ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)



# естник

МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия



КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

ЭФФЕКТ МЕЙСНЕРА И КВАНТОВЫЙ ЗАХВАТ ЧАСТИЦ ПРОТОПЛАНЕТНОГО ОБЛАКА САТУРНА СОЗДАЮТ СТАБИЛЬНУЮ СИСТЕМУ В ВИДЕ СОМБРЕРО ИЗ КОЛЕЦ



ПРОБЛЕМЫ РАЗРУШЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧЕК ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ЯДЕРНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

# ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

2018 / № 4

# Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России) по Физике (01.04.00).

# The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation into "the List of leading reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree" (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation) in Physics (01.04.00).

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2072-8387 (print)

2018 / № 4

ISSN 2310-7251 (online)

ISSN 2310-7251 (online)

# PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION STATE UNIVERSITY

# Учредитель журнала «Вестник Московского государственного областного университета»:

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области Московский государственный областной университет

— Выходит 4 раза в год ——

#### Редакционная коллегия серии «Физика-Математика»

Ответственный редактор серии:

**Бугаев А.С.** – д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-техничекий институт (Государственный университет)

Заместитель ответственного редактора:

**Жачкин В.А.** – д.ф.-м.н., проф. Московский государственный областной университет

#### Ответственный секретарь:

Васильчикова Е.Н. — к. ф.-м. н., доц., Московский государственный областной университет

#### Члены редакционной коллегии:

**Беляев В.В.** – д.т.н., проф., Московский государственный областной университет;

**Бугримов А.Л.** – д. т. н., проф., Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина;

Калашников Е.В. — д.ф.-м.н., Московский государственный областной университет;

**Смирнова И.М.** – д.п.н., проф., Московский педагогический государственный университет;

**Осипов М.А.** – д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

**Чаругин В.М.** — д.ф.-м.н., проф., Московский педагогический государственный университет;

**Чигринов В.Г.** – д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

#### ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. – 2018. – № 4. – 192 с.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-Математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

Индекс серии «Физика-Математика» по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

© МГОУ, 2018. © ИИУ МГОУ, 2018.

# Адрес Отдела по изданию научного журнала «Вестник Московского государственного областного университета»

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98 тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101) e-mail: vest\_mgou@mail.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (https://cyberleninka.ru), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnikmgou.ru)

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (СС-ВҮ). Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

# Founder of journal «Bulletin of the Moscow Region State University»:

Moscow Region State University

Issued 4 times a year

# Series editorial board «Physics and Mathematics»

#### Editor-in-chief:

**A.S. Bugaev** – Doctor of Physics and Mathematics, Academican of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

## Deputy editor-in-chief:

V.A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

# Executive secretary:

**E.N. Vasilchikova** – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Moscow Region State University

# Members of Editorial Board:

V.V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

**A.L. Bugrimov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kosygin State University of Russia;

**E.V. Kalashnikov** – Doctor of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;

I.M. Smirnova – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Moscow State Pedagogical University;

**M.A. Osipov** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

**V.M. Charugin** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

**V.G. Chigrinov** – Hong Kong University of Science and Technology (China)

## ISSN 2072-8387 (print) ISSN 2310-7251 (online)

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics.  $-2018. - N^{\circ} 4. - 192 p.$ 

The series «Physics and Mathematics» of the Bulletin of the Moscow State Regional University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate  $\Pi IN \ \Phi C \ 77-73344$ .

# Index of the series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

© MRSU, 2018. © Information & Publishing department of MRSU, 2018.

# The Editorial Board address:

Moscow Region State University 10A Radio st., office 98, Moscow, Russia Phones: (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (add. 6101) e-mail: vest\_mgou@mail.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary. ru), and from August 2017 on the platform of the Scientific Electronic Library "CyberLeninka" (https://cyberleninka.ru), as well as at the site of the Moscow Region State University (www.vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY). The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

2018 / № 4

# СОДЕРЖАНИЕ

# РАЗДЕЛ І. ФИЗИКА

# К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ А.А. ВЛАСОВА

Беляев В.В., Высикайло Ф.И., Кузнецов М.М., Веденянин В.В., Классен Н.В. КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ЛОСТИЖЕНИЙ ЭЛЕКТРОЛИНАМИКИ
И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»
<b>Геворкян Э.В.</b> К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ
<b>Высикайло Ф.И., Некрасов Г.Ю., Пронин Н.А.</b> САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ РАЗРЯД В ИОНОСФЕРЕ ОТРИЦАТЕЛЬНО ЗАРЯЖЕННОЙ ЗЕМЛИ36
<b>Черный В.В.</b> ЭФФЕКТ МЕЙСНЕРА И КВАНТОВЫЙ ЗАХВАТ ЧАСТИЦ ПРОТОПЛАНЕТНОГО ОБЛАКА САТУРНА СОЗДАЮТ СТАБИЛЬНУЮ СИСТЕМУ В ВИДЕ СОМБРЕРО ИЗ КОЛЕЦ54
<b>Чижов В.А., Зайцев Ф.С., Бычков В.Л.</b> КОНСТРУИРОВАНИЕ НОВЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ПО МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ НА ДВОЙНИКОВЫХ ГРАНИЦАХ
<b>Ельникова Л.В.</b> АКТИВНЫЙ РЕЖИМ ЛИОТРОПНЫХ НЕМАТИКОВ И КАЛИБРОВОЧНОЕ ПОЛЕ ДЕФЕКТОВ84
<i>Якушкин А.А., Высикайло Ф.И.</i> ПРОБЛЕМЫ РАЗРУШЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧЕК ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ЯДЕРНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК92
Саркисов С.Э., Рябченков В.В., Юсим В.А., Петров С.В., Сазыкина Т.А., Говорун И.В. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СВЕРХЧИСТЫХ ГАЗОВ
Саркисов С.Э., Рябченков В.В., Юсим В.А., Сметанин М.Ю., Шайхатаров О.К., Самонов А.С. КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ КЛАСС СОЕДИНЕНИЙ С ПЕРЕСТРАИВАЕМЫМ ЭФФЕКТИВНЫМ АТОМНЫМ НОМЕРОМ Z ДЛЯ ДЕТЕКТОРОВ ГАММА-НЕЙТРОННОГО ДИАПАЗОНА

4 /

1

Басалаев А.А., Клосс Ю.Ю., Любимов Д.Ю., Квасов И.Е., Шувалов П.В.,
щероаков д.в., захаров А.А. АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОВЕДЕНИЯ
РАДИОНУКЛИДОВ В ТЕРМОЭМИССИОННОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ
ЯЭУ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА
НА КЛАСТЕРНОЙ АРХИТЕКТУРЕ127
<b>Попов В.Н., Латухина Е.А.</b> ВЫЧИСЛЕНИЕ МАКРОПАРАМЕТРОВ
РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ЗАДАЧЕ О ТЕЧЕНИИ КУЭТТА МЕТОДОМ
ДИСКРЕТНЫХ СКОРОСТЕЙ140
Бугримов А.Л., Лаврентьев В.В., Родэ С.В., Шапкарин И.П.
ЭВОЛЮЦИЯ СХОДЯЩЕГОСЯ СФЕРИЧЕСКОГО УДАРНО-ВОЛНОВОГО
ИМПУЛЬСА
Кузьмин М.К. ОБОБЩЁННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ
РАЛИУСОВ КРУПНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ КАПЕЛЬ В ПРОЦЕССЕ ИХ
ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ155
Корнеева Е.Е., Кузьмин М.К. НАЧАЛЬНОЕ И КОНЕЧНОЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ
ВЫРАЖЕНИЯ ЛЛЯ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ РАЛИУСА
НЕСТАЦИОНАРНО ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ АЭРОЗОЛЬНОЙ КАПЛИ167
Селим Р.С. РЕЗОНАНСНЫЙ ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТОК
СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ НАД СКОЛЬЗКОЙ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ
ПОДЛОЖКОЙ178

\_

\_

# CONTENTS

# **SECTION I. PHYSICS**

# TO THE 110TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF A.A. VLASOV

V. Belyaev, P. Vysikaylo, M. Kuznetsov, V. Vedenyapin, N. Klassen.
CONFERENCE «ADVANCED ELEMENT BASE OF MICRO-
AND NANOELECTRONICS USING TO-DATE ACHIEVEMENTS
OF ELECTRODYNAMICS AND STATISTICAL PHYSICS»
E. Gevorkyan. ON STATISTICAL THEORY OF LIQUID
CRYSTALS
P. Vysikaylo, G. Nekrasov, N. Pronin. GAS DISCHARGE
IN THE IONOSPHERE OF NEGATIVE CHARGED EARTH
V. Cherny. THE MEISSNER EFFECT AND QUANTUM TRAPPING
LEAD TO THE ORIGIN AND STABILITY OF THE SATURN RINGS
SYSTEM
V. Chizhov, F. Zaitsev, V. Bychkov. CONSTRUCTION OF NEW HIGH-
TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS BASING ON THE MODEL
OF SUPERCONDUCTIVITY ON TWIN-BOUNDARIES
L.V. Elnikova. AN ACTIVE STATE IN LYOTROPIC NEMATICS
AND THE GAUGE FIELD OF THEIR DEFECTS
A. Yakushkin, P. Vysikaylo. MODIFICATION OF THE SURFACE
AND COATING APPLICATION ON FUEL CLADDING TUBES
FOR NUCLEAR REACTORS
S. Sarkisov, V. Ryabchenkov, V. Yusim, S. Petrov, T. Sazykina, I. Govorun.
PRODUCTION OF SUPER-PURE GASES USING ALKALINE EARTH
ALLOYS
S. Sarkisov, V. Ryabchenkov, V. Yusim, M. Smetanin, O. Shaihatarov,
A. Samonov. CRYSTALLINE COMPOUNDS WITH TUNABLE EFFECTIVE
ATOMIC NUMBER Z FOR Γ AND NEUTRON DETECTORS

\_\_\_\_

\_

# РАЗДЕЛ І. ФИЗИКА

# К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ А.А. ВЛАСОВА

УДК 533.9.01:537.86:536.75 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-8-27

# КОНФЕРЕНЦИЯ «ПЕРСПЕКТИВНАЯ ЭЛЕМЕНТНАЯ БАЗА МИКРО-И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»

# Беляев В.В.<sup>1</sup>, Высикайло Ф.И.<sup>1</sup>, Кузнецов М.М.<sup>1</sup>, Веденяпин В.В.<sup>2</sup>, Классен Н.В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный областной университет 141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д.24, Российская Федерация

- <sup>2</sup> Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4, Российская Федерация
- <sup>3</sup> Институт физики твердого тела РАН, 142432, Московская обл., г. Черноголовка, ул. Академика Осипьяна, д. 2, Российская Федерация

**Аннотация.** Конференция стала важным научным мероприятием по мультидисциплинарной тематике в различных природных, технических и социальных явлениях, устройствах и материалах – электроника, физика, химия, биология, математика, техника, информатика, медицина и др. На конференции обсудили современный уровень теоретических и экспериментальных достижений в электродинамике и статистической физике для их применения при создании современной элементной базы макро-, микро- и наноэлектроники. На конференции рассматривалось значение идей выдающегося физика-теоретика А.А. Власова и их использование в современной науке и технике.

*Ключевые слова:* теоретическая физика, электроника, электродинамика, статистическая физика, А.А. Власов.

<sup>©</sup> СС ВУ Беляев В.В., Высикайло Ф.И., Кузнецов М.М., Веденяпин В.В., Классен Н.В., 2018.

ISSN 2072-8387

# CONFERENCE ON ADVANCED ELEMENT BASE OF MICRO-AND NANOELECTRONICS USING MODERN ACHIEVEMENTS OF ELECTRODYNAMICS AND STATISTICAL PHYSICS

V. Belyaev<sup>1</sup>, P. Vysikaylo<sup>1</sup>, M. Kuznetsov<sup>1</sup>, V. Vedenyapin<sup>2</sup>, N. Klassen<sup>3</sup>

- <sup>1</sup> Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation
- <sup>2</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences Miusskaya pl. 4, 125047 Moscow, Russian Federation
- <sup>3</sup> Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences ul. Akad. Osip'yana 2, 142432 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation

**Abstract.** The Conference has become an important scientific event with multidisciplinary topics in different areas of natural, technological and social phenomena, as well as in devices and materials, e.g. electronics, physics, chemistry, biology, mathematics, technology, informatics, medicine, etc. The Conference has addressed the current level of both theoretical and experimental achievements in electrodynamics and statistical physics for their application in modern element base of macro-, micro- and nanoelectronics. The ideas of outstanding physicist theoretician, Prof. Anatoliy Vlasov and their applications in modern science and technology have been considered.

Key words: theoretical physics, electronics, electrodynamics, statistical physics, Anatoliy Vlasov.



Рис. 1. Участники конференции под портретом А.А. Власова.

9

4-6 декабря 2018 г. в МГОУ (Москва) проведена Международная мультидисциплинарная конференция «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений электродинамики и статистической физики» («Власовские чтения – МГОУ 2018») (рис. 1).

Она стала важным научным мероприятием по мультидисциплинарной тематике в различных природных, технических и социальных явлениях, устройствах и материалах – электроника, физика, химия, биология, математика, техника, информатика, медицина и др. На конференции обсудили современный уровень теоретических и экспериментальных достижений в электродинамике и статистической физике для их применения при создании современной элементной базы макро-, микро- и наноэлектроники.

МГОУ стал местом проведения такой конференции, так как все эти направления традиционно развиваются с 1930-х гг. на физико-математическом факультете МГОУ. Одним из основателей этих традиций и научных направлений в МГОУ (МОПИ) является профессор Анатолий Александрович Власов. В этом году исполнилось 110 лет со дня его рождения. На конференции была проведена мемориальная секция, посвящённая этой дате, работе А.А. Власова в МОПИ и его вкладу в электродинамику и статистическую физику, на долгие годы определившему развитие этих направлений и обеспечившему их практическое использование во многих областях техники.

А.А. Власов работал в МОПИ (МГОУ) с 1934 по 1958 гг., из них в 1945–1955 гг. заведующим кафедрой теоретической физики. А.А. Власову принадлежит ряд основополагающих исследований в области электродинамики, которые легли в основу множества разработок в электронике, энергетике, связи и других направлениях техники.

Председателем оргкомитета стал профессор кафедры теоретической физики Михаил Михайлович Кузнецов, сопредседателем заведующий кафедрой Виктор Васильевич Беляев, председателем программного комитета профессор кафедры Филипп Иванович Высикайло. Заместитель председателя программного комитета доцент кафедры Денис Николаевич Чаусов вёл сайт конференции http://vlasov-messages.ru/. Особо стоит отметить работу волонтёров – студентов ФМФ под руководством мастера производственного обучения учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Александра Дмитриевича Курилова.

Участниками конференции были учёные, аспиранты, студенты из ведущих научных организаций России, Белоруссии, Армении, Китая, США, Франции, Германии, Вьетнама, Египта, Кот-д'Ивуара и других стран. Среди российских участников выступили специалисты из различных регионов, из университетов, институтов РАН, промышленных организаций и компаний из Москвы, Санкт-Петербурга, Татарстана, Архангельской области, Ярославской области, Воронежской области, Ульяновской области, Новосибирской области и других, организаций Московской области из Черноголовки, Дубны, Серпухова, Королева, Орехово-Зуево, Фрязино и др.

В мемориальной секции, посвящённой 110-летию проф. А.А. Власова, Ф.И. Высикайло и В.В. Беляев рассказали о судьбе учёного, его работе в МГУ

**\_10** \_

и МОПИ (МГОУ). К началу конференции был выпущен третий номер нашего журнала «Вестник МГОУ. Серия: Физика и Математика» с двумя статьями этих авторов об А.А. Власове [1; 2]. О научном наследии А.А. Власова, его использовании в мире, в России и в нашем университете говорили профессора кафедры теоретической физики Ф.И. Высикайло, А.А. Юшканов, профессор кафедры общей физики Э.В. Геворкян, заведующий лабораторией Института физики твёрдого тела РАН Н.В. Классен, ведущий научный сотрудник Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН В.В. Веденяпин.

В своём выступлении Ф.И. Высикайло отметил, что А.А. Власов по праву относится к числу таких великих русских учёных как Л. Эйлер, М. Ломоносов, Д. Менделеев и Г. Гамов. Если Эйлер заложил основы научного подхода к описанию явлений природы, то Власов является основоположником теории плазмы. Как сказал член-корреспондент РАН Виктор Павлович Силин: «Никто не отрицает роли А.А. Власова в создании основ теории плазмы: основное кинетическое уравнение по праву носит его имя. Поэтому можно, в какой-то мере, сказать, что все успехи физики плазмы связаны с именем А.А. Власова».

