области $\frac{d}{d_0} < 1$ заметно уменьшается и критическое поле:

$$(E_+^2 + E_-^2)_c \cong 4\pi\rho g d. \quad (7)$$

Анализ несимметричного случая не меняет качественных заключений (6–7). Неустойчивость перемещается в область малых волновых чисел, и критические параметры «падают» до тех пор, пока в действие не вступают силы Ван-дер Ваальса.

3. Рассмотрим в приближении невязкой, нетеплопроводной, несжимаемой идеальной жидкости задачу об устойчивости в однородном электростатическом поле E_0 капиллярных волн в заряженном зарядом Q слое жидкости толщины $h = R - R_0$ ($h \ll R_0$) на поверхности твёрдого сферического ядра радиуса R_0 . Внешнюю среду примем непроводящей, с диэлектрической проницаемостью равной единице, невязкой, несжимаемой, нетеплопроводной.

Пусть в жидкой плёнке и окружающей среде существуют волновые движения малой амплитуды с потенциалами скоростей $\Phi_j(r, \theta, \varphi)$ ($j = 1$ – внутри плёнки, $j = 2$ – во внешней среде), приводящие к искажению формы плёнки:

$$r(\theta, t) = R + \zeta(\theta, t) \quad |\zeta| \ll h.$$

Потенциалы Φ_j , а также потенциал Φ электростатического поля вне капли, являются гармоническими функциями:

$$\Delta\Phi_j = 0 \quad j = 1, 2 \quad \Delta\Phi = 0, \quad (8)$$

удовлетворяющими следующим граничным условиям:

$$r = R_0, \quad \frac{\partial\Phi_1}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

$$r = R + \zeta, \quad \frac{\partial\Phi_1}{\partial n_1} = -\frac{\partial\Phi_2}{\partial n_2} = \frac{\partial\Phi}{\partial n} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}. \quad (10)$$

$$\Delta p = -\rho_1 \frac{\partial\Phi_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial\Phi_2}{\partial t} - p_h + p_E = -\frac{\sigma}{R^2}(2+L)\zeta. \quad (11)$$

$$C\Phi = Q, \quad (12)$$

где ρ_j – плотности жидкости и среды, p_E – давление электрического поля на свободную поверхность жидкости, возникающее из-за наличия внешнего поля E_0

и собственного заряда Q на жидком слое, $C = C(R + \zeta)$ – электроёмкость капли, зависящая от её формы, $\vec{n}_j$ – орты внешней ($j = 1$) и внутренней ($j = 2$) нормалей к свободной поверхности жидкости. Так как $|\zeta| \ll h$, то граничные условия (10)–(11) отнесём к невозмущённой поверхности $r = R$, как это принято в теории волн малой амплитуды [9]. В этом приближении производные по нормали в (10) сведутся к производным по радиальной координате. Угол θ будем отсчитывать от направления поля $\vec{E}_0$. Принимая временную зависимость для потенциалов в виде $\Phi_j = \exp(-i\omega t)$, из (11) с учётом (10) получаем:

$$(\rho_1 \Phi_1 - \rho_2 \Phi_2) \omega^2 - \frac{\partial p_h}{\partial t} + \frac{\partial p_E}{\partial t} + \frac{\sigma}{R^2} (2 + L) \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0. \quad (13)$$

Выражение для частной производной по времени от давления электрического поля на поверхность жидкого слоя в линейном по $\frac{\zeta}{R}$ приближении запишется

в виде [6]:

$$\begin{aligned} r = R \quad \frac{\partial p_E}{\partial t} &= \frac{1}{4\pi} G \\ G &= \sum_n \frac{1}{R} \left[\frac{Q}{R^2} + 3E_0 \cos \theta \right] (n+1) \frac{\partial F_n}{\partial t} Y_n(\cos \theta) - \\ &- \left[\frac{2Q^2}{R^5} + \frac{12QE_0}{R^3} \cos \theta + \frac{18E_0^2}{R} \cos^2 \theta \right] \frac{\partial \zeta}{\partial t} \\ \frac{\partial F_n}{\partial t} &= \frac{Q}{R^2} \int_0^\pi \frac{\partial \zeta}{\partial t} Y_n(\cos \theta) d(-\cos \theta) + \\ &+ 3E_0 \int_0^\pi \frac{\partial \zeta}{\partial t} \cos \theta Y_n(\cos \theta) d(-\cos \theta). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $Y_n(\cos \theta)$ – нормированные полиномы Лежандра.

Для расклинивающего давления в форме (1) константа определена лишь по порядку величины $A = 10^{-13}$ эрг [41]. Тогда, с учётом наличия возмущения по-

верхности $p_h = \frac{A}{(h + \zeta)^3}$, выразим $\frac{\partial p_h}{\partial t}$ с учётом (10) при $|\zeta| \ll h$:

$$r = R \quad \frac{\partial p_h}{\partial t} = -\frac{3A}{(h + \zeta)^4} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \approx -\frac{3A}{h^4} \frac{\partial \Phi}{\partial r}. \quad (15)$$

Потенциалы скоростей будем искать в виде разложений:

$$\begin{aligned} \Phi_1(r, \theta) &\sim \sum_{n=0}^{\infty} (A_n r^n + D_n r^{-(n+1)}) Y_n(\cos \theta), \\ \Phi_2(r, \theta) &\sim \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^{-(n+1)} Y_n(\cos \theta). \end{aligned} \quad (16)$$

Учтём, что мода капиллярных волн с $n = 0$ соответствует радиальным колебаниям, невозможным в несжимаемой жидкости, а мода с $n = 1$ – поступательному движению системы, не принимаемому во внимание в настоящем рассмотрении. Поэтому $A_0 = B_0 = D_0 = A_1 = B_1 = D_1 = 0$.

Из (9)–(10) несложно найти рекуррентные соотношения, связывающие остальные коэффициенты разложений (16):

$$D_n = A_n \frac{n}{n+1} R^{2n+1}$$

$$B_n = -A_n \frac{n}{n+1} R^{2n+1} (1 - v_n) \quad v_n = \left(\frac{R_0}{R} \right)^{2n+1} \quad n \geq 2. \quad (17)$$

Подставляя (16) с учётом (17) в (13)–(15), приходим к соотношению:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \Omega^2 \beta_n C_n + W^2 n(n-1) C_n + \chi W [(n-1)(2n-3) \mu_n C_{n-1} + \right.$$

$$+ (n+1)(2n-1) \lambda_n C_{n+1}] + \chi^2 [d_n (n-2)^2 C_{n-2} + a_n (n+2) n C_{n+2} +$$

$$+ (n^2 b_n - 2n \mu_n^2) C_n] - C_n [E_n - (1 - v_0)^{-4} n \zeta] \Big\} Y_n(\cos \theta)$$

$$\Omega^2 = \omega^2 \rho_1 R^3 \sigma^{-1} \quad \beta_n = \frac{1+n+n v_n}{(1+n)(1-v_n)} + \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{n}{n+1} \quad C_n = A_n R^n (1 - v_n)$$

$$W^2 = \frac{Q^2}{16\pi R^3} \quad \chi^2 = \frac{9}{4\pi} \frac{E_0^2 R}{\sigma} \quad \mu_n = \frac{n}{\sqrt{4n^2 - 1}} \quad \lambda_n = \frac{n+1}{\sqrt{4(n+1)^2 - 1}}$$

$$d_n = \mu_n \mu_{n-1} \quad a_n = \lambda_n \lambda_{n+1} \quad b_n = \mu_n^2 + \lambda_n^2 \quad E_n = n(n-1)(n+2) \quad \zeta = \frac{3A}{R^2 \sigma} \quad (18)$$

Используя ортогональность полиномов Лежандра, приравняем в (18) нулю коэффициенты при полиномах различных порядков и получим систему алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов C_n :

$$C_{n-2} K_n^1 + C_{n-1} K_n^2 + C_n (\beta_n - K_n^3) + C_{n+1} K_n^4 + C_{n+2} K_n^5 = 0, \quad (19)$$

где

$$K_n^1 = (n-2)^2 d_n \chi^2 \quad K_n^2 = (n-1)(2n-3) \mu_n \chi W$$

$$K_n^3 = E_n + n(1 - v_0)^{-4} \zeta - n(n-1) W^2 - (n^2 b_n - 2n \mu_n^2) \chi^2$$

$$K_n^4 = (n+1)(2n-1) \lambda_n \chi W \quad K_n^5 = n(n+2) a_n \chi^2$$

Условием разрешимости однородной системы (19) является равенство нулю определителя, составленного из её коэффициентов:

$$\begin{vmatrix} \beta_2 \Omega^2 - K_2^3 & K_2^4 & K_2^5 & 0 & 0 & \dots \\ K_3^2 & \beta_3 \Omega^2 - K_3^3 & K_3^4 & K_3^5 & 0 & \dots \\ K_4^1 & K_4^2 & \beta_4 \Omega^2 - K_4^3 & K_4^4 & K_4^5 & \dots \\ 0 & K_5^1 & K_5^2 & \beta_5 \Omega^2 - K_5^3 & K_5^4 & \dots \\ 0 & 0 & K_6^1 & K_6^2 & \beta_6 \Omega^2 - K_6^3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (20)$$

Это соотношение представляет собой ничто иное, как дисперсионное уравнение относительно Ω^2 , определяющее спектр капиллярных волн в слое жидкости как функцию характеристик системы: W, χ, ζ, ν_0 . В зависимости от величины этих параметров изменяется и дисперсионный спектр, при этом некоторые из решений Ω_j^2 могут, проходя через ноль, стать отрицательными, что соответствует появлению мнимых частот и экспоненциально растущих со временем мод капиллярных волн. Последнее, естественно, связано с проявлением неустойчивости. Условием же появления нулевых решений дисперсионного уравнения является обращение в ноль его свободного коэффициента:

$$\begin{vmatrix} -K_2^3 & K_2^4 & K_2^5 & 0 & 0 & \dots \\ K_3^2 & -K_3^3 & K_3^4 & K_3^5 & 0 & \dots \\ K_4^1 & K_4^2 & -K_4^3 & K_4^4 & K_4^5 & \dots \\ 0 & K_5^1 & K_5^2 & -K_5^3 & K_5^4 & \dots \\ 0 & 0 & K_6^1 & K_6^2 & -K_6^3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

Важно отметить, что появление неустойчивых мод капиллярных волн в рассматриваемой задаче связано именно с переходом решения через ноль, то есть порождается транскритической (асимметричной) бифуркацией. Система (19) и, соответственно, уравнение (21) также будут бесконечного порядка. Поэтому критические условия появления неустойчивости капиллярных волн целесообразно искать методом последовательных приближений. Но некоторые выводы о решениях (21) можно сделать сразу. Так, из (19) видно, что отношение радиусов $\nu_0 = \frac{R_0}{R}$ присутствует только в слагаемом, характеризующем расклиниваю-

щее давление. Поэтому ясно, что в случае достаточно толстых слоёв жидкости $h \gg 100$ нм, критические условия появления неустойчивости капиллярных волн в используемом приближении идеальной жидкости не будет зависеть от толщины слоя жидкости. Численные расчёты методом последовательных приближений по уравнению (21), представленные на рис. 2, показывают качественный ход критических зависимостей.

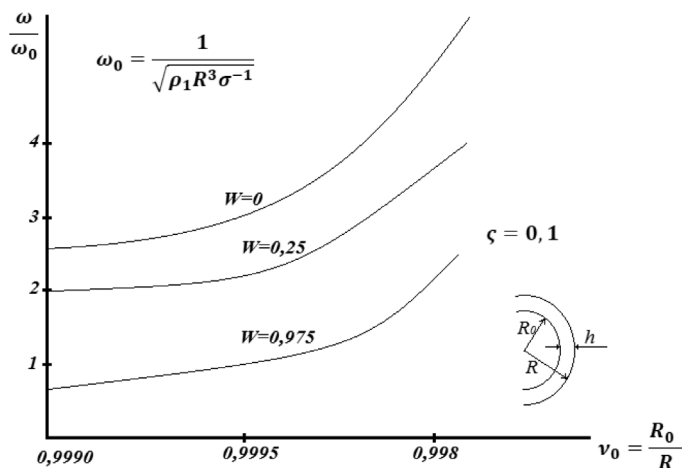


Рис. 2. Зависимость ω от безразмерной толщины плёнки $\nu_0 (\zeta = 0, 1)$.

Из представленного рисунка видно, что при учёте расклинивающего давления критические параметры системы резко возрастают, что связано с сильной зависимостью p_h от толщины слоя.

Таким образом, приведённый анализ показывает, что учёт расклинивающего давления, как и ожидалось, является существенным при малых толщинах плёнки на поверхности подложки.

Статья поступила в редакцию 27.08.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Woosley J.P., Turnbull R.J., Kim K. Field injection electrostatic spraying of liquid hydrogen // Journal of Applied Physics. 1988. Vol. 64. Iss. 9. pp. 4278–4284.
2. Алиев И.Н., Филиппов А.В. О волнах, распространяющихся по плоской поверхности вязкой проводящей жидкости в электрическом поле // Магнитная гидродинамика. 1989. № 4. С. 94–98.
3. Антонюк П.Н. Дисперсионные уравнения для плоской капиллярно-гравитационной волны на свободной поверхности вязкой несжимаемой жидкости // Доклады Академии наук СССР. 1986. Т. 286. № 6. С. 1324–1328.
4. Лазарянц А.Э., Григорьев А.И. Устойчивость заряженного сферического слоя мало-вязкой жидкости на поверхности твердого ядра // Журнал технической физики. 1990. № 6. С. 29–36.
5. Aliev I.N., Yurchenko S.O., Nazarova E.V. Features of combined instability of a charged interface between moving media // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2007. Vol. 80. Iss. 5. pp. 912–917.
6. Aliev I.N., Yurchenko S.O., Nazarova E.V. On the problem of instability of the boundary of two media of finite thickness // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2007. Vol. 80. Iss. 6. pp. 1199–1205.
7. Алиев И.Н., Юрченко С.О. О нелинейных волнах, распространяющихся на поверхности идеальной проводящей жидкости в электрическом поле // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2009. № 5. С. 139–150.

8. Алиев И.Н., Юрченко С.О. Эволюция возмущений заряженной поверхности раздела несмешивающихся невязких жидкостей в зазоре между двумя электродами // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2010. № 5. С. 140–150.
9. Алиев И.Н., Юрченко С.О. О расщеплении и бифуркациях решений дисперсионного уравнения волн малой амплитуды на заряженной поверхности раздела // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Естественные науки». 2009. № 3(34). С. 28–35.
10. Ширяева С.О., Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю. Электромагнитное излучение, создаваемое нелинейными осцилляциями заряженной капли // Журнал технической физики. 2016. Т. 86. Вып. 3. С. 41–50.
11. Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю., Ширяева С.О. Излучение электромагнитных волн осциллирующей заряженной капли // Электронная обработка материалов. 2015. Т. 51. № 6. С. 23–31.
12. Григорьев А.И., Колбнева Н.Ю., Ширяева С.О. Квадрупольное электромагнитное излучение осциллирующей заряженной капли // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 6. С. 914–920.
13. Дерягин Б.В. Теория устойчивости коллоидов и тонких пленок. М.: Наука. 1986. 205 с.
14. Papageorgiou D.T., Petropoulos P.G. Generation of interfacial instabilities in charged electrified viscous liquid films // Journal of Engineering Mathematics. 2004. No. 50. Iss. 2–3. pp. 223–240.
15. El-Sayed M. Electrohydrodynamic wave-packet collapse and solution instability for dielectric fluids in (2+1)-dimensions // The European Physical Journal B. 2004. Vol. 37. Iss. 2. pp. 241–255.
16. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкости. Л.: Наука. 1975. 592 с.
17. Shikin V.B., Leiderer P. Oscillations and stability of a charged helium surface // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1981. Vol. 54. No. 1. pp. 92–101.
18. Григорьев А.И., Ширяева С.О. О стабилизации капиллярной неустойчивости струи диэлектрической жидкости объемным электрическим зарядом // Электронная обработка материалов. 2009. Т. 45. № 5. С. 9–17.
19. Volodin A.P., Rhaikin M.S., Edel'man S. Development of instability and bubblon production on a charged surface of liquid helium // JETP Letters. 1977. Vol. 26. Iss. 10. pp. 543–546.

REFERENCES

1. Woosley J.P., Turnbull R.J., Kim K. Field injection electrostatic spraying of liquid hydrogen. In: *Journal of Applied Physics*, 1988, vol. 64, iss. 9, pp. 4278–4284.
2. Aliev I.N., Filippov A.V. [On waves propagating along a plane surface of a viscous conducting liquid in an electric field]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetohydrodynamics], 1989, no. 4, pp. 94–98.
3. Antonyuk P.N. [Dispersion equations for a plane capillary-gravitational wave on a free surface of a viscous incompressible fluid]. In: *Doklady Akademii Nauk SSSR* [Doklady Physics], 1986, vol. 286, no. 6, pp. 1324–1328.
4. Lazaryants A.E., Grigor'ev A.I. [Stability of a charged spherical layer of a low-viscous liquid on the surface of a solid core]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics], 1990, no. 6, pp. 29–36.
5. Aliev I.N., Yurchenko S.O., Nazarova E.V. Features of combined instability of a charged interface between moving media. In: *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2007, vol. 80, iss. 5, pp. 912–917.

6. Aliev I.N., Yurchenko S.O., Nazarova E.V. On the problem of instability of the boundary of two media of finite thickness. In: *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2007, vol. 80, iss. 6, pp. 1199–1205.
7. Aliev I.N., Yurchenko S.O. [On nonlinear waves propagating on the surface of an ideal conducting liquid in an electric field]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2009, no. 5, pp. 139–150.
8. Aliev I.N., Yurchenko S.O. [Evolution of perturbations of a charged surface at the interface between immiscible non-viscous fluids in a gap between two electrodes]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2010, no. 5, pp. 140–150.
9. Aliev I.N., Yurchenko S.O. [On splitting and bifurcations of solutions to the dispersion equation of small-amplitude waves at a charged interface]. In: *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya "Estestvennye nauki"* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences], 2009, no. 3(34), pp. 28–35.
10. Shiryayeva S.O., Grigor'ev A.I., Kolbneva N.Yu. [Electromagnetic radiation produced by nonlinear oscillations of a charged droplet]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics], 2016, vol. 86, iss. 3, pp. 41–50.
11. Grigor'ev A.I., Kolbneva N.Yu., Shiryayeva S.O. [Radiation of electromagnetic waves of an oscillating charged droplet]. In: *Elektronnaya obrabotka materialov* [Surface Engineering and Applied Electrochemistry], 2015, vol. 51, no. 6, pp. 23–31.
12. Grigor'ev A.I., Kolbneva N.Yu., Shiryayeva S.O. [Quadrupole electromagnetic radiation of an oscillating charged droplet]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics], 2017, vol. 87, no. 6, pp. 914–920.
13. Deryagin B.V. *Teoriya ustoichivosti kolloidov i tonkikh plenok* [The theory of stability of colloids and thin films]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 205 p.
14. Papageorgiou D.T., Petropoulos P.G. Generation of interfacial instabilities in charged electrified viscous liquid films. In: *Journal of Engineering Mathematics*, 2004, no. 50, iss. 2–3, pp. 223–240.
15. El-Sayed M. Electrohydrodynamic wave-packet collapse and solution instability for dielectric fluids in (2+1)-dimensions. In: *The European Physical Journal B*, 2004, vol. 37, iss. 2, pp. 241–255.
16. Frenkel' Ya.I. *Kineticheskaya teoriya zhidkosti* [Kinetic theory of fluid]. Leningrad, Nauka Publ., 1975. 592 p.
17. Shikin V.B., Leiderer P. Oscillations and stability of a charged helium surface. In: *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1981, vol. 54, no. 1, pp. 92–101.
18. Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. [On the stabilization of the capillary instability of a jet of a dielectric liquid by a bulk electric charge]. In: *Elektronnaya obrabotka materialov* [Surface Engineering and Applied Electrochemistry], 2009, vol. 45, no. 5, pp. 9–17.
19. Volodin A.P., Rhaikin M.S., Edel'man S. Development of instability and bubble production on a charged surface of liquid helium. In: *JETP Letters*, 1977, vol. 26, iss. 10, pp. 543–546.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Алиев Исмаил Новруз оглы – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана; профессор академии военных наук, академик Российской Академии естественных наук; e-mail: alievprof@yandex.ru;

Самедова Зарифа Алышан кызы – аспирант факультета фундаментальных наук кафедры физики Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана; преподаватель МГТУ им. Н.Э. Баумана;
e-mail: samezara@bk.ru;

Копылов Иван Станиславович – студент кафедры физики Московского государственного технического университета имени Н.Э. Баумана;
e-mail: i.s.kopylov@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ismail N. Aliev – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University; Professor at the Academy of Military Sciences; Professor at the Russian Academy of Natural Sciences;
e-mail: alievprof@yandex.ru;

Zarifa A. Samedova – postgraduate student at the Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University; Lecturer;
e-mail: samezara@bk.ru;

Ivan S. Kopylov – student at the Department of Physics, Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: i.s.kopylov@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Алиев И.Н., Самедова З.А., Копылов И.С. Влияние расклинивающего давления на критические условия реализации неустойчивости заряженной поверхности жидкости // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 22-33.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-22-33

FOR CITATION

Aliev I.N., Samedova Z.A., Kopylov I.S. Influence of the disjoining pressure on the critical conditions for the realization of the instability of a charged liquid surface. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 22–33.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-22-33

УДК 537.9+539.6

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-34-41

ДИНАМИКА СДВИГА ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ В МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

Геворкян Э.В.*Московский государственный областной университет**141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,**Российская Федерация*

Аннотация. Исследуются динамика сдвига и особенности поведения жидких кристаллов во внешних магнитных и электрических полях. Получены соотношения, определяющие сдвиговый импеданс и эффективный коэффициент вязкости пространственно-неоднородных жидких кристаллов. Обсуждается эффективность сдвиговых волн и течений во внешних полях для экспериментального изучения физических свойств жидких кристаллов.

Ключевые слова: динамические свойства, жидкие кристаллы, магнитные поля, сдвиговый импеданс, ориентационная структура.

SHEAR DYNAMICS OF LIQUID CRYSTALS IN MAGNETIC AND ELECTRIC FIELDS

E. Gevorkyan*Moscow Region State University,**24 ulitsa Very Voloshinoy, Mytitschi 141014, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract. The shear dynamics and features of behaviour of liquid crystals in external magnetic and electric fields are investigated. The relations which determine the shear impedance and the effective viscosity coefficient of spatially inhomogeneous liquid crystals are obtained. The efficiency of shear waves and flows in external fields for experimental study of liquid crystals is discussed.

Key words: dynamic properties, liquid crystals, magnetic and electric fields, orientation structure.

Введение

Жидкие кристаллы или мезофазы представляют собой конденсированные молекулярные системы с ориентационным дальним порядком и неполным трансляционным порядком. Поэтому они сочетают анизотропию физических свойств с текучестью и по своим реологическим свойствам являются анизотропными неньютоновскими жидкостями. Однако некоторые низкотемпературные смектические мезофазы напоминают обычные слоистые кристаллы.

Гидродинамическая теория жидких кристаллов, разработанная полвека назад в классических работах Эриксона [1] и Лесли [2], Форстера [3], Мартина, Пароди

и Першана [4] и других, включает дополнительные гидродинамические переменные, соответствующие нарушению симметрии мезофаз.

Ориентационная переменная (директор $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ – единичный вектор преимущественной молекулярной ориентации) описывает анизотропию упругих, вязких, диэлектрических, диамагнитных, оптических и других свойств нематических и холестерических жидких кристаллов (а также наклонных дискотиков и смектиков С и некоторых других более экзотических мезофаз) и воздействие на их ориентационную структуру течений и внешних полей [5].

Акустические эксперименты во внешних полях позволяют изучать упругие, диссипативные, магнитные, электрические и релаксационные свойства различных мезофаз в широком частотном диапазоне, проверить применимость общепринятой гидродинамики к смектикам А и С [6–11]. В частности, измерение коэффициента отражения γ и импеданса Z сдвиговых волн представляет большой интерес для реологии жидких кристаллов [6–9]. Это и определение коэффициентов Лесли нематиков [6; 7], и нахождение модулей сдвига, диссипативных коэффициентов и структуры акустических мод различных смектиков [8; 9]. Магнитные поля дают возможность управлять ориентационной структурой большинства мезофаз [5; 7; 8; 11; 12].

В настоящей работе мы рассмотрим динамику сдвиговых волн и течений в нематических жидких кристаллах при воздействии на них внешних полей.

Сдвиговое течение во внешнем поле

Для простого сдвигового течения в отсутствие полей ещё в первой работе Лесли [2] было получено решение в квадратурах для поля директора и найдено выражение для предельного угла его ориентации:

$$\theta_0 = \arctg \left(\sqrt{\frac{\alpha_3}{\alpha_2}} \right) = \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right). \quad (1)$$

где α_i – коэффициенты Лесли, $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ – коэффициент вращательной вязкости, $\gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5$.

Решения задачи о статической ориентационной деформации нематика во внешнем поле находят из условия минимума свободной энергии Гельмгольца и для простых условий они также хорошо известны. Поле директора для сдвигового течения во внешнем поле определяется конкуренцией их ориентирующего действия. Общее решение очень громоздко и не представляет большого практического интереса. Однако, в частных предельных случаях удастся получить достаточно простые разложения по соответствующим малым параметрам или численные решения.

Для эксперимента наибольший интерес представляет ситуация, когда подстановка этих разложений в уравнения гидродинамики Лесли–Эриксона позволяет ввести локальные эффективные коэффициенты вязкости.

Пусть $x_1 = 0$ – плоская граница нематика, на которой заданы граничные условия сильного ориентационного сцепления $\mathbf{n}(0, t) = \mathbf{n}_0$ и прилипания. Диссипативная часть тензора напряжений пропорциональна ненулевой компоненте тензора градиентов скоростей $dv_3/dx_1 = v_{3,1}$:

$$\sigma_{13} = \frac{1}{2} (2\alpha_1 n_1^2 n_3^2 + \alpha_5 n_1^2 + \alpha_6 n_3^2 + \alpha_4) v_{3,1} + \alpha_2 n_1 N_3 + \alpha_3 n_3 N_1 \quad (2)$$

и зависит от локальной ориентации директора $\mathbf{n}_0(x_1)$, которая, в свою очередь, определяется ориентационной деформацией, вызванной внешними полями или течением. (Здесь $\mathbf{N}$ – производная директора по времени относительно жидкокристаллической среды, которая находится из уравнения его движения).

Это выражение, в конечном счёте, и определяет локальный эффективный коэффициент сдвиговой вязкости $\eta(x_1)$. Из симметрии коэффициентов Онсагера следует соотношение Пароди $\gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5 = \alpha_3 + \alpha_2$, которое мы будем использовать только в конечных результатах.

Ориентирующее действие полей в жидком кристалле проявляется при условии, что его размеры L (например, оптической ячейки или акустической камеры) превышают магнитную или электрическую длину когерентности: $\xi_m = (K/\mu_0 \chi_a)^{1/2}/H$ или $\xi_e = (K/\epsilon_0 \epsilon_a)^{1/2}/E_0$, где $\mathbf{H}$ – напряжённость магнитного поля, E_0 – амплитуда напряжённости переменного электрического поля, а χ_a и ϵ_a – анизотропии диамагнитной восприимчивости и диэлектрической проницаемости, соответственно.

Рассмотрим сначала стационарное сдвиговое течение. При фиксированной в жидком кристалле ориентации директора $\mathbf{n}_0(x_1)$ получим:

$$\mathbf{N}(x_1) = \hat{\omega} \cdot \mathbf{n}_0(x_1) \quad (3)$$

где $\hat{\omega}$ – антисимметричная часть тензора градиентов скоростей нематика. Из формулы (2) следует выражение для $\eta(x_1)$:

$$\begin{aligned} \eta(x_1) &= \frac{1}{2} (2\alpha_1 n_{01}^2 n_{03}^2 + (-\alpha_2 + \alpha_5) n_{01}^2 + (\alpha_3 + \alpha_6) n_{03}^2 + \alpha_4) = \\ &= \eta_1 n_{01}^2 + \eta_3 n_{03}^2 + \eta_2 n_{03}^2 + \eta_{12} n_{01}^2 n_{03}^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\eta_1 = \frac{-\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5}{2}, \quad \eta_2 = \frac{\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6}{2}, \quad \eta_3 = \frac{\alpha_4}{2} \quad (5)$$

коэффициенты вязкости Гавиллера–Месовича. В сильном поле, соответствующем их известным экспериментам, ориентация директора (за исключением тонкого пограничного слоя толщиной порядка ξ) задаётся магнитным полем. Коэффициенты вязкости (5) реализуются при ориентации поля по осям 1, 3 и 2, соответственно.