Согласно воспоминаниям заслуженного преподавателя МГУ И.А. Квасникова, Власов относился к проблеме, кто из них – он или Ландау – открыл первым затухание плазменных колебаний, следующим образом: «Да, затухание – это же элементарно (!), речь идет не о них и не о том, а о постоянно присутствующих во всех системах колебательных состояниях, образующих вследствие наличия в системе самосогласованного поля периодические структуры».

Это очень важное открытие, которое так высоко оценивал Власов, до сих пор не исследовано в полной мере ни теоретически, ни экспериментально в явлениях от фемтомира до явлений в Космосе.

Понятие коллективных взаимодействий, впервые введённое А.А. Власовым, ныне широко используется в теоретической физике при исследовании многочастичных систем. Дальнейшее развитие теории вибрационных свойств электронного газа позволило А.А. Власову создать фундаментальный метод исследования свойств плазмы. Эти работы, не получившие вначале признания некоторых физиков, впоследствии были высоко оценены как в нашей стране, так и за рубежом. В 1970 г. за них А.А. Власову была присуждена Ленинская премия. Основополагающая работа в его теории плазмы «О вибрационных свойствах электронного газа» была воспроизведена в УФН в 1967 г. в числе выдающихся отечественных работ за истёкшие полвека.

Профессор В.В. Веденяпин констатировал, что уравнение А.А. Власова проживает удивительную жизнь. Написанное в 1938 г. очень вовремя, оно легло в основу физики плазмы, и сейчас называется уравнением Власова-Максвелла. Но сейчас уже существует множество уравнений Власова с различными приставками. Это делается для того, чтобы отличать друг от друга различные уравнения типа Власова по виду взаимодействий. Почти все приставки появляются за рубежом. Многие из них ввела Ивонн Шоке-Брюа. В литературе сейчас фигурируют не только уравнения Власова-Максвелла для описания плазмы и электродинамики, но и уравнения Власова-Пуассона для гравитации и электростатики, уравнения Власова-Эйнштейна для описания коллективных явлений в сильных гравитационных полях. В последние 20 лет появились уравнения Власова-Янга-Миллса для описания кварк-глюонной плазмы. Это объективная реальность, которая отражает то, что любое взаимодействие описывается именно уравнением типа Власова. По своей судьбе уравнение Власова напоминает уравнение Эйлера: частные его решения появлялись раньше, чем было написано само уравнение. Это, во-первых, класс стационарных решений. Для уравнения Эйлера это уравнение Бернулли, а для уравнения Власова для гравитации уравнение Лэна-Эмдена, для плазмы уравнение Лиувилля. Это также класс одинарных стационарных решений: для уравнения Эйлера это те же уравнения Бернулли, а для уравнения Власова-Пуассона для электростатики – это уравнение Дебая для электролитов, дебаевские слои и дебаевский радиус. Даже из этих простых фактов видна необычная широта и важность уравнений типа Власова в приложениях [3-5]. Н.Н. Боголюбов в предисловии к книге [6] отмечает: «Уравнение Власова является фундаментом физики плазмы. Нам представляется весьма существенным, что уравнение Власова имеет микроскопические решения, соответствующие точным решениям классической механики».

Профессор А.А. Юшканов в докладе «Идеи А.А. Власова в физике плазмы» отметил приоритет работ А.А. Власова в области физики газовой и твердотельной плазмы перед аналогичными исследованиями в СССР и за рубежом. А.А. Юшканов показал, что вклад уравнения Власова в физику плазмы сопоставим с вкладом уравнения Шредингера в квантовую физику. В МОПИ (МГОУ) в развитием идей А.А. Власова занимаются А.В. Латышев, А.А. Юшканов, их ученики и коллеги, которые получили ряд международно признанных результатов по учёту столкновений в квантовой плазме, использованию метода Кейза для решения граничных задач физики плазмы, квантовым и нелинейным явлениям в плазме и других средах.

Профессор Э.В. Геворкян отметил, что работы выдающегося физика-теоретика А.А. Власова «О вибрационных свойствах электронного газа», в которых было представлено кинетическое уравнение самосогласованного поля для плазмы, оказали большое влияние на развитие статистической физики в целом. Он показал, что идеи приближения самосогласованного поля широко используются в физике конденсированного состояния. В своём докладе Э.В. Геворкян привёл обзор современной статистической физики жидких кристаллов, основанной на методе функций распределения (или статистических операторов комплексов молекул) и вариационных принципах. Он обсудил особенности структуры, иерархию масштабов, спонтанное нарушение симметрии, концепцию квазисредних, роль многочастичных взаимодействий и вопросы моделирования жидкокристаллического состояния.

В докладе «Взаимная самоорганизация фотонов, электронов, фононов и структурных неоднородностей при динамическом нагружении конденсированных сред» Н.В. Классен резюмировал «А.А. Власовым в 30–40-х годах прошлого века получены пионерские результаты по дальнодействующим корреляциям в конденсированных средах между электронными, атомарными, молекулярными

и наноразмерными объектами, осуществляемым через фононные, электромагнитные и прочие волны, которые возбуждаются в этих средах. Эти результаты по самосборке органических и неорганических нанокомпонентов, электронным корреляциям через плазмоны и фононы, другим видам самоорганизации (рис. 2) можно считать предшественниками активно развиваемых в наши дни синергетических представлений о процессах в живой и неорганической природе, которые являются базой для разработки множества новых природоподобных технологий и устройств». Н.В. Классен высказал предположение о влиянии идей А.А. Власова о передаче дальнодействия между атомарными и электронными объектами с помощью волн промежуточной среды на модели сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера и Боголюбова. Бардин, Купер и Шриффер стали лауреатами Нобелевской премии, Боголюбов – лауреатом Ленинской премии, хотя, по мнению многих, его работы заслуживали и Нобелевской награды.



Рис. 2. Самоорганизация в работах А.А. Власова.

Похожее название имел доклад Низовцева В.В. (МГУ) «Размерная природа волнового параметра фотона, электрона и нуклона». Но в этой работе был другой методический подход, относящийся больше к теоретической физике, чем к физике конденсированного состояния и технологии современных материалов электроники.

Заочно был представлен доклад «Анатолий Александрович Власов и его кинетическое уравнение для плазмы» Николаева Павла Николаевича, профессора кафедры квантовой статистики и теории поля физического факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Им представлен современный обзор основных этапов жизни и научной деятельности выдающегося физика-теоретика, лауреата Ленинской премии, доктора физико-

2018 / Nº 4

математических наук, профессора Московского университета, автора кинетического уравнения для плазмы Анатолия Александровича Власова. Рассмотрены вопросы обоснования этого уравнения, методы его решения и возможность обобщения на системы многих частиц, отличных от плазмы. Анализируются работы А.А. Власова по теории кристаллического состояния и теории гравитации, а также его оригинальная теория множественного рождения частиц. Особое внимание уделено нелокальной статистической механике А.А. Власова, где в основу кладётся описание системы многих частиц с помощью функций распределения, зависящих от координат, скоростей, ускорений и т.д. Это направление получило в дальнейшем своё развитие, и в работе приведены основные пути этого развития.

Некоторые проблемы космологии, которой в конце жизни занимался А.А. Власов, рассмотрены в докладе И.Ф. Исхакова, Набережночелнинский политехнический институт (филиал) Казанского федерального университета, на тему «О возможности взрывных процессов метрического происхождения». В работе показано, что экспоненциальное изменение (расширение) пространственных масштабов на раннем этапе развития Вселенной, называемое инфляцией и интерпретируемое как взрыв метрического происхождения (т.е. наличие расходящихся скоростей в отсутствие сил), вызвано тем, что в системе частиц при соответствующем температурном пределе (называемом критической температурой) возникают настолько сильные возмущения, что аналитическая связь между собственным и лабораторным временем заменяется статистической не-

зависимостью. При переходе через этот температурный предел  $T_{\kappa p} = \frac{1}{8} \cdot \frac{m \cdot c^2}{k}$ 

возникает взрыв, характеризующийся аномальным преобладанием больших скоростей частиц. Масса *m* частицы может быть равна массе калибровочного бозона, приобретаемой при спонтанном нарушении локальной калибровочной инвариантности (~10<sup>14</sup> – 10<sup>15</sup> ГэВ). Дана оценка температуры и плотности бесстолкновительной кварк-глюонной плазмы в первые микросекунды после космологического взрыва и в сверхплотных объектах активных ядер галактик. Исходные посылки работы восходят к идеям А.А. Власова, изложенных им ещё до признания модели горячей вселенной и кварк-глюонного строения адронов.

Кроме названных областей физики, на конференции были представлены фундаментальные исследования по таким темам, как астрономия, физика конденсированного состояния, строение и свойства элементарных частиц, радиолокационные исследования Земли, сверхпроводимость, биофизика, лазерная техника, метеорология, гидро- и аэродинамика, ударные волны, аэрозоли. Значительное внимание было уделено прикладным разработкам по голографии, авионике, дисплеям, медицине, ядерным энергетическим установкам, материалам различного назначения.

Приведём краткий обзор этих докладов.

Сотрудники МГОУ Зверев Н.В. и Юшканов А.А. сделали доклад на тему «Квантовая электронная плазма и интерференция излучения от металличе-

2018 / № 4

ской и диэлектрической плёнок». Ими численно исследовано влияние квантовых свойств вырожденной электронной плазмы на интерференцию излучения от металлической и диэлектрической плёнок. Изучены коэффициенты отражения и прохождения интерферирующих лучей, а также разности фаз этих лучей. Показано, что результаты для квантовой электронной плазмы отличаются от данных для классической электронной плазмы и для классического электронного газа в областях частот порядка и много меньше плазменной частоты.

Ученик Юшканова А.А. – Завитаев Э.В. из Государственного гуманитарнотехнологического университета, г. Орехово-Зуево, представил два доклада: «К вопросу о влиянии отклонения от закона Видемана-Франца на электрическую проводимость тонкого металлического слоя» (в соавторстве с Чухлебом Е.П., Центр дополнительного образования «Малая академия наук Импульс») и «Влияние кинетических эффектов на самоиндукцию тонкой цилиндрической проволоки из металла» (в соавторстве с Харитоновым К.Е.).

Другой ученик Юшканова А.А., профессор Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова, Архангельск, Попов В.Н. в соавторстве с Латухиной Е.А. представил доклад на тему «Вычисление макропараметров разреженного газа в задаче о течении Куэтта методом дискретных скоростей». С использованием метода дискретных скоростей построено решение задачи о течении Куэтта. В качестве основного уравнения используется Бхатнагар-Гросс-Крук (БГК) модель кинетического уравнения Больцмана, а в качестве граничного условия – модель зеркально-диффузного отражения Максвелла. Для различных значений толщины канала и коэффициента аккомодации тангенциального импульса молекул газа стенками канала вычислены потоки массы газа и тепла через половину канала и значения отличной от нуля компоненты тензора вязких напряжений. Авторами проведено сравнение с аналогичными результатами, представленными в литературных источниках

В докладе И.А. Ремизова, М.Р. Султановой, А.А. Левченко, Институт физики твёрдого тела РАН, Черноголовка, «Наблюдение локального максимума в стационарном турбулентном спектре капиллярных волн на поверхности жидкого водорода» приведены результаты экспериментальных исследований волновой турбулентности в системе капиллярных волн, формирующихся на поверхности жидкого водорода при температуре 15 К в цилиндрической ячейке при монохроматической радиально-симметричной накачке. Впервые наблюдено формирование накопления энергии в высокочастотной области стационарного турбулентного спектра при понижении амплитуды накачки. Данное явление может быть связано с проявлением вязкого затухания в высокочастотной области спектра.

В ещё одном докладе из этого института членом-корреспондентом РАН Кведером В.В. и Хорошевой М.А. на тему «Влияние атомов переходных металлов на электронные свойства кремния с ростовыми вакансионными дефектами, дислокациями и дефектами, образующимися в процессе движения дислокаций» представлены результаты исследования влияния атомов таких переходных металлов как золото, никель, хром и железо на электронные свойства образцов FZкремния, содержащего ростовые вакансионные дефекты, дислокации и «дисло-

15 /

кационные следы». Для контроля электрической активности точечных дефектов и дислокаций до и после диффузии металлов использовались методы нестационарной емкостной спектроскопии глубоких уровней (DLTS) и тока, наведённого лазерным излучением (LBIC). Работа стимулирована большим интересом к исследованию взаимодействия примесей с дислокациями и электронных свойств дислокаций, «загрязнённых» примесями для повышения эффективности солнечных элементов из кремния за счёт увеличения среднего времени жизни неосновных носителей путём использования «инженерии дефектов».

В рамках конференции была организована секция «Космических исследований планет Солнечной системы».

О возможном механизме возникновения, продолжительной жизнедеятельности стабильной системы колец Сатурна и многих проблемах в этой области исследований эффектно рассказал д.ф.-м.н. Черный Владимир Викторович. Он сообщил, что эффект Мейснера и квантовый захват частиц протопланетного облака Сатурна приводят к возникновению стабильной системы колец в виде сомбреро.

Особый интерес вызвали доклады о работах группы студентов и аспирантов МГОУ под руководством Высикайло Ф.И., посвящённых роли объёмного заряда Земли и Солнца на ускорение заряженных частиц в ионосферах планет, гелиосфере и формированию ударных волн электрического поля в ионосфере Земли и в гелиосфере. Открытие важности и возможность аналитического и численного описания этих явлений, обусловленных влиянием дальнодействующих кулоновских потенциалов, на локальные значения энергий и импульсов заряженных частиц в гелиосфере, позволяют предсказывать влияние солнечного ветра на параметры ионосферы Земли и её отрицательный заряд. Ими впервые рассмотрены основы глобальной электрической цепи между положительно заряженным Солнцем (с зарядом 1,5 кКл) и отрицательно заряженной Землёй (500 кКл).

Продолжением этой секции стали доклады по прикладной тематике о модификации атомных энергетических установок и о выращивании продуктов питания (пшеницы) в условиях внешних электрических полей, без применения классических удобрений.

Так, Алексей Александрович Якушкин из АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» сделал анализ проблем коррозионной стойкости атомных реакторов на быстрых и медленных нейтронах. Им были проанализированы основные причины и схемы аварий с потерей теплоносителя, а также массовая разгерметизация твэлов в различных диапазонах температур и другие проблемы, связанные с эксплуатацией покрытий в условиях активных зон ядерных реакторов. Тем он подробно обосновал необходимость модификации рабочего тела и покрытий-оболочек тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ) ядерных энергетических установок (ЯЭУ) для повышения надёжности их функционирования как на Земле, так и для решения задач обеспечения энергией поселений на ближайших планетах, Луне и в носителях поселенцев. Представлены и обсуждены основные методы формирования покрытий для увеличения термостойкости ТВЭЛов. Приведены основные результаты испытаний образцов АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ». Рассмотрены защитные покрытия стали ЭП823 с использованием алюминия, обработанного потоками импульсной плазмы, а также модификация поверхности конструкционных материалов с использованием других способов нанесения наноструктурированных покрытий. Рассмотрены проблемы применения углеродных волокон и повышение пластичности УВ фуллеренами С<sub>60</sub>. Рассмотрены проблемы фреттинг-коррозии оболочек ТВЭЛов и методы борьбы с ними – повышение износостойкости поверхности. Нанесение покрытий на основе аморфного наноуглерода, фуллерен-содержащих покрытий может существенно продвинуться в повышении износостойкости поверхности оболочек ТВЭЛов.

Проблемы материалов для ЯЭУ рассматривались в докладах, выполненных в МФТИ, НИЦ «Курчатовский институт», НПО «Луч», ООО «ЛОКиП», АНО ЦПКТ под руководством профессора Клосса Ю.Ю. «Анализ динамики поведения радионуклидов в термоэмиссионном преобразователе ЯЭУ на основе решения уравнения Больцмана на кластерной архитектуре» (авторы: Бабайлов А.А., Клосс Ю.Ю., Любимов Д.Ю., Князев А.Н., Шувалов П.В., Щербаков Д.В., Широковская Ю.В.) и «Кристаллический класс соединений с перестраиваемым эффективным зарядом Z для детекторов гамма-нейтронного диапазона» (авторы: С.Э. Саркисов, В.В. Рябченков, В.А. Юсим, А.Н. Князев, М.Ю. Сметанин).

Бычков Владимир Львович (МГУ) подробно рассказал об экспериментальном исследовании повышения всхожести и роста пшеницы при облучении её корней и ростков потоками плазменного (или ионного) ветров. Эта методика может избавить полностью или частично от необходимости брать на борт космического корабля химические или биологические удобрений.