В отсутствие полей, когда течение само ориентирует нематик, из (1) и (4) следует:

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \frac{1}{4} \left(\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 + 2\alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 - (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_5 + \alpha_6) \frac{\gamma_1}{\gamma_2} - \alpha_1 \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} \right) = \\ &= \frac{1}{4} \left(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_4 + 2\alpha_5 - \alpha_1 \frac{\gamma_1^2}{\gamma_2^2} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Сдвиговые волны

Теперь граничные условия примут вид $v_3(0, t) = v_0 \exp(-i\omega t)$, где $\mathbf{v}$ – скорость среды, t – время, а ω – круговая частота сдвиговой волны. Толщина жидкокристаллического слоя L значительно превышает глубину проникновения сдвиговой волны, поэтому влияние других границ несущественно.

Прежде всего, заметим, что в данной задаче есть малый параметр $\mu = K\rho/\eta^2$. Здесь K – модуль ориентационной упругости Франка, ρ – плотность, η – эффективный коэффициент сдвиговой динамической вязкости. Этот малый параметр определяет отношение глубин проникновения ориентационной $\delta_n = (K/\omega\eta)^{1/2}$ и сдвиговой $\delta = (\eta/\rho\omega)^{1/2}$ волн в жидкий кристалл $\delta_n/\delta = \mu^{1/2} \sim 10^{-2} \ll 1$. Поэтому резкое изменение ориентации директора происходит в тонком приграничном слое жидкого кристалла и не оказывает существенного влияния на сдвиговый импеданс или коэффициент отражения сдвиговых волн. Кроме того, при граничных условиях слабого ориентационного сцепления, полученные для умеренных полей результаты практически не изменятся. По этой же причине в исходных уравнениях мы использовали одноконстантное приближение для постоянных Франка (в частном предельном случае, когда модуль Франка входит в окончательные формулы, по геометрии эксперимента нетрудно определить доминирующий тип ориентационной деформации.)

При типичных частотах сдвиговых волн (ниже СВЧ-диапазона) инерциальные свойства, связанные с поворотом директора, несущественны и соответствующим вкладом в уравнение движения директора можно пренебречь.

Из системы уравнений «нематодинамики» получим волновое уравнение для сдвиговых волн с эффективным переменным коэффициентом сдвиговой вязкости [7], которое после естественной замены переменной $y(x_1, t) = \eta(x_1)dv_3/dx_1$ принимает вид:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{i\omega\rho}{\eta(x_1)} y = 0 \quad (7)$$

В этой области значений параметров задачи существенна пространственная неоднородность эффективной вязкости жидкого кристалла. Поэтому целесообразно попытаться применить подход, развитый в акустике слоисто-неоднородных обычных сред [13]. При этом переменный сдвиговый импеданс $Z(x_1) = R(x_1) - iX(x_1)$ и коэффициент отражения сдвиговых волн $r(x_1)$ определяются уравнениями Риккати:

$$\frac{dZ}{dx_1} - \frac{Z^2}{\eta(x_1)} - i\rho\omega = 0, \quad (8)$$

$$Z(\infty) = (1-i)(\rho\omega\eta(\infty)/2)^{1/2}$$

и

$$\frac{dr}{dx_1} - 2\sqrt{\frac{i\rho\omega}{\eta(x_1)}} r + \frac{d\eta(x_1)}{dx_1} \frac{1-r^2}{4\eta(x_1)} = 0, \quad (9)$$

$$r(\infty) = 0.$$

Численное решение этих уравнений можно использовать для обработки результатов экспериментов по отражению сдвиговых волн на границе твёрдого тела с жидким кристаллом в широком частотном диапазоне.

В отсутствие полей и стационарных течений (или в случае очень слабых полей, когда $\xi \gg \delta$) эффективные коэффициенты вязкости совпадают с известными формулами Мартиноти и Кандо [6]:

$$\tilde{\eta}_1 = \eta_1 + \alpha_2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2\gamma_1}; \quad \tilde{\eta}_2 = \eta_2 - \alpha_3 \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2\gamma_1} = \tilde{\eta}_1; \quad \tilde{\eta}_3 = \eta_3. \quad (10)$$

Заметим, что:

$$\tilde{\eta}_1 = \tilde{\eta}_2 = \frac{-\alpha_2\alpha_4 + \alpha_3\alpha_4 + \alpha_3\alpha_5 - \alpha_3\alpha_6}{2\gamma_1} = \frac{\alpha_4\gamma_1 - \alpha_3\gamma_2}{2\gamma_1} = \frac{1}{2} \left(-\alpha_4 + \alpha_3 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right). \quad (11)$$

Поэтому экспериментальная проверка равенства Рапини $\tilde{\eta}_1 = \tilde{\eta}_2$ не является подтверждением соотношения Пароди.

В противоположном случае сверхсильных полей, например, магнитного поля индукцией свыше 1 кТл или переменного электрического поля напряжённостью более 10^9 В/м (т.е. при $\eta\omega \ll \mu_0\chi_a H^2$ или $\epsilon_0\epsilon_a E_0^2$, когда магнитная или электрическая длина когерентности ξ (ξ_m или ξ_e) значительно меньше глубины проникновения ориентационной волны δ_n) они способны подавить колебания директора в сдвиговой волне и эффективные коэффициенты вязкости совпадут с коэффициентами Месовича–Гавиллера (5) для сдвигового течения в магнитном поле.

В обоих предельных случаях $Z = (1-i)(\rho\eta/2)^{1/2}$ и действительная часть импеданса равна мнимой, а коэффициент отражения r_{12} на границе выражается стандартными формулами: $r = (Z_{\text{тр}} - Z)/(Z_{\text{тр}} + Z)$.

В общем случае уравнения (8) $R(x_1) \neq X(x_1)$ кроме численного решения для оценок могут быть полезны разложения в ряд и методом ВКБ для сдвигового импеданса.

Так, в слабом поле при $\delta < \xi$:

$$Z(0) = (1-i) \frac{\tilde{\eta}}{\delta} \left(1 - \frac{ib_{12}}{4} \frac{\delta^2}{\xi^2} + \frac{b_{12}^2}{32} \frac{\delta^4}{\xi^4} + \dots \right). \quad (12)$$

В умеренно сильном поле при $\delta > \xi > \delta_n$:

$$Z(0) = (1-i) \frac{\eta}{\delta} \left\{ 1 - \frac{2(1-i)a_{12}}{p} \frac{\xi}{\delta} e^{-\frac{2x_1}{\xi}} - 4 \left[\frac{a_{12}^2}{p} \left(1-i + \frac{2}{p+1} \frac{\xi^3}{\delta^3} \right) - \frac{(1-i)\tilde{a}_{12}}{p+1} \right] \frac{\xi}{\delta} e^{-\frac{4x_1}{\xi}} + \dots \right\}, \quad (13)$$

где

$$a_{12} = 1 - \tilde{\eta}_1 / \tilde{\eta}_2, \quad b_{12} = 1 - \tilde{\eta}_2 / \tilde{\eta}_1, \quad p = 1 + (1-i)\xi/\delta.$$

Заключение

Итак, сдвиговая динамика жидких кристаллов (до появления неустойчивости) определяется соотношением пяти пространственных масштабов (длин): двух глубин проникновения (ориентационной и сдвиговой волн $\delta_n \ll \delta$), двух длин когерентности ξ_m и ξ_a , характеризующих ориентирующее действие магнитного и электрического полей, и толщины пограничного слоя стационарного сдвигового течения ξ ; характерный параметр $\xi = \min(\xi_m, \xi_a, \xi)$.

Экспериментальное и теоретическое изучение сдвиговой динамики жидких кристаллов во внешних полях представляет также и прикладной интерес, связанный с определением анизотропий диамагнитной и диэлектрической восприимчивостей, акустических параметров, времён ориентационной релаксации, коэффициентов вязкости [8; 9]. Затухающее сдвиговое (пуазейлевское) течение успешно используется для экспериментального измерения в перспективных композитных материалах, состоящих из полимерных капсул, заполненных жидким кристаллом [14; 15]. Экспериментальное изучение анизотропной сдвиговой упругости нематических эластомеров [16] представляет принципиальный интерес для проверки и совершенствования их теоретического описания.

Магнитное и электрическое поля и течение способны также изменять структуру холестериков, смектиков С и наклонных колончатых фаз дискотиков. Измерение коэффициента отражения и импеданса сдвиговых волн позволит получить данные о сдвиговых модулях смектических и колончатых мезофаз.

Таким образом, изучение сдвиговых динамических свойств жидких кристаллов во внешних полях служит эффективным методом экспериментального исследования жидкокристаллического состояния и может дать ценную информацию для нетривиальной проверки гидродинамической теории.

Статья поступила в редакцию 26.07.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ericksen J.L. Anisotropic fluids // Archive for Rational Mechanics and Analysis. 1960. Vol. 4. Iss. 4. P. 231–237.
2. Leslie F.M. Some constitutive equation for liquid crystals // Archive for Rational Mechanics and Analysis. 1968. Vol. 28. Iss. 4. P. 265–283.
3. Forster D. et al. Hydrodynamics of Liquid Crystals / Forster D., Lubensky T.C., Martin P.C., Swift J., Pershan P.S. // Physical Review Letters. 1971. Vol. 26. P. 1016.
4. Martin P.C., Parodi O., Pershan P.S. Unified Hydrodynamic Theory for Crystals, Liquid Crystals and Normal Fluids // Physical Review A. 1972. Vol. 6. P. 2401–2420.
5. Блинов Л.М. Жидкие кристаллы. Структура и свойства. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 480 с.
6. Martinoty P., Candau S. Determination of Viscosity Coefficients of a Nematic Liquid Crystal Using A Shear Waves Reflectance Technique // Molecular Crystals and Liquid Crystals. 1971. Vol. 14. Iss. 3–4. P. 243–271.
7. Геворкян Э.В. Влияние магнитного поля на сдвиговый импеданс жидких кристаллов // Акустический журнал. 1981. Т. 27. № 1. С. 77–82.
8. Хабибуллаев П.К., Геворкян Э.В., Лагунов А.С. Реология жидких кристаллов. Ташкент: ФАН, 1992. 300 с.

9. Угловая зависимость упругих и диссипативных свойств кристаллических смектиков В / Табидзе А.А., Геворкян Э.В., Баландин В.А., Абрамкин Г.П., Кашицын А.С. // Кристаллография. 1992. Т. 37. Вып. 2. С. 463–469.
10. Богданов Д.Л., Геворкян Э.В., Обыденков Ю.Н. Низкочастотный ультразвук и динамика смектиков // Письма в Журнал технической физики. 2012. Т. 38. № 3. С. 75–78.
11. Геворкян Э.В. К динамике жидких кристаллов в изменяющихся магнитных полях // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2017. № 4. С. 62–67.
12. Salili S.M. et al. Anomalous increase in nematic-isotropic transition temperature in dimer molecules induced by magnetic field / Salili S.M., Tamba M.G., Sprunt S.N., Welch C., Mehl G.H. J6kli A, Gleeson J.T. // Physical Review Letters. 2016. Vol. 116. Iss. 21. P. 217801-1–217801-5.
13. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
14. Sun photocontrolled surfaces in rheology of liquid crystals / Pasechnik S.V., Semina O.A., Shmeliova D.V., Dubtsov A.V., Chigrinov V.G., Jatong D.V. // Molecular Crystals and Liquid Crystals. 2015. Vol. 611. P. 81–89.
15. Метод затухающего потока в реологии полимерных пористых пленок, заполненных жидкими кристаллами / Пасечник С.В., Шмелева Д.В., Торчинская А.В., Семина О.А., Дюкин А.А. // Российский технологический журнал. 2017. Т. 5. № 5. С. 25–39.
16. Shear mechanical anisotropy of side chain liquid-crystal elastomers: Influence of sample preparation / Rogez D., Francius G., Finkelmann H., Martinoty P. // European Physical Journal E. 2006. Vol. 20. P. 369–378.

REFERENCES

1. Ericksen J.L. Anisotropic fluids. In: *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1960, vol. 4, iss. 4, pp. 231–237.
2. Leslie F.M. Some constitutive equation for liquid crystals. In: *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1968, vol. 28, iss. 4, pp. 265–283.
3. Forster D., Lubensky T.C., Martin P.C., Swift J., Pershan P.S. Hydrodynamics of Liquid Crystals. In: *Physical Review Letters*, 1971, vol. 26, pp. 1016.
4. Martin P.C., Parodi O., Pershan P.S. Unified Hydrodynamic Theory for Crystals, Liquid Crystals and Normal Fluids. In: *Physical Review A*, 1972, vol. 6, pp. 2401–2420.
5. Blinov L.M. *Zhidkie kristally. Struktura i svoistva* [The liquid crystals. Structure and properties]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2013. 480 p.
6. Martinoty P., Candau S. Determination of Viscosity Coefficients of a Nematic Liquid Crystal Using A Shear Waves Reflectance Technique. In: *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 1971, vol. 14, iss. 3–4, pp. 243–271.
7. Gevorkyan E.V. [Influence of the magnetic field on shear impedance of liquid crystals]. In: *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic Journal], 1981, vol. 27, no. 1, pp. 77–82.
8. Khabibullaev P.K., Gevorkyan E.V., Lagunov A.S. *Reologiya zhidkikh kristallov* [Rheology of liquid crystals]. Tashkent, FAN Publ., 1992. 300 p.
9. Tabidze A.A., Gevorkyan E.V., Balandin V.A., Abramkin G.P., Kashitsyn A.S. [Angular dependence of the elastic and dissipative properties of crystalline smectic B]. In: *Kristallografiya* [Crystallography], 1992, vol. 37. iss. 2, pp. 463–469.
10. Bogdanov D.L., Gevorkyan E.V., Obydenkov Yu.N. [Low-frequency ultrasound and dynamics of smectic]. In: *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics Letters], 2012, vol. 38, no. 3, pp. 75–78.
11. Gevorkyan E.V. [Dynamics of liquid crystals in variable magnetic fields]. In: *Vestnik*

- Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2017, no. 4, pp. 62–67.
12. Salili S.M., Tamba M.G., Sprunt S.N., Welch C., Mehl G.H., J6kli A., Gleeson J.T. Anomalous Increase in Nematic-Isotropic Transition Temperature in Dimer Molecules Induced by Magnetic Field. In: *Physical Review Letters*, 2016, vol. 116, iss. 21, pp. 217801-1–217801-5.
 13. Brekhovskikh L.M., Godin O.A. *Akustika sloistyk sred* [Acoustics of layered media]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 416 p.
 14. Pasechnik S.V., Semina O.A., Shmeliova D.V., Dubtsov A.V., Chigrinov V.G., Jatong D.V. Sun Photocontrolled Surfaces in Rheology of Liquid Crystals. In: *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 2015, vol. 611, pp. 81–89.
 15. Pasechnik S.V., Shmeliova D.V., Torchinskaya A.V., Semina O.A., Dyukin A.A. [The damped flow method in the rheology of porous polymer films filled with liquid crystals]. In: *Rossiiskii tekhnologicheskii zhurnal* [Russian Technological Journal], 2017, vol. 5, no. 5, pp. 25–39.
 16. Rogez D., Francius G., Finkelmann H., Martinoty P. Shear mechanical anisotropy of side chain liquid-crystal elastomers: Influence of sample preparation. In: *European Physical Journal E*, 2006, vol. 20, pp. 369–378.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Геворкян Эдвард Вигенович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики Московского государственного областного университета;
e-mail: gevev@rambler.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Edward V. Gevorkyan – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor at the Department of General Physics, Moscow Region State University;
e-mail: gevev@rambler.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Геворкян Э.В. Динамика сдвига жидких кристаллов в магнитных и электрических полях // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 34–41.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-34-41

FOR CITATION

Gevorkyan E.V. Shear dynamics of liquid crystals in magnetic and electric fields. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2018. no. 3. pp. 34–41.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-34-41

УДК 538.951

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-42-49

ПОГЛОЩЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКА МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТЬЮ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Соколов В.В.¹, Курилов А.Д.^{1,2}¹ МИРЭА – Российский технологический университет
119454, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78, Российская Федерация² Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация

Аннотация. Впервые получены экспериментальные результаты по поглощению ультразвука в магнитной жидкости во вращающемся магнитном поле. Показано, что в диапазоне частот вращения магнитного поля $f_H = 0,056 - 140$ мГц и $T = 295$ К запаздывание угловой зависимости анизотропии коэффициента поглощения ультразвука магнитной жидкостью на основе керосина не наблюдается в пределах погрешностей измерений.

Ключевые слова: магнитные жидкости, анизотропия, коэффициент поглощения, магнитное поле, жидкие кристаллы.

ABSORPTION OF ULTRASOUND BY A MAGNETIC FLUID IN A ROTATING MAGNETIC FIELD

V. Sokolov¹, A. Kurilov^{1,2}¹ MIREA – Russian Technological University
prosp. Vernadskogo 78, 119454 Moscow, Russian Federation² Moscow Region State University
ul. Very Voloshino y24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

Abstract. Experimental results on the absorption of ultrasound by a magnetic fluid in a rotating magnetic field have been obtained for the first time. It is shown that the delay of the angular dependence of the anisotropy of ultrasonic absorption coefficient by a kerosene-based magnetic fluid in the range of magnetic field rotation frequencies $f_H = 0,056 - 140$ mHz and $T = 295$ K is not observed within the limits of observational errors.

Key words: magnetic fluids, anisotropy, attenuation coefficient, magnetic field, liquid crystals.

Коллоидные растворы ультрадисперсных ферромагнитных наночастиц с размером порядка 10 нм называются магнитными жидкостями (МЖ) [1]. МЖ представляют особый интерес в науке, технике и медицине благодаря своим необычным и исключительным свойствам, к которым относится термомагнитная конвекция, магнитная левитация на МЖ, магнитореологический эффект и наведение анизотропии её макроскопических свойств во внешнем магнитном поле.

Эффект увлечения магнитной жидкости вращающимся магнитным полем был обнаружен в [2]. В работе достигалась угловая скорость вращения магнитной жидкости вплоть до $3,57 \text{ с}^{-1}$ при напряжённости магнитного поля $H = 60 \text{ кА/м}$. С момента первой работы и до настоящего времени продолжают исследования во вращающихся магнитных полях. Это вызвано необходимостью подтверждения антисимметричности тензора напряжений в МЖ и определению величины вращательной вязкости. В монографии [1] показано значительное расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями вращательной вязкости.

Понятие вращательной вязкости впервые было введено Сорокиным В.С. [3], который указал на необходимость существования силы, подобной силе трения, для описания перехода момента импульса из скрытого движения в видимое вращение жидкости. Как показано в [3], внутренний момент импульса увеличивается пропорционально угловой скорости вращения жидкости и уменьшается пропорционально своей собственной величине за промежуток времени, характеризующий переход момента импульса в видимое движение.

Авторы [4] для описания динамики полярной жидкости учитывали вращательную вязкость и диффузию внутреннего момента импульса и теоретически предсказали вращение полярной жидкости под действием однородного вращающегося электрического поля. Дальнейшие теоретические исследования в этом направлении выполнены в работах [5–7].

В известных к настоящему времени экспериментальных исследованиях вращающееся магнитное поле создавалось катушками Гельмгольца, где на четыре перпендикулярные катушки подаётся синусоидальный сигнал с разностью фаз в 90° . Такая реализация вращающегося магнитного поля исключает возможность достижения необходимой выдержки в магнитном поле.

Как было показано ранее, формирование внутренней структуры в магнитных жидкостях под действием внешнего магнитного поля носит диффузионный характер [8], а время необходимой выдержки может составлять до десятков и сотен часов. Существующие теоретические исследования кинетики образования агрегатов в магнитных и магнетореологических жидкостях [9–12] не описывают трансляционный порядок агрегатов в объёме жидкости.

В работах [13; 14] восстанавливали профиль потока магнитной жидкости во вращающемся магнитном поле ультразвуковым доплеровским методом. Однако для построения профиля скорости таким методом в магнитную жидкость добавлялись немагнитные микросферы, которые нарушают ориентационный порядок наночастиц.

Диапазоны используемых значений напряжённости магнитного поля H и характерной частоты его вращения f_H в данных экспериментах составляют $4 - 9 \text{ кА/м}$ и $100 - 2 \cdot 10^5 \text{ Гц}$.

Целью настоящей работы является применение акустического метода для определения вращательной вязкости магнитной жидкости. Этот метод был впервые разработан авторами [15] для измерения вращательной вязкости нематических жидких кристаллов (НЖК) во вращающемся магнитном поле по фазовой диаграмме угловой зависимости поглощения ультразвука. Данный метод на-

глядно показывает существование вращательной вязкости без дополнительной обработки экспериментальных данных.

В данной работе используется импульсный ультразвуковой метод фиксированного расстояния между пьезопреобразователями. Вращающееся магнитное поле формируется постоянным магнитом, закреплённым на вращающейся платформе. Напряжённость магнитного поля составляет 110 кА/м, что на порядок превышает значения в других экспериментальных работах с вращающимся магнитным полем, посвящённых измерению вращательной вязкости в МЖ. Акустическая камера закреплена между полюсов постоянного магнита и представляет собой цилиндр длиной $l = 9$ мм и диаметром $d = 12$ мм, выполненный из нержавеющей немагнитной стали, к торцам которого приклеены пьезопреобразователи из ниобата лития LiNbO_3 с резонансной частотой 3.4 МГц. Измерения амплитуды зондирующего импульса осуществлялись с помощью автоматического регистратора Velleman PCS10, при этом на второй канал устройства подавались контрольные метки с фотодиода через каждые 90° при вращении платформы. По контрольным меткам с фотодиода определяется начальное смещение акустической камеры θ_0 , а также угол запаздывания директора θ при исследовании НЖК. Затем определяется угловая зависимость анизотропии коэффициента поглощения ультразвука $\Delta\alpha(\varphi) = \alpha(\varphi) - \alpha(90^\circ)$. Частота заполнения импульсов задавалась $f_0 = 3,4$ МГц и соответствовала основному резонансу; амплитуда напряжения, подаваемого на пьезоизлучатель электрического сигнала, составляла 5 В.

Для калибровки экспериментальной установки была измерена фазовая характеристика анизотропии коэффициента поглощения ультразвука в жидкокристаллической смеси ЖК-440. На рис. 1 показан фазовый сдвиг директора и вектора напряжённости магнитного поля при частоте вращения магнитного поля $f_H = 12,5$ МГц и температуре $T = 295$ К.

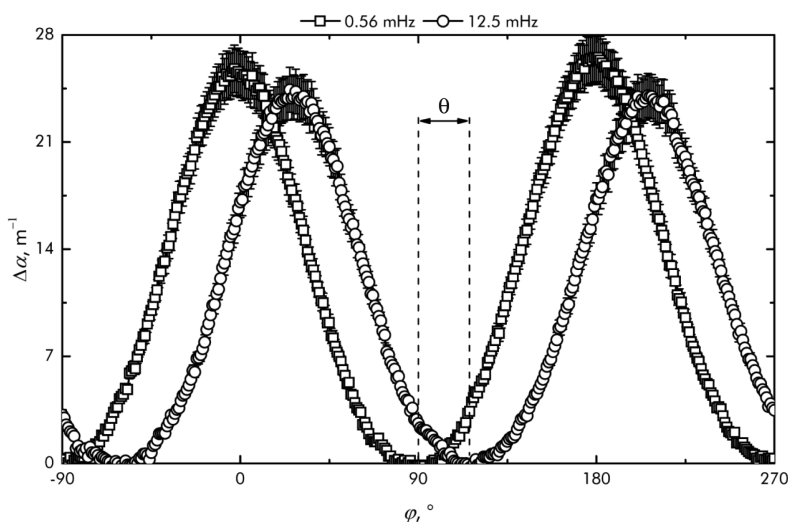


Рис. 1. Зависимость анизотропии коэффициента поглощения ультразвука ЖК-440 от угла между внешним магнитным полем и волновым вектором ультразвуковой волны.

Объектом исследования являлась МЖ на основе керосина с объёмной концентрацией магнетита $\phi = 0,15$. Кривая намагничивания была измерена на вибрационном магнитометре VSM LakeShore 7407 и приведена на рис. 2. На основе полученной кривой намагничивания рассчитаны значения намагниченности насыщения $M_S = 51,8$ кА/м и начальной магнитной восприимчивости $\chi_0 = 1,54$ (СИ).

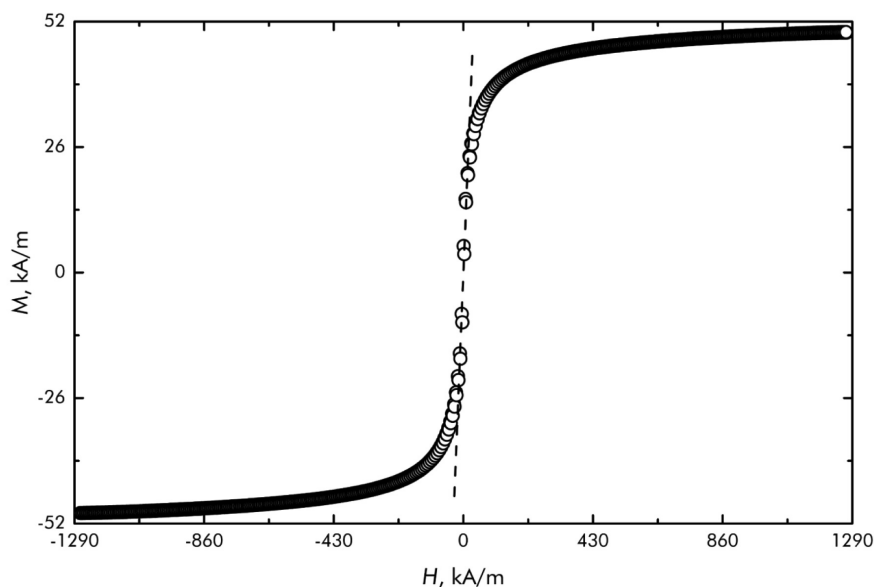


Рис. 2. Кривая намагничивания исследуемого образца МЖ на основе керосина.

Внешнее магнитное поле ориентирует магнитные моменты наночастиц, что приводит к возникновению удлинённых цепочечных агрегатов, вытянутых вдоль направления магнитного поля. Благодаря диполь-дипольному взаимодействию, цепочки частиц, не находящиеся на одной силовой линии, взаимно отталкиваются и стремятся равномерно распределиться в объёме жидкости. Однако с увеличением длины цепочек их движение замедляется, поэтому время установления термодинамического равновесия возрастает.

Следовательно, для получения воспроизводимых экспериментальных результатов необходимо выдерживать магнитную жидкость в постоянном поле. Время выдержки определялось экспериментально в статическом режиме путём дискретного изменения взаимной ориентации магнитного поля и волнового вектора ультразвуковой волны с шагом 5–10 градусов.

В настоящей работе акустическая камера, заполненная исследуемым образцом, выдерживалась между полюсами постоянного магнита свыше 150 часов. После образования устойчивой структуры цепочечных агрегатов производились измерения поглощения ультразвука при вариации частоты вращения постоянного магнита.

Для различных частот вращения магнитного поля получены угловые зависимости $\Delta\alpha(\varphi)$, представленные на рис. 3. Увеличение частоты вращения магнитного поля приводит к качественному изменению угловой зависимости $\Delta\alpha(\varphi)$, а также спаду максимального значения $\Delta\alpha$ на 30%. Переходный режим наблюдается в диапазоне от 0,14 мГц до 5,56 мГц, при этом максимум анизотропии коэффициента поглощения смещается в окрестность 50° .

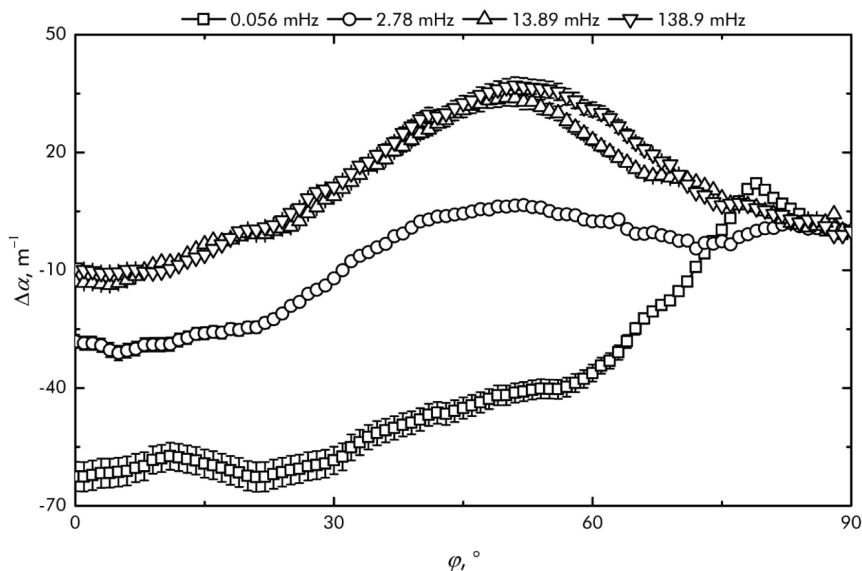


Рис. 3. Угловая зависимость анизотропии коэффициента поглощения ультразвука МЖК при разных частотах вращения внешнего магнитного поля.

Возможное объяснение этого заключается в структурных перестройках, связанных с уменьшением длины иглообразных агломератов в соответствии со скейлинговым законом. Дальнейшее увеличение частоты вращения магнитного поля вплоть до $f_H = 0,14$ Гц не приводит к существенным изменениям угловой зависимости $\Delta\alpha(\varphi)$.

Вектор намагниченности магнитной жидкости вращается с той же угловой скоростью, что и магнитное поле. Экспериментальные данные показывают, что данные векторы параллельны, т.е. фазовый сдвиг между ними отсутствует в исследуемом частотном диапазоне. Это говорит о том, что вращающееся магнитное поле увлекает магнитную жидкость как целое благодаря устойчивой ориентационной упорядоченности иглообразных агломератов наночастиц.

Более наглядно отсутствие фазового сдвига при $f_H = 0,14$ Гц показано на исходных данных автоматического регистратора, т.е. временной зависимости амплитуды зондирующего импульса, представленных на рис. 4. Пунктирными линиями на рисунке показаны контрольные метки.

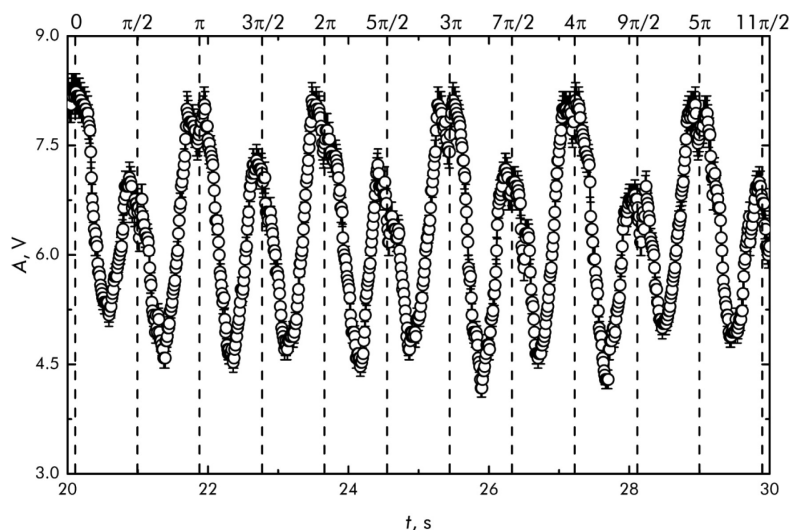


Рис. 4. Временная зависимость амплитуды ультразвукового импульса, прошедшего через МЖК при частоте вращения внешнего магнитного поля $f_H = 70$ МГц; пунктирными линиями обозначены метки, идущие через $\pi/2$.

Представленные результаты подтверждают вывод об увлечении МЖ вращающимся магнитным полем как целого.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rosensweig R.E. Ferrohydrodynamics. Mineola, New York: Dover Publications Inc., 2014. 612 p.
2. Moskowitz R., Rosensweig R.E. Nonmechanical torque-driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field // Applied Physics Letters. 1967. Vol. 11. Iss. 10. P. 301–303.
3. Сорокин В.С. О внутреннем трении жидкостей и газов, обладающих скрытым моментом импульса // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1943. Т. 13. Вып. 7–8. С. 306–312.
4. Condiff D.W., Dahler J.S. Fluid mechanical aspects of antisymmetric stress // The Physics of Fluids. 1964. Vol. 7. Iss. 6. P. 842–854.
5. Shliomis M.I. Hydrodynamics of a liquid with intrinsic rotation // Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1967. Vol. 24. No. 1. P. 173–177.
6. Shliomis M.I. Equations of motion of a fluid with hydromagnetic properties // Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1968. Vol. 26. No. 3. P. 665–669.
7. Zaitsev V.M., Shliomis M.I. Entrainment of ferromagnetic suspension by a rotating field // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 1969. Vol. 10. Iss. 5. P. 696–700.
8. Sokolov V.V. Wave propagation in magnetic nanofluids (A review) // Acoustical Physics. 2010. Vol. 56. Iss. 6. P. 972–988.
9. Two-stage kinetics of field-induced aggregation of medium-sized magnetic nanoparticles / Ezzaier H., Alves Marins J., Razvin I., Abbas M., Ben Haj Amara A., Zubarev A., Kuzhir P. // The Journal of Chemical Physics. 2017. Vol. 146. Iss. 11. P. 114902.
10. Odenbach S. Microstructure and rheology of magnetic hybrid materials // Archive of Applied Mechanics. 2016. Vol. 86. No. 1–2. P. 269–279.

11. Dynamical pattern formation in a low-concentration magnetorheological fluid under two orthogonal sinusoidal fields / Ўйпез L.D., Carrillo J.L., Donado F., Sausedo-Solorio J.M., Miranda-Romagnoli P. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2016. Vol. 408. P. 321–329.
12. Fernández-Toledano J.C., Ruiz-Lopez J.A., Hidalgo-Elvarez R., Vicente J. de. Simulations of polydisperse magnetorheological fluids: A structural and kinetic investigation // *Journal of Rheology*. 2015. Vol. 59. Iss. 2. P. 475–498.
13. Torres-Дназ I., Rinaldi C., Khushrushahi S., Zahn M. Observations of ferrofluid flow under a uniform rotating magnetic field in a spherical cavity // *Journal of Applied Physics*. 2012. Vol. 111. Iss. 7. P. 07B313.
14. Direct observation of closed-loop ferrohydrodynamic pumping under traveling magnetic fields / Mao L., Elborai S., He X., Zahn M., Koser H. // *Physical Review B*. 2011. Vol. 84. Iss. 10. P. 104431.
15. Богданов Д.Л., Геворкян Э.В., Лагунов А.С. Акустические свойства жидких кристаллов во вращающемся магнитном поле // *Акустический журнал*. 1980. Т. 26. Вып. 1. С. 28–34.

REFERENCES

1. Rosensweig R.E. *Ferrohydrodynamics*. Mineola, New York: Dover Publications Inc., 2014. 612 p.
2. Moskowitz R., Rosensweig R.E. Nonmechanical torque-driven flow of a ferromagnetic fluid by an electromagnetic field. In: *Applied Physics Letters*, 1967, vol. 11, iss. 10, pp. 301–303.
3. Sorokin V.S. [On internal friction of liquids and gases with a latent momentum]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1943, vol. 13, no. 7–8, pp. 306–312.
4. Condiff D.W., Dahler J.S. Fluid mechanical aspects of antisymmetric stress. In: *The Physics of Fluids*, 1964, vol. 7, iss. 6, pp. 842–854.
5. Shliomis M.I. Hydrodynamics of a liquid with intrinsic rotation. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1967, vol. 24, no. 1, pp. 173–177.
6. Shliomis M.I. Equations of motion of a fluid with hydromagnetic properties. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1968, vol. 26, no. 3, pp. 665–669.
7. Zaitsev V.M., Shliomis M.I. Entrainment of ferromagnetic suspension by a rotating field. In: *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1969, vol. 10, iss. 5, pp. 696–700.
8. Sokolov V.V. Wave propagation in magnetic nanofluids (A review). In: *Acoustical Physics*, 2010, vol. 56, iss. 6, pp. 972–988.
9. Ezzaier H., Alves Marins J., Razvin I., Abbas M., Ben Haj Amara A., Zubarev A., Kuzhir P. Two-stage kinetics of field-induced aggregation of medium-sized magnetic nanoparticles. In: *The Journal of Chemical Physics*, 2017, vol. 146, iss. 11, pp. 114902.
10. Odenbach S. Microstructure and rheology of magnetic hybrid materials. In: *Archive of Applied Mechanics*, 2016, vol. 86, no. 1–2, pp. 269–279.
11. Ўйпез L.D., Carrillo J.L., Donado F., Sausedo-Solorio J.M., Miranda-Romagnoli P. Dynamical pattern formation in a low-concentration magnetorheological fluid under two orthogonal sinusoidal fields. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2016, vol. 408, pp. 321–329.
12. Fernández-Toledano J.C., Ruiz-Lopez J.A., Hidalgo-Elvarez R., Vicente J. de. Simulations of polydisperse magnetorheological fluids: A structural and kinetic investigation. In: *Journal of Rheology*, 2015, vol. 59, iss. 2, pp. 475–498.

13. Torres-Díaz I., Rinaldi C., Khushrushahi S., Zahn M. Observations of ferrofluid flow under a uniform rotating magnetic field in a spherical cavity. In: *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 111, iss. 7, pp. 07B313.
14. Mao L., Elborai S., He X., Zahn M., Koser H. Direct observation of closed-loop ferrohydrodynamic pumping under traveling magnetic fields. In: *Physical Review B*, 2011, vol. 84, iss. 10, pp. 104431.
15. Bogdanov D.L., Gevorkyan E.V., Lagunov A.S. [Acoustic properties of liquid crystals in a rotating magnetic field]. In: *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic Journal], 1980, vol. 26, no. 1, pp. 28–34.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Соколов Виктор Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, советник по научной работе МИРЭА – Российского технического университета;
e-mail: vvs195326@gmail.com;

Курилов Александр Дмитриевич – аспирант кафедры высшей математики МИРЭА – Российского технического университета; мастер производственного обучения учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии МГОУ;
e-mail: ad.kurilov@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Victor V. Sokolov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Higher Mathematics, science advisor, MIREA – Russian Technological University;
e-mail: vvs195326@gmail.com;

Alexander D. Kurilov – postgraduate student at the Department of Higher Mathematics, MIREA – Russian Technological University; master of industrial training, educational and research laboratory of theoretical and applied nanotechnology, Moscow Region State University;
e-mail: ad.kurilov@gmail.com

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Соколов В.В., Курилов А.Д. Поглощение ультразвука магнитной жидкостью во вращающемся магнитном поле // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 42-49.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-42-49

FOR CITATION

Sokolov V.V., Kurilov A.D. Absorption of ultrasound by a magnetic fluid in a rotating magnetic field. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 42-49.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-42-49

УДК 004.94

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-50-53

САМООРГАНИЗАЦИЯ В СИСТЕМЕ «УЧИТЕЛЬ-УЧЕНИКИ» В РАМКАХ МОДЕЛИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Адамсон Н.Н., Калашников Е.В.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация

Аннотация. В клеточном автомате, размерностью $N \times N$, соответствующего коллективу из конечного числа N учеников, исследуется процесс самоорганизации. Для этого анализируется энтропия клеточного автомата на каждом шаге обучения (итерации) и производство энтропии.

Ключевые слова: клеточный автомат, самоорганизация, энтропия, производство энтропии.

SELF-ORGANIZATION IN THE “TEACHER-STUDENTS” SYSTEM WITHIN THE FRAMEWORK OF THE CELLULAR AUTOMATION MODEL

N. Adamson., E. Kalashnikov

Moscow Region State University
24 ulitsa Veri Voloshinoy, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

Abstract. In a cellular automaton of size $N \times N$, corresponding to an ensemble of a finite number N of students, the process of self-organization is investigated. For this purpose, the entropy of the cellular automaton at each step of training (iteration) and entropy production are analyzed.

Key words: cellular automaton, self-organization, entropy, entropy production.

Введение

В предыдущей работе [1] нами исследовано поведение коллектива «учитель-ученики» в рамках представления клеточных автоматов (КА). Было показано, что на пространстве состояний КА (рис. 1а) уже после нескольких (8–10) шагов итераций (шагов обучения) (рис. 1б) возникает особая структура, проявляющая тенденцию к самообучению. Это проявляется в следующем:

1) каждая клетка характеризуется двумя «позициями» – готовностью клетки к обучению (тактовая последовательность a , b , c) и «весом» W , который клетка приобретает в процессе итераций (обучения);

2) каждая клетка в процессе обучения (итераций), которой повезло больше соседних, начинает увеличивать свой «вес». Активность других клеток при этом подавляется (рис. 1б).



Подставляя в (3) выражение (1) для каждого шага итерации найдём поведение производства энтропии (рис. 2):

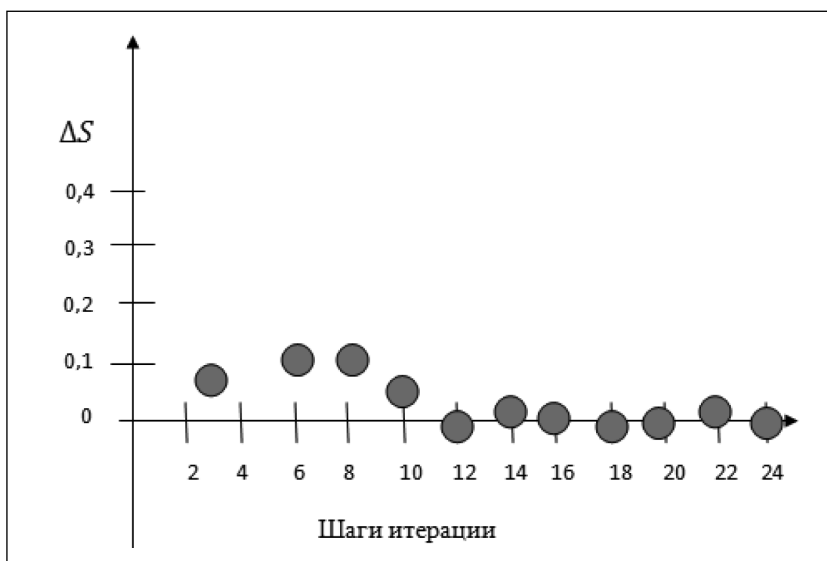


Рис. 2. Приращение энтропии ΔS в зависимости от шагов итерации.

Обсуждение

Как следует из рис. 2, на первых шагах итераций (обучения) в состоянии КА наступает хаос, $\Delta S > 0$. Этому соответствует появление большого числа клеток $N_j(t)$ с весом $W_{j=2} = 2$. Далее, после 10-ти шагов итерации в КА происходит перестройка (рис. 1b). Появляются клетки с весом $W_{j=4} = 4$. Из этих клеток появляются клетки, но с другими большими весами $W_{j=20} = 20$. Их число хотя и возрастает, но не превышает предыдущие числа клеток с меньшими весами. При этом число клеток с малыми весами постепенно исчезает. Такая ситуация в явном виде показывает, что в пространстве состояний клеточного автомата происходит самоорганизация и показателем этого является поведение приращения энтропии $\Delta S \leq 0$.

Статья поступила в редакцию 15.08.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамсон Н.Н., Калашников Е.В. Модель «учитель-ученик» в рамках представления клеточных автоматов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 1. С. 6–15.
2. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973. 280 с.
3. Хакен Г. Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам : пер. с англ. Ю.А. Данилова. М.: Мир, 1991. 240 с.

REFERENCES

1. Adamson N.N., Kalashnikov E.V. [A 'teacher-students' model within the framework of cellular automata]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 1, pp. 6–15.
2. Glensdorf P., Prigozhin I. *Termodinamicheskaya teoriya struktury, ustoichivosti i fluktuatsii* [Thermodynamic theory of structure, stability and fluctuations]. Moscow, Mir Publ., 1973. 280 p.
3. Haken H. *Information and self-organization: A macroscopic approach to complex systems* (Berlin: Springer, 2006)

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Адамсон Николай Николаевич – аспирант, Московский государственный областной университет;

e-mail: nikolay-256@yandex.ru;

Калашников Евгений Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московский государственный областной университет;

e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikolay N. Adamson – post-graduate student, Moscow Region State University;

e-mail: nikolay-256@yandex.ru;

Kalashnikov Evgeny V. – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Computational Mathematics and Methods of Teaching Informatics, Moscow Region State University;

e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Адамсон Н.Н., Калашников Е.В. Самоорганизация в системе «Учитель-ученики» в рамках модели клеточных автоматов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 50-53.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-50-53

FOR CITATION

Adamson N.N., Kalashnikov E.V. Self-organization in the "teacher-students" system within the framework of the cellular automation model In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 50-53.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-50-53

УДК 533.9.082.5

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-54-64

ТЕРМОМЕТРИЧЕСКАЯ ПИРОМЕТРИЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Дубас Л.Г.*Национальный Исследовательский Центр «Курчатовский Институт»
123182, г. Москва, пл. Курчатова, д. 1, Российская Федерация*

Аннотация. В статье предлагаются технологические измерения пирометрической температуры для экспериментально исследованных объектов. Для компенсации неопределённости измерения опорной температуры используется диагностический радиометрический фактор, равный произведению коэффициента излучения и коэффициента пропускания и пропорциональный величине экспоненциального типа по отношению к длине волны электромагнитного излучения в оптическом диапазоне. Доказана необходимость учёта некоторого коэффициента тепловой экранировки экспериментально исследованного электромагнитного излучения при регистрации тепловой интенсивности излучения. Измеренная величина температуры конденсированного излучателя для световой газовой лампы, используемой для приемлемого освещения, относится к высокотемпературному диапазону. Подключение термометрической пирометрии может быть направлено на создание тревожной сигнализации и блокировки реальной температуры.

Ключевые слова: термометрическая пирометрия, пирометрическая температура, калибровка, опорная температура.

THERMOMETRIC PYROMETRY FOR MEASURING RADIATOR TEMPERATURE

L. Dubas*National Research Centre "Kurchatov Institute"
pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation*

Abstract. Technological measurements of pyrometry temperature are proposed for experimentally investigated objects. To compensate for the uncertainty of measuring the agentive temperature, the diagnostic radiometric factor is used, which is equal to the product of emissivity and transmissivity and is proportional to the magnitude of exponential type with respect to the wavelength of electromagnetic radiation in the optical range. The necessity of taking into account some factor of thermal screening is experimentally investigated for electromagnetic radiation and is proved at registration of thermal radiation. The measured value of the condensed radiator temperature for a light gas lamp used for comprehensible illumination falls into a high-temperature range. Thermometric pyrometry can be used to construct an alarm system and block real temperature.

Key words: thermometric pyrometry, pyrometry temperature, calibration, agentive temperature.

Введение

Рассматривается термометрическая пирометрия с коррекцией для мониторинга температуры по регистрации оптического излучения.

Термометрическая пирометрия предполагает регистрацию тепловой мощности теплового излучения на спектре длин волн. Предлагается для решения этой задачи создать метод пирометрии с определением действительных условий во время измерения.

При наблюдении сигнала, ослабляющегося с изменением длины волны, желательно в спектре длин волн также усиливать чувствительность фотоприёмников.

Цель исследования

Цель исследования заключается в определении необходимости проведения контроля измерений коэффициентов излучения и пропускания при предоставлении пирометрических приближённых результатов.

Для некоторых высокотемпературных исследований нет ясности о значении погрешности и точности измерений, которые необходимы с точки зрения последствий, к которым приводит выход измеренной температуры за пределы заданного отрезка значений. Поэтому для некоторых высокотемпературных измерений будем предполагать, что умеренная относительная погрешность измерения пирометрической температуры достаточна с целью получения некоторого заключительного результата.

При наличии компактных оптических спектрометров с фотоприёмниками предоставляется возможность непосредственно регистрировать в каждом эксперименте форму интенсивности в тепловых спектрах оптического излучения объекта. Эти приборы могут за малое время пронаблюдать спектр излучения светящихся объектов в исследуемой среде. Для определения пирометрической температуры необходимо в каждом опыте регистрировать некоторый спектр излучения исследуемого объекта и сопоставлять его с предполагаемым спектром.

В термометрической пирометрии предполагается калибровка пирометрических температурных измерений по отношению к опорному тепловому источнику излучения.

Метод исследования

Вполне востребованным является становление термометрической пирометрии для измерения реальных действительных температур.

В качестве термометрической пирометрии предполагается термометрия спектрального распределения, и для этого понимания ниже приведены расчётные формулы.

Метод исследования предполагает теоретическое заключение о возможности измерения пирометрической температуры с применением калиброванных спектрометров, основанное на измерении электромагнитного теплового излучения, наблюдаемого в спектрометре.

Действительные температуры определяются по тепловому излучению с применением свойств теплового излучения, описывающих спектральную тепловую

мощность некоторого плотного тела. Мощность спектрального теплового излучения некоторого плотного тела в некотором спектре волновых чисел определяется формулой Планка для спектральной мощности на единицу волнового числа электромагнитного излучения:

$$I_k = q C_1 k^3 / [\exp (Ck / T - 1)]; \quad q(k, T) = \varepsilon(k, T) \cdot \tau(k, T), \quad (1)$$

где I_k – спектральная удельная мощность по отношению к волновому числу ($\text{Вт} \cdot \text{мкм} \cdot \text{см}^{-2}$), $C_1 = 37417,7 \text{ Вт} \cdot \text{мкм}^4 / \text{см}^2$, $C = 14387,8 \text{ мкм} \cdot \text{К}$, k – волновое число в обратных микрометрах регистрируемого излучения в спектрометре HR2000+, T – температура, ε – коэффициент излучения (emissivity), τ – коэффициент пропускания (transmissivity) излучения, q – радиометрический фактор (радиоматический фактор) для наблюдаемого излучения.

Радиометрический фактор (градация серости) определяется результатом произведения коэффициента предполагаемого теплового излучения и коэффициента пропускания излучения сквозь среду наблюдения для регистрируемого электромагнитного излучения.

Для реальных объектов тепловые спектры излучения отличаются от чёрнотельного спектра излучения, и эти отличия определяются коэффициентом излучения, который находится в зависимости от температуры и от длины волны в общем подходе и называется коэффициентом излучения (способностью излучения).

Радиометрический фактор $q(L, T)$ экспериментально измеряется, причём для определения этого фактора в общем случае требуется специальный метод [1]. В частном случае возможно измерение радиометрического фактора методом спектрального пирометра [2], например, согласованного с многоволновым подходом, предполагаемым в данной статье, соответствующим сумме полиномов по степеням волнового числа. Также здесь следует отметить, что в способе [2] для пирометра предполагается исследование иного метода измерения температур.

Для калибровки пирометров следует откалибровать спектрометры, которые предполагается использовать для измерения интенсивности. Эта калибровка связана с аппаратным и программным обеспечением спектрометров с целью создания необходимой зависимости выходного результата от регистрируемой входной электромагнитной мощности.

С целью регистрации электромагнитного излучения используется оптический коллиматор 84-UV-25 (Ocean Optics). Средний геометрический угол визирования равен $\approx 0,03$ радиана.

С целью использования спектрометра HR2000+ в оптической системе дистанционного измерения температуры используется стандартная процедура калибровки с применением калибровочной лампы HL-3P-CAL (Ocean Optics).

Для калибровки температуры предполагается сравнение поверяемого температурного измерения с показанием образцового измерения.

Следует отметить, что в регистрируемых экспериментальных результатах в данном диапазоне длин волн обычно используются длины волн [3; 4], а не волновые числа, если речь не идёт о теории. Кроме того, нередко указывается только коэффициент излучения (обобщённый), а коэффициент пропускания в допол-

нении. Однако в начале статьи указана та формула, которая подразумевается для дальнейших теоретических расчётов и входит в совокупный метод измерения температуры, где необходимо преобразование переменной длины волны в волновое число, причём это относится к совокупному радиометрическому фактору.

Рассмотрим преобразование первичной формулы (1) в виновских координатах (P, kC):

$$B = [-P + \ln(C_1)]/(kC); \quad P = -\ln [1/C_1 + qk^3/I_k(k)]; \quad L = 1/k, \quad (2)$$

где B – обратная величина действительной температуры и L – длина волны.

Спектральные измерения мощности на спектре волновых чисел для спектральных температур соответствуют каждому волновому числу; k_1, k_2 и тому подобное, а средняя величина обратных температур по спектру есть совокупное значение реальной обратной температуры. Однако значение B в виновских координатах является определённой величиной, не зависящей от волнового числа. Это определённое значение равно величине обратной температуры. В действительных измерениях для полихроматической функции $B(k)$ график регистрируется с неопределённостями и погрешностями. Метод наименьших квадратов в качестве метода усреднения систематических и статистических погрешностей может быть использован для определения средней величины используемой обратной температуры [5–8].

В согласии с формулой (2) для определения температуры, приводим простую коротковолновую асимптотику для спектрального отношения.

$$B = -(P - P_0)/\{C(k - k_0)\}; \quad P = \ln [(k^{-3}I_k)];$$

$$B = B_t + [\ln q_q]/[C(k - k_0)]; \quad q_q = q(k, B)/q(k_0, B); \quad (3)$$

$$B_t = \{\ln[(k_0^{-3}I_k(k_0))/(k^{-3}I_k(k))]\}/\{C(k - k_0)\},$$

где B_t – обратная величина для частной пирометрической температуры; q_q – фактор спектрального отношения радиометрических факторов; k_0 – отсчетное волновое число; $[\ln[q_q(k, B)]/C(k - k_0)]$ – модуль логарифма спектрального отношения радиометрических факторов, отнесённого к спектру волновых чисел.

Итак, обратная пирометрическая температура усредняется по спектру.

Для построения модели логарифма спектрального отношения радиометрических факторов, например, воспользуемся разложением в ряд по степеням разности волновых чисел $(k - kc)$.

$$\ln[q_q(k, B)] = \frac{a_{-1}}{k} + \sum_{n=0}^N a_n \cdot J_n \left(\frac{2(k - kc)}{k_2 - k_1} \right); \quad kc = \frac{k_1 + k_2}{2}; \quad n \geq 0, \quad (4)$$

где a_n – некоторые коэффициенты степенного разложения; n – целые числа, перечисляющие полиномиальные волны; J_n – полиномы Лежандра n -ой степени; k_1, k_2 – граничные значения выбранного расчётного спектрального отрезка; N – предел суммирования, характеризующий степень приближения.

Здесь отмечены $N+1$ цветных полиномиальных волн, плюс «волна» калибровочной диагностики и, если добавить «волну» теплового излучения, то получим $(N+3)$ -е волновое представление.

Для опорного излучателя ограничимся только простейшим нулевым цветовым приближением, в частном представлении $N = 0$; $a_0 = \text{const}$. В простейшем нулевом приближении радиометрический фактор опорного предмета имеет некоторую спектральную зависимость, которую будем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью от длины волны.

Результаты исследования измерения температуры нагретой металлической панели

В качестве электромагнитного излучателя от раскалённой панели применяется плитка с листом окисленного оцинкованного железа, покрытого, возможно, оксидом цинка, прогретого с обратной стороны струйной горелкой паяльной лампы «Мотор Сич ЛП-2» с расходом бензина 0,90 л/час.

Коэффициент излучения оксида цинка имеет известную спектральную зависимость, приведённую в справочнике [1]. Форма этого графика примерно однородна в интервале длин волн $544 \div 665$ нм для температур около 950 К. Зарегистрированная пирометрическая температура, измеренная в указанном диапазоне, совпадает в данном специальном случае с пирометрической температурой в сером представлении для однородного коэффициента излучения [2–4].

На рис. 1 приведён зарегистрированный спектр в виновских координатах для панели из оцинкованного железа, покрытой оксидом цинка, в области визирования в регистрируемом диапазоне длин волн $544 - 665$ нм.

Вид спектра таков, что в виновских координатах его можно удовлетворительно аппроксимировать прямой линией, предполагаемой на рис. 1. Температура равна $T = 960$ К.

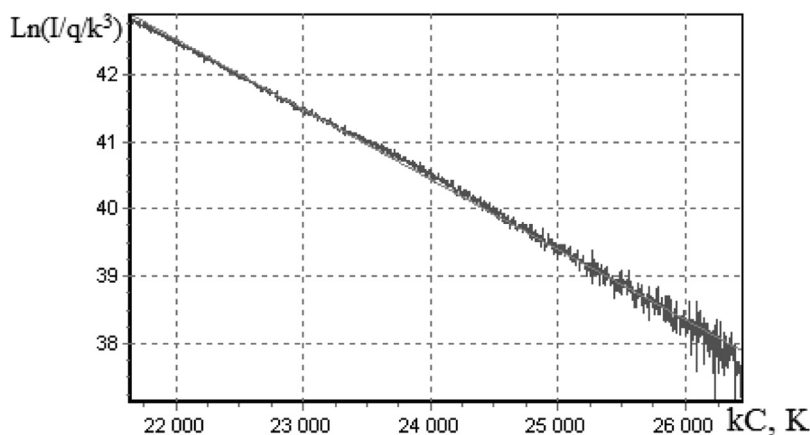


Рис. 1. Спектр в виновских координатах для оксида цинка.

Также следует отметить, что в процессе измерения стационарной температуры проявлялись колебания флуктуаций температуры по времени, ограниченные смещениями $\Delta T = \pm 12$ К.

Для получения величины систематической погрешности необходимо дополнительное измерение температуры, которое производилось термопарой К-типа с непосредственным контактом на раскалённой металлической поверхности. В итоге температура составляет величину $T = 945 \pm 24$ К.

Погрешность наилучших дистанционных измерений температуры в данном специальном случае приближенно равна 2,5% от величины измеряемой абсолютной температуры.

Таким образом, полученные величины температуры для бесконтактного и контактного методов с учётом флуктуаций практически совпадают, и возможное систематическое смещение составляет величину 15 К, которое находится в пределах погрешности измерения.

Измерение температуры панели инфракрасного оптического излучателя

Отметим, что в дальнейших измерениях к погрешности измерения может прибавляться величина, связанная с неопределённостью радиометрического фактора, поэтому необходимо усложнить вышеуказанную процедуру расчёта кинетики температуры с целью учёта радиометрического фактора. При этом следует различать измерение пирометрической температуры опорного излучателя и пирометрической температуры поверхности раскалённой панели с численной коррекцией результата измерения.