B области биофизики и биотехнологии отметим также выступление С.В. Яблонского и В.В. Боднарчук, Институт кристаллографии имени А.В. Шубникова ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН на тему «Новый метод измерения температур фазовых переходов липидных мембран». Показано, что главный фазовый переход из гель-фазы в жидкокристаллическую фазу сопровождается нарушением сплошности мембранной поверхности и появлением микроскопических отверстий, значительно увеличивающих проницаемость мембран. Такое поведение плазматическое мембраны имеет физиологическое значение, а в настоящее время это явление успешно используется для доставки и освобождения лекарственных препаратов с помощью мембранных везикуллипосом. Таким образом, температура фазового перехода, при которой увеличивается ионная проницаемость мембран, является важнейшим параметром для оптимизации процесса доставки лекарства к очагу болезни. В работе разработан новый метод исследования температур структурных фазовых переходов неводных липосом, основанный на исследовании температурного хода темновой и фотоэлектрической проводимости. Метод позволяет измерять температуры главного фазового перехода неводных липосом, а также измерять подвижности носителей заряда, участвующих в фотоэлектрической проводимости.

В продолжение этой тематики профессор Московского физико-технического института (государственного университета) А.П. Черняев представил доклад на тему «Гипотеза условий ритмичной работы сердечной камеры в рамках некоторых математических моделей». Гипотеза состоит в том, что в условиях ритмичной работы рассматриваемой математической модели сердца решения этих уравнений должны быть колеблющимися относительно некоторой горизонтали и ограниченными. Наиболее обстоятельно из всех моделей рассмотрена гемодинамическая модель Калябина, потому что она включает и упрощённую модель однокамерного сердца, которая состоит из одной активной и одной пассивной камеры. Эта модель описывает гемодинамическую систему простейших.

Поскольку кодом классификатора РФФИ, поддержавшего конференцию грантом, является 07-410 «Фундаментальные основы создания перспективных элементной базы радиотехники, связи и микроэлектронных систем», приведём обзор докладов по прикладной тематике.

Авторами доклада «Голографические оптические элементы в дисплейных системах дополненной реальности» стали Путилин А.Н.<sup>1</sup>, Болотова А.А.<sup>2</sup>, Морозов А.В.<sup>1,2</sup>, Дружин В.В.<sup>3</sup> В докладе продемонстрировано около полутора десятков конструкций для нашлемных и автомобильных дисплеев, осветительных систем (рис. 3).



# Волноводная голография

*Рис.* 3. Световодные пластины для голографического формирования изображений в нашлемных и автомобильных дисплеях, осветительных системах.

Профессор Владимир Григорьевич Чигринов из университета Фошань (провинция Гуандун, Китай) и Гонконгского университета науки и технологий представил доклад «Жидкокристаллические устройства для дисплеев и фотоники: многообещающее будущее». В докладе показано, что жидкокристалличе-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Физический институт имени П.Н. Лебедева РАН.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Исследовательский Центр Самсунг в Москве

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

ские (ЖК) устройства для дисплеев и фотоники доминируют на рынке и станут основной технологией для современной электроники в ближайшие 10 лет. В.Г. Чигринов отметил, что производство ЖК-дисплеев значительно растёт в материковом Китае и скоро станет выше, чем общее производство ЖК-дисплеев в Корее и на Тайване. Автором утверждается, что фотоориентирующие материалы могут быть эффективно использованы для новых поколений ЖК-устройств, которые обеспечивают исключительно высокое разрешение и оптическое качество выравнивания как на стеклянных, так и на пластиковых подложках, световодах и т.д. [7]. Новые быстрые сегнетоэлектрические ЖК-материалы успешно конкурируют с органическими светодиодами и агрессивно выходят на рынок [8]. Яркость и разрешение ЖК-дисплеев по-прежнему превосходит яркость светодиодных дисплеев, а новые применения ЖК-дисплеев в виртуальной реальности дело ближайшего будущего. ЖК-устройства с мини-светодиодной подсветкой обеспечивают контрастность, сравнимую или даже выше, чем органические светодиоды. Новые ЖК устройства для дисплеев и фотоники включают в себя: (i) быстрые ЖК-дисплеи с высоким разрешением, такие как сегнетоэлектрический ЖК-дисплей; (ii) ЖК-сенсоры; (iii) ЖК линзы; (iv) ЖК устройства для электронной бумаги, включая электрическую и оптически перезаписываемую ЖК-бумагу; (v) 100% поляризаторы на основе фотоориентации; (vi) умные окна; (vii) ЖК антенны с регулируемой по напряжению частотой передачи и направлением излучения.

От двух организаций г. Ульяновска (Ульяновский институт гражданской авиации им. Главного маршала авиации Б.П. Бугаева и Ульяновский государственный технический университет) выступила Оксана Вадимовна Максимова. Совместно с Петром Валерьевичем Николаевым она доложила результаты исследования на тему «Научные основы автоматизации диагностики структур современные индикаторных устройств». В работе проведено исследование алгоритмов, методов и средств измерения параметров структур тонкоплёночных электролюминесцентных индикаторов. Был создан проект комплекса автоматизированного тестирования.

Для контроля параметров при производстве, а также для разработки новых образцов индикаторной техники необходимо изучать новые материалы, конструкции, их характеристики и параметры. Данная задача требует комплексного подхода. Следовательно, разработка автоматизированных систем контроля и диагностики функционирования тонкоплёночных электролюминесцентных элементов в индикаторных устройствах является актуальной задачей, т.к. позволяет значительно ускорить поиск новых материалов, создание перспективных конструкций с необходимыми параметрами. Были определены основные аспекты комплексного подхода к решению задач автоматизации процесса тестирования структур тонкоплёночных электролюминесцентных индикаторов, рассмотрены параметры тонкоплёночных электролюминесцентных индикаторов как основа формирования состава комплекса автоматизированного тестирования, описана автоматизация обработки результатов эксперимента на уровне программного обеспечения. Изложенные в данной статье идеи позволяют сформулировать техническое задание на разработку комплекса автоматизированного измерения параметров тонкоплёночных электролюминесцентных элементов, а также его составных частей и программного обеспечения.

Для задач использования материалов фотоники в современных технологиях большой интерес представляет доклад «Многофункциональный кристаллический квантовый материал для мощных фемтосекундных лазеров» (авторы сотрудники НИЦ «Курчатовский институт» и ООО «ЛОКиП» С.Э. Саркисов, В.В. Рябченков, В.А. Юсим, О.К. Шайхаторов, А.С. Самонов, руководитель коллектива проф. Клосс Ю.Ю.).

В ряде докладов были представлены свойства композитных материалов для электрооптических, оптоэлектронных и оптических перспективных элементов радиотехники, связи и микроэлектронных систем.

О.А. Ханчич, МГОУ, представил доклад «Теоретический анализ дифрактограмм от оптически анизотропных структур различного типа». Автором рассмотрена возможность определения структурных параметров оптически анизотропных структур в гибко- и жесткоцепных полимерах с помощью поляризационно-оптических методов. Известные оптические модели дополнены спиральной закрученностью ориентации объёмных элементов. Получены соотношения, связывающие форму и размеры рассеивающих элементов, а также шаг закручивания холестерической спирали, с параметрами картин рассеяния. Определены размеры и среднеквадратичный угол разориентации наиболее распространённых форм надмолекулярной организации аморфно-кристаллических и жидкокристаллических полимеров: сферолитов, стержнеподобных и спиральных структур.

Сотрудниками МГОУ Е.Н. Васильчиковой, Т.В. Козловой, Н.Н. Барабановой при участии скончавшихся в 2017 и 2018 гг. Д.Л. Богданова и А.К. Дадиваняна подготовлен доклад "Mesogens orientation on spherical interfaces" (Ориентация мезогенов на сферических поверхностях) об оптических свойствах композитов из ЖК и сферических микрочастиц.

Свойства ЖК для дисплеев изучены в докладе В.А. Емельянова, МГОУ, «Низкочастотная дисперсия диэлектрической проницаемости нематического жидкого кристалла ЖК-1289».

В докладе Жачкина В.А., МГОУ, «Парамагнитные центры в  $\gamma$ -облученных фторидных стёклах, легированных металлами группы железа» исследованы технологии и свойства стёкол для различных спецприменений. Методами ЭПР и оптической спектроскопии исследованы парамагнитные центры, индуцированные  $\gamma$ -облучением во фторцирконатных 55ZrF<sub>4</sub>–15BaF<sub>2</sub>–6LaF<sub>2</sub>–4AlF<sub>3</sub>–20NaF (в мол. %) и фторалюминатных стёклах 36AlF<sub>3</sub>–12,8YF<sub>3</sub>–12,8MgF<sub>2</sub>–12,8CaF<sub>2</sub>–12,8SrF<sub>2</sub>–12,8BaF<sub>2</sub> (в мол. %). Стёкла были легированы фторидами, или оксидами переходных металлов (Cu, Fe, Mn, Cr, V) в малых количествах от 0,03 до 0,6 вес.%. Легированные образцы подвергались  $\gamma$ -облучению дозами от 10<sup>6</sup> до 1,6 · 10<sup>8</sup> рад при температурах 77K и 300K. Показано, что искажение формы сигнала ЭПР Fe<sup>3+</sup> в области g~4,3 обусловлено образованием радиационных дефектов, не регистрируемых с помощью ЭПР, но изменяющих симметрию электрического поля

вблизи иона Fe<sup>3+</sup>. Замена фторидов ПМ оксидами ПМ приводит к увеличению числа молекулярных ионов O<sub>2</sub><sup>-</sup>.

Сотрудником РХТУ имени Д.И. Менделеева Соломатиным А.С. при участии сотрудниц МГОУ Царевой Е.В. и Емельяновой Ю.А. выполнен ряд исследований по перспективным конструкциям ЖК дисплеев для формирования реалистичного стереоскопического изображения, оптического пинцета – темы, ставшей популярной после присуждения в 2018 г. Нобелевской премии по физике. Одна из представленных работ – «Многопользовательский жидкокристаллический дисплей с фиксированными индивидуальными секторами размещения зрителей».

В докладе из ФИАН, Москва «Dynamics of the director reorientation and light modulation in helix-free ferroelectric liquid crystals», авторами А.А. Андреевым, Т.Б. Андреевой, И.Н. Компанец, С.И. Торговой и Н.В. Заляпиным описан новый электрооптический эффект в сегнетоэлектрических жидких кристаллах, благодаря которому получены минимальное значение времени переключения электрооптического отклика (до единиц микросекунд). Предложенная конструкция применима и для гибких дисплеев.

Среди презентаций по свойствам жидких кристаллов своей многонациональной командой выделяется доклад «Очевидность первого рода фазового перехода смектик-гексатик и его близости к трикритической точке в смектических плёнках». Авторы Е.С. Пикина<sup>4,5</sup>, И.А. Залужный<sup>6</sup>, Р. Курта<sup>7</sup>, Н. Мухарамова<sup>6</sup>, Ю.Ю. Ким<sup>6</sup>, Р.М. Хуббутдинов<sup>5,6,8</sup>, Д. Джигаев<sup>6</sup>, В.В. Лебедев<sup>4,9</sup>, Е.И. Кац<sup>4</sup>, Б.И. Островский<sup>5,10</sup>, Н.А. Кларк, М. Спрунг<sup>6</sup>, И.А. Вартанянц<sup>6,7</sup> представляют девять организаций из России, Германии, США: ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН; ИФТТ РАН; МИФИ; ВШЭ; ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН; Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Germany; European XFEL GmbH, Germany; Department of Physics, University of Colorado Boulder, USA; Soft Materials Research Center, University of Colorado Boulder, USA. В работе представлены экспериментальные и теоретические исследования перехода из смектической А в гексатическую В фазу в свободно-подвешенных смектических плёнках жидкого кристалла 54COOBC (n-pentyl-4-n-pentanoyloxybiphenyl-4- carboxylate). Для проведения эксперимента использовалось синхротронное излучение рентгеновского диапазона длин волн, применялся ряд рентгено-дифракционных методов. Для получения информации об ориентационном порядке и угловых корреляциях в системе использовался угловой рентгеновский кросс-корреляционный анализ (ХССА). Рентгеновские исследования были проведены на станции P10 синхротронного кольца PETRA III в DESY (Гамбург, Германия)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Институт физики твёрдого тела РАН.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Germany.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> European XFEL GmbH, Germany.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.

с использованием фотонов с энергией 13 keV в геометрии на пропускание с использованием двумерного детектора. Рентгеновские исследования выявили скачки этих параметров ориентационного порядка C<sub>6</sub>, корреляционной длины  $\xi$  и волнового числа q<sub>0</sub>, определяющего положение гексатического дифракционного пика, в области фазового перехода Cм-A – Гекс-В в плёнках 54COOBC, что подтверждает, что этот переход является фазовым переходом первого рода. Кроме того, использование сфокусированного рентгеновского излучения позволило выявить области сосуществования двух фаз (смектик + гексатик) в окрестности фазового перехода. Подобное поведение совершенно не характерно для СПП других гексатических соединений. Предложенный подход является достаточно общим и может быть применён к широкому классу систем, обладающих трикритической точкой (TKT), в частности, к магнитным плёнкам с пространственно модулированным магнитным моментом и недавно открытым магнитным материалам со скирмионной (skyrmionic) решёткой.

В докладе И.П. Козлова, Московский государственный университет геодезии и картографии, «Математическое и полунатурное моделирование в радиолокационных исследованиях Земли» описывается полунатурный наземный эксперимент с космическим радиолокатором (РЛК), в котором часть блоков заменена их математическими моделями (имитируется космический полет), позволяет ещё в наземных условиях изучить свойства и оптимизировать РЛК по системным критериям. Возможности моделирования значительно расширяются при использовании решения задачи дифракции волн на двух телах. Получено аналитическое решение этой задачи, которое позволяет резко сократить расчёты. Выделяются практические применения теории: это дистанционное зондирование Земли; радиолокация объектов типа «Стелс» над или под земной поверхностью; моделирование гидрометеоров и других трёхмерных природных объектов.

Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство) и факультет вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова представили доклад «Эволюция сходящегося сферического ударно-волнового импульса», авторы Бугримов А.Л., Лаврентьев В.В., Родэ С.В., Шапкарин И.П. В докладе предложена модель эволюции сферического сходящегося ударно-волнового импульса в рамках требования постоянства количества движения материала, вовлечённого в движения импульсом пилообразной формы. Такое порождение импульса возникает при детонации взрывчатого вещества со скоростью детонации порядка ~ 5  $\cdot$  10<sup>3</sup> м/с. Проблема актуальна как для задач горения и взрыва, так и многих технологических процессов, например, создания перспективных материалов методами детонации.

Высикайло Ф.И. сделал доклад об открытии в МГОУ 11 квантовомеханических эффектов, приводящих к существенному изменению свойств физически легированных наноструктурированных материалов. В частности, применение этих эффектов приводит к повышению прочностных и вязких свойств, износостойкости наноструктурированных композитов, уменьшению охрупчивания материалов, испытывающих тепловые и физические нагрузки, повышению люминесцентных свойств и др. В его докладе рассмотрены: проблемы описания поведения поляризованных или с объёмным зарядом наночастиц, кумулирующих в себя на определённое время ранее свободные электроны, их энергию и импульс, и способы манипулирования этими структурами для повышения эффективности и долгосрочности их функционирования в новых нанокомпозитах в современной технике и элементной базе интегральных схем. Аналитически и экспериментально исследованы особенности интегрирования таких наночастиц в нанокомпозиты, эффективное функционирование таких систем и элементных баз на их основе, обладающих новыми свойствами, обусловленными поляризационными кумулятивными квантово-размерными эффектами, открытыми автором. На конкретных примерах проиллюстрирована существенная роль нарушения электронейтральности и генерации внутренних вибрирующих (пульсирующих) электрических полей в новых нанотехнологиях. Доказано, что для объяснения явлений в нанокомпозитах необходимо привлекать уравнение Шредингера как основу новой квантовой механики и предложенную им кумулятивную квантовую механику (ККМ). ККМ является логическим следствием новой квантовой механики для описания явлений в полых резонаторах с любым типом симметрии. Для описания явлений, возникающих из-за локального нарушения электронейтральности в нанокомпозитах, сформулированы основы кумулятивной наноэлектрофизики и наноэлектрохимии.

Команда из вузов г. Воронежа (Ларионов А.Н.<sup>11</sup>, Ларионова Н.Н.<sup>12</sup>, Пахомов А.В.<sup>13</sup>) представила доклад на тему «Акустические исследования вязкоупругих свойств смесей нематических жидких кристаллов». Импульсным методом фиксированного расстояния измерен коэффициент поглощения ультразвука в смесях нематических жидких кристаллов при изменяющихся Р, V, Т – термодинамических параметрах состояния. Исследования выполнены в диапазоне частот 500 кГц – 8,3 МГц. Рассчитаны значения диссипативных коэффициентов. Установлен характер зависимости коэффициентов сдвиговой и вращательной вязкости от давления, температуры и удельного объёма. Полученные результаты интерпретируются в рамках теории свободного объёма.

Чижов Владимир Александрович подробно остановился на предложенной им модели сверхпроводимости на базе двойникования границ кристаллов. Им на базе этой модели представлены возможные новые материалы – кандидаты на наиболее высокотемпературную сверхпроводимость. Эти исследования могут оказаться полезными для всей элементной базы нано- и микротехнологий.