Для пирометрических температурных измерений электромагнитного излучателя используется инфракрасная газобаллонная плитка ГИ-1,55 с номинальной тепловой мощностью 1,55 кВт.

В качестве теплового излучателя инфракрасной газовой горелки применяется цельная керамическая излучающая панель со специально разработанной формой отверстий, способствующей максимально эффективному сгоранию баллонного газа.

Сравнительные измерения производились как посредством регистрации электромагнитного спектра в интервале длин волн $576 \div 670$ нм, так и посредством контактного измерения температуры керамической излучающей панели с использованием прибора DT-9208A и стандартной приборной термопары К-типа (хромель-алюмелевой термопары).

Контактное измерение температуры раскалённой панели зарегистрировало температуру, равную (1150 ± 26) К в соответствии с погрешностью, определяемой паспортными данными.

Для использования спектрометра HR2000+ в термометрической системе стандартного дистанционного измерения температуры в диапазоне средних температур использовалась специальная процедура калибровки с применением опорного электромагнитного излучения от раскалённой керамической инфракрасной панели.

Коэффициент излучения керамической панели без учёта пламенного окружения имеет некоторую спектральную зависимость, которую аппроксимировали графиком коэффициента излучения для оксида алюминия в регистрируемом диапазоне длин волн ($576 \div 670$) нм, представленным в справочнике [1] и показанном на рис. 2.

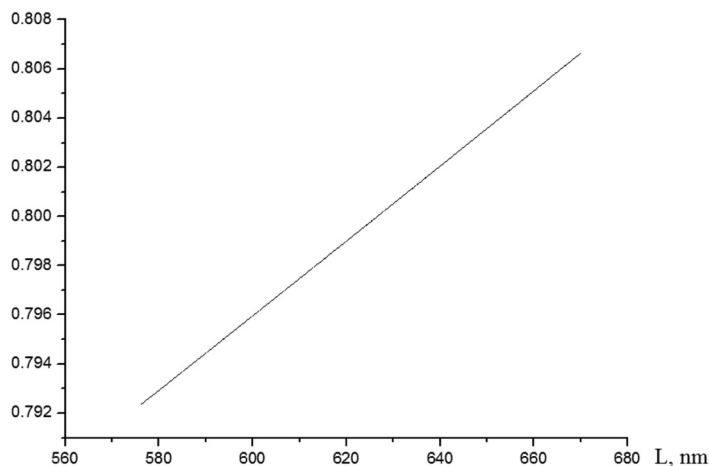


Рис. 2. Коэффициент излучения оксида алюминия [1].

Дополнительный множитель для радиометрического фактора пламенного окружения керамической панели имеет некоторую спектральную зависимость, которую будем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью от длины волны $\exp(-L/0,35 \text{ мкм})$ в интервале длин волн $(576 \div 670) \text{ нм}$ для температур в диапазоне $\approx 1150 \text{ К}$.

Выбор вышеуказанной зависимости для радиометрического фактора подбирается из условия, что зарегистрированная пирометрическая температура, измеренная в указанном диапазоне, совпадает с температурой, контактно измеренной термопарным методом.

На рис. 3 приведён зарегистрированный спектр в виновских координатах для керамической панели из специальной керамики, покрытой, возможно, оксидом алюминия, в регистрируемом диапазоне длин волн $(576 \div 670) \text{ нм}$ в области визирования.

Вид спектра таков, что в виновских координатах его можно хорошо аппроксимировать прямой линией. Температура равна $T = 1150 \text{ К}$.

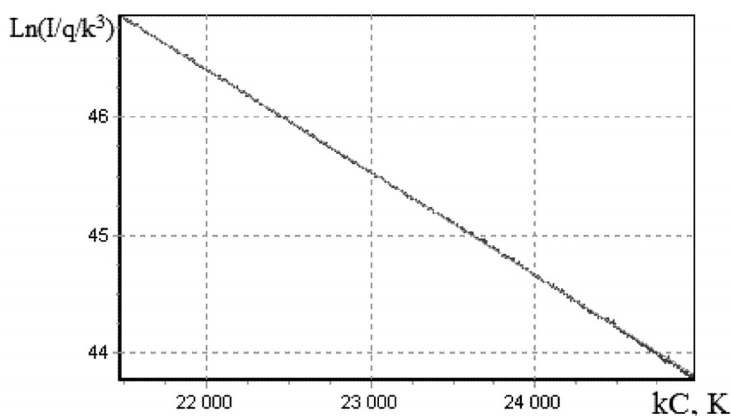


Рис. 3. Спектр в виновских координатах для оксида алюминия.

Здесь следует отметить, что дополнительное измерение температуры термпарой с непосредственным контактом на раскалённой керамической поверхности даёт величину $T = 1150 \pm 26$ К. Здесь приводится величина погрешности сравнительного измерения. Также следует заметить, что в процессе измерения стационарной температуры проявлялись колебания флуктуаций температуры по времени, измеренные и ограниченные смещениями $\Delta T = \pm 0,6$ К.

Таким образом, сравнение полученных величин для контактного и бесконтактного методов в пределах погрешности измерений позволяет использовать приближенно работающую экспоненциальную аппроксимацию для радиометрического фактора с целью температурной калибровки пирометрической системы.

Доказана возможность учёта для радиометрического фактора некоторого множителя с экспоненциальной зависимостью от длины волны, определяемой тепловой экранировкой экспериментально исследованного электромагнитного излучения при регистрации тепловой интенсивности излучения.

Погрешность наилучших дистанционных измерений в данном случае приближенно равна 2,3 % от значения измеряемой абсолютной температуры.

Измерение температуры светового оптического излучателя

Для температурных измерений электромагнитного излучателя, покрытого оксидами редкоземельных элементов, используется световая газовая лампа (мини) KL-103 “KOVEA” OBSERVER // GAS LANTERN.

Коэффициент излучения раскалённого микросистемного излучателя без учёта пламенного окружения имеет некоторую спектральную зависимость, которую аппроксимируем формулой (4). Для этого коэффициента излучения форма графика во втором цветном приближении (4) подбирается в экспоненциальном виде в интервале длин волн (576 ÷ 670) нм для измеряемой температуры.

Пирометрическая температура, которая должна быть измерена в указанном диапазоне, предположительно совпадает в данном специальном случае с температурой, полученной с учётом экранного множителя пропускательной способности пламенного окружения. Совокупный множитель для радиометрического фактора раскалённого микросистемного излучателя с учётом пламенного окружения имеет некоторую спектральную зависимость, которую, согласно формуле (4) во втором цветном приближении, будем аппроксимировать экспоненциальной зависимостью от длины волны на отрезке длин волн (0,57616 ÷ 0,67012) мкм для температуры 2348 К. Например, предполагается, что:

$$q = \exp[-1/(k \cdot 0,35) + \text{const} + b_1 \cdot (k - k_c) + b_2 \cdot (k - k_c)^2]$$
$$b_1 = 0,18365; \quad b_2 = -1,89338; \quad k_c = 1,61395. \quad (5)$$

Выбор вышеуказанной зависимости для радиометрического фактора подбирается из условия аналогии с предшествующим измерением для инфракрасного излучателя и коэффициентом излучения для оксида иттрия, возможно используемого для стабилизации покрытия светового излучателя, в регистрируемом диапазоне длин волн (576 ÷ 670) нм, представленным в справочнике [1] и рас-

считанным для температуры ~ 2348 К. Этот выбор обусловлен тем, что значение радиометрического фактора определяется произведением излучательной способности и коэффициента пропускания среды, получаемого из аналогии с диагностикой предшествующих результатов исследований для панели инфракрасного оптического излучателя.

На рис. 4 приведён зарегистрированный спектр в виновских координатах для излучателя световой лампы, в регистрируемом диапазоне длин волн 576 нм – 670 нм в области визирования.

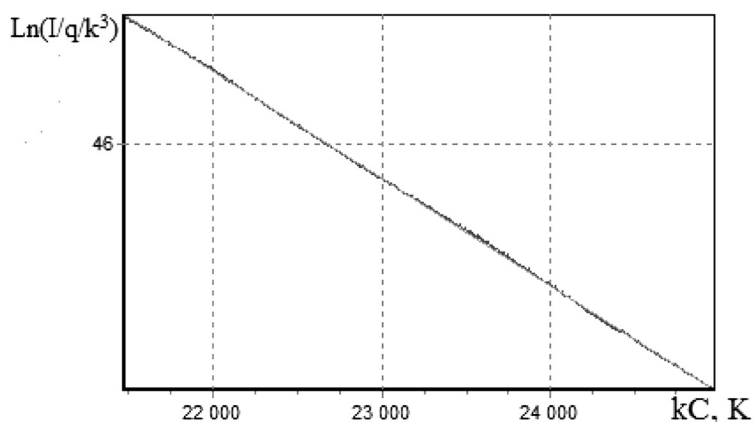


Рис. 4. Спектр в виновских координатах для излучателя лампы.

Вид спектра таков, что в виновских координатах его можно хорошо аппроксимировать прямой линией, предполагаемой на рисунке. Температура равна $T = 2348$ К.

Следует заметить, что в процессе измерения стационарной температуры проявлялись колебания флуктуаций температуры, по времени ограниченные смещениями $\Delta T = \pm 6$ К.

Отметим, что в этих измерениях погрешность измерения, связанная с неопределённостью радиометрического коэффициента, в наилучших дистанционных измерениях в данном случае приближенно равна 2,5 % от значения измеряемой абсолютной температуры.

В отличие от предшествующего варианта излучателя с инфракрасной газовой горелкой с цельной керамической излучающей панелью, этот вариант измерений относится к дистанционному измерению температуры в диапазоне высоких температур для раскалённого микросистемного светового излучателя с газовой горелкой.

Заключение

На основании опытов, указанных в данной статье, можно сделать вывод о возможности использования оптических спектрометров для регистрации кинетики пирометрической температуры наблюдаемых излучателей.

Калибровка пирометрической температуры производилась в представлении экспоненциальной зависимости от длины волны $\sim \exp(-L/350 \text{ нм})$ для диагностического радиометрического фактора на длинах волн $(576 \div 670) \text{ нм}$.

Регистрация коллекции спектров возможна с максимальной частотой до $\approx 400 \text{ Гц}$ при условии использования быстрой техники, предназначенной для сбора информации о спектральных коллекциях.

Характерные величины измеренной температуры для раскалённого микросистемного светового излучателя с газовой горелкой относятся к высокотемпературной области $\sim 2348 \text{ К}$.

Статья поступила в редакцию 01.08.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Излучательные свойства твердых материалов: справочник / под общ. ред. А.Е. Шейндлина. М.: Энергия. 1974. 472 с.
2. Свет Д.Я. Оптические методы измерения истинных температур. М.: Наука. 1982. 296 с.
3. Магунов А.Н. Спектральная пирометрия. М.: Физматлит. 2012. 248 с.
4. Вавилов В.П. Инфракрасная термография и тепловой контроль. М: ИД Спектр. 2009. 544 с.
5. Radiometric Temperature Measurements: I. Fundamentals / ed. by Z.M. Zhang, B.K. Tsai, G. Mashin // *Experimental Methods in the Physical Sciences*. Amsterdam: Elsevier, 2009. Vol. 42. 343 p.
6. Radiometric Temperature Measurements: II. Applications / ed. by Z.M. Zhang, B.K. Tsai, G. Mashin // *Experimental Methods in the Physical Sciences*. Amsterdam: Elsevier, 2010. Vol. 43. 458 p.
7. Dubas L.G. Pyrometry technique of measuring radiometric temperature // *European Journal of Natural History*. 2013. No. 1. P. 27–28.
8. Dubas L.G. Noncontact Thermal Pyrometry for Condensed Materials // *Technical Physics*. 2013. Vol. 58. Iss. 1. P. 127–131.

REFERENCES

1. Sheindlin A.E., ed. *Izluchatel'nye svoistva tverdykh materialov: spravochnik* [Radiative properties of solid materials: Handbook]. Moscow, Energiya Publ., 1974. 472 p.
2. Svet D.Ya. *Opticheskie metody izmereniya istinnykh temperatur* [Optical methods of measuring true temperatures]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 296 p.
3. Magunov A.N. *Spektral'naya pirometriya* [Spectral pyrometry]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 248 p.
4. Vavilov V.P. *Infrakrasnaya termografiya i teplovoi kontrol'* [Infrared thermography and thermal control]. Moscow, Spektr Publ., 2009. 544 p.
5. Zhang Z.M., Tsai B.K., Mashin G., ed. Radiometric Temperature Measurements: I. Fundamentals. In: *Experimental Methods in the Physical Sciences*. Amsterdam, Elsevier Publ., 2009. Vol. 42. 343 p.
6. Zhang Z.M., Tsai B.K., Mashin G., ed. Radiometric Temperature Measurements: II. Applications. In: *Experimental Methods in the Physical Sciences*. Amsterdam, Elsevier Publ., 2010. Vol. 43. 458 p.

7. Dubas L.G. Pyrometry technique of measuring radiometric temperature. In: *European Journal of Natural History*, 2013, no. 1, pp. 27–28.
8. Dubas L.G. Noncontact Thermal Pyrometry for Condensed Materials. In: *Technical Physics*, 2013, vol. 58, iss. 1, pp. 127–131.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Дубас Леонид Григорьевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Национального Исследовательского Центра «Курчатовский Институт»;
e-mail: top1@bk.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Leonid G. Dubas – PhD in Physical and Mathematical Sciences, senior researcher, National Research Centre “Kurchatov Institute”;
e-mail: top1@bk.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Дубас Л.Г. Термометрическая пирометрия для измерений температуры излучателей
// Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 54–64.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-54-64

FOR CITATION

Dubas L.G. Thermometric pyrometry for measuring radiator temperature. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 54–64.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-54-64

УДК 533.6.011

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ЭФФЕКТА ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В УДАРНО-СЖАТЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ

**Кузнецов М.М.^{1,2}, Молоствин Е.В.², Перов А.А.², Решетникова Ю.Г.²,
Смотрова Л.В.²**

¹ *Московский физико-технический институт (государственный университет)
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9,
Российская Федерация*

² *Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация. Представлены основные результаты численного исследования эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно-сжатых газовых смесях. В параллель к ним изложены основные аналитические результаты авторов. Даны достаточные условия и аналитическая оценка величины этого эффекта.

Ключевые слова: кинетический, уравнение, неравновесный, смесь газов, ударная волна.

SUFFICIENT CONDITIONS AND ANALYTICAL ESTIMATES OF HIGH-SPEED NON-EQUILIBRIUM IN SHOCK-COMPRESSED GAS MIXTURES

M. Kuznetsov.^{1,2}, E. Molostvin², A. Perov², Ju. Reschetnikova², L. Smotrova²

¹ *Moscow Institute of Physics and Technology (State University)
Institutskiy per. 9, 141701 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation*

² *Moscow Region State University,
ul. Very Voloshinoy 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. We report the main results of numerical investigation of a high-speed overshoot effect in shock-compressed gas mixtures. Apart from these results, analytical results obtained are presented. Sufficient conditions and estimates of this effect are given.

Key words: kinetic, equation, nonequilibrium, gas mixture, shock wave.

Введение

В настоящее время идея о представлении движения газа в ударной волне в виде движения континуума с нелинейными законами трения и теплопередачи основана, в основном, на результатах статистического моделирования структу-

ры ударной волны методом Монте-Карло [1; 2]. Наиболее существенным результатом этих исследований является представление безразмерных величин напряжения трения и потока тепла в ударной волне в виде нелинейных универсальных зависимостей от двух аналогичных безразмерных величин, являющихся известными законами Ньютона и Фурье для линейного переноса импульса и энергии, соответственно. Для многих практических задач было бы существенным представить эти универсальные зависимости в аналитическом виде.

В работе рассмотрены также основные схемы корректного применения бимодальных распределений типа Тамма-Мотт-Смита, модифицированных для бинарных смесей многоатомных газов, сжимаемых в ударной волне [3; 4].

В рамках каждой из этих схем сформулированы необходимые и достаточные условия эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности. Этот эффект был впервые установлен при численном моделировании структуры ударной волны статистическим методом Монте-Карло [5].

Аналитические свойства пороговых кинетических процессов в ударных волнах непосредственно связаны с так называемым эффектом высокоскоростной поступательной неравновесности [5]. Этот эффект, заключающийся в значительном превышении количества пар молекул, преодолевших энергетический порог химической реакции внутри фронта ударной волны, над соответствующим количеством пар молекул за её фронтом, был установлен ранее в работе [5] на основе численного моделирования методом Монте-Карло.

Основные физические факторы, ускоряющие протекание кинетических процессов в ударных волнах

В численных исследованиях ударной волны методом Монте-Карло были выявлены также все основные физические факторы, ускоряющие протекание кинетических процессов в ударных волнах:

- эффективное снижение порога химических реакций внутри фронта ударной волны вследствие «пучкового» характера бимодальной функции распределения Тамма-Мотт-Смита;
- снижение скорости равновесных химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие сильного разбавления «релеевского» газа преобладающим лёгким носителем;
- снижение скорости равновесных высокопороговых химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие энергетических затрат на диссоциацию (снижение равновесной статистической температуры по сравнению с кинетической внутри фронта ударной волны);
- ускорение скоростей высокопороговых химических реакций вследствие анизотропии поля кинетических температур внутри ударной волны.

Первый фактор связан с пучковым характером бимодального распределения. Он выражается в сдвиге по макроскопической скорости холодного крыла бимодального распределения относительно его горячего крыла. Под термином «крыло» понимается максвелловское распределение со своими аппроксимационными макроскопическими параметрами в каждом крыле. При этом, аппроксимационные

концентрации в каждом крыле в общем случае являются всегда переменными. Не так обстоит дело с аппроксимационными скоростями и температурами. В простых (однокомпонентных) газах эти скорости можно выбирать постоянными. При этом скорость в холодном крыле совпадает с макроскопической скоростью газа перед фронтом ударной волны, а скорость в горячем крыле – с макроскопической скоростью газа за фронтом волны. В бинарных смесях газов постоянство аппроксимационных скоростей возможно только в так называемых рэлеевских смесях. В таких смесях один из компонентов значительно превосходит по величине концентрации другой. Он является поэтому как бы носителем другого. В случае произвольных значений величин концентраций компонентов бинарной смеси газов постоянство скоростных аппроксимационных параметров невозможно. Иначе невозможно удовлетворить законам сохранения потоков массы, импульса и энергии в ударной волне. При переходе от одночастичного бимодального распределения к соответствующему распределению пар молекул и возникает сдвиг аппроксимационных скоростей одного крыла относительно другого. В простом газе это было получено в работе [6], а в бинарной смеси газов в работе [4]. При этом в работе [4] учитывалась также анизотропия аппроксимационных температур. Сдвиг аппроксимационных скоростей сохраняется также и при переходе от функции распределения пар молекул к коэффициентам скоростей поступательно неравновесных активированных бинарных соударений молекул. Этот переход осуществляется путём усреднения функции распределения пар молекул по относительной скорости их хаотического движения [4]. Однако впервые действие первого фактора аналитически было обнаружено в работе [3] без выделения функции распределения пар молекул. При этом использовалось интегрирование интеграла столкновений уравнения Больцмана по тепловым скоростям молекул. Чисто математически действие первого фактора выглядит очень значительно. Это выражается в том, что коэффициент скорости активированной поступательно неравновесной бинарной химической реакции экспоненциально зависит от квадрата разности между пороговой скоростью химической реакции и величиной сдвига аппроксимационных макроскопических скоростей крыльев бимодального распределения. В принципе, эту разность можно сделать равной нулю, что эквивалентно нулевому значению энергии активации.

Второй фактор действует только в сильно разбавленных лёгким компонентом рэлеевских смесях газов. Сильное разбавление бинарной смеси газов лёгким компонентом приводит к существенному понижению температуры равновесной смеси газов за фронтом ударной волны по сравнению с величиной температуры до разбавления. Снижение температуры за фронтом ударной волны приводит к последующему значительному понижению скорости равновесной химической реакции. Это понижение, согласно закону Аррениуса, определяется экспоненциальной зависимостью константы скорости реакции от величины T^{-1} , где T – равновесная температура.

Третий и четвёртый факторы могут быть корректно аналитически исследованы не на основе бимодального, а на основе эллипсоидального распределения частиц по скоростям молекул в ударной волне. Заметим, что под эллипсоидальным распределением по скоростям молекул обычно понимается максвеллиан с

тремя аппроксимационными параметрами помимо концентрации частиц [4]. К этим параметрам относятся: среднемассовая скорость движения газа (обычно в системе координат, связанной с фронтом ударной волны) и две кинетические температуры $T^{\parallel}$ и $T^{\perp}$, параллельно и перпендикулярно к потоку газа в ударной волне, соответственно. Важно отметить, что эти кинетические температуры были с необходимостью введены при экспериментальном исследовании структуры фронта ударной волны. В теоретических исследованиях эти температуры были использованы в работах [4; 7].

Причиной перехода от бимодального распределения к эллипсоидальному является то, что наиболее значительным эффект высокоскоростного перехлёста становится в сильно диспергированных смесях газа. Такими смесями являются рэлеевские смеси, в которых молекулярная масса тяжёлого компонента значительно превышает молекулярную массу лёгкого. Таким образом, в рэлеевских смесях превосходство по величине концентрации лёгкого компонента сопровождается малостью его молекулярной массы по отношению к тяжёлому компоненту. Случай, когда отношение концентрации лёгкого компонента n_l к концентрации тяжёлого n_h в точности равнялось отношению молекулярной массы тяжёлого компонента m_h к молекулярной массе лёгкого m_l :

$$n_l / n_h = m_h / m_l \quad (1)$$

рассматривался ранее в работе [8]. В этой работе, посвящённой в основном численному исследованию эффекта перехлёста кинетических температур, величина (1) равнялась 10. В работах, посвящённых численному исследованию высокоскоростного перехлёста [5], величина отношения n_l/n_h менялась в диапазоне:

$$10 < n_l / n_h < 10^4. \quad (2)$$

В современных технологиях равенство (1) может оказаться численно справедливым и для правой границы неравенства (2). Это происходит в том случае, когда тяжёлым компонентом рэлеевской смеси газов становятся тяжёлые кластеры с числом молекул, содержащихся в них, порядка $10^2 - 10^4$ и более. Реально к такому случаю можно отнести начальную стадию процессов пиролиза тяжёлых кластеров углерода – фуллеренов C_{60} , C_{70} в ударной волне. К нему же относится так называемый кластерный термояд, когда число молекул N тяжёлой воды D_2O в кластере $(D_2O)_N$ меняется в диапазоне от 20 до 1000. Таким образом, в сильно диспергированных смесях возможно следующее соотношение:

$$10 < (n_l / n_h = m_h / m_l) < 10^4. \quad (3)$$

В таких смесях времена установления максвелловского равновесия (или длины среднего свободного пробега молекул) сильно различаются в тяжёлом и лёгком компонентах рэлеевской смеси газов. Отношение этих характерных времён поступательной релаксации также пропорционально отношению m_h/m_l . Поступательная релаксация тяжёлого компонента ввиду правой границы соотношения (3) вполне может сопровождаться релаксацией внутренних степеней свободы кластеров или многоатомных молекул этого компонента. В част-

ности, возможны пиролиз или даже диссоциация частиц тяжёлого компонента. Непосредственным следствием таких процессов является значительное понижение равновесной температуры за фронтом ударной волны, общей для обоих компонентов.

Точные численные расчёты структуры ударной волны, выполненные разными методами, показали, что в сильно диспергированных рэлеевских смесях газа функция распределения частиц тяжёлого компонента не является бимодальной. Более того, в работе [9] показано, что она хорошо аппроксимируется эллипсоидальным распределением.

Возбуждение внутренних степеней свободы тяжёлого компонента можно отнести к третьему фундаментальному фактору. Как видно из сказанного, по результирующему действию – снижению равновесной температуры за фронтом ударной волны, он эквивалентен второму фактору.

Четвёртый фундаментальный фактор эффекта высокоскоростного перехлёста эквивалентен по действию первому фактору. Оба приводят к значительному возрастанию числа пар молекул, преодолевших барьер энергетической активации внутри фронта ударной волны по сравнению с числом аналогичных по относительной кинетической энергии пар за фронтом волны. Кроме того, эффект перехлёста по значениям функции распределения пар молекул в микроскопическом описании газа обусловлен аналогичным эффектом по значениям кинетической температуры $T^{\parallel}$ в макроскопическом описании.

Влияние анизотропии кинетических температур ($T^{\parallel} \neq T^{\perp}$) на аналитический вид функции распределения пар молекул

В работах авторов [4] было получено аналитическое выражение для функции распределения пар молекул внутри ударной волны. Были рассмотрены как однокомпонентный (простой газ), так и бинарная смесь газов. В бинарных смесях газов с функциями распределения для лёгкого и тяжёлого компонентов можно составить три функции распределения пар молекул по модулю относительной скорости $G^{(\alpha, \beta)}$. Этими функциями являются: $G^{(l, l)}$ – функция распределения пар внутри лёгкого компонента ($\alpha = \beta = l$; l – light), вторая – $G^{(l, h)}$ – функция пар лёгкий-тяжёлый компонент ($\alpha = l$; $\beta = h$; h – heavy), третья – $G^{(h, h)}$ – функция пар тяжёлый-тяжёлый компонент ($\alpha = \beta = h$). Каждая из этих функций, в свою очередь, может быть представлена в виде суперпозиции четырёх слагаемых $G_{0,0}^{(\alpha, \beta)}, G_{1,0}^{(\alpha, \beta)}, G_{0,1}^{(\alpha, \beta)}, G_{1,1}^{(\alpha, \beta)}$, т.е.

$$G^{(\alpha, \beta)} = \sum_{s, \tau} G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)}, \quad (4)$$

где нижние индексы s и τ в каждом из слагаемых $G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)}$ принимают значения 0 и 1.

В формуле (4) индексы 0 и 1 относятся, соответственно, к состояниям в «холодном» или «горячем» крыле бимодального распределения для каждого из компонентов α или β бинарной смеси газов. Эти состояния для однокомпонентно-

го (простого) газа или компонентов рэлеевской смеси газов являются локально равновесными. При этом из аппроксимационных параметров в крыльях бимодальных распределений внутри фронта ударной волны меняются только соответствующие концентрации. Для произвольных значений парциальных компонентов бинарной смеси газов, в частности, когда они одного порядка величины, переменными будут все аппроксимационные параметры.

Математически эффект локального высокоскоростного перехлёста для функции распределения пар молекул может быть записан в виде следующего неравенства:

$$\left(G^{(\alpha,\beta)} - G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}\right) > 0. \quad (5)$$

Или в более удобных безразмерных обозначениях:

$$\left(\tilde{G} - \tilde{G}_{1,1}\right) > 0, \quad (6)$$

где $\tilde{G} = G^{(\alpha,\beta)} \cdot (G_1)^{-1}$, $\tilde{G}_{1,1} = G_{1,1}^{(\alpha,\beta)} (G_1)^{-1}$, G_1 – значение функции $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}$ за фронтом ударной волны.

Неравенства (5), (6) должны выполняться при произвольных значениях парциальных концентраций компонентов бинарной смеси газов. В этом случае функция $G_{1,1}$ внутри волны является локально равновесной. При этом все её аппроксимационные макропараметры оказываются внутри волны переменными. В силу этого, соотношения (5) и (6) математически выражают реализацию локального эффекта перехлёста. Однако в точном (глобальном) понимании эффекта высокоскоростного перехлёста функция $G^{(\alpha,\beta)}$ должна быть больше по величине функции G_1 .

В связи с этим неравенства (5), (6) изменятся следующим образом:

$$\left(G^{(\alpha,\beta)} - G_1\right) > 0 \quad (7)$$

$$\left(\tilde{G} - 1\right) > 0 \quad (8)$$

Рассмотрим далее при каких дополнительных условиях выполнение неравенств (5), (6) оказывается достаточным и для выполнения неравенств (7), (8).

Прежде всего заметим, что в простом (однокомпонентном) газе неравенства (5) и (7) просто совпадают [4]. Такое же совпадение имеет место и в рэлеевском газе.

Нетрудно видеть, что при $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > G_1$ неравенство (7) будет следовать из выполнения неравенства (5). Действительно, в этом случае:

$$\left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1\right) > \left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}\right) > 0,$$

и из выполнения неравенства (5) для локального эффекта «перехлёста» следует выполнение неравенства (7) для глобального эффекта «перехлёста» в его исходном смысле. Оставшийся случай:

$$G_{1,1}^{(\alpha,\beta)} < G_1 \quad (9)$$

мы рассмотрим далее.

Заметим, что необходимые и достаточные условия, при которых выполняются неравенства (5), (6) были получены ранее в работах [4; 7]. Для практических приложений наиболее существенными являются достаточные условия. Они могут оказаться полезными при оценке реализации эффекта высокоскоростного перехлёста в аэродинамическом эксперименте. С целью удобства применения их целесообразно усилить следующим образом:

$$\tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}, \quad \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}, \quad \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)}, \quad (10)$$

где $\tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)} = G_{0,0}^{(\alpha,\beta)}(G_1)^{-1}$.

В рэлеевских смесях газа, где эффект высокоскоростного перехлёста наиболее существен, достаточные условия (10) приобретут вид:

$$\tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} > 1, \quad \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} > 1, \quad \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)}. \quad (11)$$

Последние неравенства в формулах (10), (11) практически выполняются всегда. Это обусловлено тем, что функция $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}$ зависит от максвеллианов в «горячих» крыльях бимодальных распределений компонентов смеси, а $G_{0,0}^{(\alpha,\beta)}$ – в «холодных».

В случае однокомпонентного (простого) газа соответствующие достаточные условия следуют из неравенств (11) при $\alpha = \beta$.

Вернёмся к рассмотрению достаточных условий, при которых выполняется неравенство (9). Структура поступательно неравновесной функции распределения по относительным скоростям пар молекул $G^{(\alpha,\beta)}$ была получена ранее в работах [4; 7]. Для последующего изложения её удобно записать в следующем виде:

$$\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} = \eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) \left(\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)} \right) \chi \cdot (\chi_b - \chi), \quad (12)$$

где

$$\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)} = \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)},$$

$$\chi = \chi^{(\alpha)} + \chi^{(\beta)}, \quad \eta^{(\alpha)} = \chi^{(\alpha)} (\chi)^{-1}, \quad \chi^{(\alpha)} = n_0^{(\alpha)} (n^{(\alpha)})^{-1}, \quad \chi^{(\beta)} = n_0^{(\beta)} (n^{(\beta)})^{-1},$$

$$n^{(\alpha)} = n_0^{(\alpha)} + n_1^{(\alpha)}, \quad n^{(\beta)} = n_0^{(\beta)} + n_1^{(\beta)},$$

$$0 \leq \chi^{(\alpha)} \leq 1, \quad 0 \leq \chi^{(\beta)} \leq 1,$$

величины $n^{(\alpha)}, n^{(\beta)}$, – парциальные концентрации компонентов α и β ; величины $n_0^{(\alpha)}, n_0^{(\beta)}$ – аппроксимационные концентрации в «холодных» крыльях бимодальных распределений компонентов α и β , величины $n_1^{(\alpha)}, n_1^{(\beta)}$ – аппроксимационные концентрации в «горячих» крыльях соответствующих распределений; как парциальные, так и аппроксимационные концентрации являются функциями переменной χ ; χ^b – значение переменной χ , при котором эффект перехлёста $(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)})$ обращается в нуль.

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} &= (\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1), \quad a = -\eta^{(\alpha)}(1 - \eta^{(\alpha)})\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)}, \quad b = -a\chi^b, \\ c &= -(1 - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}).\end{aligned}\quad (13)$$

В обозначениях (13) формулу (12) можно записать в трех эквивалентных формах:

$$\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} = a\chi^2 + b\chi + c = a[\chi + b(2a)^{-1}]^2 - d(4a)^{-1} = a(\chi - \chi_1)(\chi - \chi_2) \quad (14)$$

Здесь d – так называемый дискриминант квадратного уравнения, χ_1, χ_2 – корни этого уравнения, причём:

$$d = b^2 - 4ac, \quad \chi_{1,2} = (-b \pm \sqrt{d})(2a)^{-1}.$$

Известно, что при выполнении неравенств $d > 0$ и $a < 0$, квадратичная по χ функция (14) обязательно является положительной величиной для значения аргумента χ , заключённого в диапазоне между корнями χ_1 и χ_2 :

$$\chi_1 < \chi < \chi_2. \quad (15)$$

Выполнение неравенства $a < 0$ гарантировано выполнением достаточных условий глобального эффекта «перехлёста» (7) – (8) полученных ранее в работах [4; 7].

Искомое же дополнительное достаточное условие глобального эффекта «перехлёста» (8) заключается в неотрицательности величины дискриминанта $d, d > 0$.

Из курса высшей алгебры известно также, что максимум квадратичной по χ функции (14) достигается при $\chi = -b/2a$ [10]. В силу этого, величина эффекта высокоскоростного перехлёста будет иметь максимум $(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})_{\max}$:

$$(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})_{\max} = -d(4a)^{-1}. \quad (16)$$

Используя обозначения (13), формулу (16) можно записать в более удобном для применения виде:

$$(\Delta \tilde{G}^{(\alpha, \beta)})_{\max} = \eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) \Delta G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)} \chi_m^2, \quad (17)$$

где $\chi_m = -b/2a = 0,5\chi_b$.

Положительность величины (17) обусловлена неравенствами (11) и неравенством $0 < \eta < 1$.

Заметим, что перед фронтом ударной волны в сечении $\chi = 2$ функция распределения пар молекул (12) может быть вычислена непосредственно. При этом величина $(\Delta \tilde{G}^{(\alpha, \beta)})$ получается отрицательной:

$$(\Delta \tilde{G}^{(\alpha, \beta)}) = (\tilde{G}_{0,0}^{(\alpha, \beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha, \beta)}) < 0. \quad (18)$$

Таким образом, в диапазоне значений переменной χ : $0,5\chi_b \leq \chi \leq 2$ функция распределения пар молекул (12) меняет свой знак с отрицательного значения на положительное. По теоремам анализа о свойствах функций, непрерывных на отрезке, значение переменной $\chi = \chi_b$ будет содержаться в этом же диапазоне. Это позволяет оценить максимальную величину эффекта высокоскоростного пережёлста (17) следующим образом:

$$\Delta \tilde{G}_{\max}^{(\alpha, \beta)} < 0,25 \Delta G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)}. \quad (19)$$

Здесь при переходе от левой части равенства (17) к её оценке по неравенству (19) учтено, что $\eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) < 0,25$; $\chi_m = 0,5\chi_b < 1$.

В рэлеевской смеси газов, где эффект высокоскоростного пережёлста, согласно численным расчётам, достаточно велик [10], правая часть неравенства (19) вычисляется наиболее просто. При этом аппроксимационные температуры и скорости в крыльях бимодальных распределений компонентов бинарной смеси газов остаются постоянными.

Заключение

В работе представлены результаты аналитических исследований эффекта высокоскоростного пережёлста в ударно сжатой смеси газов. Приведены в аналитической форме достаточные условия для реализации этого эффекта. Они могут оказаться полезными при проведении аэродинамического эксперимента в ударных трубах. К таким экспериментам можно отнести исследование начальной стадии поступательно неравновесных процессов пиролиза.

БЛАГОДАРНОСТИ / ACKNOWLEDGMENTS

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-07-00-945А.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, Grant No. 17-07-00-945A.

Статья поступила в редакцию 19.07.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yen Sh.–M., Ng W. Shock-wave structure and intermolecular collisions laws // *Journal of Fluid Mechanics*. 1974. Vol. 65. Iss. 1. P. 127–144.
2. Ерофеев А.И., Фридлендер О.Г. Перенос импульса и энергии в ударной волне // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2002. № 4. С. 120–130.
3. Башлыков А.М., Великодный В.Ю. Структура ударной волны в газовой смеси // *Журнал технической физики*. 1991. Т. 61. Вып. 8. С. 33–42.
4. О максимуме эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в ударной волне / Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотров Л.В., Решетникова Ю.Г. // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2016. № 3. С. 84–94.
5. Распределение молекулярных скоростей во фронте ударной волны в газовых смесях / Генич А.П., Куликов С.В., Манелис Г.Б., Черешнев С.Л. // *Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа*. 1990. № 2. С. 144–150.
6. Великодный В.Ю. Влияние средних параметров на кинетику химических реакций // *Молекулярная газодинамика и механика неоднородных сред: сборник научных трудов*. М.: Наука, 1990. С. 41–50.
7. Аналитические свойства эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно сжатых бинарных смесях газов / Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молостин Е.В., Смотров Л.В. // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2017. № 4. С. 79–87.
8. G.A. Bird. Shock wave structure in Gas Mixtures // *Proceedings of the 14-th. International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* / ed. by H. Oguchi. 1985. Vol. 1. P. 175–182.
9. Dodulad O.I., Kloss Yu.Yu., Tceremissine F.G. Computations of shock wave structure in gas mixture on the base of the boltzmann equation [Электронный ресурс] // *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. 2013. Vol. 14. Iss. 1. URL: <http://chemphys.edu.ru/media/published/5.pdf> (дата обращения: 30.08.2018).
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968, 432 с.

REFERENCES

1. Yen Sh.–M., Ng W. Shock-wave structure and intermolecular collisions laws. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1974, vol. 65, iss. 1, pp. 127–144.
2. Erofeev A.I., Fridlender O.G. [The transfer of momentum and energy in a shock wave]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2002, no. 4, pp. 120–130.
3. Bashlykov A.M., Velikodnyi V.Yu. [Shock wave structure in a gas mixture]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Technical Physics], 1991, vol. 61, no. 8, pp. 33–42.
4. Kuznetsov M.M., Kuleshova Yu.D., Smotrova L.V., Reshetnikova Yu.G. [On the maximum effect of high translational nonequilibrium in a shock wave]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 3, pp. 84–94.
5. Genich A.P., Kulikov S.V., Manelis G.B., Chereshev S.L. [The distribution of molecular speeds in the shock wave front in gas mixtures]. In: *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1990, no. 2, pp. 144–150.
6. Velikodnyi V.Yu. [Influence of medium parameters on the kinetics of chemical reactions]. In: *Molekulyarnaya gazodinamika i mekhanika neodnorodnykh sred: sbornik nauchnykh trudov* [Molecular gas dynamics and the mechanics of inhomogeneous media: a collection of scientific papers]. Moscow, Nauka Publ., 1990. pp. 41–50.

7. Kuznetsov M.M., Matveev S.V., Molostvin E.V., Smotrova L.V. [Analytical properties of the high-speed overshoot effect in a shock-compressed binary gas mixture]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2017, no. 4, pp. 79–87.
8. Bird G.A. Shock wave structure in gas mixtures. In: Oguchi H., ed. *Proceedings of the 14-th. International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, 1985, vol. 1, pp. 175–182.
9. Dodulad O.I., Kloss Yu.Yu., Tceremissine E.G. Computations of shock wave structure in gas mixture on the base of the Boltzmann equation. In: *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2013, vol. 14, iss. 1. Available at: <http://chemphys.edu.ru/media/published/5.pdf> (accessed: 30.08.2018).
10. Kurosh A.G. *Kurs vysshei algebry* [Course of higher algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 432 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Михаил Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (государственного университета);
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Молоствин Евгений Владимирович – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Перов Александр Алексеевич – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: xok91.91@mail.ru;

Решетникова Юлия Геннадьевна – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: gau1972@mail.ru;

Смотрова Лилия Владимировна – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mihail M. Kuznetsov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; Associate Professor at the Department of General Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Eugeniy V. Molostvin – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Aleksandr A. Perov – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: xok91.91@mail.ru;

Julia G. Reschetnikova – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: gau1972@mail.ru;

Liliya V. Smotrova – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Достаточные условия и аналитическая оценка величины эффекта высокоскоростной неравновесности в ударно-сжатых газовых смесях / Кузнецов М.М., Молостин Е.В., Перов А.А., Решетникова Ю.Г., Смотров Л.В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 65–76.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76

FOR CITATION

Kuznetsov M.M., Molostvin E.V., Perov A.A., Reshetnicova J.G., Smotrova L.V. Sufficient conditions and analytical estimates of high-speed non-equilibrium in shock-compressed gas mixtures. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 65–76.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76

УДК 538.951

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-77-82

АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА В МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ

Соколов В.В., Осипов М.И.*МИРЭА – Российский технологический университет**119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 78, Российская Федерация*

Аннотация. Использован новый подход к динамике магнитных жидкостей на основе концепции вмороженности намагниченности, чтобы описать экспериментальные результаты по анизотропии скорости ультразвука в магнитореологической жидкости. Продemonстрировано достаточно хорошее согласие экспериментальных и вычисленных результатов.

Ключевые слова: скорость ультразвука, анизотропия, магнитореологическая жидкость, вмороженная намагниченность.

ULTRASOUND VELOCITY ANISOTROPY IN A MAGNETORHEOLOGICAL FLUID

V. Sokolov, M. Osipov*MIREA – Russian Technological University**prosp. Vernadskogo 78, 119454 Moscow, Russian Federation*

Abstract. We have employed a new approach to the dynamics of magnetic fluids based on the concept of frozen-in magnetization to describe the experimental data for the ultrasound velocity anisotropy in a magnetorheological fluid. A sufficiently good agreement between experimental and computational results is demonstrated.

Key words: ultrasound velocity, anisotropy, magnetorheological fluid, frozen-in magnetization.

Магнитореологические жидкости (МРЖ) представляют собой суспензии магнитных частиц микронного размера в жидкости-носителе, физические свойства МРЖ могут изменяться при приложении магнитного поля, которое, в частности, приводит к значительному изменению вязкости [1]. Поэтому МРЖ широко используются в демпфирующих устройствах, муфтах, тормозах, в устройствах антисейсмической защиты и т. д. [2–4].

Целью работы является теоретическое описание экспериментальных результатов по анизотропии скорости распространения ультразвука в магнитореологической жидкости [5].

В работе [6] были выведены уравнения феррогидродинамики (ФГД) с вмороженной намагниченностью. Связь ФГД с вмороженной намагниченностью с существующими теориями была установлена в [7].

Теория распространения волн малой амплитуды в рамках ФГД с замороженной намагниченностью была представлена в [8]. В обзоре [9] показано, что только в рамках теории [8] можно описать существующие экспериментальные результаты по анизотропии скорости ультразвука в магнитных жидкостях на различной основе. Авторы [10] также описали полученные ими экспериментальные результаты с помощью теории [8].

Гидродинамическими модами магнитной жидкости с замороженной намагниченностью являются быстрая и медленная магнитозвуковые волны и волна альфвеновского типа. Эта волна является аналогом волны Альфвена, которая распространяется в жидкости с бесконечной проводимостью при наличии внешнего магнитного поля и в которой колеблется напряжённость магнитного поля. В волне альфвеновского типа в непроводящей магнитной жидкости колеблется намагниченность. Важно отметить, что наличие таких гидродинамических мод в непроводящей магнитной жидкости является следствием замороженности намагниченности. Аналогичные гидродинамические моды имеются в магнитной гидродинамике (МГД), которая описывает движение жидкости с бесконечной проводимостью. Гидродинамические моды в МГД являются следствием замороженности напряжённости магнитного поля в идеально проводящую жидкость [11].

Фазовые скорости распространения быстрой и медленной магнитозвуковых волн в ФГД с замороженной намагниченностью определяются формулами:

$$C_{f(s)} = \frac{C_0}{\sqrt{2}} \left[1 + B_1 - A_1 \pm \sqrt{B_2 + B_3 - 2A_1 + A_2 - D} \right]^{1/2}, \quad (1)$$

Знак «+» соответствует скорости быстрой магнитозвуковой волны C_f знак «-» – скорости медленной магнитозвуковой волны C_s .

Фазовая скорость волны альфвеновского типа определяется формулой:

$$C_A^2 = m_0^2 \beta_{\perp} \cos^2 \vartheta. \quad (2)$$

В формулах (1), (2) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} B_1 &= a_1 (1 + \beta) \cos^2 \vartheta, \quad B_2 = [1 - a_1 (1 - \beta) \cos^2 \vartheta]^2, \\ B_3 &= a_1 (1 - \beta) \sin^2 2\vartheta, \quad \beta = \beta_{\parallel} / \beta_{\perp}, \quad a_1 = (m_0^2 \beta_{\perp}) / C_0^2, \\ A_1 &= 2a_2 (\sin \vartheta + \alpha \cos \vartheta) \cos \vartheta, \quad A_2 = 4a_2^2 (1 + \alpha^2) \cos^2 \vartheta, \\ \alpha &= \alpha_{\parallel} / \alpha_{\perp}, \quad a_2 = (\rho_0 m_0 \alpha_{\perp}) / C_0^2, \\ D &= 4a_1 a_2 (1 - \beta) (\sin \vartheta - \alpha \cos \vartheta) \cos^3 \vartheta, \end{aligned}$$

где ϑ – угол между волновым вектором и направлением внешнего магнитного поля, m_0 – удельная намагниченность, ρ_0 – плотность магнитореологической жидкости. Феноменологические коэффициенты $\beta_{\parallel}$, $\beta_{\perp}$ описывают магнитоупругие, а коэффициенты $\alpha_{\parallel}$, $\alpha_{\perp}$ – магнитострикционные свойства. Как легко заме-

тить из формулы (1), скорость распространения быстрой магнитозвуковой волны $C(\vartheta = 90^\circ) = C_\perp$ совпадает со скоростью ультразвука в магнитной жидкости C_0 . В общем случае анизотропия скорости распространения ультразвука описывается соотношением:

$$\Delta = \frac{C(\vartheta) - C_\perp}{C_\perp}. \quad (3)$$

Для применения теории [8] к МРЖ воспользуемся экспериментальными данными, полученными авторами [5], которые впервые измерили анизотропию скорости распространения ультразвука в магнитореологической жидкости марки "MRF-132DG" фирмы "Lord" на основе углеводородного масла с объёмной концентрацией, равной 32% частиц железа. Частицы железа были полидисперсными с размерами 3–10 мкм. Плотность МРЖ составляла $3 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$. Скорость ультразвука измерялась импульсным методом на частоте 2 МГц. Измерительная акустическая ячейка помещалась в термостат и размещалась между полюсами электромагнита. Величина магнитного поля варьировалась от 0 до 550 мТл. Угол ϑ между направлением магнитного поля и направлением распространения ультразвуковой волны изменялся в диапазоне $0^\circ - 180^\circ$.

Анизотропия скорости ультразвука измерялась при двух значениях магнитной индукции намагничивающего поля 0,1 Тл и 0,5 Тл.

Авторы представили экспериментальные результаты по анизотропии скорости ультразвука в виде: $(C(\vartheta) - C_0)/C_0$, где $C_0 = 809,4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Эти данные позволили нам определить величины $C(\vartheta)$, в том числе определить значения $C_\perp = 809,4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ для магнитного поля 0,1 Тл и $C_\perp = 823,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ для магнитного поля 0,5 Тл. Отсюда следует, что в магнитном поле 0,5 Тл полученная скорость ультразвука значительно больше, чем скорость ультразвука в ненамагниченной МРЖ. По паспортным данным МРЖ были определены значения удельной намагниченности для указанных выше значений индукции магнитного поля и представлены в табл. 1.

Сравнение экспериментальных и теоретических результатов показано на рис. 1. Расчёт производился по формуле (3), значения феноменологических коэффициентов $\beta_\parallel$, $\beta_\perp$, $\alpha_\parallel$, $\alpha_\perp$ подбирались таким образом, чтобы расхождение между экспериментальными и теоретическими результатами было минимальным.

Таблица 1.

Физические характеристики МРЖ и значения феноменологических коэффициентов

B, кГс	$C_0 \cdot 10^{-2}$, см · с ⁻¹	ρ_0 , г · см ⁻³	m_0 , гс · см ³ · г ⁻¹	$\beta_\parallel \cdot 10^{-3}$, г · см ⁻³	$\beta_\perp \cdot 10^{-3}$, г · см ⁻³	$\alpha_\parallel \cdot 10^{-3}$, гс · см ³ · г ⁻¹	$\alpha_\perp \cdot 10^{-3}$, гс · см ³ · г ⁻¹
1	809,4	3	79,5	15	31		
5	823,8	3	159,1	7,5	36	9	20

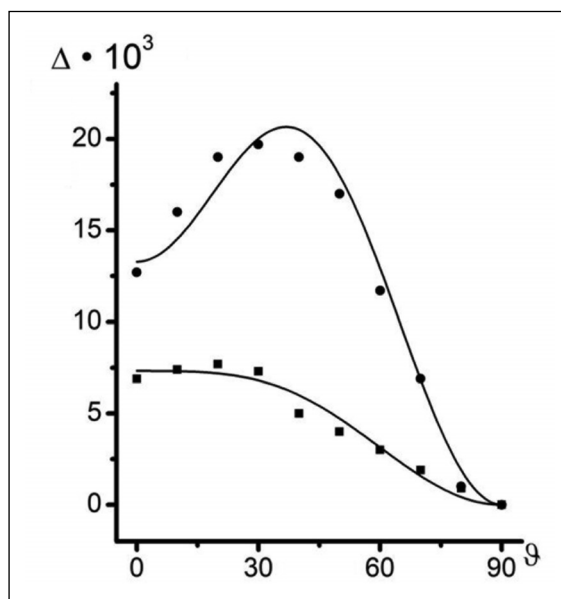


Рис. 1. Анизотропия скорости ультразвука в МРЖ

На этом рисунке сплошные линии соответствуют теоретическим результатам, экспериментальные результаты обозначены квадратами для магнитного поля 0,1 Тл, а кружками – для магнитного поля 0,5 Тл.

Приведённая выше таблица 1 позволяет восстановить теоретические кривые.

Используя классификацию характерных зависимостей анизотропии скорости ультразвука в магнитных жидкостях [8], можно сделать следующие выводы. При магнитном поле 0,1 Тл анизотропия скорости ультразвука обусловлена только анизотропией магнитоупругих свойств МРЖ. При магнитном поле 0,5 Тл анизотропия скорости ультразвука обусловлена как анизотропией магнитоупругих свойств, так и анизотропией магнитострикционных свойств МРЖ. Важно отметить, что ранее подобное влияние магнитного поля на анизотропию скорости ультразвука было обнаружено в магнитной жидкости [12].

Статья поступила в редакцию 07.08.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rodriguez-Lopez J. et al. Colloidal stability and magnetic field-induced ordering of magnetorheological fluids studied with a quartz crystal microbalance / Rodriguez-Lopez J., Castro P., Vicente J. de, Johannsmann D., Elvira L., Morillas J.R., Espinosa F.M. de // Sensors. 2015. Vol. 15. No. 12. P. 30443–30456.
2. Jiang W. et al. Dimorphic magnetorheological fluid with improved rheological properties / Jiang W., Zhang Y., Xuan S., Guo C., Gong X. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2011. Vol. 323. No. 24. P. 3246–3250.
3. Spaggiari A. Properties and applications of magnetorheological fluids // Frattura ed Integrita Strutturale. 2013. Vol. 7. No. 23. P. 48–61.

4. Kumbhar B.K., Patil S.R., Sawant S.M. Synthesis and characterization of magnetorheological (MR) fluids for MR brake application // *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 2015. Vol. 18. Iss. 3. P. 432–438.
5. Bramantya M.A., Motozawa M., Sawada T. Ultrasonic propagation velocity in magnetic and magnetorheological fluids due to an external magnetic field // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2010. Vol. 22. No. 32. P. 324102.
6. Sokolov V., Tolmachev V. Employment of the generalized virtual work principle in ferrohydrodynamics. 2. Magnetic fluid with frozen magnetization // *Magnetohydrodynamics*. 1996. Vol. 32. P. 291–294.
7. Felderhof U., Sokolov V., Eminov P.A. Ferrofluid dynamics, magnetic relaxation, and irreversible thermodynamics // *The Journal of Chemical Physics*. 2010. Vol. 132. No. 18. P. 184907.
8. Соколов В.В., Толмачев В.В. Анизотропия скорости распространения звука в магнитной жидкости // *Акустический журнал*. 1997. Т. 43. № 1. С. 106–109.
9. Sokolov V.V. Wave propagation in magnetic nanofluids (a review) // *Acoustical Physics*. 2010. Vol. 56. Iss. 6. P. 972–988.
10. Jyzefczak A. et al. Acoustic wave in a suspension of magnetic nanoparticle with sodium oleate coating / Józefczak A., Hornowski T., Závřšová V., Skumiel A., Kubovčřková M., Timko M. // *Journal of Nanoparticle Research*. 2014. Vol. 16. No. 3. P. 2271.
11. Schnack D.D. Lectures in magnetohydrodynamics: With an appendix on extended MHD. Berlin-Heidelberg: Springer, 2009. 340 p.
12. Motozawa M., Sawada T. Influence of magnetic field on ultrasonic propagation velocity in magnetic fluids // *Journal of magnetism and magnetic materials*. 2005. Vol. 289. P. 66–69.

REFERENCES

1. Rodriguez-Lypez J., Castro P., Vicente J. de, Johannsmann D., Elvira L., Morillas J.R., Espinosa F.M. de. Colloidal stability and magnetic field-induced ordering of magnetorheological fluids studied with a quartz crystal microbalance. In: *Sensors*, 2015, vol. 15, no. 12, pp. 30443–30456.
2. Jiang W., Zhang Y., Xuan S., Guo C., Gong X. Dimorphic magnetorheological fluid with improved rheological properties. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2011, vol. 323, no. 24, pp. 3246–3250.
3. Spaggiari A. Properties and applications of magnetorheological fluids. In: *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2013, vol. 7, no. 23, pp. 48–61.
4. Kumbhar B.K., Patil S.R., Sawant S.M. Synthesis and characterization of magnetorheological (MR) fluids for MR brake application. In: *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2015, vol. 18, iss. 3, pp. 432–438.
5. Bramantya M.A., Motozawa M., Sawada T. Ultrasonic propagation velocity in magnetic and magnetorheological fluids due to an external magnetic field. In: *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2010, vol. 22, no. 32, pp. 324102.
6. Sokolov V., Tolmachev V. Employment of the generalized virtual work principle in ferrohydrodynamics. 2. Magnetic fluid with frozen magnetization. In: *Magnetohydrodynamics*, 1996, vol. 32, pp. 291–294.
7. Felderhof U., Sokolov V., Eminov P.A. Ferrofluid dynamics, magnetic relaxation, and irreversible thermodynamics. In: *The Journal of Chemical Physics*, 2010, vol. 132, no. 18, pp. 184907.
8. Sokolov V.V., Tolmachev V.V. [Anisotropy of sound propagation velocity in a magnetic fluid]. In: *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic Journal], 1997, vol. 43, no. 1, pp. 106–109.

9. Sokolov V.V. Wave propagation in magnetic nanofluids (A review). In: *Acoustical Physics*, 2010, vol. 56, iss. 6, pp. 972–988.
10. Jyzefczak A., Hornowski T., Závišová V., Skumiel A., Kubovčíková M., Timko M. Acoustic wave in a suspension of magnetic nanoparticle with sodium oleate coating. In: *Journal of Nanoparticle Research*, 2014, vol. 16, no. 3, pp. 2271.
11. Schnack D.D. Lectures in magnetohydrodynamics: With an appendix on extended MHD. Berlin-Heidelberg, Springer Publ., 2009. 340 p.
12. Motozawa M., Sawada T. Influence of magnetic field on ultrasonic propagation velocity in magnetic fluids. In: *Journal of magnetism and magnetic materials*, 2005, vol. 289, pp. 66–69.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Соколов Виктор Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, советник по научной работе МИРЭА – Российского технического университета;
e-mail: v_sokolov@mirea.ru;

Осипов Михаил Иванович – аспирант кафедры высшей математики МИРЭА – Российского технического университета;
e-mail: osipov.m.i@edu.mirea.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Viktor V. Sokolov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor, head of the Department of Higher Mathematics, science advisor, MIREA – Russian Technological University;
e-mail: v_sokolov@mirea.ru;

Mikhail I. Osipov – postgraduate student at the Department of Higher Mathematics, MIREA – Russian Technological University;
e-mail: osipov.m.i@edu.mirea.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Соколов В.В., Осипов М.И. Анизотропия скорости ультразвука в магнитореологической жидкости // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 77–82.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-77-82

FOR CITATION

Sokolov V.V., Osipov M.I. Ultrasound velocity anisotropy in a magnetorological fluid. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018. no. 3. pp. 77–82.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-3-77-82

РАЗДЕЛ III. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ

УДК 524.8

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-83-92

СТРОЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ И МЕСТО ЧЕЛОВЕКА В НЕЙ

Чаругин В.М.^{1,2}

¹ *Московский педагогический государственный университет
119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1, Российская Федерация*

² *Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская
Федерация*

Аннотация. Место человека во Вселенной анализируется с точки зрения антропного принципа. Показано, что даже небольшое отличие значений мировых констант от существующих приводит к большим проблемам существования человека. Это можно рассматривать как указание на то, что человек как разумное существо занимает центральное положение во Вселенной, не с точки зрения геометрического места, а как особой формы существования материи. В концепции множества вселенных, в которых возможны другие значения мировых констант, всё происходит без свидетелей, то есть вселенные остаются стерильными.

Ключевые слова: космология, антропный принцип, мировые постоянные, энергия связи, волновая функция.

STRUCTURE OF THE UNIVERSE AND MAN'S PLACE IN IT

V. Charugin^{1,2}

¹ *Moscow Pedagogical State University
ul. Malaya Pirogovskaya 1, 119991 Moscow, Russian Federation*

² *Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoy 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. Man's place in the universe is analyzed from the point of view of the anthropic principle. It is shown that even a small difference in the values of global constants from the existing ones leads to big problems of human existence. This can be seen as an indication that the person, as a rational being, occupies a central position in the universe, not in terms of the geometry of space, but as a special form of existence of matter. In the concept of multiple universes in which other values are possible global constants, everything happens without eye-witnesses, i.e. the universes remain sterile.

Key words: cosmology, anthropic principle, binding energy, wave function.

Человек всё дальше и дальше уходит от привычных мест, его кругозор делается всё шире, представления об окружающем мире, в том числе и о Вселенной, и о своём месте в ней, постоянно меняются.