Секция «Термодинамика, гидродинамика и аэродинамика» открылась выступлением Ю.К. Товбина «Малые системы и основы термодинамики». Автором представлены новые разработки в статистической термодинамике, которые ответили на самые важные вопросы по специфике малых систем – когда нельзя применять уравнения безмодельной термодинамики. Им проанализированы понятие «пассивных сил» Гиббса и корректность применения термодинамиче-

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Воронежский государственный университет.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина.

ских подходов в кинетике: использование коэффициента активности активированного комплекса.

Коллектив авторов из ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (В.В. Веденяпин, М.А. Негматов, Н.Н. Фимин, В.В. Чечёткин) представил доклад «Кинетика и гидродинамика уравнений Власова и Лиувилля».

По аэродинамике выступили профессор ФИЦ «Информатика и управление» РАН Ф.Г. Черемисин, «Примеры визуализации статистических функций распределения для неравновесных течений газа»; коллектив авторов Института высоких температур РАН В.С. Зиборов, Р.А. Галиуллин, В.П. Ефремов, Т.А. Ростилов, В.Е. Фортов, «Экспериментальное исследование эмиссионных свойств ударных волн, распространяющихся в гелии, разбавленном ксеноном»; коллектив авторов МГОУ Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Молоствин Е.В., Решетникова Ю.Г., «Анализ высокоскоростной неравновесности и реологии в ударной волне»; профессор МГОУ Кузьмин М.К., с докладами «Обобщение формул для скорости изменения радиусов крупных аэрозольных капель в процессе их испарения и конденсации» и «Начальное и конечное предельные выражения для скорости изменения радиуса нестационарно испаряющейся сферической капли» (второй – в соавторстве с Корнеевой Е.Е.).

По этой тематике С.Д. Трайтак, сотрудник Института химической физики РАН им. Н.Н. Семенова и лаборатории физики конденсированной материи университета Париж-Сакле (Палезо, Франция), представил доклад «On classical hydrodynamic theory of the passive thermophoresis: Clarifications, drawbacks, and revision». Теоретически описано термофоретическое движение в системе двух частиц, возникающее при объёмной химической реакции (так называемая модель Баскарана-Маркетти). Чтобы решить возникающие тепловые и гидродинамические проблемы используется обобщённый метод разделения переменных [9].

Для многих задач технологии электроники и других областей техники большую важность представляют выводы из доклада «Использование щелочноземельных металлических сплавов для получения сверхчистых газов» (авторы – сотрудники НИЦ «Курчатовский институт» и ООО «ЛОКиП» С.Э. Саркисов, В.В. Рябченков, В.А. Юсим, З.П. Осипова, И.Е. Квасов, руководитель коллектива проф. Клосс Ю.Ю.).

Особо отметим доклад по традиционной тематике МГОУ. Студентка кафедры методики преподавания физики Величко В.К. под руководством заведующего кафедрой Холиной С.А. и Классена Н.В., активно занимающегося школьными проблемами, рассказала о мотивации школьников к научно-технической деятельности через их привлечение к поисковым экспериментам. В докладе отображены основные модели сотрудничества для школ, заинтересованных в организации научнотехнической деятельности школьников, этапы проведения научного исследования, а также затронуты вопросы о необходимой компетентности преподавателей, курирующих научно-техническую работу обучающихся школ.

В последний день конференции 6 декабря выступили студенты, аспиранты, молодые учёные из МГОУ, академической магистратуры ИФТТ, МФТИ, Объединённого института ядерных исследований в Дубне, Государственного гуманитарно-технологического университета, г. Орехово-Зуево, МИФИ, НИЦ «Курчатовский институт», НПО «Луч», Центрального аэрогидродинамического института имени проф. Н.Е. Жуковского и других организаций.

Выделим темы выступлений магистрантов ИФТТ – выпускников баклавриата МГОУ: «Методы описания искажений полиэдров на примере октаэдра», Короткова М.А.; «Распространение пробных импульсов второго звука в среде с квантовой турбулентностью в сверхтекучем гелии», Орлова А.А., Ефимов В.Б.; «Участие разделения зарядов в лазерной самоорганизации наносуспензий», Винокуров С.А.; «Формирование наноцепочек в турбулентных потоках плазмы и пара», Цебрук И.С.

Ряд интересных докладов был сделан аспирантами МФТИ: «Эффекты немонотонности аэродинамических характеристик пластины в гиперзвуковом потоке разреженного газа», аспирант из Вьетнама Выонг Ван Тьен, «A resonant gravity-driven of a power-law fluid over slippery topography substrate», аспирант из Египта Селим Р.С. (у обоих научный руководитель д.ф.-м.н. Горелов С.Л.), «Численное моделирование струи стационарного плазменного двигателя в магнитном поле», а также аспирантом НИИ ПМЭ МАИ Абгарян М.В. (научный руководитель профессор Бишаев А.М.)

Таким образом, конференция стала значительным событием в российской физике.

Статья поступила в редакцию 15.10.2018 г.

# БЛАГОДАРНОСТИ

Проект организации и проведения Международной мультидисциплинарной конференции «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений электродинамики и статистической физики» поддержан грантами РФФИ №№18-07-20105-г, 18-07-00897 А и МГОУ.

# ACKNOWLEDGMENTS

The project of organizing and conducting the International Multidisciplinary Conference on Advanced Element Base of Micro- and Nanoelectronics Using Modern Achievements of Electrodynamics and Statistical Physics was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants No. 18-07-20105-g, 18-07-00897 A) and Moscow Region State University.

## ЛИТЕРАТУРА

- Беляев В.В. Анатолий Александрович Власов в МОПИ имени Н.К. Крупской (к 110-летию со дня рождения по материалам архива МОПИ/МГОУ) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 93–106.
- Высикайло Ф.И., Беляев В.В. Развитие идей А.А. Власова в МОПИ (МГОУ): к 110-летию со дня рождения Анатолия Александровича Власова // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 3. С. 107–116.
- Веденяпин В.В., Фимин Н.Н., Негматов М.А. Уравнения типа Власова и Лиувилля и их микроскопические и гидродинамические следствия. М.: Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, 2016. 52 с.

- Веденяпин В.В. Кинетические уравнения Больцмана и Власова. М.: Физматлит, 2001. 111 с.
- Козлов В.В. Обобщенное кинетическое уравнение Власова // Успехи математических наук. 2008. Т. 63. Вып. 4 (382). С. 93–130.
- 6. Власов А.А. Нелокальная статистическая механика. М.: Наука, 1978. 265 с.
- 7. Chigrinov V.G., Kozenkov V.M., Kwok H.S. Photoalignment of Liquid Crystalline Materials: Physics and Applications. West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd, 2008. 248 p.
- 8. Chigrinov V.G. Liquid Crystal Photonics. UK: Nova Science Publishers, 2015. 204 p.
- Traytak S.D., Grebenkov D.S. Diffusion-influenced reaction rates for active "sphere-prolate spheroid" pairs and Janus dimers // Journal of Chemical Physics. 2018. Vol. 148. Iss. 2. P. 024107.

## REFERENCES

- Belyaev V.V. [Anatoliy A. Vlasov at Moscow Region Teachers' Training Institute (on his 110<sup>th</sup> birthday)]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 3, pp. 93–106.
- 2. Vysikailo F.I., Belyaev V.V. [Development of Anatoly A. Vlasov's ideas at MRTTI (MRSU): on the 110th birthday of Anatoly Alexandrovich Vlasov]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 3, pp. 107–116.
- 3. Vedenyapin V.V., Fimin N.N., Negmatov M.A. *Uravneniya tipa Vlasova i Liuvillya i ikh mikroskopicheskie i gidrodinamicheskie sledstviya* [Equations of Vlasov and Liouville type and their microscopic and hydrodynamic investigations]. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS Publ., 2016. 52 p.
- 4. Vedenyapin V.V. *Kineticheskie uravneniya Bol'tsmana i Vlasova* [Kinetic Boltzmann and Vlasov equations]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001. 111 p.
- 5. Kozlov V.V. [Generalized Vlasov kinetic equation]. In: *Uspekhi matematicheskikh nauk* [Russian Mathematical Surveys], 2008, vol. 63, iss. 4 (382), pp. 93–130.
- 6. Vlasov A.A. *Nelokal'naya statisticheskaya mekhanika* [Nonlocal statistical mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 265 p.
- Chigrinov V.G., Kozenkov V.M., Kwok H.S. Photoalignment of Liquid Crystalline Materials: Physics and Applications. West Sussex, England, John Wiley & Sons Ltd Publ., 2008. 248 p.
- 8. Chigrinov V.G. Liquid Crystal Photonics. UK, Nova Science Publishers, 2015. 204 p.
- 9. Traytak S.D., Grebenkov D.S. Diffusion-influenced reaction rates for active "sphere-prolate spheroid" pairs and Janus dimers. In: *Journal of Chemical Physics*, 2018, vol. 148, iss. 2, pp. 024107.

# СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

*Беляев Виктор Васильевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: vic\_belyaev@mail.ru;

*Высикайло Филипп Иванович –* доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: filvys@yandex.ru;

**\_26** \_

*Кузнецов Михаил Михайлович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Веденяпин Виктор Валентинович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН; e-mail:

Классен Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией Института физики твёрдого тела РАН, e-mail:

# **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Victor V. Belyaev* – Doctor in Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: vic\_belyaev@mail.ru;

*Philip I. Vysikaylo* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: filvys@yandex.ru;

*Mihail M. Kuznetsov* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

*Victor V. Vedenyapin* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy of Sciences; e-mail:

*Nikolay V. Klassen* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory, Institute of Solid State Physics of the Russian Academy of Sciences; e-mail:

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Беляев В.В., Высикайло Ф.И., Кузнецов М.М., Веденяпин В.В., Классен Н.В. Конференция «Перспективная элементная база микро- и наноэлектроники с использованием современных достижений электродинамики и статистической физики» // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика- математика. 2018. № 4. С. 8–27.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-8-27

# FOR CITATION

Belyaev V.V., Vysikaylo P.I., Kuznetsov M.M., Vedenyapin V.V., Klassen N.V. Conference on "Advanced element base of micro- and nanoelectronics using modernte achievements of electrodynamics and statistical physics". In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 8–27. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-8-27

# УДК 537.9+539.6 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-28-35

# К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

# Геворкян Э.В.

Московский государственный областной университет 141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

**Аннотация.** Работы выдающегося физика-теоретика, лауреата Ленинской премии, профессора Московского университета А. А. Власова «О вибрационных свойствах электронного газа...», в которых было представлено кинетическое уравнение самосогласованного поля для плазмы, оказали большое влияние на развитие статистической физики в целом. Идеи приближения самосогласованного поля широко используются в физике конденсированного состояния. В данной статье рассматривается современная статистическая физика жидких кристаллов, основанная на методе функций распределения (или статистических операторов комплексов молекул) и вариационных принципах. Обсуждаются особенности структуры, иерархия масштабов, спонтанное нарушение симметрии, концепция квазисредних, фазовые переходы, роль многочастичных взаимодействий и вопросы моделирования жидкокристаллического состояния.

**Ключевые слова:** жидкие кристаллы, вариационные принципы, корреляционные функции, многочастичные взаимодействия, спонтанное нарушение симметрии.

# **ON STATISTICAL THEORY OF LIQUID CRYSTALS**

# E. Gevorkyan

Moscow Region State University, ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

**Abstract.** The papers of outstanding theoretical physicist, Lenin Prize winner, Moscow State University professor, A.A. Vlasov – "About vibrational properties of an electron gas...", where the kinetic self-consistent field equation for plasma was presented, had a great influence on the development of statistical physics in general. The ideas of self-consistent field approximation are widely used in condensed state physics. Modern statistical physics of liquid crystals based on the distribution function (or statistical operators of molecular complexes) method and variational principles is considered. The features of the structure, the hierarchy of scales, the spontaneous symmetry break, the quasi-averaged conception, the role of many-particle interactions and phase transitions, and the problems of liquid crystal state simulation are discussed.

*Key words:* liquid crystals, variational principles, correlation functions, many-particle interactions, spontaneous symmetry break.

<sup>©</sup> СС ВҮ Геворкян Э.В., 2018.

Идеи приближения самосогласованного поля и коллективных переменных широко используются в физике «мягкого» конденсированного состояния. Одним из наиболее интересных видов такого состояния являются жидкие кристаллы. С точки зрения агрегатного состояния жидкие кристаллы сочетают текучесть, свойственную жидкостям, с анизотропией физических свойств, свойственной твёрдым кристаллам. С микроскопической, структурной точки зрения они характеризуются ориентационным дальним порядком и неполным трансляционным дальним порядком, то есть, проще говоря, отсутствием трёхмерной кристаллической решётки.

В настоящей работе обсуждаются особенности применения методов современной молекулярно-статистической теории к сложным жидкокристаллическим системам с внутренними степенями свободы, и обосновывается необходимость включения в молекулярные модели мезофаз учёта надмолекулярных структур промежуточного порядка и многочастичных взаимодействий.

#### Приближения самосогласованного поля

Приближение самосогласованного поля (или его феноменологический аналог, приближение молекулярного (среднего) поля) лежит в основе подавляющего большинства работ по теории жидких кристаллов, начиная с классических моделей Майера–Заупе, Гуссенса, Мак Миллана и Мейера.

В методе функций распределения это приближение соответствует мультипликативности функций распределения или, иначе говоря, обращению в ноль парных корреляционных функций (оно позволяет найти внутреннюю энергию системы).

Эти функции, как известно, вводятся как функциональные производные от производящего статистического интеграла и его логарифма. Однако прямая подстановка найденных таким образом одночастичных функций в свободную энергию Гельмгольца приводит к термодинамически несогласованным результатам. Поэтому для её корректного определения проще и более последовательно использовать вариационный подход [2], основанный на вариационном принципе Н.Н. Боголюбова.

Важным достоинством этого принципа является то, что в нём варьируется гамильтониан молекулярной модели, аппроксимирующий межмолекулярное взаимодействие. Кроме того, он справедлив как для классических, так и для квантовых систем. Приближению самосогласованного поля при таком подходе соответствует аддитивность аппроксимирующего гамильтониана (или потенциальной энергии системы).

Пусть U(1, ..., N) – потенциальная энергия исходной молекулярной модели жидкокристаллической системы с многочастичными взаимодействиями и внутренними степенями свободы (ориентационными  $\Omega_m$ , конформационными  $\zeta_m$  и т.д., где  $\mathbf{m} = (\mathbf{r}_m, \Omega_m, \zeta_m)$ ), а  $U_0$  – потенциальная энергия упрощённой точно решаемой «аппроксимирующей» модели (например, с эффективными парными взаимодействиями или с разделяющимися или дискретными переменными и т.п.). Тогда, из выпуклости непрерывного функционала конфигурационной свободной энергии Гельмгольца следует двойное неравенство

29 /

$$F[U_0] + \langle U - U_0 \rangle_H \le F[U] \le F[U_0] + \langle U - U_0 \rangle_0 = F_{\rm M}, \qquad (1)$$

которое можно использовать для аппроксимации точной энергии *F*[*H*] и для качественной оценки погрешности приближений.

Минимум функционала модельной конфигурационной энергии Гельмгольца  $F_{\rm M}$  (в правой части этого неравенства) по параметрам аппроксимирующей потенциальной энергии системы  $U_0$  (1, ..., N) даёт наилучшую аппроксимацию F[U] и определяет её приближенное выражение для исходной микроскопической модели жидкого кристалла. Условие минимума имеет вид

$$\left\langle U - U_0 \left| \delta U_0 \right\rangle_0 = 0 \tag{2}$$

где  $\langle A | B \rangle_0 = \langle AB \rangle_0 - \langle A \rangle_0 \langle B \rangle_0$  – второй семиинвариант аппроксимирующего распределения Гиббса.

Конкретные реализации приближения самосогласованного поля различаются способом расцепления (то есть видом аддитивной формулы для  $U_0$  (1, ..., N)) и усреднения по трансляционным и конформационным переменным, а также использованием ортогональных разложений для потенциалов (например, по сферическим функциям).

#### Многочастичные и эффективные парные взаимодействия

Многочастичные межмолекулярные взаимодействия играют важную роль в статистической физике жидких кристаллов. Без их учёта, в той или иной форме, трудно рассчитывать на объяснение структуры мезофаз. Для мезогенных молекул вклад анизотропных многочастичных взаимодействий в полную энергию не следует рассматривать как малую поправку к парным. При сравнении энергий конкурирующих структур парный и многочастичный вклады одного порядка, поскольку последний сильнее зависит от структуры. Заметим, что такие взаимодействия между молекулами являются следствием их внутренней структуры и появляются после исключения соответствующих «внутренних переменных». Так, даже взаимодействие концевых углеводородных цепей с жёсткими частями соседних молекул может порождать многочастичные взаимодействия в соответствующей этой системе модели твёрдых ядер.