Мир древнего человека был ограничен окрестностями места обитания и участка охоты. То, что находилось за этими пределами, было неизвестно, но не мешало вести привычный образ жизни. Иногда из того запредельного мира появлялись страшные звери и враждебные племена, и тогда приходилось вести борьбу за существование, отстаивая свой мир. Иногда, наоборот, «оттуда» появлялись тучные стада мигрирующих животных – и племя радовалось подарку судьбы.

Представление об ограниченности окружающего мира и существовании «потустороннего» (иногда враждебного, иногда нет, но всегда непонятного) сохранилось до наших дней. При этом всегда, во все времена и в любых ситуациях, человек неосознанно ставил себя в центр Вселенной. Это концентрировалось во всех религиозных представлениях от античности до средних веков, и наиболее ярко выразилось в христианской религии и учении о геоцентрическом строении Вселенной. В соответствии с ними Вселенная огромна, но в центре Вселенной – Земля, которую Бог создал для жизни Человека, и Человек, которого Бог создал для того, чтобы тот Его славил. Вселенная ограничена сферой неподвижных звёзд, за пределами которой непознанный и недоступный для изучения мир.

Теория Коперника и телескопические наблюдения Галилея резко отодвинули эту границу. Выяснилось, что звёзды – это не серебряные гвоздики, прибитые к хрустальной сфере, а такие же небесные тела, как и Солнце, но расположенные столь далеко от нас, что кажутся слабыми светящимися точками. И что самое интересное, оказалось, что в этом огромном мире человек ничем не выделен и не является центром Вселенной. Земля – даже не центр Солнечной системы, она третья, рядовая из восьми планет. Но, может быть, хотя бы Солнечная система в этой, уже большой, Вселенной занимает центральное положение?

Развивая эти взгляды, Джордано Бруно пришёл к выводу о множественности обитаемых миров, о том, что Земля, как колыбель разумной жизни, не уникальна.

К началу XX в. вся наблюдаемая Вселенная ограничивалась Млечным Путём. Считалось, что за его пределами простирается пустота. Но, увы, и здесь Солнечная система ничем не выделялась, – она была рядовой и располагалась где-то на краю бездны.

Шло время. Было установлено, что туманное пятнышко в созвездии Андромеды – знаменитая туманность Андромеды – представляет собой такую же гигантскую звёздную систему, как и Млечный Путь, но находящуюся от него на расстоянии 2 000 000 световых лет.

Дальнейшие наблюдения показали, что таких туманностей, которые позднее стали называть галактиками, очень много. И опять, в этой «новой» Вселенной наш Млечный Путь – рядовая Галактика, ничем не выделенная среди других. Неужели уникальность человека только плод его воображения?

В 20-е гг. нашего столетия известный американский астроном Хаббл, используя методы спектрального анализа, обнаружил, что все галактики, за исключением нескольких самых близких, удаляются от нас. Более того, чем дальше от нас галактика, тем с большей скоростью она удаляется. Складывалось впечатление, что Млечный Путь находится в центре гигантского взрыва, разметавшего все галактики (астрономы подсчитали, что этот Большой Взрыв произошёл около 15 млрд. лет назад). Вот оно, доказательство неординарности. Из этого следовал вывод: так ли уж принципиально, что Солнце вместе с Землёй находится не в центре Млечного Пути?

А может, всё-таки центральное положение нашего Млечного Пути лишь кажущееся? Исходя из этого предположения, учёные ввели так называемый космологический принцип, который утверждает, что наша Вселенная однородна и изотропна, то есть где бы мы ни находились, в каком бы направлении ни смотрели, она в среднем выглядит одинаково. И действительно, используя этот принцип и законы физики, в особенности общую теорию относительности, удалось построить космологическую модель Вселенной, в которой естественным образом объясняются все наблюдаемые её свойства и разбегание галактик в том числе. Например, из этой теории следует, что наблюдателям, находящимся в туманности Андромеды, также будет казаться, что они находятся в центре Вселенной, а все галактики разбегаются от них.

Антропный принцип

Итак, современная космология – наука о строении и эволюции Вселенной – предполагает множественность миров, населённых разумными существами, и человек как разумное существо ничем не выделен с этой точки зрения. Одна из отличительных особенностей человека как разумного существа – способность познавать и преобразовывать окружающий мир. Благодаря разуму человек способен выживать в невероятных условиях, изменяя окружающую среду, делаясь всё менее зависимым от её влияния, приспособливая и перестраивая мир «под себя».

Перечисленные выше аргументы привели учёных, занимающихся фундаментальными проблемами современной физики и астрономии, к идее о том, что мы, люди, мыслящие существа, возможно, являемся решающим звеном в наблюдаемой структуре Вселенной, то есть в этом смысле как бы её «центром».

Дискуссии по этому вопросу продолжаются вот уже почти 50 лет [1]. Общеизвестно, что жизнь – настолько хрупкое явление природы, что появи-

лась лишь благодаря удачному сочетанию фундаментальных физических постоянных. Даже незначительное отличие от их существующих значений сделало бы какую-либо жизнь невозможной. Наше существование, как оказалось, зависит от большого числа маловероятных совпадений. Ну а раз мы существуем и познаём мир, то, по-видимому, эта невероятность закономерна. А не выбираем ли мы с вами именно тот мир, в котором мы возможны? Эта идея, что жизнь, возможно, основной двигатель и даже причина возникновения всего, называется антропным принципом.

Конечно, чувство уникальности разумной жизни, её глубокой, почти однозначной связи с окружающим миром было присуще уже античным учёным, которые задумывались о месте человека во Вселенной. Так, древнегреческий философ-софист Протагор утверждал, что «человек есть мера всех вещей», то есть к объяснению существования окружающего нас мира мы должны подходить с точки зрения существования человека в нём.

Одним из утверждений этого принципа является следующее: наблюдатель, то есть мы с вами, так же существен для возникновения Вселенной, как и Вселенная существенна для возникновения наблюдателя. Более того, делается утверждение, что разумная жизнь должна обязательно возникнуть во Вселенной и, один раз возникнув, никогда не умрёт.

Такая жёсткая, почти однозначная, связь между существованием Вселенной и существованием человека представляла бы собой некий необычный казус, если бы из неё не получался ряд интересных следствий.

Человек и значения мировых постоянных

В физике существует ряд постоянных, которые, по современным представлениям, имеют одно и то же значение в любой точке наблюдаемой Вселенной. Они получили название *фундаментальных*, или *мировых*, постоянных (констант). Это название оправдано ещё и тем, что их значения существенным образом влияют на строение окружающего мира. К мировым постоянным относятся: G – постоянная всемирного тяготения, h – постоянная Планка, c – скорость света, m_p и m_e – массы протона и электрона, H – постоянная Хаббла и ряд других. Примером необычной константы может служить размерность нашего мира, его трёхмерность. Современная наука пока не может дать убедительного объяснения численным значениям этих постоянных, не может ответить, почему они именно такие, а не другие. Например, почему наше пространство трёхмерное, а не пяти- или десятимерное? Почему скорость света равна 300 000 км/с, а не больше или меньше?

Оказывается, если проанализировать значение этих постоянных с точки зрения антропного принципа, то есть с точки зрения существования человека как наблюдателя, то всё становится на свои места [2; 3].

Предположим, что размерность нашего пространства будет иной. Рассмотрим два физических взаимодействия – электростатическое, описываемое законом Кулона, и гравитационное, описываемое законом всемирного тяготения Ньютона. В обоих случаях сила обратно пропорциональна квадрату рассто-

яния между частицами. Как показывают расчёты, в n -мерном пространстве сила убывает с расстоянием по закону $F \sim \frac{1}{r^{n-1}}$. Рассмотрим движение частиц

под действием подобных сил, например, электрона вокруг протона или планеты вокруг звезды. Расчёты показывают, что только в трёхмерном пространстве $\left(n = 3, F \sim \frac{1}{r^2}\right)$ возможно существование устойчивых орбит. При других размер-

ностях, движение по окружности, например, будет неустойчивым, любое малое возмущение приведёт к тому, что электрон (или планета) либо упадёт в центр, либо улетит в бесконечность. Это значит, что не будут существовать атомы, планетные системы, не будет живых существ, и некому будет изучать эту Вселенную.

Можно привести веские аргументы и в пользу действительного значения гравитационной постоянной G . Данные астрономических наблюдений показали, что у звёзд массой порядка солнечной и очень похожих по строению на Солнце существует наружная конвективная оболочка (в которой тепло передаётся с помощью конвекции), и что именно около таких звёзд наиболее вероятно образование планетных систем. Анализ теории внутреннего строения звёзд показывает, что если бы значение постоянной тяготения G было несколько больше, то этой оболочки и, следовательно, планет, не было бы, то есть не возникла бы и жизнь.

Далее, хорошо известно, что сила кулоновского притяжения электрона ядром атома водорода (протоном) почти в 10^{40} раз больше силы гравитационного притяжения. Это отношение – комбинация мировых постоянных – характеризует слабость гравитационного взаимодействия по сравнению с электромагнитным. Причина такой слабости пока остаётся загадкой для современной физики. Но, привлекая антропный принцип, то есть наше с вами существование, это можно понять. Действительно, теория внутреннего строения звёзд говорит, что, если бы гравитация (G) была бы чуть слабее, а электромагнетизм (e – заряд электрона) чуть сильнее и электрон чуть массивнее, все звёзды были бы красными карликами, имели бы массы меньше солнечной и были бы более холодными. При едва заметном отклонении в другую сторону все звёзды были бы голубыми гигантами, имели бы большие массы и были бы очень горячими. Ни у тех, ни у других, как известно, нет конвективных слоёв у поверхности, и около них невозможно образование планетных систем. Таким образом, мы с вами существуем и наблюдаем Вселенную только потому, что отношение кулоновского притяжения к гравитационному равно 10^{40} , не больше и не меньше.

Рассмотрим теперь две элементарные частицы – нейтрон и протон. Значения их масс пока не поддаются объяснению, как и массы других частиц. Известно, что разность масс нейтрона m_n и протона m_p равна $\Delta m = 1,3 \text{ МэВ} = 2,34 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$ (в ядерной физике массы принято измерять в энергетических единицах). Это связано с тем, что, согласно знаменитой формуле Эйнштейна $E = mc^2$, имеется однозначная связь между массой и энергией частицы, так что 1 МэВ (мегаэлек-

троновольт) соответствует массе $1,8 \cdot 10^{-30}$ кг). Почему эта разность именно такая, а не больше и не меньше?

Чтобы понять это, рассмотрим атом самого распространённого элемента во Вселенной – водорода. Как мы знаем, он стабилен, но его стабильность обеспечена очень тонкой и согласованной подгонкой масс протона, нейтрона и электрона, которая не позволяет пойти реакции $p + e \rightarrow \nu + n$: в обычных условиях сумма масс протона и электрона меньше массы нейтрона, и законом сохранения энергии эта реакция запрещена. Другими словами, атом водорода стабилен, так как $m_e = 0,5 \text{ МэВ} < m_n - m_p = \Delta m = 1,3 \text{ МэВ}$. Если бы масса электрона была бы всего раза в 3 больше, то знак неравенства поменялся бы, и атом водорода не смог бы «прожить» более 30 ч. В результате во Вселенной не существовало бы главного ядерного горючего для звёзд, не было бы воды, не было бы и нас с вами. Тот же вывод следует, если предположить, что массы нейтрона и протона в три раза больше теперешних.

Теперь рассмотрим изотоп водорода – дейтерий. Его ядро, дейтон, состоит из протона и нейтрона, энергия связи которых в ядре $E_{\text{св}} = 2,2 \text{ МэВ}$. В отличие от свободного нейтрона, который за 8 мин распадается по схеме $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$, нейтрон в ядре стабилен. Дело в том, что при распаде нейтрона энергия образовавшихся частиц возникает за счёт разности масс $\Delta m = m_n - m_p$. Если предположить, что энергия нейтрино мала, да ещё учесть, что и на образование электрона необходимо затратить некоторую энергию, то для кинетической энергии разлёта частиц остаётся $E_k = m_n - m_p - m_e = \Delta m - m_e = 0,8 \text{ МэВ}$, что существенно меньше энергии связи. Дейтон стабилен. Но почему это столь важно? Образование дейтерия – первый шаг в цепочке ядерных превращений, ведущих от водорода к более тяжёлым элементам, которых не было в ранней Вселенной. Ныне эти ядерные реакции идут в недрах звёзд. Без дейтерия стали бы невозможными все известные пути образования элементов тяжелее водорода, не возник бы углерод, а значит, и известные формы жизни. Таким образом, мы получили верхнюю оценку разности масс $\Delta m = m_n - m_p < E_{\text{св}} + m_e$, то есть из факта существования разумной жизни следует неравенство $0,5 \text{ МэВ} < \Delta m < 2,7 \text{ МэВ}$. Если учесть, что $m_n = 939,57 \text{ МэВ}$, а $m_p = 938,28 \text{ МэВ}$, то полученное неравенство будет ещё более паразитическим, если его переписать в виде $0,05\% < \frac{\Delta m}{m_n} < 0,29\%$. Как будто

кто-то специально подогнал разность между массами нейтрона и протона в столь узкие пределы и с такой высокой точностью, не оставляя никаких шансов для манёвра.

В 30-е гг. известный физик Дирак обратил внимание на очень странное совпадение: продолжительность жизни средней звезды $t \cong 10^{10}$ лет по порядку величины сравнима с возрастом Вселенной $t_0 \cong 1,5 \cdot 10^{10}$ лет. Странное совпадение? Возраст звезды определяется только массой звезды и её светимостью и, казалось бы, не имеет никакого отношения к расширению Вселенной, темп которого определяется постоянной Хаббла H , то есть скоростью разбегания галактик

$\left(t_0 = \frac{1}{H}\right)$. Полагая, что это совпадение не случайно, Дирак построил сложную

и необычную космологическую теорию, в которой гравитационная постоянная G меняется со временем.

Это необычное совпадение может быть вполне естественно объяснено в рамках антропного принципа. Действительно, сложные преобразования материи (сложные химические соединения, необходимые для разумной жизни) могли возникнуть во Вселенной только на определённом этапе её эволюции. Таких условий не было в далёком прошлом Вселенной, когда ещё не было звёзд и планет. По-видимому, большие трудности для зарождения жизни возникнут и в далёком будущем, когда погаснут звёзды, а тем более ещё позднее, когда начнут распадаться тяжёлые частицы, превращаясь в фотоны и нейтрино. Итак, разумная жизнь может возникнуть во Вселенной во вполне определённый период – в эпоху, когда для этого есть условия. Другими словами, Вселенная может порождать наблюдателей («свидетелей») только в нашу эпоху, когда $t = t_0$.

О сумме углов в треугольнике и нашем существовании

В повседневной жизни мы пользуемся геометрией Евклида, но, когда переходим к масштабам, сравнимым с радиусом Земли, должны уже пользоваться геометрией на сфере, а не на плоскости. В сферической геометрии, как известно, сумма углов треугольника больше 180° . В какой мере справедлива геометрия Евклида во Вселенной?

Современная космология предсказывает, что геометрические свойства Вселенной определяются количеством, распределением и движением вещества в ней, то есть и справедливость теоремы о сумме углов треугольника зависит от количества вещества. От этого количества зависит также и темп расширения Вселенной: будет ли расширение Вселенной безграничным во времени или наблюдаемое расширение сменится сжатием, и она рано или поздно «схлопнется»? Большие трудности для современной астрономии представляют поиски скрытой массы во Вселенной, на существование которой указывают наблюдения за характером движения звёзд в галактиках и галактик в скоплениях. По оценкам, эта скрытая масса в 10 раз превышает непосредственно наблюдаемую. Что это за невидимое вещество? Почему оно себя ничем, кроме гравитации, не проявляет? Всё это загадки.

Аргументы, связанные с антропным принципом, позволяют сделать довольно жёсткие ограничения на массу вещества во Вселенной. Если бы полная масса видимой части Вселенной равнялась или была бы чуточку больше той, которую мы наблюдаем, то темп расширения Вселенной был бы несравненно больше, и силы гравитации оказались бы неспособными привести к образованию галактик из первичного вещества. Галактики являются необходимым звеном в цепочке, приводящей к образованию звёзд, планет и, в конце концов, жизни. Уже то, что мы с вами существуем, говорит о значительно большей массе видимой Вселенной.

Это исключает применимость геометрии Лобачевского, то есть геометрии, в которой сумма углов треугольника меньше 180° . С другой стороны, если бы масса была слишком большой, то первоначальное расширение Вселенной под действием собственной гравитации вещества быстро бы сменилось сжатием. В такой Вселенной жизнь если бы и успела возникнуть, то не успела бы достигнуть разумной стадии. Но мы-то с вами существуем, следовательно, масса вещества не столь большая. Это, в частности, указывает на то, что в больших масштабах сумма углов треугольника не может быть больше 180° .

В конце концов, мы приходим к выводу, что полная масса вещества во Вселенной должна быть вполне определённой, примерно в 10 раз превышающей массу видимого, светящегося вещества, а геометрические свойства Вселенной должны с большой точностью определяться геометрией Евклида. Поэтому мы с чистой совестью можем пользоваться теоремой Пифагора и теоремой о сумме углов в треугольнике, равной 180° .

Можно привести ещё много различных примеров из физики и астрономии, которые сравнительно легко понять на основе антропного принципа. Все они, в конце концов, сводятся к одному: наблюдатели могут появиться только при определённом наборе физических констант, при существовании определённых физических законов. Если бы и были (и, возможно, есть) Вселенные с иными законами и другим набором мировых констант, то в них никогда не возникла бы разумная жизнь. В этом смысле наша Вселенная такая, какой мы её видим, именно потому, что в ней есть мы.

Человек и образование Вселенной

Мы видим, что в концепции многих миров (вселенных) антропный принцип является просто следствием благоприятного стечения обстоятельств для образования разумной жизни в одном из их бесчисленного множества. Исходя из этого (и, конечно, не только этого), учёные пытаются построить различные модели Вселенной, где было бы место для возможности существования множества миров.

В настоящее время нет строгой теории, описывающей с единых позиций все явления, происходящие в микро- и макром мире. Возможно, что по этой причине и нет удовлетворительной теории происхождения и эволюции Вселенной и возникновения в ней разумной жизни. Конечно, учёные пытаются на основе существующих теорий хотя бы приоткрыть ту завесу, под которой скрыта тайна рождения Вселенной. И несомненно, что на ранних этапах жизни Вселенной принципиальную роль играет квантовая механика, которая не учитывалась при создании современной космологической теории.

Развитие квантово-механического подхода в теории гравитации привело к обобщению теории Фридмана – теории Большого Взрыва – на «инфляционную Вселенную», в которой хоть в какой-то мере наметились решения проблемы возникновения Вселенной. В различных вариантах этой теории предсказывается существование других вселенных, как «пузырей пространства-времени»,

которые непрерывно творятся и уничтожаются и, никогда не взаимодействуют друг с другом. То есть всё пространство-время представляется пузырящейся пеной. В каждом таком пузыре – вселенной – имеется свой набор фундаментальных постоянных. И только некоторые из них допускают существование жизни, большинство – нет. В таком случае мы не являемся результатом умышленных условий. Просто так получилось, что мы живём в одной из многих вселенных, в которой условия благоприятны для жизни [4].

Наряду с таким конкретным обоснованием антропного принципа ряд учёных приводит общетеоретические аргументы, связанные с ролью и особенностями квантовой механики. Так, согласно копенгагенской интерпретации квантовой механики, волновая функция частицы (её квадрат) описывает вероятность того, что частица находится в каком-то состоянии. Конкретное положение частицы не предсказуемо, а определяется только после измерения, то есть наблюдатель из всех возможных состояний выбирает (измеряет) наблюдаемое, поэтому роль наблюдателя в квантовой механике принципиальна. Отсюда один шаг до утверждения, что если ввести волновую функцию «всего-всего», то можно представить, что с той или иной вероятностью существуют различные вселенные, с различными комбинациями начальных состояний и фундаментальных констант. И только в тех вселенных, в которых набор констант соответствует условиям существования наблюдателя, жизнь возникает, и наблюдатели имеют возможность лицезреть эту вселенную. В других вселенных всё стерильно и всё происходит без свидетелей.

Или более радикально: учитывая, что ранняя Вселенная представляет собой квантовый объект, а для адекватного описания её квантовая теория привлекает наблюдателя, который с этим объектом связан, то ничто не мешает современному наблюдателю иметь тесную связь с прошлым Вселенной и выбрать из всех её возможных состояний то, которое мы сейчас наблюдаем [5].

В заключение следует отметить, что многие теоретики считают, что с развитием «Теории Всего», теории величайшего объединения, в которой в единую схему будут включены все взаимодействия, можно будет объяснить естественным образом значения фундаментальных постоянных, все существующие невероятные совпадения и разумную жизнь, и тогда не будет необходимости введения антропного принципа, он будет следствием этой теории.

Статья поступила в редакцию 10.07.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дэвис П. Случайная Вселенная. М.: Мир, 1985. 160 с.
2. Розенталь И.Л. Элементарные частицы и структура Вселенной. М.: Наука, 1984. 115 с.
3. Чаругин В.М., Баксанский О.Е. Место человека во Вселенной // Земля и Вселенная. 1993. № 6. С. 73–78.
4. Штерн Б.Е. Прорыв за край мира. М.: Троицкий вариант, 2014. 304 с.
5. Внутских А.Ю., Ненашев М.И. Антропный принцип современной науки: содержание и философские интерпретации: монография. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2014. 79 с.

REFERENCES

1. Davies P. *Accidental Universe*. Cambridge, Cambridge University Press, 1982. 139 p.
2. Rozental' I.L. *Elementarnye chastitsy i struktura Vselennoi* [Elementary particles and structure of the Universe]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 115 p.
3. Charugin V.M., Baksanskii O.E. [Man's place in the Universe]. In: *Zemlya i Vseennaya* [Earth and the Universe], 1993, no. 6, pp. 73–78.
4. Shtern B.E. *Proryv za kraj mira* [A breakout over the edge of the world]. Moscow, Troitskii variant Publ., 2014. 304 p.
5. Vnitskikh A.Yu., Nenashev M.I. *Antropnyi printsip sovremennoi nauki: sodержanie i filosofskie interpretatsii* [The anthropic principle of modern science: content and philosophical interpretation]. Perm, Perm State National Research University Publ., 2014. 79 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Чаругин Виктор Максимович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного педагогического университета;

e-mail: charugin2010@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Victor M. Charugin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow State Pedagogic University;

e-mail: charugin2010@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Чаругин В.М. Строение Вселенной и место человека в ней // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 83–92.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-83-92

FOR CITATION

Charugin V.M. The structure of the Universe and Man's place in it. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 83–92.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-83-92

К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ А.А. ВЛАСОВА

УДК 533

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-93-106

АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ВЛАСОВ В МОПИ ИМЕНИ Н.К. КРУПСКОЙ (К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ПО МАТЕРИАЛАМ АРХИВА МОПИ/МГОУ)

Беляев В.В.

*Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация. В статье подробно описывается деятельность А.А. Власова в МОПИ (с 2002 г. МГОУ) с 1934 г. по 1959 г. с использованием документов, хранящихся в архиве университета.

Ключевые слова: теоретическая физика, история науки, Московский областной педагогический институт имени Н.К. Крупской

ANATOLIY A. VLASOV AT MOSCOW REGION TEACHERS TRAINING INSTITUTE (ON HIS 110TH BIRTHDAY)

V. Belyaev

*Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoy 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. A. Vlasov's activity in Nadezhda Krupskaya Moscow Region Teachers Training Institute (MRTTI) from 1934 to 1959 is described in details by using his documents that are stored in the MRTTI archive.

Key words: theoretical physics, history of science, Nadezhda Krupskaya Moscow Region Teachers Training Institute.

Анатолий Александрович Власов, выдающийся советский физик-теоретик, родился 20 июля 1908 г. в г. Балашов Саратовской области. Его портрет и автограф приведены на рис. 1 и 2. Практически вся его жизнь связана с физическим

факультетом МГУ им. М.В. Ломоносова. Однако в его биографии есть значительный отрезок – 25 лет его жизни с 1934 по 1959 гг. работы в МОПИ имени Н.К. Крупской. Не рассматривая в подробностях его биографию и научные исследования, охарактеризуем деятельность А.А. Власова в МОПИ (с 2002 г. – МГОУ) по документам, хранящимся в архиве университета.¹ Документы любезно предоставлены заведующей архивом Н.К. Алексеевой.

В приведенных ниже документах и выдержках из них автор этой статьи старался избегать каких-либо комментариев и сопоставлять особенности того времени и современности. Документы приводятся без изменений текста, даже если он противоречит современной орфографии. Приводятся фотокопии некоторых документов. Видно, что все они невысокого качества. Всего в архиве МГОУ 30 документов, относящихся к А.А. Власову – с №147 в 1934 г. до №176 в 1959 г. в одной из папок с делами сотрудников на букву «В».



Рис. 1. Фото А.А. Власова из личного листка по учету кадров.

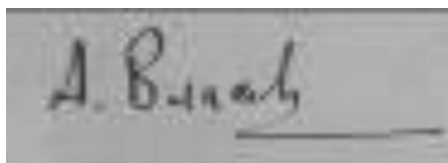


Рис. 2. Подпись А.А. Власова.

В августе 1934 г. А.А. Власов подал первый документ в МОПИ. Это было заявление о приёме на должность «преподавателя по теоретической физике».² В заявлении Власов пишет о том, что он оканчивает аспирантуру МГУ и что у него есть 3 года педагогического стажа (см. рис. 3). Согласно параграфу 2 приказа №660 от 26.08.1934 г. он допущен к работе с 1.09.1934 г.

¹ Архив МГОУ. Опись личных дел отдела кадров МОПИ им. Н.К. Крупской.

² Там же, с. 147

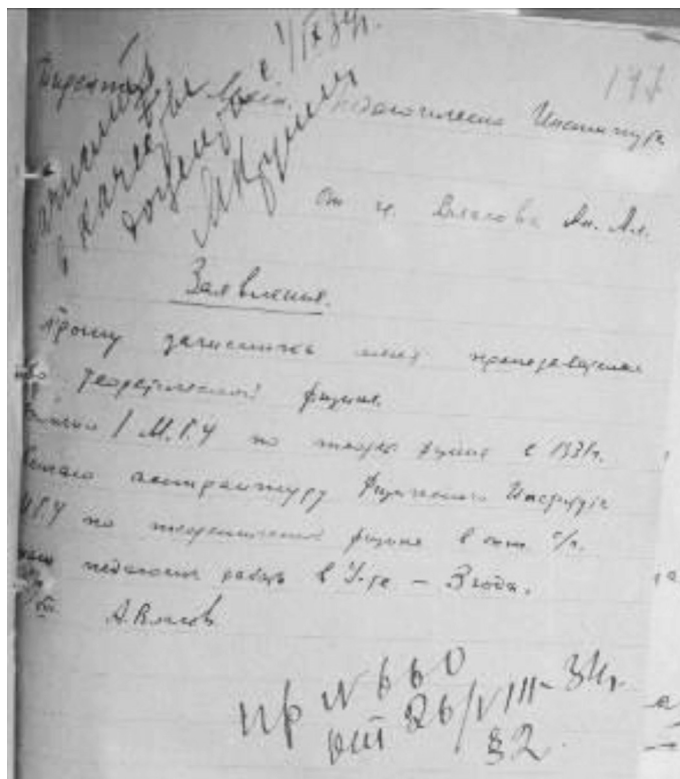


Рис. 3. Заявление А.А. Власова о приёме на работу в МОПИ – первый его документ в МОПИ.

Следующей должностью А.А. Власова в МОПИ стала должность «заведывающего теоретической лабораторией при физическом отделении» физико-математического факультета, на которую он был принят с 15.01.1937 г. с окладом 275 руб. в месяц.

10 октября 1944 г. А.А. Власов подал заявление о зачислении его на должность профессора кафедры физики по совместительству. Согласно приказу №317 от 13.10.1944 г. он был зачислен профессором с 1.10.1944 г. с окладом 1000 руб. в месяц.

Сначала А.А. Власов работал в МОПИ на неполной ставке. Но 29 декабря 1944 г. он подаёт на имя «директора М.О.П.И. Мамонтовой А.В.» такое заявление:

«Прошу перевести меня на полную ставку с 1-го янв. 1945 г., так как выполняю часовую нагрузку, соответствующую полной ставке».

Соответствующий приказ №374 вышел уже на следующий день 30.12.1944 г. На полях красным карандашом обозначен оклад – 2000 руб.

В 1946 г. А.А. Власову понадобилась для работы в МОПИ подтверждающая документация о педагогическом стаже. Физфак МГУ выдал 2 марта 1946 г. такую справку:

«...в том, что он ведет непрерывно педагогическую работу на физическом факультете МГУ с сентября 1932 года.

Стаж педагогической работы на физическом факультете свыше 10 лет.

Справка дана для предоставления в бухгалтерию Педагогического института».

В 1940-е гг. для утверждения в должности заведующего кафедрой недостаточно было решения Учёного совета организации, требовалось утверждение в вышестоящей инстанции. А.А. Власов был утверждён заведующим кафедрой теоретической физики МОПИ приказом по Главному Управлению высших учебных заведений Министерства просвещения РСФСР №141 26 февраля 1948 г.