Дальнодействующие трёхчастотные дисперсионные диполь-дипольные взаимодействия Аксельрода – Теллера (третий порядок теории возмущений) для мезогенных молекул отличаются сильной анизотропией, связанной с анизотропией трёх динамических дипольных поляризуемостей α<sub>k</sub>(iω). Заметим, что на малых расстояниях этот потенциал, очевидно, нуждается в модификации из-за очевидной неприменимости мультипольного разложения.

Для ближнего порядка важнее короткодействующие многочастичные обменные силы первого порядка. Для их расчёта на самых малых расстояниях вместо теории возмущений используется вариационный метод. Модельный трёхчастичный потенциал таких взаимодействий можно удовлетворительно аппроксимировать экспоненциальной формулой ISSN 2072-8387

$$\Phi_{3}^{\text{exch}}(\Omega_{1},\mathbf{r}_{1},\Omega_{2},\mathbf{r}_{2},\Omega_{3},\mathbf{r}_{3}) = \mathbf{A}(\Omega_{1},\Omega_{2},\Omega_{3}) \exp\{-\{r_{12}+r_{23}+r_{31}\}/a\}\}, \quad (3)$$

где  $\Omega_i$  – угловые аргументы геометрического фактора A, в системе координат, связанной с треугольником  $\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2\mathbf{r}_3$  центров масс молекул,  $r_{ij}$  – его стороны, a – по-перечный размер молекул.

Для описания реальных систем в рамках упрощённой модели парного межмолекулярного взаимодействия потенциалы таких взаимодействий следует считать эффективными. То есть полагать, что они неявным образом включают в себя многочастичные взаимодействия. Однако такой подход сложно реализовать последовательно.

Для такой модели эффективного парного взаимодействия

$$U_{\text{pair}}^{\text{eff}} = \sum_{i < j} \Phi_2^{\text{eff}}(\mathbf{i}, \mathbf{j}); \qquad U_N = \sum_{p=2}^n \frac{1}{p!} \sum_{i_1 \neq \dots \neq i_p} \Phi_p(\mathbf{i}_1, \dots, \mathbf{i}_p), \tag{4}$$

из (1), (2) находим

$$F_{\rm M}[\Phi_2^{\rm eff};\Phi_2,...,\Phi_n] = F[\Phi_2^{\rm eff}] + \left\langle U_N - U_{\rm pair}^{\rm eff} \right\rangle_{\rm eff},\tag{5}$$

$$\left\langle U_N - U_{\text{pair}}^{\text{eff}} \left| \delta \Phi_2^{\text{eff}} \left( \mathbf{i}, \mathbf{j} \right) \right\rangle_{\text{eff}} = 0.$$
 (6)

Отсюда получим эффективные потенциалы парных межмолекулярных взаимодействий  $\Phi_2^{\text{eff}}(...)$ , которые наилучшим образом учитывают многочастичные взаимодействия  $\Phi_3(...), ..., \Phi_n(...)$ 

$$\Phi_{2}^{\text{eff}}(\mathbf{i},\mathbf{j}) = \Phi_{2}(\mathbf{i},\mathbf{j}) + \frac{1}{\rho_{2}^{\text{eff}}(\mathbf{i},\mathbf{j})} \left( \sum_{i \neq j \neq i_{3}} \int \Phi_{3}(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{i}_{3}) \rho_{3}^{\text{eff}}(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{i}_{3}) d\mathbf{i}_{3} + \dots + \frac{1}{(n-2)!} \sum_{i \neq j \neq i_{3} \neq i_{4}...\neq i_{n}} \int \Phi_{n}(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{i}_{3},\mathbf{i}_{4},\dots,\mathbf{i}_{n}) \rho_{n}^{\text{eff}}(\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{i}_{3},\mathbf{i}_{4},\dots,\mathbf{i}_{n}) d\mathbf{i}_{3} d\mathbf{i}_{4}\dots d\mathbf{i}_{n} \right).$$
(7)

Однако, эффективные потенциалы парных межмолекулярных взаимодействий (7), в отличие от истинных, зависят от термодинамических параметров состояния и от структуры ближнего порядка. Это затрудняет их «калибровку» и практически делает такую модель непригодной для корректного количественного описания фазовых переходов [2]. Для этого необходимо учитывать трёх- и четырёхчастичные потенциалы в явном виде.

# Жидкокристаллические структуры, нарушение симметрии, иерархия масштабов

При обосновании метода равновесных и кинетических функций распределения Н.Н. Боголюбовым [1] была сформулирована идея об иерархии времён релаксации, соответствующих стадиям эволюции и описания поведения статистических систем: механической, кинетической и гидродинамической.

Например, для газа это время столкновения, среднее время между столкновениями и время макроскопической релаксации. Этому соответствуют и пространственные масштабы: радиус взаимодействия (размер) молекул, среднее расстояние между ними, средняя длина свободного пробега, ... и, наконец, макроскопические размеры неоднородности внешних сил или сосуда.

В жидких кристаллах, как и в других конденсированных системах, молекулярные времена и размеры выравниваются. Их отношения уже не являются такими малыми параметрами, как в газе. Причём, вместо параметров столкновений и пробега используются времена и радиусы корреляции динамических величин.

Классическое описание упорядоченности конденсированных систем ограничивается понятиями дальнего и ближнего порядков. В соответствии с этим строится и теория фазовых переходов в таких системах. Пространственная корреляция упорядоченности в системе с дальним порядком распространяется на весь объём, а в системе с ближним порядком убывает экспоненциально с показателем, определяющим соответствующий радиус корреляции.

Однако, поведение нескольких фаз жидких кристаллов (как и целого ряда двумерных систем) не укладывается в эту упрощённую схему. В жидких кристаллах трёх типов тепловые флуктуации приводят к неустойчивости традиционного трансляционного дальнего порядка в статистическом пределе. Это смектики A и C, а также гексатики B.

В них корреляционная функция в упорядоченной фазе убывает, хотя и не экспоненциально, а по медленному степенному закону. В то же время более слабый, дальний порядок ориентации связей в таких системах устойчив. Причём эти выводы сделаны в рамках феноменологических теорий. Их подтверждение на основе строгих методов статистической физики для смектических жидких кристаллов встречает определённые трудности (см. [3]). Классификация смектиков, очевидно, требует учёта асимптотики внутри- и межслоевых корреляций. Ценную информацию для этого дают эксперименты по рентгеновской дифракции высокого разрешения [4–7].

Кроме того, в жидкокристаллических системах из-за обязательной для них сильной анизометрии мезогенных молекул, даже обычный ближний трансляционный порядок описывается двумя характерными молекулярными размерами, различающимися на порядок. Эти системы обладают связанными ориентационным дальним и трансляционным ближним порядками. Кстати, шаг спирали холестерических жидких кристаллов вполне можно отнести к масштабу «промежуточного», а не ближнего или дальнего порядка.

Ещё один принципиальный вопрос статистической теории связан с описанием фазовых переходов в жидких кристаллах. Возможны такие структурные изменения ближнего порядка, при которых симметрия дальнего порядка, то есть системы в целом, не изменяется. Подобные превращения давно обнаружены экспериментально в полярных органических соединениях. Там при образовании димеров появляются повторные нематические мезофазы, нарушающие их традиционную последовательность на фазовой диаграмме.

Изменения структуры ближнего порядка могут происходить постепенно, и тогда они будут соответствовать размытым переходам. Но в таких сложных молекулярных системах, как жидкие кристаллы (и особенно их смеси и растворы,

\_ 32 /

бимезогенные соединения), вполне возможны резкие перестройки, приводящие, например, к фазовым переходам нематик – нематик. При этом может происходить разрыв или образование новых водородных связей как внутри молекул, так и между ними. Энергия ван-дер-ваальсовых взаимодействий, как и энергия теплового движения молекул, имеет порядок нескольких кДж/моль. Энергия водородных связей несколько больше: от 8 до 40 кДж/моль. Поэтому при комнатной температуре вероятны перестройки только наиболее слабых связей, имеющих наименьшее время жизни. Воздействие на жидкий кристалл лазерного излучения соответствующей частоты может индуцировать такую перестройку.

Последнее время интенсивно изучаются ТВ-нематики ("Twist-Bend") и другие сходные модулированные мезофазы [8–11]. Это необычные закрученные мезофазы, образованные ахиральными «бананообразными» молекулами. Ось вращения директора в них, в отличие от обычной холестерической спирали, не ортогональна ему. Шаг этой спирали также соответствует «промежуточному» масштабу. Интерес вызывает то, что спиральная структура возникает в результате нарушения зеркальной симметрии ближнего порядка. Конфигурация пары таких молекул, отвечающая плотной упаковке с минимальным свободным объёмом, очевидно, имеет два эквивалентных хиральных энергетических минимума, «правый и левый». Зеркально симметричная конфигурация соответствует большей энергии и образует барьер между ними. Случайный выбор затем распространяется на макроскопические области, домены или на весь жидкий кристалл, и приводит к спонтанному нарушению их симметрии.

В соответствии с общей концепцией квазисредних [1] для описания нарушения симметрии используется процедура снятия вырождения состояния статистического равновесия. Вводится снимающий вырождение потенциал, который по окончании расчета устремляется к нулю. Заметим, что только в приближении самосогласованного поля это происходит «автоматически» при введении этого поля, имеющего необходимую симметрию.

#### Заключение

Таким образом, развитый подход позволяет оптимизировать традиционные модели мезофаз (например, с дискретным трансляционным и ориентационным распределением), используя реалистичные и многочастичные межмолекулярные потенциалы, отражающие внутреннюю структуру молекул.

Описание мезофаз и фазовых структурных превращений на основе макроскопической симметрии и параметра дальнего порядка нуждается в уточнении. Более подробная классификация должна включать характер анизотропной пространственной асимптотики корреляционных функций в дальнем, промежуточном и ближнем порядках (масштабах). А уже эти первичные характеристики определяют макроскопическую симметрию фаз и фазовые переходы. В такой широкой системе найдут своё место и рассмотренные выше сильнофлуктуирующие системы с неустойчивым традиционным дальним порядком, аморфные структуры, квазикристаллы, модулированные и другие новые структуры. Это также поможет усовершенствовать традиционную классификацию фазовых переходов Эренфеста. Перспективной также представляется разработка простых полуфеноменологических моделей жидкокристаллического состояния с несколькими пространственными и временными уровнями описания.

Статья поступила в редакцию 26.09.2018 г.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М.-Л.:ОГИЗ, Государственное издательство теоретико-технической литературы, 1946. 119 с.
- 2. Базаров И.П., Геворкян Э.В. Статистическая физика жидких кристаллов. М.: Издательство Московского университета, 1992. 496 с.
- 3. Базаров И.П., Геворкян Э.В. Статистическая теория твердых и жидких кристаллов. М.: Издательство Московского университета, 1983. 496 с.
- 4. Геворкян Э.В. Многочастичные взаимодействия в физике конденсированного состояния // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2013. № 3. С. 45-48.
- Als-Nielsen J., Christensen F., Pershan P.S. Smectic-A Order at the Surface of a Nematic Liquid Crystal: Synchrotron X-Ray Diffraction // Physical Review Letters. 1982. Vol. 48. Iss. 16. P. 1107.
- Gramsbergen E.F., Als-Nielsen J, de Jeu W.H. Smectic-A1-to-nematic phase transition: X-ray diffraction of the bulk and comparison with surface structure // Physical Review A. 1988. Vol. 37. Iss. 4. P. 1335–1340.
- Als-Nielsen J., McMorrow D. Elements of Modern X-ray Physics; Second Edition. West Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltd, 2011. 434 p.
- 8. Dozov I. On the spontaneous symmetry breaking in the mesophases of achiral bananashaped molecules // Europhysics Letters. 2001. Vol. 56. No 2. P. 247–253.
- A Comparison of the Conformational Distributions of the Achiral Symmetric Liquid Crystal Dimer CB7CB in the Achiral Nematic and Chiral Twist-Bend Nematic Phases / Emsley J.W., Lelli M., Lesage A., Luckhurst G.R. // The Journal of Physical Chemistry B. 2013. Vol. 117 (21). P. 6547–6557.
- Mandle R.J. The Shape of Things to Come: The Formation of Modulated Nematic Mesophases at Various Length Scales // Chemistry. A European Journal. 2017. Vol. 23. Iss. 37. P. 8771– 8779.
- Spontaneously modulated chiral nematic structures of flexible bent-core liquid crystal dimers / Salili S.M., Ribeiro de Almeida R.R., Challa P.K., Sprunt S.N., Gleeson J.T., Jákli A. // Liquid Crystals. 2017. Vol. 44. Iss. 1. P. 160–167.

## REFERENCES

- 1. Bogolyubov N.N. *Problemy dinamicheskoi teorii v statisticheskoi fizike* [Problems of dynamic theory in statistical physics]. Moscow, Leningrad, OGIZ, Gosudarstvennoe izdatel'stvo teoretiko-tekhnicheskoi literatury Publ., 1946. 119 p.
- 2. Bazarov I.P., Gevorkyan E.V. *Statisticheskaya fizika zhidkikh kristallov* [Statistical physics of liquid crystals]. Moscow, Moscow University Publ., 1992. 496 p.
- 3. Bazarov I.P., Gevorkyan E.V. *Statisticheskaya teoriya tverdykh i zhidkikh kristallov* [Statistical theory of solid and liquid crystals]. Moscow, Moscow University Publ., 1983. 496 p.
- 4. Gevorkyan E.V. [Many-particle interactions in condensed state physics]. In: Vestnik

*Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2013, no. 3, pp. 45–48.

- Als-Nielsen J., Christensen F., Pershan P.S. Smectic-A Order at the Surface of a Nematic Liquid Crystal: Synchrotron X-Ray Diffraction. In: *Physical Review Letters*, 1982, vol. 48, iss. 16, pp. 1107.
- 6. Gramsbergen E.F., Als-Nielsen J, de Jeu W.H. Smectic-A1-to-nematic phase transition: X-ray diffraction of the bulk and comparison with surface structure. In: *Physical Review A*, 1988, vol. 37, iss. 4, pp. 1335–1340.
- 7. Als-Nielsen J., McMorrow D. Elements of Modern X-ray Physics; Second Edition. West Sussex, UK, John Wiley & Sons Ltd Publ., 2011. 434 p.
- 8. Dozov I. On the spontaneous symmetry breaking in the mesophases of achiral bananashaped molecules. In: *Europhysics Letters*, 2001, vol. 56, no 2, pp. 247–253.
- Emsley J.W., Lelli M., Lesage A., Luckhurst G.R. A Comparison of the Conformational Distributions of the Achiral Symmetric Liquid Crystal Dimer CB7CB in the Achiral Nematic and Chiral Twist-Bend Nematic Phases. In: *The Journal of Physical Chemistry B*, 2013, vol. 117 (21), pp. 6547–6557.
- Mandle R.J. The Shape of Things to Come: The Formation of Modulated Nematic Mesophases at Various Length Scales. In: *Chemistry. A European Journal*, 2017, vol. 23, iss. 37, pp. 8771–8779.
- 11. Salili S.M., Ribeiro de Almeida R.R., Challa P.K., Sprunt S.N., Gleeson J.T., Jákli A. Spontaneously modulated chiral nematic structures of flexible bent-core liquid crystal dimers. In: *Liquid Crystals*, 2017, vol. 44, iss. 1, pp. 160–167.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Геворкян Эдвард Вигенович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики Московского государственного областного университета; e-mail: gevev@rambler.ru.

## **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

*Edward V. Gevorkyan* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of General Physics, Moscow Region State University; e-mail: gevev@rambler.ru.

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Геворкян Э.В. К статистической теории жидких кристаллов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 28–35.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-28-35

# FOR CITATION

Gevorkyan E.V. On Statistical Theory of Liquid Crystals. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 28–35. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-28-35
## УДК 523.75 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-36-53

## САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ РАЗРЯД В ИОНОСФЕРЕ ОТРИЦАТЕЛЬНО Заряженной земли

## Высикайло Ф.И., Некрасов Г.Ю., Пронин Н.А.

Московский государственный областной университет 141014, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Московская область, Российская Федерация

Аннотация. Предложена математическая модель учёта бесконтактного нагрева электронов дальнодействующим электрическим полем в области заряженных структур, в частности в верхних слоях атмосферы отрицательно заряженной Земли. По соотношению Эйнштейна-Смолуховского (вернее Нернста-Таунсенда) впервые на базе экспериментальных значений плотности числа частиц воздуха – И аналитически рассчитан возможный профиль температуры – Те электронов в мезосфере и ионосфере, в зависимости от заряда Земли и расстояния до её поверхности. Установлено, что на высотах порядка 36 км над поверхностью отрицательно заряженной до 500 000 Кл Земли параметр E/N достигает пробойных значений (100 Тд), и, следовательно, на этих высотах загорается самостоятельный разряд. На этих высотах может развиваться компенсационный слой положительного объёмного заряда (стоячая ударная волна электрического поля). Там же в процессах рождения плазмы важны процессы прямой ионизации частиц воздуха электронами в электрическом поле отрицательно заряженной Земли. Расчёты параметров электронов в атмосфере и ионосфере сравниваются с имеющимися экспериментальными наблюдениями. На базе математической модели впервые аналитически получен для мезосферы и ионосферы отрицательно заряженной Земли профиль (от высоты над уровнем моря) концентрации электронов *n*<sub>e</sub>. Сравнение этих результатов с экспериментальными наблюдениями показывает, что переходные профили концентрации электронов в мезосфере и ионосфере Земли определяются процессами амбиполярного дрейфа, обусловленного различными зависимостями дрейфовых скоростей электронов и ионов от напряжённости электрического поля. Полученные результаты представляют практический интерес для разработчиков таких систем как ГЛОНАСС и GPS.

**Ключевые слова:** нарушение нейтральности, ионосфера Земли, заряд Земли, амбиполярный дрейф плазмы, амбиполярные диффузии.

## GAS DISCHARGE IN THE IONOSPHERE OF THE NEGATIVELY CHARGED EARTH

## P. Vysikaylo, G. Nekrasov, N. Pronin

Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

**Abstract.** A mathematical model is proposed for taking into account contactless heating of electrons by a long-range electric field in the region of charged structures, in particular, in

<sup>©</sup> СС ВУ Высикайло Ф.И., Некрасов Г.Ю., Пронин Н.А., 2018.

the upper layers of the atmosphere of the negatively charged earth. Based on the Einstein-Smoluchowski (or rather Nernst-Townsend) relation,  $T_e = e \cdot D_e/\mu_e \alpha (E/N)^{0.86}$ , we used the experimental values of the particle number density of air, N, to calculate for the first time a possible temperature profile of electrons,  $T_{e}$ , in the mesosphere and ionosphere as a function of the charge of the Earth and the distance to its surface. It is found that at altitudes of about 36 km above the Earth surface negatively charged up to 500 000 C, the E/N parameter reaches breakdown values (100 Td), and, therefore, a self-sustained discharge is initiated up at these altitudes. At these altitudes, a compensation layer of a positive space charge can develop (standing electric field shock wave). The processes of direct ionization of air particles by electrons in an electric field of the negatively charged earth are also important in plasma production processes. Calculations of the parameters of electrons in the atmosphere and the ionosphere are compared with the available experimental data. On the basis of a mathematical model, the profile (from height above sea level) of the electron concentration  $n_{\rm e}$  is obtained analytically for the first time for the mesosphere and ionosphere of the negatively charged earth. Comparison of these results with experimental observations shows that the transition profiles of the electron concentration in the mesosphere and the Earth's ionosphere are determined by the processes of ambipolar drift caused by different dependences of the drift velocities of electrons and ions on the electric field intensity. The results are of practical interest for developers of such systems as GLONASS and GPS.

*Key words:* neutrality violation, Earth's ionosphere, Earth charge, ambipolar plasma drift, ambipolar diffusion.

#### Введение

В ИКИ РАН проходят ежегодные конференции «Физика плазмы в солнечной системе». Тематика конференций связана с теоретическими и экспериментальными исследованиями процессов в космической плазме, в частности, процессов на Солнце, в солнечном ветре, в ионосфере и магнитосфере Земли и других планет солнечной системы. Круг затрагиваемых вопросов также включает исследования волновых процессов в космической плазме, работы по физике тонких токовых слоёв, численному и лабораторному моделированию различных плазменных процессов. Так в 2018 г. прошла ежегодная, уже тринадцатая, конференция «Физика плазмы в солнечной системе» (см. архив докладов Тринадцатой конференции «Физика плазмы в солнечной системе» [1]). Несмотря на огромное количество докладов на конференциях, посвящённых проблеме возникновения и описания процессов в солнечной системе, в настоящее время отсутствует чёткое и верифицированное многочисленными экспериментальными наблюдениями понимание причин, ответственных за существование солнечного ветра из заряженных частиц, заполняющего со сверхзвуковой скоростью гелиосферу. Продолжается развитие теории и математических моделей тонких токовых структур, являющееся логическим продолжением идей С.И. Сыроватского и В.Л. Гинзбурга в области исследования космических лучей и пересоединяющихся токовых слоёв в короне Солнца [2]. Нет понимания ряда процессов, происходящих и в ионосфере Земли [3]. Пока только создаются и верифицируются математические модели формирования плазменно-пылевых облаков при ударе метеороида о поверхность Луны [4]. Ни в одной из перечисленных работ не учитывается заряд астрообъектов.

В [5] предложен совершенно новый подход к исследованию астрофизических объектов. В этом подходе предлагается учитывать и на базе экспериментальных данных рассчитывать как сам заряд астрофизических объектов, так и его роль в процессах амбиполярного дрейфового и диффузионного переносов плазмы в гелиосфере. В [5] предложен новый механизм формирования солнечного ветра, обусловленный положительным зарядом Солнца в 1500 Кл. Заряд Солнца в [5] рассчитан по сорту положительных ионов, наблюдаемых в потоках солнечного ветра.

В этой работе мы рассмотрим ряд проблем, обусловленных дальнодействующими электрическими полями в плазменном слое ионосферы отрицательно заряженной Земли. Давно известно, что заряд Земли порядка 500 000 Кл, и на её поверхности на метр от Земли происходит падение потенциала 100 – 150 В. До сих пор считается [6], что ионосфера – это плазменный слой в верхней атмосфере, на высотах от 60 до 1000 км, созданный ультрафиолетовым излучением Солнца.

А вот какова роль дальнодействующих кулоновских сил, обусловленных зарядом Земли, в явлении и формировании ионосферы Земли до сих пор никто не проверил. Постановкой и частичным решением этой задачи мы займёмся в данной работе, применив весь многолетний опыт экспериментального исследования и аналитического моделирования явлений в лабораторной газоразрядной плазме в воздухе (по мнению Арцимовича «грязной» плазме), накопленный в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» и МГУ [7–10].

#### Параметр E/N в газоразрядной плазме

При исследовании причин возникновения ионосферы мы учтём заряд Земли в 500 000 Кл (наличие заряда у других планет может приводить к аналогичным явлениям в их атмосферах). Зная профиль плотности газа в атмосфере Земли и её заряд можно построить профиль E/N от высоты. Параметр – E/N (напряжённость электрического поля, приведённая к плотности частиц газа) в лабораторной газоразрядной плазме является не только управляющим или параметром порядка. Этот параметр является фундаментальным или все пронизывающим параметром в газоразрядной плазме. Он определяет температуру электронов, рождение и гибель заряженных частиц, коэффициенты переноса заряженных частиц плазмы, а значит – характерные размеры переходных областей, таких как фарадеевы тёмные пространства и многое другое. В положительном столбе в самостоятельном разряде в любых газах этот параметр имеет свойство слабо изменяться в широких диапазонах изменения тока разряда в лабораторных экспериментах. Это связано с экспоненциальной зависимостью процессов рождения частиц плазмы от численного значения этого параметра. При достижении параметра Е/N пробойных значений в разряде устанавливается положительный столб (формируется слой объёмного положительного заряда).

Ещё Таунсенд, читая работу Столетова (1889) [11], «интуитивно» предположил, что константы скорости ионизации газа электронным ударом определяются этим параметром. Эксперименты подтвердили эту догадку. Таунсенд измерил зависимости констант ионизации при столкновении электронов с частицами нейтрального газа для многих сортов газов и затабулировал их, следуя

**3**8

Столетову, в зависимости от E/N, а не отдельно для E и N. Им было показано, что при предионизации газа, как рентгеновскими лучами, так и за счёт фотоэлектронной эмиссии, получается одна и та же зависимость константы ионизации от E/N. Отсюда следовало, что коэффициент ионизации для электронов, отрываемых от молекул рентгеновским излучением, такой же, как и для электронов, образующихся в результате фотоэлектрической эмиссии. Этот результат дал прямое доказательство того, что электроны являются составной частью молекул газа. К таким важным результатам может приводить умение грамотно использовать знания о важности и роли основных параметров. Ещё раз отметим, что этот параметр (E/P, где P – давление газа) для газоразрядной плазмы первым ввёл Столетов, а Таунсенд на его работу сослался.

До сих пор важность параметра E/N при описании процессов переноса в ионосфере Земли и гелиосфере не осознана астрофизиками должным образом. Более подробно с важностью этого параметра в газоразрядной плазме можно ознакомиться в монографиях [12; 13].

#### Соотношение Нернста-Таунсенда (Эйнштейна-Смолуховского)

Ещё в 1899 г. Таунсенд, используя теорию Максвелла – Больцмана, а не метод свободного пробега, вывел формулу, связывающую скорость дрейфа *W* газовых ионов одного сорта с их коэффициентом диффузии *D* [12]. В современных обозначениях это соотношение имеет вид:

$$T = e \cdot D/\mu$$
 (формула Нернста–Таунсенда) (1)

Здесь *Т* температура заряженных частиц, *D* – их коэффициент диффузии, µ – их подвижность.

Следует отметить, что выражение (1) вывел в 1889 г. Нернст для ионов в электролитах, но его теория не была, строго говоря, применима к разрядам в газах. Согласно [12] мы будем соотношение (1) называть формулой Нернста-Таунсенда, а не Эйнштейна–Смолуховского, применявших эту формулу в своих работах.

Среднюю энергию электронов или их температуру, согласно сказанному в п. 2, можно представить в виде хорошо аппроксимирующей формулы [5]:

$$T_{\rm e} \sim e D_{\rm e}/\mu_{\rm e} \alpha (E/N)^{\zeta}$$
.

Здесь  $D_e$  – коэффициент диффузии электронов,  $\mu_e$  – их подвижность. Такая степенная аппроксимация не плохо описывает зависимость скоростей различных процессов переноса и весьма полезна при аналитических расчётах параметров амбиполярного дрейфа, различных амбиполярных и обычных диффузий, электрических или плазменных ветров, переходных профилей, обусловленных процессами амбиполярного переноса и даже ударных волн электрического поля [14; 15]. Этот закон близкий к «2/3» работает в широком диапазоне параметра E/N в газоразрядной плазме, в том числе в плазме водорода и воздуха (см. таблицы 14.6 и 14.18 в [12, с. 627, 648]). Температура электронов, согласно экспериментальным данным, в водородной плазме изменяется как степень  $\zeta = 0,5$  ч 0,8 этого параметра в диапазоне E/N от 0,02 до 212 Td [12]. В воздухе  $\zeta \approx 0,8$  ч

39

0,87. Для дрейфовой скорости электронов в воздухе хорошо использовать зависимость  $V_e = 2.1 \cdot 10^6 (0.1 \cdot E/N)^{0.6}$ . Здесь E/N в Таунсендах. Таким образом, параметр E/N является наиболее важным параметром в газоразрядной плазме. Именно, этот параметр характеризует внешнюю электрическую силу, активизирующую среду и поддерживающую в ней новое ионизационно-возбужденное состояние – газоразрядную плазму и плазменные структуры со слабым нарушением нейтральности, выступающие в виде нового светящегося фазового состояния в активизированной электрическим полем среде.

Как и в обычном газовом разряде Столетова-Таунсенда, характеризовать энергию заряженных частиц плазмы (электронов) при учёте заряда Земли для переходных амбиполярных профилей между атмосферой и ионосферой будем в Таунсендах (Td) параметром E/N. E – напряжённость электрического поля в области поверхности Земли, N – плотность тяжёлых частиц (нуклонов) в этой области. Пробой воздуха происходит при 60–70 Td или 30 кВ/см при атмосферном давлении, температура электронов при этом порядка 1 эВ. Средняя энергия электронов в плазме водорода ~ 1 эВ достигается при  $E/N \approx 30$  Td [12]. Далее на базе этих данных мы аналитически и численно установим, на каких высотах от Земли возникают условия формирования самостоятельного разряда из-за достижения пробойных значений E/N, соответственно, со всеми вытекающими из этого явлениями, аналогичными явлениям в плазме лабораторного газового разряда [14; 15].

#### Математическая модель самостоятельного неоднородного разряда с УФ предионизацией в воздухе в плазменном слое отрицательно заряженной Земли

Считается, что ионосфера Земли существует как результат УФ ионизации молекул воздуха [6]. Однако, как показывают оценки (см. табл. 1 и рис. 1), уже на высоте 36 км из-за заряда Земли зажигается самостоятельный разряд, так как параметр E/N достигает пробойных значений (74 Td) и даже существенно их превышает, а температура электронов на высоте 80 км, согласно рассматриваемой модели, неограничивающей рост параметра E/N, достигает 200 эВ и выше – больше. Далее мы укажем, какими процессами ограничивается рост параметра E/N.

На конференции [1, с. 9] А.В. Костровым из ИПФ РАН (Нижний Новгород), в докладе «Космическая пыль и глобальная электрическая цепь земли» рассмотрены некоторые вопросы, связанные с образованием глобальной электрической цепи Земли (ГЭЦЗ). Им предпринята попытка определения условий формирования источника электричества, который достаточно стабильно поддерживает разность потенциалов между ионосферой и Землёй. Согласно его представлениям, основное «сердце атмосферной электрической машины – грозовое облако». Костров считает, что электрические заряды в облаках образуются при столкновениях аэрозолей, находящихся в разных агрегатных состояниях, и разделение зарядов происходит при взаимодействии заряженных частиц с конвективным потоком воздуха. Он полагает, что разноимённые заряженные частицы имеют существенно разные массы, так что скорости падения положительных и отрицательных зарядов в гравитационном поле Земли существенно различаются. В докладе рассматриваются вопросы образования, зарядки и разрядки облаков, а также влияние космической пыли на погоду Земли. Согласно работе Кострова, космическая плазма, в которой находится наша планета Земля, состоит из ионов, электронов и отрицательно заряженной пыли. Таким образом, им делается попытка получить дипольное строение грозовых облаков [1, с. 9].

При таком подходе совершенно не анализируются роль электрического поля (нарушения нейтральности), являющегося отдельной очень важной компонентой плазмы. Как отмечалось выше, о важной роли параметра Е/N в позапрошлом веке в своей работе говорил Столетов [11]. На его труд ссылался Таунсенд, который в многочисленных исследованиях показал, что все процессы рождения и переноса заряженных частиц плазмы определяются не напряжённостью электрического поля, а напряжённостью, приведённой к плотности частиц - Е/N [12; 13]. Наличие огромного отрицательного заряда Земли в 500 000 Кл давно известно. А.В. Костров пытается его обосновать в своей работе. Мы в отличие от Кострова исследуем, к каким новым явлениям отрицательный заряд Земли приводит. Такой заряд приводит к напряжённости электрического поля у поверхности Земли  $E = 100 \div 130$  В/м. Плотность частиц – N у поверхности Земли равна  $2,7 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>. Здесь *E/N* порядка 0,41 Td. Это ничтожные приведённые поля по сравнению с пробойными значениями для воздуха ~ 74 Td (20 кВ/см при атмосферном давлении). Однако на высоте в 40 км плотность воздуха в  $3 \cdot 10^2$  меньше, чем на поверхности Земли, и параметр Е/N достигает 125 Td, что больше пробойных значений воздуха, а температура свободных электронов порядка 2,6 эВ. Это существенно усиливает электрические токи и нагрев плазмы верхних слоёв стратосферы. Уже при таких значениях параметра Е/N происходит интенсивное рождение возбуждённых молекул кислорода, разрушающих отрицательные ионы, и воздух становится электроположительным газом. Таким образом, на этих высотах уже формируется сферически симметричный слой плазмы самостоятельного разряда в поле отрицательного заряда Земли.

О существенном влиянии напряжённости электрического поля (заряда Земли) на процессы пробоя ионосферы, на процессы термодиффузии электронов из областей с высокими параметрами E/N и соответственно, с высокими температурами электронов –  $T_e$  пока не сообщалось в научной литературе, даже в недавно вышедшей монографии [16] и обзорах [2; 6; 17]. Исследователи ионосферы Земли и гелиосферы пока не осознали должным образом важность открытия нашего соотечественника Столетова и его последователя Таунсенда о фундаментальной роли управляющего параметра E/N для описания явлений в этих областях знаний. Проведём элементарные аналитические расчёты профилей приведённой к плотности частиц воздуха (взятой из [18]) напряжённости электрического поля и температуры электронов по соотношению Нернста–Таунсенда [11] и тем покажем, что в верхних слоях стратосферы создаются условия мощного самостоятельного разряда, формирования плазменного слоя и нагрева мезосферы ионными и электронными токами (см. табл. 1).

Особый практический интерес в исследовании заряженных структур представляет исследование поведения электронов в мезосфере и нижней ионосфере Земли.