С 1 июля 1957 г. А.А. Власову, как заведующему кафедрой теоретической физики, устанавливается оклад 2500 рублей в месяц в соответствии с Приказом Министерства просвещения РСФСР за №247 от 25 июня 1957 г.

При очередном приёме на работу в 1947 г. он заполняет личный листок по учёту кадров. Помимо сведений, уже вошедших в его опубликованные биографии, упомянем следующие.

Так, А.А. Власов пишет в графе «Социальное происхождение: бывшее сословие (звание) родителей – из мещан; основное занятие родителей до Октябрьской революции – паровозный машинист; после Октябрьской революции – то же».

Власов стал членом ВКП(б) в МГУ в 1942 г., партбилет № 7520313. При этом он не был членом ВЛКСМ (комсомольцем). Он стал членом профсоюза работников высшей школы в 1926 г. Свою специальность «физик-теоретик» А.А. Власов указывает с 1934 г. по окончании аспирантуры МГУ.

За границей не был. При этом А.А. Власов пишет, что владеет английским и немецким языками.

К моменту заполнения личного листка А.А. Власов занимал последовательно такие должности на физическом факультете МГУ: с 1.09.1932 г. – аспирант, одновременно ассистент, с 1.09.1934 г. – доцент, с 1.09.1939 г. – докторант, с 1.09.1942 г. – профессор.

Дальше ответы на вопросы, которые стали уже непривычными для нас:

- не участвовал в революционной деятельности и не подвергался репрессиям за участие в революционной деятельности до Октябрьской революции;
- не участвовал в партизанском движении, подпольной работе;
- не служил в старой армии и Красной армии;
- не участвовал в боях во время гражданской или Отечественной войны;
- не был в плену; не участвовал в войсках или учреждениях белых правительств;
- не находился на территории, временно оккупированной немцами.

А.А. Власов имел воинское звание «интендант 3 ранга», был прикреплен к Краснопресненскому военкомату и имел «отсрочку от призыва в военное время».

В 1944 г. А.А. Власов был награждён орденом «Знак Почета» и медалью «За оборону Москвы».

К судебной ответственности А.А. Власов не привлекался, партвызысканий не имел.

Вместе с семьёй (жена и четверо детей) он жил в доме на Моховой улице, возможно в одном из домов МГУ.

Следующий личный листок по учёту кадров А.А. Власов заполняет через 10 лет, 9 мая 1957 г. (рис. 4).

Его фотографию (рис. 1) мы взяли из этого листка. Отметим произошедшие изменения.

В п. 12 «Какие имеете научные труды и изобретения» А.А. Власов пишет: «Научные работы по теоретической физике: 22 работы, включая 3 монографии».

Список должностей в МГУ не изменился. В дополнение к анкете «Работа по совместительству» А.А. Власов пишет: «Зав каф. теоретической физики Моск. Обл. Пед. Ин-та с 1944 г. / В МОПИ работаю с 1935 г./».

В 1950 г. А.А. Власов награждён вторым орденом «Знак Почета». В список медалей добавились: «За доблестный труд в Отечественной войне», «За победу над Германией». Воинское звание – капитан запаса административной службы.

Рис. 4. Личный листок по учёту кадров А.А. Власова, заполненный в 1957 г.

Детей уже пять, в возрасте: 21 год (Марат), 20 лет (Игорь), 18 лет (Светлана), 15 лет (Наташа) и 1 год (Александр). Живёт уже на Боровском шоссе.

16.01.1946 г. А.А. Власов пишет собственноручно автобиографию (рис. 5)³. Интересна приписка на ней, сделанная в июне 1958 г., после слов «Являюсь членом ВКП(б) с 1944 г.» А.А. Власовым написано: «Подготовил всего 18 канд. наук».

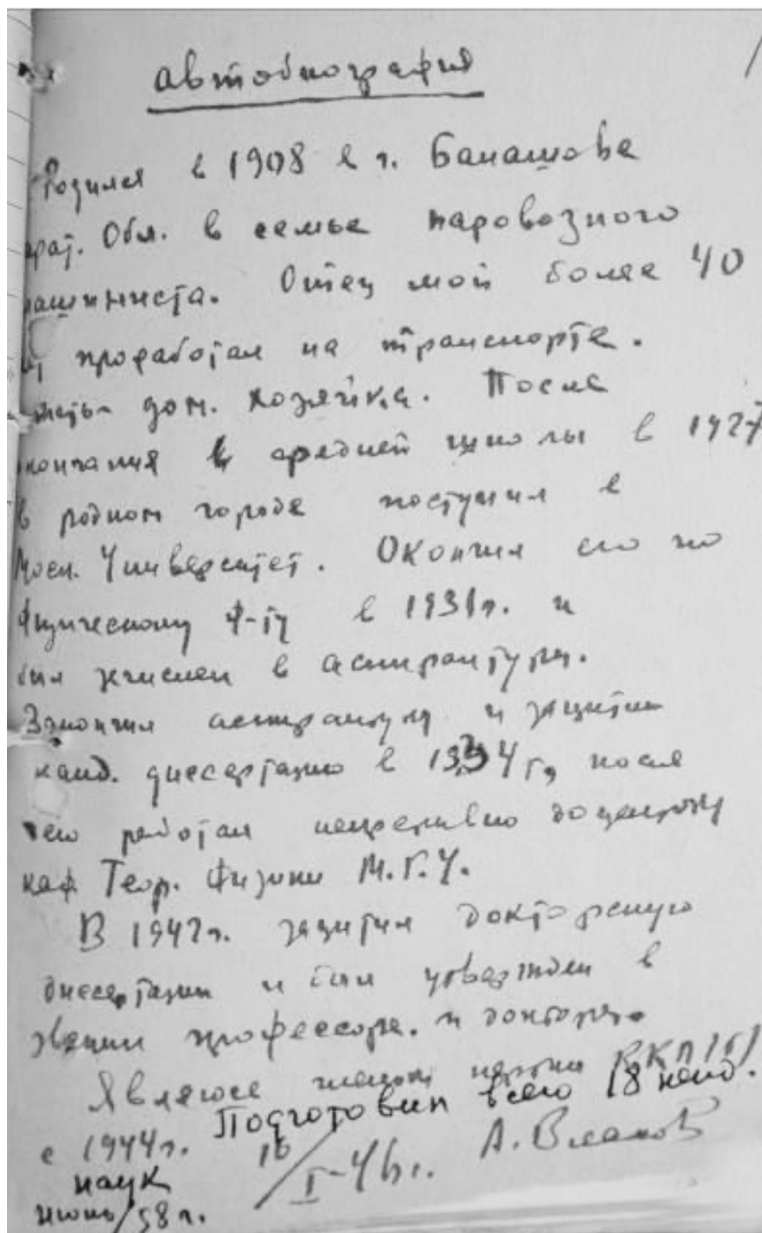


Рис. 5. Собственноручная автобиография А.А. Власова, 1946 г.

³ Архив МГОУ. Описание личных дел отдела кадров МОПИ им. Н.К. Крупской. С. 154.

В 1959 г. А.А. Власову были даны две характеристики от организаций, в которых он работал. Приведём их полностью.

От МОПИ.

«ХАРАКТЕРИСТИКА

Профессор, доктор физико-математических наук ВЛАСОВ А.А., награжденный правительственным орденом «Трудового Красного Знамени» и получивший премию им. Ломоносова в М.Г.У. за научные труды, является известным крупным ученым в области теоретической физики и автором целого ряда ценных научных работ.

Профессор Власов А.А. начал работать в Московском Областном Педагогическом Институте в 1934 году еще будучи доцентом и работал до 1938 года.

Осенью 1944 года профессор Власов А.А. вновь был приглашен на работу в МОПИ в качестве профессора кафедры физики для чтения курса теоретической физики и руководства аспирантами, а (в) 1945 году дал согласие на работу заведующим кафедрой теоретической физики. Он показал себя опытным и умелым руководителем кафедры, прекрасным, замечательным научным руководителем и хорошим общественником.

Кроме указанной правительственной награды профессор Власов А.А. награжден медалью «За оборону Москвы» и медалью «За доблестный труд во время Великой Отечественной Войны 1941-1945 гг»

Зам. директора по научной и учебной работе: /Профессор Знаменский/

Декан физико-математического факультета: /Доцент Самарин/».⁴

От МГУ.

«ХАРАКТЕРИСТИКА

профессора физического факультета МГУ ВЛАСОВА АНАТОЛИЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА, 1908 г. рождения, русского, члена КПСС с 1944 г.

Профессор Власов А.А. является воспитанником Московского Государственного Университета им. ЛОМОНОСОВА и работает на физическом факультете с 1932 г., занимая на факультете последовательно должности ассистента, доцента, профессора. За это время профессор Власов А.А. показал себя высококвалифицированным ученым. Им выполнен ряд работ /крупных/ по теоретической физике. Им впервые было предложено кинетическое уравнение, учитывающее коллективное взаимодействие между частицами – уравнение Власова, которое имело многочисленные применения в Советском Союзе и за границей.

Профессор Власов А.А. непрерывно ведет педагогическую работу. Им читались или читаются все основные курсы по теоретической физике. Подготовил 18 кандидатов наук. Как педагог, профессор Власов А.А. пользуется заслуженным авторитетом у студентов. Профессор Власов А.А. непрерывно ведет большую

⁴ Архив МГОУ. Опись личных дел отдела кадров МОПИ им. Н.К. Крупской. С.155-156.

партийную работу, неоднократно избирался членом партийного бюро факультета, членом бюро методологического семинара на факультете.

Характеристика дана для конкурса на замещение должности зав. кафедрой теоретической физики в Московском Областном Педагогическом Институте по совместительству.

Проректор МГУ, профессор
Секретарь парткома МГУ
18.06.59».

/Г.Д. Вовченко/
/Е.М. Чехарин/

В 1959 г. МОПИ выдал развёрнутую характеристику А.А. Власову (рис. 6).

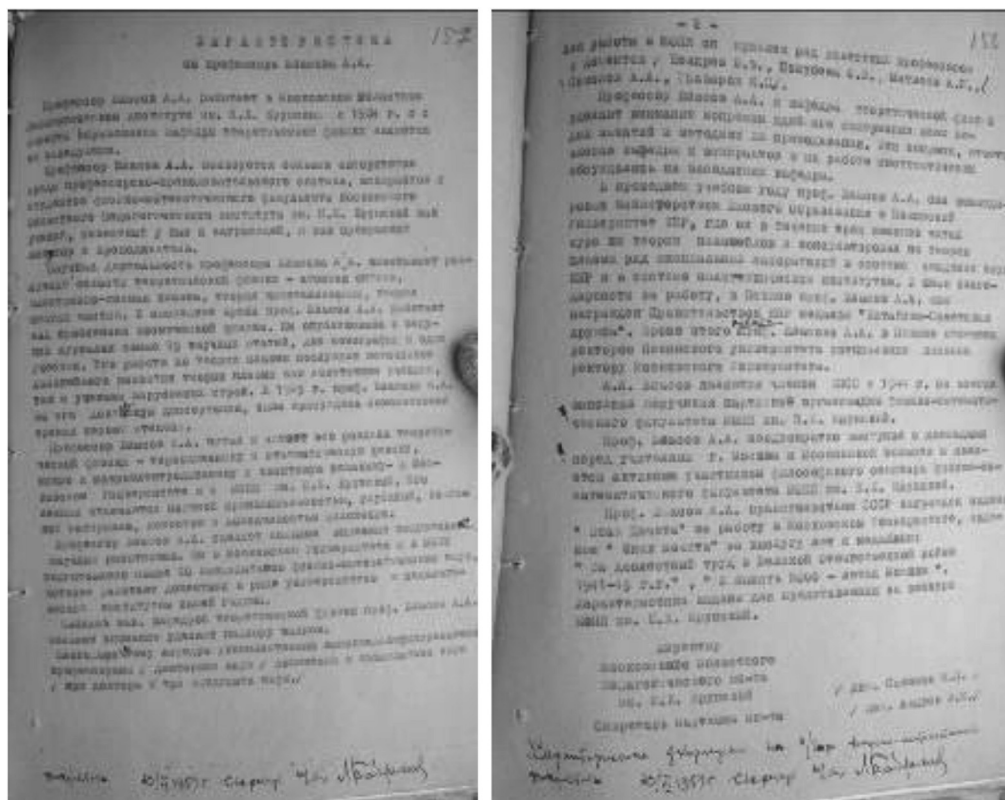


Рис. 6. Характеристика А.А. Власова, выданная МОПИ в 1959 г.

«ХАРАКТЕРИСТИКА

на профессора Власова А.А.

Профессор Власов А.А. работает в Московском Областном Педагогическом Институте им. Н.К. Крупской с 1934 г. и с момента образования кафедры теоретической физики является ее заведующим.

Профессор Власов А.А. пользуется большим авторитетом среди профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов физико-математи-

ческого факультета Московского Областного Педагогического Института им. Н.К. Крупской как ученый, известный у нас и за границей, и как прекрасный лектор и преподаватель.

Научная деятельность профессора Власова А.А. охватывает различные области теоретической физики – атомная оптика, электронно-ионная плазма, теория кристаллизации, теория многих частиц. В последнее время профессор Власов А.А. работает над проблемами космической физики. Им опубликовано в ведущих журналах свыше 25 научных статей, две монографии и один учебник. Его работы по теории плазмы послужили источником дальнейшего развития теории плазмы как советскими учеными, так и учеными зарубежных стран. В 1945 г. проф. Власову А.А. за его докторскую диссертацию была присуждена Ломоносовская премия первой степени.

Профессор Власов А.А. читал и читает все разделы теоретической физики – термодинамику и статистическую физику, микро и макроэлектродинамику и квантовую механику – в Московском Университете и в МОПИ им. Н.К. Крупской. Его лекции отличаются научной принципиальностью, глубиной, новизной материала, ясностью и доходчивостью изложения.

Профессор Власов А.А. уделяет большое внимание подготовке научных работников. Им в Московском Университете и в МОПИ подготовлено свыше 20 кандидатов физико-математических наук, которые работают доцентами в ряде университетов и педагогических институтов нашей Родины.

Являясь зав. кафедрой теоретической физики проф. Власов А.А. большое внимание уделяет подбору кадров.

Благодаря этому кафедра укомплектована высококвалифицированными профессорами, докторами наук, доцентами и кандидатами наук: три доктора и три кандидата наук. Для работы в МОПИ он привлек ряд известных профессоров и доцентов: Ноздрев В.Ф., Голубева О.В., Матвеев А.Н., Соколов А.А., Базаров И.П.

Профессор Власов А.А. и кафедра теоретической физики уделяют внимание вопросам идейного содержания всех видов занятий и методики их преподавания. Эти вопросы, отчеты членов кафедры и аспирантов о их работе систематически обсуждались на заседаниях кафедры.

В прошедшем учебном году проф. Власов А.А. был командирован Министерством Высшего Образования в Пекинский университет КНР, где он в течение трех месяцев читал курс по теории плазмойдов и консультировал по теории плазмы ряд специальных лабораторий в системе академии наук КНР и в системе политехнических институтов. В знак благодарности за работу в Пекине проф. Власов А.А. был награжден Правительством КНР медалью «Китайско-Советская дружба». Кроме этого, работа проф. Власова А.А. отмечена ректором Пекинского университета специальным письмом ректору Московского Университета.

А.А. Власов является членом КПСС с 1944 г. Он всегда выполнял поручения партийной организации физико-математического факультета МОПИ им. Н.К. Крупской.

Проф. Власов А.А. неоднократно выступал с докладами перед учителями Москвы и Московской области и является активным участником философского семинара физико-математического факультета МОПИ им. Н.К. Крупской.

Проф. Власов А.А. правительством СССР награжден орденом «Знак Почета» за работу в Московском Университете, орденом «Знак Почета» за выслугу лет и медалями «За доблестный труд во время Великой Отечественной Войны 1941-45 г.г.», «В память 800-летия Москвы». Характеристика выдана для представления на конкурс МОПИ им. Н.К. Крупской.

Директор Московского Областного Педагогического Ин-та им. Н.К. Крупской /доц. Сазонов М.П./

Секретарь парткома ин-та /доц. Авдусь З.И./

Характеристика утверждена на п/бюро физико-математического факультета 23.06.1959 г..

Большинство наград А.А. Власов получал по представлению МГУ. Однако в выписке из приказа Министерства Просвещения П-6 №464 от 18 декабря 1957 г. о награждении значком «Отличник народного просвещения» за успешную работу по подготовке кадров народного образования в преамбуле написано «О награждении ... работников Московского областного педагогического института им. Н.К. Крупской». Эта награда присуждена ему за работу в МОПИ (рис. 7).

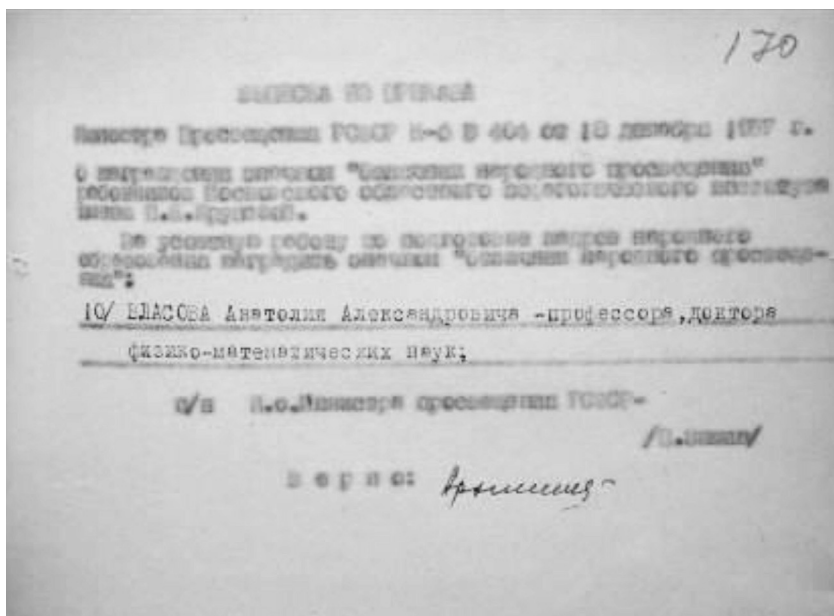


Рис. 7. Выписка из приказа Министерства Просвещения П-6 №464 от 18 декабря 1957 г. о награждении А.А. Власова значком «Отличник народного просвещения».

Приведём данные по его докторскому диплому и профессорскому аттестату.

- Диплом доктора наук фм №000115

Москва 20 августа 1945 г.

Решение ВАК о присуждении степени от 14 ноября 1942 (протокол №24)

- Аттестат профессора пр №000286

Москва 20 августа 1945 г.

Решение ВАК о присуждении звания от 9 сентября 1944 (протокол №20)

Профессор по кафедре «теоретическая физика»

В архивном деле А.А. Власова имеется список публикаций, одна из которых непосредственно относится к МОПИ (рис. 8).

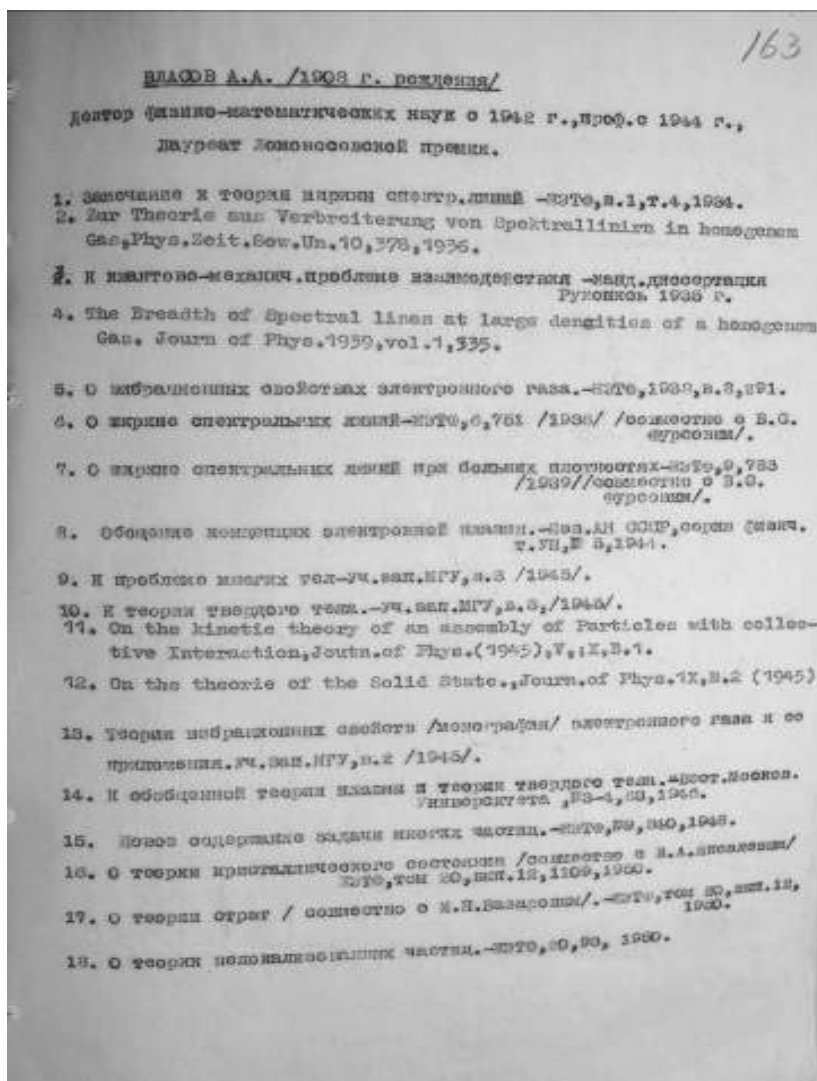


Рис. 8. Список публикаций А.А. Власова.

«Список трудов**ВЛАСОВ А.А. /1908 г. рождения/⁵****Доктор физико-математических наук с 1942 г., проф. с 1944 г.****Лауреат Ломоносовской премии.**

1. Замечание к теории ширины спектр. линий –ЖЭТФ, в.1, т.4, 1934.
2. Zur Theorie aus Verbreiterung von Spektrallinien in homogenem Gas, Phys. Zeit. Sow. Un. 10, 378, 1936.
3. К квантово-механич. проблеме взаимодействия –канд. диссертация. Рукопись 1935 г.
4. The Breadth of Spectral lines at large densities of a homogenem Gas. Journ of Phys. 1939, vol.1, 335.
5. О вибрационных свойствах электронного газа –ЖЭТФ, 1934, в.8, 291.
6. О ширине спектральных линий –ЖЭТФ, 6, 751 /1936/ /совместно с В.С. Фурсовым/.
7. О ширине спектральных линий при больших плотностях –ЖЭТФ, 9, 783 /1936/ /совместно с В.С. Фурсовым/.
8. Обобщение концепции электронной плазмы –Изв. АН СССР, серия физич., т. 8, №5, 1944.
9. К проблеме многих тел –Уч. зап. МГУ, вып.3 /1945/.
10. К теории твердого тела –Уч. зап. МГУ, вып.3 /1945/.
11. On the kinetic theory of an assembly of Particles with collective Interaction, Journ of Phys. (1945), V.X, B.1.
12. On the theory of the Solid State., Journ of Phys.1X, B.2 (1945).
13. Теория вибрационных свойств (монография) электронного газа и ее приложения. –Уч. зап. МГУ, в.2 /1945/.
14. К обобщенной теории плазмы и теории твердого тела. –Вест. Москов. Университета, №3-4, 63, 1946.
15. Новое содержание задачи многих частиц. –ЖЭТФ, №9, 840, 1948.
16. О теории кристаллического состояния /совместно с В.А. Яковлевым/. – ЖЭТФ, том 20, вып.12, 1950.
17. О теории страт /совместно с И.П. Базаровым/. – ЖЭТФ, том 20, вып. 12, 1950.
18. О теории нелокализованных частиц. –ЖЭТФ, 20, 93, 1950.
19. Теория многих частиц /книга/ Гостехиздат, Москва, 1950 г.
20. О переносе массы и заряда поверхностными волнами, ЖЭТФ, 27, 224, 1954 г.
21. О переносе заряда поверхностными волнами. –Ученые записки МОПИ физический сборник 17, 1955 г.
22. Макроскопическая электродинамика.-/книга/ Гостехиздат, Москва, 1955 г.
23. К статистической теории гравитации. Труды Всесоюзной конференции по космогонии. Изд. АН СССР, 1957 г.

⁵ Архив МГОУ. Опись личных дел отдела кадров МОПИ им. Н.К. Крупской. С. 163-164.

24. О пространственно-неоднородных распределениях системы гравитирующих частиц. Вестник МГУ, 4, 95, 1957 г.

/А.А. ВЛАСОВ/».

Собственноручно добавлено

25. Новый принцип существования высокотемпературных плазмOIDов. Sinica, 3 (март) 1959 г.
19/июня – 59

Рассмотрим последние документы А.А. Власова в его архивном деле МОПИ.

Согласно параграфу 6 приказа по МОПИ №648 от 1 октября 1958 г. А.А. Власову предоставлен отпуск без сохранения содержания с 15 сентября 1958 г. по 15 января 1959 г. в связи с выездом в спец. командировку по разъяснению Мин. Прос. РСФСР.

Однако командировка оказалась короче, и А.А. Власов приступает к работе в МОПИ с 3 декабря 1958 г. согласно приказу №804 от 10 декабря 1958 г.

9 июня 1959 г. А.А. Власов подает на имя директора института доцента М.П. Сазонова заявление: «Настоящим прошу считать меня участвующим в конкурсе на замещение должности заведывающего кафедрой теоретической физики». Этому заявлению предшествует разрешение от МГУ на работу по совместительству в 1959/1960 учебном году.

Заявление стало его последним собственноручным документом в МОПИ.

Последний документ в архиве МГОУ, относящийся к А.А. Власову, датирован 1 сентября 1959 г. (рис. 9).

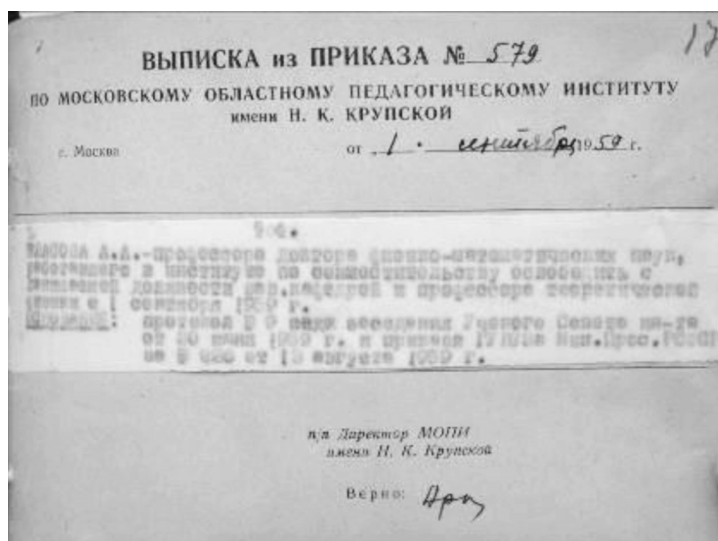


Рис. 9. Выписка из приказа №579 от 1.09.1959 г. об освобождении Власова А.А. от занимаемой должности зав. кафедрой и профессора теоретической физики МОПИ – последний документ в архиве МОПИ (МГОУ), относящийся к А.А. Власову.

Это выписка из приказа №579 от 1.09.1959 г. В параграфе 4 записано:

«ВЛАСОВА А.А.-профессора, доктора физико-математических наук, работавшего в институте по совместительству освободить от занимаемой должности зав. кафедрой и профессора теоретической физики с 1 сентября 1959 г.

ОСНОВАНИЕ: протокол № 9 Ученого Совета ин-та от 30 июня 1959 г. и приказ ГУ ВУЗа Мин. Прос. РСФСР за №236 от 13 августа 1959 г.».⁶

За 25 лет работы А.А. Власов оказал значительное влияние на развитие научной школы МОПИ, заложенные им традиции развиваются и по сей день.

БЛАГОДАРНОСТИ / ACKNOWLEDGMENTS

Работа подготовлена при частичной поддержке по гранту РФФИ №18-07-20105.

Автор выражает глубокую благодарность Н.К. Алексеевой за возможность работы с архивными документами.

The work partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 18-07-20105).

The author is deeply grateful to N.K. Alekseeva, head of the MRSU archive, for the opportunity to work with archival documents.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: vic_belyaev@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Victor V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, professor, Head of the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: vic_belyaev@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Беляев В.В. Анатолий Александрович Власов в МОПИ им. Н.К. Крупской (к 110-летию со дня рождения по материалам архива МОПИ/МГОУ) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 93–106. DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-93-106

FOR CITATION

Belyaev V.V. Anatoliy A. Vlasov at Moscow Region Teachers Training Institute (on his 110th birthday) In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 93–106. DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-93-106

⁶ Архив МГОУ. Опись личных дел отдела кадров МОПИ им. Н.К. Крупской. С. 176.