2018 / Nº 4

Это представляется важным для развития таких систем, как ГЛОНАСС, GPS, и устойчивости спутниковых систем, в том числе и для специальных назначений и климатического влияния на атмосферу Земли. Как показали аналитические оценки, профили концентрации электронов в верхней атмосфере и ионосфере существенно зависят не только от УФ ионизации, но и от процессов прямой ионизации в электрическом поле отрицательно заряженной Земли. При этом профили концентрации электронов в переходных слоях (фарадеевых тёмных пространствах) описываются амбиполярными дрейфами, обусловленными нелинейными зависимостями дрейфовых скоростей заряженных частиц от параметра E/N [9; 14] и амбиполярной диффузии Пуассона, обусловленной нарушением нейтральности плазмы [15]. При этом диффузия Эйлера, обусловленная инерционностью ионов и электронов [15], и диффузия Шоттки, обусловленная инерционностью ионов и электронов, оказываются малосущественными, если не учитывать формирование положительного объёмного заряда (ударной волны электрического поля), компенсирующего отрицательный заряд Земли в 500 кКл.

Скорость амбиполярного дрейфа в воздухе, согласно [9; 14], в области электрических полей, приведённых к плотности частиц воздуха ниже пробойных, определяется различием в зависимостях дрейфовых скоростей электронов и ионов и для воздуха равна

$$V_{\rm aZ} \approx -2ZV_i/3.$$

Здесь Z – отношение концентрации отрицательных ионов к концентрации электронов, 2/3 – определяется логарифмическими производными подвижностей электронов и ионов от параметра E/N, V<sub>i</sub> – скорость положительных ионов.

$$T_{\rm e} = 2,13 \cdot (\gamma/100)^{0.87} \, [\text{9B}]; V_{\rm e} = 2,1 \cdot (\gamma/10)^{0.6} \, [10^6 \, \text{cm/c}]; \gamma = E/N \, [\text{Td}].$$

Характерный размер L профиля концентрации электронов из-за зависимости параметра E/N от высоты можно оценить, как для длины фарадеева тёмного пространства в разряде воздуха, согласно [9; 14], из

$$L = V_{aZ} / (Z (Z+1)\beta_{ii}n_e) \approx -2V_i / (3(Z+1)\beta_{ii}n_e) \sim 10 \text{ км.}$$
(2)

#### Таблица 1.

Зависимость параметров плазмы самостоятельного разряда от высоты над поверхностью отрицательно заряженной Земли (*Q* = 500 000 Кл)

Высота, км	Плотность числа частиц в см <sup>-3</sup> , ×10 <sup>19</sup>	Относительная плотность	$\gamma = E/N,$ Td	Т <sub>е</sub> , эВ	V <sub>e</sub> , 10 <sup>6</sup> см/с	V <sub>i</sub> , 10 <sup>3</sup> см/с
0	2,7	1	0,41			
5	1,62	0,60	0,68			
10	0,91	0,337	1,2			
20	0,19	0, 0726	5,5			
40	0,0088	0,00327	125,0	2,6	9,6	0,61
50	0,00228	0,00084	476,2	7	$2 \cdot 10^1$	2,3
60	0,000675	0,00025	1640,0	21	$4,2 \cdot 10^{1}$	8,0
80	0,000054	0,00002	20500,0	200	$1,9 \cdot 10^2$	100,0

Столь грубая оценка удовлетворительно совпадает с профилем концентрации электронов от высоты в ионосфере Земли, приведённым в [6] (см. рис. 2).

#### Детализация процессов дуальных процессов (кумуляции и диссипации) в гелиосфере

На базе теоремы вириала Клаузиуса и экспериментальных наблюдений за СВ нами детализированы 3D процессы кумуляции и диссипации частиц к Солнцу и от Солнца [5]. В этой работе обосновано наличие положительного заряда у Солнца. При этом расчёт параметра *E*/*N* в гелиосфере проводился по плотности частиц из [19]. Согласно [5] процессы кумуляции определяются силами гравитации, действующими на нейтральные атомы, молекулы и их системы, а также кулоновскими силами, действующими на электроны, отрицательно заряженные пылинки и отрицательно заряженные ионы. Согласно вириальной теореме [20] или третьему закону Ньютона [21], только ½ потенциальной энергии гравитации и кулоновского потенциала может перейти в кинетическую энергию кумулирующих к Солнцу частиц. Вторая половина потенциальной энергии обязана рассеяться в окружающем Солнце пространстве, как показано в [21] это следствие теоремы вириала или третьего закона Ньютона. За распыл ½ потенциальной энергии ответственны процессы диссипации (или силы противодействия среды силам кумуляции). На этой базе в [21] открыты би-циклоны или структурная турбулентность (соорганизация циклона и антициклона в единую кумулятивнодиссипативную структуру, обладающую кумулятивными свойствами как кумуляции потоков в структуру, так и распылом диссипативных потоков из структуры). При этом, чем сильнее силы кумуляции, тем сильнее силы диссипации.

Часть диссипирующей от Солнца энергии рассеивается в виде электромагнитного излучения – безмассовый распыл. Вторая часть определяется процессами диссипации массы в виде высокоэнергетичных электронов, теряющих энергию по мере ухода от положительно заряженного Солнца. Эта часть диссипативных потоков определяет постоянный заряд Солнца. В динамике кумуляция слабоэнергетичных электронов положительным зарядом Солнца приводит к их максвелизации в области Солнца из-за электрон-электронных столкновений и появлению малой части электронов с огромными энергиями, достаточными для преодоления кулоновского потенциала положительно заряженного Солнца. Так в динамике поддерживается объёмный заряд Солнца. Третья часть энерго-массово-импульсного потока, диссипирующего ½ потенциальной энергии (потока кумулирующего к Солнцу), определяется ускоренным распылом от положительно заряженного Солнца положительно заряженных ионов (протонов, альфа частиц и т.д.) по мере их рождения в любой точке гелиосферы. В этом проявляется явление бесконтактного нагрева электронов и ионов газоразрядной плазмы гелиосферы в электрическом поле положительно заряженного Солнца. Так формируется СВ [5]. Энергия для истечения СВ обусловлена гравитационным сжатием Солнца в собственном гравитационном поле. Сжатие сопровождается термоядерными реакциями нейтронизации атомов водорода в атомы гелия, сбросом малой части электронов из Солнца, как самого подвижного газа, зарядкой всего Солнца до  $10^3$  Кл, формированием кулоновских зеркал, отражающих положительные ионы, установлением огромных (в тысячу раз больше пробойных) приведённых напряжённостей электрического поля ( $E/N \approx 26757$  Тd и  $T_e \sim 2000000^\circ$ ) на расстояниях 10–30 радиусов Солнца и формированием CB (потоков положительно заряженных ионов) от Солнца во всей гелиосфере. Величина параметра альфа –  $\alpha_{i1} = 7,5 \cdot 10^{-36}$  для Солнца, как и соответствующее значение  $\alpha_{i1}$  для других звёзд, определяет свойства их короны и свойства истечения из звёзд «корпускул» положительно заряженных ионов. Этот параметр зависит только от степени среднего нарушения нейтральности звезды – полного отношения числа нуклонов с некомпенсированным зарядом (протонов) зарядами электронов к полному числу нуклонов в заряженной структуре.

Проведённый нами анализ указывает на простую интерференцию (взаимодействие) кулоновских и гравитационных сил или потенциалов в астрофизических объектах, приводящую к конвективному корпускуловращению (энергомассово-импульсному вихревому – структурно-турбулентному обмену плазмы Солнца с плазмой всей гелиосферы, в том числе и отрицательно заряженной Землёй и её ионосферой). Этот круговорот заключается в следующем [5]. Атомы водорода вокруг Солнечной системы под действием сил гравитации фокусируются (кумулируют) к Солнцу. Попадая в область больших параметров Е/N, атомы и молекулы водорода ионизуются высокоэнергетичными электронами. Образовавшиеся протоны и ионы с Z/M ≥ 0,107 ускоряются электрическим полем положительно заряженного Солнца и диссипируют (рассеиваются) уже от Солнца, обратно в космическое пространство, где рекомбинируют с электронами и возвращаются опять к Солнцу в виде атомов и молекул водорода (здесь M – число нуклонов, Z – заряд иона или их системы). Ионы с  $Z/M \le 0,1$  продолжают двигаться к Солнцу под действием сил гравитации, и поэтому не наблюдаются в CB. Так ион  $Fe^{+6}$  наблюдается, а  $Fe^{+5}$  уже не наблюдается. Они падают на положительно заряженное Солнце. Нарушение нейтральности и, соответствующая необходимость учёта параметра альфа при описании различных объектов, вызвано потерей высоко энергичных, подвижных, лёгких, отрицательно заряженных частиц – электронов. В плазме Солнца из-за электрон-электронных столкновений возникает постоянный поток энергии в область высокоэнергетичных электронов. Это приводит к потоку высокоэнергичных электронов из Солнца и к положительной зарядке Солнца, как целого, что формирует обратный поток ускоряемых к Солнцу потоков электронов из гелиосферы. Так формируется два квазипостоянных противоположно направленных потока электронов. При этом заряд Солнца остаётся практически постоянным или квазипостоянным, т.е. для ряда практических задач можно считать заряд Солнца постоянным или ещё одним «адиабатическим» параметром [5]. Нами показано, что даже слабое НН в массивных структурах, приводит к возникновению условий сепарации, дискриминации и отделения части массы структуры. В этом особенность всех кумулятивно-диссипативных структур. Для астрообъектов этот процесс происходит из-за различия гравитационных сил, ответственных за стабильность структуры, и кулоновских сил отталкивания, возникающих из-за избыточного заряда. Это

способствует разделению потоков к Солнцу и от Солнца и сепарации в них заряженных частиц, в частности положительных ионов, по параметру Z/M.

Согласно [5], за нагрев основания короны Солнца до температур 1,5–2 млн. градусов и вызывающее её расширение от Солнца ответственны процессы кумуляции, к поверхности положительно заряженного Солнца, электронов, рождённых в гелиосфере. Если они фокусируются без столкновений, то их энергия может достигать  $10^3$  эВ. На расстояниях от Солнца порядка 10–20 радиусов Солнца фокусирующиеся электроны уже испытывают неупругие столкновения, максвеллизуются в электрон-электронных столкновениях и их энергия может определяться параметром Е/N. Как показывают оценки по соотношению Нернста–Таунсенда средняя энергия свободных электронов в этой области порядка 170 эВ (при  $E/N \sim 27 \cdot 10^3$  Td). Здесь высокоэнергичные электроны могут менять направление движения и уходить из Солнечной системы, что приводит к остыванию области на 20 радиусах от Солнца. Теперь нам понятны и механизмы, обеспечивающие выход в межпланетное пространство ионов более тяжёлых, чем протоны и альфа-частицы и с энергией порядка  $10^3$  эВ. За это ответственен заряд Солнца. Вынос из гелиосферы происходит для всех ионов с отношением заряда к массе  $Z/M \ge 0,107$  (6/55,84) [5].

Если процессы распыла высоко энергичных электронов определяются процессами максвеллизации функции распределения электронов кумулирующих к положительно заряженному Солнцу, то распыл положительных ионов определяется функционированием кулоновских зеркал. В этой модели мы объединяем по сути в единый класс такие явления, как электрический ветер, плазменный ветер, поток ионов от анода в газоразрядной плазме постоянного тока и СВ. Эти все явления обусловлены нарушением нейтральности и существенным нагревом частиц плазмы в электрическом поле заряженной структуры (заряженной иглы, анода, Солнца и др.).

Согласно Паркеру [22], первое чёткое утверждение, что нечто, кроме света, приходит к Земле от Солнца, было высказано в 1896 г. норвежским физиком Олафом К. Биркеландом. Он пришёл к этому заключению на основе того факта, что полярные сияния очень похожи на электрический разряд в недавно изобретённых тогда трубках, генерирующих потоки заряженных частиц («катодные лучи»). В данной работе доказывается, что явления в гелиосфере, на расстояниях от 8 000 км от Солнца, до Земли и даже далее, аналогичны явлениям (ионному ветру или плазменному ветру), происходящим вокруг острой заряженной иглы (эксперименты с колесом Франклина и др.). Наши исследования явлений в СВ полностью соответствуют не только представлениям Паркера, на что обычно ссылаются все астрофизики, но и Олафа К. Биркеланда и Рудольфа Ю.Э. Клаузиуса, который ввёл понятие вириала в 1870 г. Эта работа, как и [5], развивают их идеи до модели, позволяющей рассчитывать параметры плазмы во всей гелиосфере по минимальному значению параметра Z/М (шесть раз ионизованному иону железа) зафиксированному в CB.

Как доказано аналитическими расчётами, зная ионный состав CB из экспериментов, согласно предложенному в работе [5] методу, мы можем рассчитать электрические параметры самого Солнца, его короны и оценить энергетические параметры СВ в области Земли. Для верификации полученных результатов нужны подробные экспериментальные исследования параметров солнечной короны (профиль плотности частиц), и достоверные данные о ионном составе СВ, возникающего из-за кулоновских зеркал, отражающих эти положительно заряженные ионы от Солнца. Нужны и достоверные знания об неупругих столкновениях между нуклонами, об электрон-электронных столкновениях и т.д.

Оказывается, согласно [5], только знания типов ионов в СВ, установленные в экспериментах, могут в разы изменить расчётные параметры Солнца и СВ в различных условиях. Эти знания позволяют аналитически и численно исследовать: новые физические механизмы формирования СВ, динамику его крупномасштабных возмущений, стратификацию (как обычного разряда низких давлений, наблюдавшуюся ещё Фарадеем), точки, линии и поверхности либрации-кумуляции между положительно заряженными структурами СВ, открытые в газоразрядной плазме Высикайло в [23; 24], а также механизмы, регулирующие сравнительное поведение различных ионных компонент при различных типах течений СВ. Уникальность экспериментальных исследований в естественной лаборатории – гелиосфере определяется огромными значениями параметра E/N, полученные в [5] и гигантскими размерами областей ускорителя заряженных частиц с температурами электронов до 2 000 000 °С. В [5] предложен механизм, ответственный за нагрев основания короны Солнца до температур 1,5-2 млн градусов и вызывающий её расширение от Солнца в виде потока протонов, альфа-частиц и более тяжёлых ионов. Таким механизмом является бесконтактный нагрев электронов и ионов в электрическом поле положительно заряженного Солнца в газоразрядной плазме гелиосферы. Кумулятивные процессы на Солнце обусловлены силами гравитации, а соответствующие диссипативные процессы определяются рассеиванием электромагнитного излучения и «корпускулярными лучами» - СВ (ионы и высокоэнергичные электроны).

#### Заключение

Считалось, что плазма ионосферы определяется только УФ излучением Солнца [6]. Нами открыт новый источник ионизации воздуха в ионосфере Земли. Метод учёта бесконтактного нагрева электронов дальнодействующим электрическим полем в области заряженных структур, разработанный для гелиосферы в [5], впервые нами применён для расчётов профилей температуры электронов в мезосфере и ионосфере Земли (отрицательный заряд Земли – 500 000 Кл, профиль N взят из [18]). На базе авторской математической модели, разработанной ранее для описания неоднородных самостоятельных разрядов в воздухе [7; 9; 14] впервые аналитически получены для мезосферы и ионосферы отрицательно заряженной Земли профиль (от высоты над уровнем моря) параметра E/N (рис. 1, табл. 1) и соответствующие ему профили температуры  $T_e$  и концентрации электронов  $n_e$ . Сравнение с экспериментальными наблюдениями показывает, что переходные профили концентрации электронов в мезосфере и ионосфере Земли определяются процессами амбиполярного дрейфа, обусловленного различными зависимостями дрейфовых скоростей электронов и ионов от напряжённости электрического поля, и в процессах рождения плазмы ионосферы важны процессы прямой ионизации частиц воздуха электронами, греющимися в электрическом поле отрицательно заряженной Земли.

Авторами впервые предлагаются основы новой астрофизики – астрофизики кумулятивно-диссипативных неоднородных заряженных структур. В работе доказывается, что опыт, накопленный в научных лабораториях СССР и в частности в ФИАЭ (Филиале Института атомной энергии им. И.В. Курчатова) при аналитическом и экспериментальном исследовании газоразрядной плазмы («грязной плазмы» по выражению Л.А. Арцимовича), возникающей между положительно заряженным анодом и отрицательно заряженным катодом, оказывается весьма полезным для описания явлений в ионосфере отрицательно заряженной Земли и в гелиосфере положительно заряженного Солнца [5].