УДК 537.5; 538.9

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-107-116

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ А.А. ВЛАСОВА В МОПИ (МГОУ): К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АНАТОЛИЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА ВЛАСОВА

Высикайло Ф.И., Беляев В.В.

Московский государственный областной университет

141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. К юбилею рождения А.А. Власова – гениального советского физика-теоретика, модифицировавшего уравнение Больцмана для описания коллективных явлений в плазме, подводятся итоги развития его идей и традиций в современной науке. Показано, что на базе его идей открыты кумулятивно-диссипативные заряженные структуры в плазме различной природы и исследованы особенности их взаимодействия через электромагнитные поля и энерго-массово-импульсные потоки заряженных частиц (электронов, протонов, и различных ионов). Приведены примеры развития его идей в МОПИ–МГОУ.

Ключевые слова: Власов А.А., дальнодействующие кулоновские потенциалы, кумулятивно-диссипативные заряженные структуры, электромагнитные поля, энерго-массово-импульсные потоки заряженных частиц.

DEVELOPMENT OF ANATOLY A. VLASOV'S IDEAS AT MRTTI (MRSU): ON THE 110TH BIRTHDAY OF ANATOLY ALEXANDROVICH VLASOV

P. Vysikaylo, V. Belyaev

Moscow Region State University

ul. VeryVoloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

Abstract. The year 2018 marks the 110th anniversary of the birth of Prof. A.A. Vlasov, an outstanding Soviet and Russian scientist in field of theoretical physics. He modified the Boltzmann equation to describe collective phenomena in plasma and made other discoveries in theoretical physics. We summarize the development of his ideas and traditions in modern science, especially by his followers at the Moscow Region Teachers Training Institute (MRTTI), currently MRSU. His ideas laid the foundation for the discovery of cumulative-dissipative charged structures in plasmas of various nature and for the investigation of the features of their interaction through electromagnetic fields and energy-mass-momentum flows of charged particles (electrons, protons, and various ions).

Key words: A.A. Vlasov, long-range Coulomb potentials, cumulative-dissipative charged structures, electromagnetic fields, energy-mass-pulsed flows of charged particles.

В этом году мы отмечаем юбилейную дату – 110 лет со дня рождения Анатолия Александровича Власова – гениального советского физика-теоретика. Считается, что в науке есть два подхода, и оба зародились в древней Греции. Первый тяготеет к философии и его можно проиллюстрировать философскими высказываниями типа: «все течёт» или «если что-то убыло, то где-то что-то прибыло в таком же количестве». Второй подход требует строгих методов расчёта и строгих частных выводов, как в работах Эйлера, Лагранжа, Лавуазье. Работы А.А. Власова опирались на синтез этих подходов, и его выводы на базе основных идей до сих пор не получили должной оценки в нашей стране.

Традиции и идеи, заложенные А.А. Власовым [1], продолжают поддерживаться и развиваться в настоящее время и не только его непосредственными учениками, которых у него было 25. Приведём краткий обзор таких идей, разрабатывающихся после А.А. Власова и развиваемых в современных исследованиях различных организаций, в том числе и сотрудниками МГОУ (О.В. Голубева (ученица А.А. Власова) [2; 3], Ю.И. Яламов [4; 5], А.В. Латышев, А.А. Юшканов [6–10], А.К. Дадиванян [11–14], Э.В. Геворкян [15; 16], Ф.И. Высикайло [17–20], В.В. Беляев [13; 14; 20], М.М. Кузнецов [21; 22] и др.) в тесной кооперации с ведущими организациями России и СНГ.

Так, в МГОУ на базе идей А.А. Власова о необходимости учитывать **дальнодействующие** кулоновские силы, открыты кумулятивно-диссипативные заряженные структуры в плазме различной природы и исследованы особенности их взаимодействия через электромагнитные поля и энерго-массово-импульсные потоки заряженных частиц (электронов, протонов и различных ионов). Отметим, что идеи о важности дальнодействующих гравитационных и центробежных потенциалов были реализованы ещё Эйлером в 1767 г. Лагранж открыл в 1772 г. две треугольные точки либрации, и теперь все точки называются лагранжевыми. В МГОУ международной междисциплинарной конференцией «Эйлеровы чтения – МГОУ 2017» отмечалась 250 годовщина открытия трёх линейных (лагранжевых) точек либрации-кумуляции, совершенного ставшим нашим соотечественником швейцарцем Леонардом Эйлером в России в 1767 г, а не Лагранжем.

В МГОУ развиваются и исследуются для практических применений идеи о важности учёта дальнодействующих потенциалов, предложенные ещё в работах Эйлера и его последователей: Лагранжа, Власова и др. Так, сотрудниками МГОУ исследован принцип математического транспонирования методов и математических моделей из хорошо исследованных областей естественных наук в области, исследованные менее. Этот метод применялся и ранее де Бройлем, Эйнштейном, Шрёдингером, Гамовым и др. Сотрудникам МГОУ этот метод позволил не только верифицировать достижения в различных областях наук, но и получить новые знания на основании такого синергетического подхода к базе экспериментальных данных и теоретических исследований, накопленных в естественных науках. Так, на базе работ Эйлера и Лагранжа, посвящённых исследованию интерференции гравитационных и центробежных дальнодействующих потенциалов для системы трёх тел, сотрудниками МГОУ были открыты не

только точки либрации и кумуляции для электронов между вращающимися положительно заряженными структурами, но и линии и поверхности кумуляции; также классифицированы точки, открытые Эйлером и Лагранжем на точки либрации (вибрации, колебания – $L_{4,5}$) и точки кумуляции для 3D энерго-массово-импульсных потоков (L_{1-3}). Учёт далекодействующих кулоновских потенциалов или объёмных зарядов для астрофизических структур со слабым нарушением нейтральности (на уровне тридцать шестого знака после запятой) позволил разработать методы определения заряда Солнца по ионному составу солнечного ветра, и по известному заряду Солнца рассчитать профиль температуры электронов во всей гелиосфере положительно заряженного Солнца и в ионосфере отрицательно заряженной Земли. Это было выполнено согласно соотношению Эрнста-Таунсенда (Эйнштейна-Смолуховского, применявших это соотношение). При этом доказано, что важность учёта далекодействующих кулоновских сил, не влияющих на эффективный радиус Дебая в плазме самого слабо положительно заряженного Солнца (эффективный радиус Дебая Солнца меняется на уровне 10^{-18}), существенно влияет на характеристики электронов (температуру и характерный радиус Дебая) плазмы на расстояниях в 10–30 радиусов Солнца. Таким образом, применение радиуса Дебая для оценки далекодействия кулоновских сил в ряде случаев является ошибочным, в том числе и для оценки влияния электрического поля заряженных структур на окружающую их плазму.

В работах сотрудников МГОУ доказано, что вокруг **заряженных** астрофизических структур загораются неоднородные самостоятельные и несамостоятельные сферически симметричные плазменные слои – разряды – аналоги плазменного или электрического ветров в экспериментах с франклиновым колесом (эти открытия очень важны для развития таких систем как ГЛОНАСС, GPS и решения проблем устойчивости спутников). До сих пор считалось, что ионосфера формируется, в основном, из-за УФ ионизации электромагнитным излучением Солнца. Роль самостоятельного разряда в верхней атмосфере отрицательно заряженной Земли не исследовалась. Явления со слабым нарушением нейтральности в Солнечной системе формируют ускорители заряженных частиц – разряды гигантских размеров с фарадеевыми тёмными пространствами в 10 км (в ионосфере Земли) и огромными приведёнными к плотности частиц электрическими полями до 30 000 Тд, существенно превышающими пробойные значения в лабораторной плазме (порядка 100 Тд).

Согласно воспоминаниям заслуженного преподавателя МГУ И.А. Квасникова, Власов А.А. относился к проблеме – кто из них, он или Ландау открыли первым затухание плазменных колебаний – следующим образом: «Да, затухание – это же элементарно (!), речь идёт не о них и не о том, а о постоянно присутствующих во всех системах колебательных состояний, образующих вследствие наличия в системе самосогласованного поля периодические структуры» [1]. Власова больше интересовали сами вибрационные колебания ферми-газа в 4D структурах (в пространстве-времени), их пульсации и их частотные и энергетические спектры, а не их затухание (задача Власова 1945 г., Ландау 1946 г.) или разрушения структур при проникновении частиц через потенциальный барьер в сложной

структуре (задача Гамова 1928 г.). Задачи Гамова и Ландау–Власова о затухании волн А.А. Власов считал второстепенными!

Это очень важное открытие до сих пор не исследовано в полной мере ни теоретически, ни экспериментально в явлениях от фемтомира до явлений в Космосе. Ландау говорил, что метод важнее решения одной задачи. Только плодотворная идея важнее метода. Это открытие Власова только недавно было исследовано для частных явлений поляризационного захвата электрона во внутренний объем фуллеренов и явлений пульсирования квантовых звёзд при формировании кулоновских зеркал в ядрах звёзд [17–20]. Взаимодействие ранее свободного электрона, налетающего на фуллерен, приводит к поляризации фуллерена (электронная оболочка фуллерена, состоящая из 60 электронов, смещается от налетающего электрона и обнажает положительно заряженную решётку фуллерена). После прохождения электроном решётки фуллерена, уже на удаляющийся от фуллерена электрон будут действовать поляризационные силы, стремящиеся его вернуть в центр фуллерена. Это приводит к возникновению электрических полей между электроном и фуллереном. Это явление можно представить, как генерацию поляризационного барьера на некотором поляризационном расстоянии от фуллерена. В таком виде задача о взаимодействии ранее свободного электрона, захваченного поляризационными силами, с системой многих электронов в фуллерене сводится к известной задаче Гамова об альфа-распаде атомного ядра. В результате решения этой задачи – поляризационного захвата электрона во внутреннюю полость фуллерена (формирование отрицательно заряженной квантовой точки) – получены собственные энергетические спектры резонансного захвата (пульсирования) электронов с энергиями от 0,2 эВ до 20 эВ внутри фуллерена для всех типов фуллеренов. Полученные аналитически результаты хорошо совпали с экспериментальными наблюдениями, проведёнными в РФ и за её рубежами для отрицательных ионов на базе C_{60} и C_{70} . Как показали эксперименты, добротность такого квантового резонатора при пульсировании в нём электрона порядка 10^{15} .

Что касается квантовых пульсаров, то при гравитационном коллапсе квантовых звёзд или их центров, так как масса свободных электронов во много раз меньше массы протонов, у электронов квантовые свойства появляются раньше, чем у протонов. Протоны продолжают сходиться к центру квантовой звезды как обычные частицы, а электроны из-за увеличивающейся их плотности становятся квантовыми сущностями, т.е. находятся и вне звезды. Это приводит к квантовому разделению заряда и появлению кулоновских зеркал, отражающих коллапсирующие, из-за гравитации, к центру звезды энерго-массово-импульсные потоки. Так работают кулоновские пульсары, открытые сотрудниками МГОУ, в полном соответствии с идеями А.А. Власова о генерации далекодействующих внутренних полей в коллапсирующей плазме. Таким образом, учёт слабого нарушения нейтральности позволил открыть новый тип пульсаров на кулоновских зеркалах, новый тип атомного реактора, приводящего к нейтронизации обычного вещества в звёздах. Сотрудникам МГОУ удалось заложить основы астрофизики, учитывающей слабое нарушение нейтральности, существенно влияющее на процессы переноса в Космосе и в ионосфере Земли.

В МГОУ проводятся исследования влияния нарушения нейтральности и формирования динамических поляризационных кулоновских потенциалов, формируемых вибрацией ферми-газа, на спектроскопические свойства квантовых точек с различными типами кулоновских потенциалов (типа потенциальной ямы, как в задаче Шредингера-Бора, так и типа потенциального барьера Гамова), возникающие и при поляризационном захвате свободных электронов во внутреннюю полость фуллеренов. В результате открыты стоячие экситоны большого радиуса и объяснены резонансные профили сечений захвата электронов различными фуллеренами, обнаруженные в ряде экспериментов. На базе экспериментальных наблюдений за рамановскими спектрами (комбинационного рассеивания) и модификации модели экситонов большого радиуса Ванье-Мотта, получены наноразмерные профили диэлектрической проницаемости в области атома бора – $\epsilon(r)$, легирующего алмаз. На базе аналитических и экспериментальных исследований, сформулированы основы кумулятивной квантовой механики, позволившей описать неограниченную кумуляцию пси-функции заряженных частиц в полых квантовых наноразмерных резонаторах со сферической и цилиндрической симметриями и с энергетическими спектрами $(n - 1/2)^{\pm 2}$, где $n = 1, 2, \dots$. Исследование захвата свободных электронов структурами, обладающими определённым сродством к электронам, позволило открыть и исследовать принципы физического легирования наноструктурированных материалов, обладающих повышенной прочностью, износостойкостью и отсутствием процессов рекристаллизации. Эти новые свойства обусловлены внутренними дальнедействующими электрическими полями, возникающими из-за поляризационного захвата электронов, такими структурами, как фуллерены, нанотрубки или нанографены. В настоящее время в АО ГНЦ РФ ТРИНИТИ с участием ИБРАЭ РАН предполагается проведение работ по исследованию возможности использования методов физического легирования материалов для дальнейшего повышения надёжности работы ТВЭЛов для атомной промышленности. Доказано, что валентность атомов определяется количеством возможных точек кумуляции-либрации для внешних атомных электронов в молекулах или многоатомных структурах и кристаллах.

В этом плане высказывание А.А. Власова о плазме как о системе заряженных частиц, по существу не являющихся свободным газом, представляющей некоторой совершенно своеобразной 3D-размерной системой, стянутой далёкими силами, считается всё ещё актуальным тезисом, но пока не востребованным всеми исследователями газоразрядной плазмы и твёрдого тела, физически легированного наноструктурами – ловушками для свободных электронов. В роли положительно заряженных плазматидов, управляющих электронами на больших расстояниях, могут выступать катодные пятна и положительный столб, и, конечно, система страт, из которых в окружающее пространство удалена часть электронов в результате действия ЭДС. Учёт положительного заряда катодного пятна позволил объяснить обратное движение катодного пятна в поперечном магнитном поле, открытое ещё в 1903 г. Штарком и получившее объяснение только в 2004 г. Приверженцы 1D-размерных диффузионных моделей страт не допускают

и мысли, что следует провести хотя бы оценки влияния слабого нарушения нейтральности на стратификацию наносекундного газового разряда при давлениях порядка 100 Торр и выше, имеющего всегда из-за нарушения нейтральности 3D структуризацию. Именно слабое нарушение нейтральности приводит к стратификации разряда и формированию кулоновских ионизационно-дрейфовых диссипативных структур с кумуляцией потоков электронов в точках либрации (кумуляции) между положительно заряженными стратами.

Учёт слабого нарушения нейтральности, выполненный сотрудниками МГОУ, позволил объяснить эффект Пекарика, установившего противоположные направления групповой и фазовой скоростей страт в лабораторной газоразрядной плазме. Развеев миф о диффузионной природе страт и доказана их ионизационно-дрейфовая природа, из-за которой и происходит формирование слоёв объёмного заряда дальнедействующим электрическим полем, имеющим как продольную полному току компоненту (E_x), так и, не менее важную, поперечную ему составляющую (E_r). Доказано, что стратифицированная плазма в газовом разряде является совершенно своеобразной кумулятивно-диссипативной регулярной системой, стянутой далёкими кулоновскими силами (E_r). Фокусирующее (кумуляирующее) действие этих дальнедействующих сил на электроны совершенно аналогично действию на малые тела потенциальных сил огромных гравитирующих систем, описанных Эйлером и Лагранжем ещё в 1767–1772 гг. на примере системы трёх тел: двух массивных вращающихся тел – Солнца и Юпитера – и третьего пробного тела, с помощью которого исследуется интерференция центробежного и сложного гравитационного потенциалов. В рамках построенной теории возмущения учёт слабого нарушения нейтральности позволил сотрудникам МГОУ предсказать и, аналитически и численно, описать ударные волны электрического поля (открытые Ганном в полупроводниках). Ударные волны электрического поля были даже остановлены и визуализированы в специально организованных экспериментах в газоразрядных трубках с прокачкой газа и локальным возмущением разряда пучком быстрых электронов. Кроме этого был открыт и подробно исследован новый тип амбиполярной диффузии, обусловленной слабым нарушением нейтральности.

А.А. Власов занимался разнообразными задачами «проблемы многих тел» или «многих частиц», о чём говорят и названия его статей, вышедших в течение нескольких десятилетий. В МОПИ (МГОУ) изучалось взаимодействие частиц в средах с различным фазовым составом под действием физических полей разной природы. Идеи А.А. Власова прямо или косвенно учтены в исследованиях учёных МОПИ (МГОУ) в области физики конденсированного состояния [2; 4; 20], в физике полимеров [11; 12], магнитных жидкостей, жидких кристаллов [13–15]. В МОПИ (МГОУ) выполнен ряд исследований взаимодействия электромагнитного излучения с микро- и наносистемами (тонкие металлические плёнки, проволоки) в различных диапазонах частот, низких или сравнимых с частотой плазменных колебаний. Получены аналитические выражения для коэффициентов поглощения, отражения и прохождения электромагнитного излучения; определены резонансные частоты; выявлены зависимости этих частот от харак-

теристик материала плёнки. Исследовано влияние квантовых волновых свойств и свойств пространственной дисперсии вырожденной электронной плазмы на взаимодействие электромагнитного излучения с тонкой металлической плёнкой и одномерным металло-диэлектрическим фотонным кристаллом, представляющим собой тонкие чередующиеся слои металла и диэлектрика [6–10].

Идеи А.А. Власова о важной роли внутренних самосогласованных электрических полей подтверждаются, они живы, развиваются и продолжают вдохновлять его учеников и последователей на дальнейшие открытия и исследования поведения электронного ферми-газа в кулоновских потенциалах с любыми размерами, формами и свойствами от фемтомира атомных ядер до макромира структур Космоса. История научной и общественной жизни А.А. Власова поучительна не только для молодых физиков, решающих проблемы на переднем крае естественных наук, но и для школьников, собирающихся заняться физикой или математикой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов А.А. Теория вибрационных свойств электронного газа и ее приложения / послесл. И.А. Квасников; предисл. А.А. Рухадзе; изд. 2-е, доп. М.: ЛЕНАРД, 2017. 232 с.
2. Голубева О.В. Теоремы о динамических процессах в анизотропных средах // Проблемы математики в физико-технических задачах: Межведомственный сборник научных трудов. М: Московский физико-технический институт, 1987. С. 39–44.
3. Черняев А.П. О научном наследии О.В. Голубевой по направлению «Движение жидкости в пленках переменной толщины на криволинейных поверхностях» и современном состоянии науки // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2015. № 2. с. 62–74.
4. Deriaguin B.V., Yalamov Yu.I. The Theory of Thermophoresis and Diffusiophoresis of Aerosol Particles and Their Experimental Testing // International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry. Vol. 3. Topics in Current Aerosol Research. Oxford: Pergamon Press Inc., 1972. Part 2. P. 1–200.
5. Шукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л. Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: Московский педагогический университет, 1992. 297 с.
6. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решение граничных задач для кинетических уравнений. М.: Московский государственный областной университет, 2004. 286 с.
7. Латышев А.В., Юшканов А.А. Граничные задачи для вырожденной электронной плазмы. М.: Московский государственный областной университет, 2006. 274 с.
8. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитические решения в теории скин-эффекта. М.: Московский государственный областной университет, 2008. 285 с.
9. Латышев А.Н., Юшканов А.А. Определение толщины нанопленки с помощью резонансных частот // Квантовая электроника. 2015. Т. 45. № 3. С. 270–274.
10. Yushkanov A.A., Zverev N.V. Quantum electron plasma, visible and ultraviolet P-wave and thin metallic film // Physics Letters A. 2017. Vol. 381, Iss. 6. P. 679–684.
11. Дадиванян А.К., Чаусов Д.Н. Ближний ориентационный порядок в растворах полимеров. М.: Издательство Московского государственного областного университета, 2012. 92 с.
12. Определение критических величин при образовании растворов полимеров / Дадиванян А.К., Ноа О.В., Чаусов Д.Н., Игнатов Ю.А. // Высокомолекулярные соединения. Серия Б. 2008. Т. 50. № 2. С. 354–359.

13. Effect of photoaligning azo dye structure on liquid crystal anchoring energy / Barabanova N.N., Belyaev V.V., Bogdanov D.L., Chigrinov V.G., Dadivanyan A.K., Nazarov A.P., Noah O.V. // *Journal of the Society for Information Display*. 2015. Vol. 23. Iss. 10. P. 486.
14. Nanomesh aluminum films for LC alignment. Theoretical and experimental modeling / Dadivanyan A.K., Belyaev V.V., Chaurov D.N., Stepanov A.A., Smirnov A.G., Tsybin A.G., Osipov M.A. // *Molecular Crystals and Liquid Crystals*. 2015. Vol. 611. Iss. 1. P. 117–122.
15. Базаров И.П., Геворкян Э.В. Статистическая физика жидких кристаллов. М.: Издательство Московского университета, 1992. 496 с.
16. Геворкян Э.В. Многочастичные взаимодействия в физике конденсированного состояния // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика*. 2013. № 3. С. 45–48.
17. Высикайло Ф.И. Кумуляция электрического поля в диссипативных структурах в газоразрядной плазме. // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2004. Т. 125. № 5. С. 1071–1081.
18. Vysikaylo P.I. Cumulative Quantum Mechanics (CQM). Part II. Application of Cumulative Quantum Mechanics in Describing the Vysikaylo Polarization Quantum-Size Effects // *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2012. Vol. 48. Iss. 5. P. 395–411.
19. Высикайло Ф.И. Архитектура кумуляции в диссипативных структурах. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2013. 352 с.
20. Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Belyaev V.V. Physical Alloying of Plasma Metallization Nanocomposite Coating by Allotropic Carbon Nanostructures. Part 2: Analytical Research // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2018. Vol. 46. Iss. 5. P. 1781–1785.
21. Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотров Л.В. Аналитические модели ударно-волновой высокоскоростной поступательной неравновесности. Учебное пособие / науч. ред. В.А. Жачкин. М.: ИИУ МГОУ, 2017. 76 с.
22. Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молостин Е.В., Смотров Л.В. Аналитические свойства эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно сжатых бинарных смесях газов // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика*. 2017. № 4. С. 79–87.

REFERENCES

1. Vlasov A.A. *Teoriya vibratsionnykh svoystv elektronnoy gaza i ee prilozheniya* [Theory of vibration properties of electron gas and its applications]. Moscow, LENARD Publ., 2017. 232 p.
2. Golubeva O.V. [Theorems on dynamic processes in anisotropic media]. In: *Problemy matematiki v fiziko-tekhnicheskikh zadachakh: Mezhdомstvennyi sbornik nauchnykh trudov* [Problems of mathematics in physics and technical tasks: Interdepartmental collection of scientific works]. Moscow, Moscow Institute of Physics and Technology Publ., 1987. pp. 39–44.
3. Chernyaev A.P. [On the scientific heritage of professor Olga V. Golubeva in the direction of “Fluid movement in films of variable thickness on curved surfaces” and the state-of-the-art of this science]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2015, no. 2, pp. 62–74.
4. Deriaguin B.V., Yalamov Yu.I. Theory of Thermophoresis and Diffusiophoresis of Aerosol Particles and Their Experimental Testing. In: *International Reviews in Aerosol Physics and Chemistry. Vol. 3. Topics in Current Aerosol Research*. Oxford, Pergamon Press Inc. Publ., 1972. Part 2, pp. 1–200.

5. Shchukin E.R., Yalamov Yu.I., Shulimanova Z.L. *Izbrannye voprosy fiziki aerozolei* [Selected topics of the physics of aerosols]. Moscow, Moscow Pedagogical University Publ., 1992. 297 p.
6. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. *Analiticheskoe reshenie granichnykh zadach dlya kineticheskikh uravnenii* [Analytical solution of boundary problems for kinetic equations]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2004. 286 p.
7. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. *Granichnye zadachi dlya vyrozhdennoi elektronnoi plazmy* [Boundary value problems for a degenerate electron plasma]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2006. 274 p.
8. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. *Analiticheskie resheniya v teorii skin-efekta* [Analytical solutions in the theory of skin-effect]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2008. 285 p.
9. Latyshev A.N., Yushkanov A.A. [Determination of nanofilm thickness using resonant frequencies]. In: *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 2015, vol. 45, no. 3, pp. 270–274.
10. Yushkanov A.A., Zverev N.V. Quantum electron plasma, visible and ultraviolet P-wave and thin metallic film. In: *Physics Letters A*, 2017, vol. 381, iss. 6, pp. 679–684.
11. Dadivanyan A.K., Chausov D.N. *Blizhnii orientatsionnyi poryadok v rastvorakh polimerov* [Middle orientational order in polymer solutions]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2012. 92 p.
12. Dadivanyan A.K., Noa O.V., Chausov D.N., Ignatov Yu.A. [Identification of critical variables in the formation of polymer solutions]. In: *Vysokomolekulyarnye soedineniya. Seriya B* [Polymer Science. Series B], 2008, vol. 50, no. 2, pp. 354–359.
13. Barabanova N.N., Belyaev V.V., Bogdanov D.L., Chigrinov V.G., Dadivanyan A.K., Nazarov A.P., Noah O.V. Effect of photoaligning an azo dye structure on liquid crystal anchoring energy. In: *Journal of the Society for Information Display*, 2015, vol. 23, iss. 10, p. 486.
14. Dadivanyan A.K., Belyaev V.V., Chausov D.N., Stepanov A.A., Smirnov A.G., Tsybin A.G., Osipov M.A. Nanomesh aluminum films for LC alignment. Theoretical and experimental modeling. In: *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 2015, vol. 611, iss. 1, pp. 117–122.
15. Bazarov I.P., Gevorkyan E.V. *Statisticheskaya fizika zhidkikh kristallov* [Statistical physics of liquid crystals]. Moscow, Moscow University Publ., 1992. 496 p.
16. Gevorkyan E.V. [Many-particle interactions in condensed state physics]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2013, no. 3, pp. 45–48.
17. Vysikailo P.I. [Cumulation of the electric field in dissipative structures in a gas-discharge plasma]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 2004, vol. 125, no. 5, pp. 1071–1081.
18. Vysikaylo P.I. Cumulative Quantum Mechanics (CQM). Part II. Application of Cumulative Quantum Mechanics in Describing the Vysikaylo Polarization Quantum-Size Effects. In: *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*, 2012, vol. 48, iss. 5, pp. 395–411.
19. Vysikailo P.I. *Arkhitektura kumulyatsii v dissipativnykh strukturakh* [Cumulation architecture in dissipative structures]. Saarbrücken, Palmarium Academic Publishing, 2013. 352 p.
20. Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Belyaev V.V. Physical Alloying of Plasma Metallization Nanocomposite Coating by Allotropic Carbon Nanostructures. Part 2: Analytical Research. In: *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2018, vol. 46, iss. 5, pp. 1781–1785.

21. Kuznetsov M.M., Kuleshova Yu.D., Smotrova L.V. *Analiticheskie modeli udarno-volnovoï vysokoskorostnoi postupatel'noi neravnovesnosti* [Analytical models of shock-wave high-speed translational disequilibrium]. Moscow, MRSU Ed. off. Publ., 2017. 76 p.
22. Kuznetsov M.M., Matveev S.V., Molostvin E.V., Smotrova L.V. [Analytical properties of the high-speed overshoot effect in a shock-compressed binary gas mixture]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2017, no. 4, pp. 79–87.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Высикайло Филипп Иванович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: filvys@yandex.ru;

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: vic_belyaev@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Philip I. Vysikaylo – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: filvys@yandex.ru

Victor V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, professor, Head of the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: vic_belyaev@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Высикайло Ф.И., Беляев В.В. Развитие идей А.А. Власова в МОПИ (МГОУ): к 110-летию со дня рождения Анатолия Александровича Власова // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 3. С. 107–116.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-107-116

FOR CITATION

Vysikaylo P.I., Belyaev V.V. Development of Anatoly A. Vlasov's ideas at MRTTI (MRSU): on the 110th birthday of Anatoly Alexandrovich Vlasov. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 107–116.
DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-107-116



ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рецензируемый научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г. Выпускается десять серий журнала: «История и политические науки», «Экономика», «Юриспруденция», «Философские науки», «Естественные науки», «Русская филология», «Физика-математика», «Лингвистика», «Психологические науки», «Педагогика». Все серии включены в составленный Высшей аттестационной комиссией Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук по наукам, соответствующим названию серии. Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатная версия журнала зарегистрирована в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Полнотекстовая версия журнала доступна в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), а также на сайте журнала www.vestnik-mgou.ru.

ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
2018. № 3

Над номером работали:

Литературный редактор М.С. Тарасова
Переводчик И.А. Улиткин
Корректор М.С. Тарасова
Компьютерная верстка Н.Н. Жильцов

Отдел по изданию научного журнала
«Вестник Московского государственного областного университета»
Информационно-издательского управления МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98
тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101)
e-mail: vest_mgou@mail.ru
сайт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70x108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro».
Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 7,5, усл. п. л. 7,25.
Подписано в печать: 31.10.2018. Дата выхода в свет: 21.11.2018. Заказ № 2018/10-14.
Отпечатано в ИИУ МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, 10А