На базе этого опыта, экспериментальных исследований аппаратом АСЕ (2011 г.) ионного состава солнечного ветра (СВ) [5] и аналитических расчётов, выполненных авторами в [4-10; 17; 18] нами впервые детализируется конкретный 3D механизм нагрева плазмы СВ в короне Солнца в его постоянном кулоновском поле, как положительно заряженной кумулятивно-диссипативной структуры. Наличие положительного заряда у Солнца, отрицательного заряда у Земли и движение положительных ионов от Солнца указывают на существование неоднородного по профилю плотности тяжёлых частиц разряда огромной длины в гелиосфере между Солнцем и Землёй. Эту цепь можно назвать глобальной электрической цепью гелиосферы (ГЭЦГ). В ГЭЦГ как заряженные элементы могут входить и другие планеты и даже астероиды и кометы. При этом Солнце, его корона и даже гелиосфера играют роль огромного анода (положительно заряженного плазмоида огромных размеров), а отрицательно заряженные планеты и тела – роль вращающихся катодов. Таким образом, глобальная электрическая цепь Земли не определяется только процессами переноса заряженных частиц в облаках в атмосфере Земли. Процессы в облаках являются встроенными в более глобальную электрическую цепь гелиосферы. В результате аналитических исследований впервые на базе гипотезы о ГЭЦГ определены в [5] и данной работе, рассчитаны и верифицированы экспериментальными наблюдениями:

1) заряд Солнца –  $1,4 \cdot 10^3$  Кл, способный отражать протоны, альфа частицы и даже несколько раз ионизованные ионы тяжёлых атомов, рождающиеся в короне Солнца и ускоряемые до 400 км/с и более в его электрическом поле без столкновений [5];

2) коэффициент некомпенсированности заряда Солнца –  $\alpha_{i1} = 7,5 \cdot 10^{-36}$ , т.е. на  $10^{36}$  компенсированных нуклонов приходится всего 7,5 электронов, покинувших Солнце далеко за пределы размеров задачи (например, Солнечной системы) [5];

3) профиль параметра *E*/*N*, определяющий условия пробоя и температуру электронов в гелиосфере [5] и ионосфере Земли (рис. 1);

4) профиль температуры электронов в гелиосфере от Солнца и до Земли [5], и в нижней ионосфере Земли. Расчёт проводился по соотношению Нернста–Таунсенда по профилю *E*/*N*. Профиль *E*(*r*) рассчитан по закону Кулона, а профиль плотности нуклонов в гелиосфере взят из [19], а для атмосферы Земли из [18].

**. 47** /

Проведённые в данной работе аналитические расчёты и сравнение с наблюдаемыми в экспериментах профилями концентрации электронов от высоты над поверхностью отрицательно заряженной Земли показали, что при формировании нижней ионосферы существенна роль не только процессов УФ-ионизации, но и процессов амбиполярного дрейфа, амбиполярной диффузии Пуассона и самое главное процессов прямой ионизации молекул и атомов воздуха в верхних слоях атмосферы в электрическом поле отрицательно заряженной Земли. При этом профили концентрации электронов формируются аналогично профилям в фарадеевом тёмном пространстве в разряде в электроотрицательном газе, как это выполнено в [9; 14]. Амбиполярный дрейф в ионосфере направлен от поверхности Земли, где параметр E/N мал, в сторону больших значений этого параметра. Это приводит к амбиполярному выносу концентрации электронов из нижних слоёв в верхние. В газовом разряде в воздухе в фарадеевом тёмном пространстве амбиполярный дрейф направлен аналогично от катода в сторону анода и эти профили имеют размеры от 1 см до 50 см при давлениях газа порядка 100 тор. В верхней атмосфере Земли эти переходные размеры порядка 10-30 км и более.



*Рис. 1.* Профиль параметра *E/N* при заряде Земли 500 000 Кл и профиле *N* от высоты из [15].



*Рис.* 2. Распределение концентрации электронов от высоты над поверхностью Земли [3].

**\_ 48** \_

Таким образом, мы приходим не только к определённой детализации глобальной электрической цепи Земли (ГЭЦЗ), но и к открытию более глобальной электрической цепи гелиосферы (ГЭЦГ) с Солнцем как основным энергетическим источником её существования и поддержания явлений бесконтактного нагрева электронов и ионов газоразрядных плазм гелиосферы и ионосферы Земли. Такие явления характерны для всех атмосфер планет, окружающих любые звезды. При этом отрицательный заряд Земли определяется не только пылинками или снежинками, а проникновением и высаживанием в них высокоэнергетичных электронов из Солнца и всей гелиосферы в планеты и их спутники. Чем вся гелиосфера не кулоновский кристалл в зародыше? Здесь центробежный потенциал интерферирует с гравитационным и маленьким, но очень важным для здоровья и самочувствия живых организмов электромагнитными потенциалами заряженных астроструктур.

Детальному исследованию влияния процессов амбиполярного дрейфа плазмы в электрическом поле отрицательно заряженной Земли в неоднородной плазме самостоятельного разряда с мощной УФ предионизацией посвятим следующую работу.

Проведённое нами аналитическое исследование причин возникновения СВ и заряда Земли показывает, что косвенным признаком кумулятивных процессов в КД структурах типа Солнца и Солнечной системы может являться не только вращение (об этом писал Е.И. Забабахин), но и нарушение нейтральности, генерация магнитного поля и формирование противоположно направленных – бициклонических вращающихся потоков кумулирующей всей массы Солнца к его центру и расфокусирующейся массы СВ, покидающего солнечную систему (см. подробнее [25]). Таким образом, при кумуляции массы происходит не только усиление вращения, но и нарушение нейтральности кумулятивно-диссипативной структуры и сепарация потоков в структуру и из структуры. Нарушение нейтральности приводит к возбуждению турбулентных (вихревых) потоков. Следовательно, косвенным признаком кумуляции являются вращение структуры, нарушение её нейтральности и как следствие первых двух явлений – генерация магнитного поля и турбулентных (вихревых) потоков плазмы вокруг плазменной КД-структуры. Из-за сложного, но аналогичного характера явлений, которые могут происходить в кумулятивно-диссипативных структурах любого размера в микро- и макромире при НН, решаемые в этой работе задачи представляют интерес в широком диапазоне физических задач, в том числе и для газоразрядной плазмы.

Статья поступила в редакцию 01.10.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Сборник тезисов докладов Тринадцатой ежегодной конференции «Физика плазмы в солнечной системе» (12–16 февраля 2018, ИКИ РАН, г. Москва) [Электронный ресурс]. URL: https://plasma2018.cosmos.ru/docs/abstract-book-plasma2018.pdf (дата обращения: 10.11.2018).
- Тонкие токовые слои: от работ Гинзбурга Сыроватского до наших дней / Зелёный Л.М., Малова Х.В., Григоренко Е.Е., Попов В.Ю. // Успехи физических наук. 2016. Т. 186. Выпуск 11. С. 1153–1188.

- Динамические характеристики плазменной турбулентности ионосферы, инициированной воздействием мощного коротковолнового радиоизлучения / Грач С.М., Сергеев Е.Н., Мишин Е.В., А.В. Шиндин // Успехи физических наук. 2016. Т. 186. Выпуск 11. С. 1189–1228.
- 4. Формирование плазменно-пылевых облаков при ударе метеороида о поверхность Луны / Попель С.И., Голубь А.П., Захаров А.В., Зеленый Л.М., Бережной А.А., Зубко Е.С., Итен М., Лена Р., Спозетти С., Великодский Ю.И., Терещенко А.А., Атаманюк Б. // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2018. Т. 108. Выпуск 6. С. 379–387.
- 5. Vysikaylo Ph.I., Korotkova M.A. Determination of the Sun's charge by the parameters of heavy ions in the solar wind [Электронный ресурс] // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1009 : [сайт]. URL: http://china.iopscience.iop.org/artic le/10.1088/1742-6596/1009/1/012020/pdf (дата обращения: 10.11.2018).
- 6. Гуревич А.В. Нелинейные явления в ионосфере. // Успехи физических наук. 2007. Т. 177. Выпуск 11. С. 1145–1179.
- Высикайло Ф.И. Кумуляция электрического поля в диссипативных структурах в газоразрядной плазме. // Журнал экспериментальной и технической физики. 2004. Т. 125. № 5. С. 1071–1081.
- Высикайло Ф.И. Скачки параметров неоднородной столкновительной плазмы с током, обусловленные нарушением квазинейтральности // Физика плазмы. 1985. Т. 11. № 10. С. 1256–1261.
- Высикайло Ф.И., Напартович А.П., Стационарная одномерная модель разряда в электроотрицательном газе [Электронный ресурс] // Теплофизика высоких температур : [сайт]. 1981. Т. 19. Выпуск 2. С. 421–424. URL: http://www.mathnet.ru/links/21054ac583 852318f473ea0a9ddfa156/tvt8261.pdf (дата обращения: 10.11.2018).
- 10. Особенности переноса тока в разряде в поперечном сверхзвуковом потоке газа при формировании цилиндрических, кумулятивных структур (плазмоидов) / Высикайло Ф.И., Ершов А.П., Кузьмин М.И., Тивков А.С., Чекалин Б.В. [Электронный ресурс] // Физико-химическая кинетика в газовой динамике: [сайт]. 2007. Т. 5. URL: http://chemphys.edu.ru/issues/2007-5/articles/44/\_(дата обращения: 10.11.2018).
- 11. Столетов А.Г. Актино-электрические исследования // Журнал Русского физико-химического общества. Часть физическая. 1889. Т. 21. Вып. 7–8. С. 159–206.
- 12. Хаксли Л., Кромптон Р. Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977, С. 626–627.
- 13. Мак-Даниель И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М.: Мир, 1976. 422 с.
- 14. Высикайло Ф.И. Процессы амбиполярного переноса в формировании неоднородных профилей в структурах в газоразрядной плазме: дис. ... докт. ф.-м. наук. Троицк, Московская область, 2003, 268 с.
- Высикайло Ф.И., Кузьмин М.И., Чекалин Б.В. Решение уравнений Громека–Ламба по теории возмущений [Электронный ресурс] // Математическое моделирование: [сайт]. 2006. Т. 18. № 12. С. 52–66. http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrni d=mm&paperid=132&option\_lang=rus#forwardlinks (дата обращения: 10.11.2018).
- 16. Смирнов Б.М. Физика глобальной атмосферы. Парниковый эффект, атмосферное электричество, эволюция климата. Долгопрудный: Интеллект, 2017. 256 с.
- Квазиадиабатическое описание динамики заряженных частиц в космической плазме / Зеленый Л.М., Нейштадт А.И., Артемьев А.В., Вайнштейн Д.Л., Малова Х.В. // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. Выпуск 4. С. 365–415.

ຸ 50

- ATMOCФЕРЫ СПРАВОЧНЫЕ. Параметры. ГОСТ 24631-81 [Электронный ресурс]. URL: http://www.complexdoc.ru/ntdpdf/48147.3/atmosfery\_spravochnye\_parametry.pdf (дата обращения: 10.11.2018).
- 19. Мартынов Д.Я. Курс общей астрофизики. М.: Наука, 1971. 616 с.
- 20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 1. Механика. 5-е изд. М.: Физматлит, 2013. 224 с.
- 21. Высикайло Ф.И. «Квазикуперовские» бициклоны. Турбулентные структуры с вращением и кумулятивными струями // Инженерная физика. 2013. № 7. С. 3–36.
- 22. Паркер Э. Солнечный ветер // Успехи физических наук. 1964. Т. 84. Выпуск 9. С. 169–182.
- 23. Высикайло Ф.И. Точки, линии и поверхности либрации (кумуляции) Высикайло-Эйлера в неоднородных структурах в плазме с током // XXXVII Международная (Звенигородская) конференция по физике плазмы и УТС. 8–12 февраля 2010 г. [Электронный ресурс]. URL: http://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XXXVII/T. html#Sekcija%20T (дата обращения: 10.11.2018).
- 24. Vysikaylo P.I. Cumulative Point-L1 Between Two Positively Charged Plasma Structures (3-D Strata) // IEEE Transactions on Plasma Science. 2014. Vol. 42. Iss. 12. PP. 3931-3935.
- 25. Высикайло Ф.И. Архитектура кумуляции в диссипативных структурах. Saarbrucken: Palmarium Academic Publishing, 2013. 352 p.

#### REFERENCES

- Sbornik tezisov dokladov Trinadtsatoi ezhegodnoi konferentsii «Fizika plazmy v solnechnoi sisteme» (12-16 fevralya 2018, IKI RAN, g. Moskva) [Abstracts of the Thirteenth annual conference on Plasma Physics in Solar System (12-16 February 2018, Space Research Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow)]. Available at: https://plasma2018. cosmos.ru/docs/abstract-book-plasma2018.pdf (accessed: 10.11.2018).
- Zelenyi L.M., Malova H.V., Grigorenko E.E., Popov V.Yu. [Thin current sheets: from the work of Ginzburg and Syrovatskii to the present day]. In: Uspekhi Fizicheskikh Nauk [Advances in Physical Sciences], 2016, vol. 186, iss. 11, pp. 1153–1188.
- 3. Grach S.M., Sergeev E.N., Mishin E.V., Shindin A.V. [Dynamic properties of ionospheric plasma turbulence driven by high-power high-frequency radiowaves]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2016, vol. 186, iss. 11, pp. 1189–1228.
- 4. Popel' S.I., Golub' A.P., Zakharov A.V., Zelenyi L.M., Berezhnoi A.A., Zubko E.S., Iten M., Lena R., Spozetti S., Velikodskii Yu.I., Tereshchenko A.A., Atamanyuk B. [The formation of plasma-dust clouds when a meteoroid strikes the surface of the moon]. In: *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters], 2018, vol. 108, iss. 6, pp. 379–387.
- 5. Vysikaylo Ph.I., Korotkova M.A. Determination of the Sun's charge by the parameters of heavy ions in the solar wind. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1009. Available at: http://china.iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1009/1/012020/pdf (accessed: 10.11.2018).
- 6. Gurevich A.V. [Nonlinear effects in the ionosphere]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2007, vol. 177, iss. 11, pp. 1145–1179.
- Vysikaylo Ph.I. [Electric field cumulation in dissipative structures of gas-discharge plasmas.]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 2004, vol. 125, no. 5, pp. 1071–1081.
- 8. Vysikaylo Ph.I. [Jumps of parameters of a non-uniform collisional plasma with current due to violation of quasi-neutrality]. In: *Fizika plazmy* [Plasma Physics Reports], 1985, vol. 11, no. 10, pp. 1256–1261.

- 9. Vysikaylo Ph.I., Napartovich A.P. [Stationary one-dimensional model of the discharge in electronegative gas]. In: *Teplofizika vysokikh temperatur* [High Temperature], 1981, vol. 19, iss. 2, pp. 421–424. Available at: http://www.mathnet.ru/links/21054ac583852318f473ea0a9 ddfa156/tvt8261.pdf (accessed: 10.11.2018).
- 10. Vysikaylo Ph.I., Ershov A.P., Kuz'min M.I., Tivkov A.S., Chekalin B.V. [Peculiarity of current transfer in discharge blown off with transversal supersonic gas flow and forming of cumulative plasma structures]. In: *Fiziko-khimicheskaya kinetika v gazovoi dinamike* [Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics], 2007, vol. 5. Available at: http://chemphys. edu.ru/issues/2007-5/articles/44/ (accessed: 10.11.2018).
- Stoletov A.G. [Actino-electrical research]. In: *Zhurnal Russkogo fiziko-khimicheskogo obshchestva. Chast' fizicheskaya* [Journal of the Russian Physico-Chemical Society. Physical part], 1889, vol. 21, no. 7–8, pp. 159–206.
- 12. Huxley L., Crompton R. Diffusion and Drift of Electrons in Gases. New York, Wiley, 1974.
- 13. McDaniel E., Mason E. The Mobility and Diffusion of Ions in Gases. New York, Wiley, 1973.
- 14. Vysikaylo Ph.I. *Protsessy ambipolyarnogo perenosa v formirovanii neodnorodnykh profilei v strukturakh v gazorazryadnoi plazme: dis. ... dokt. f.-m. nauk* [Ambipolar transfer processes in the formation of inhomogeneous profiles in structures in a gas-discharge plasma: D. thesis in Physical and Mathematical Sciences]. Troitsk, Moscow Region, 2003, 268 p.
- 15. Vysikaylo Ph.I., Kuz'min M.I., Chekalin B.V. [Solving Gromeka-Lamba equations by means of perturbation theory]. In: *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2006, vol. 18, no. 12, pp. 52–66. Available at: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mm&paperid=132&option\_lang=rus#forwardlinks (accessed: 10.11.2018).
- 16. Smirnov B.M. *Fizika global'noi atmosfery. Parnikovyi effekt, atmosfernoe elektrichestvo, evolyutsiya klimata* [Physics of the global atmosphere. Greenhouse effect, atmospheric electricity, evolution of climate]. Dolgoprudny, Intellekt Publ., 2017. 256 p.
- Zelenyi L.M., Neishtadt A.I., Artemev A.V., Vainshtein D.L., Malova Kh.V. [Quasi-adiabatic dynamics of charged particles in a space plasma]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2013, vol. 183, iss. 4, pp. 365–415.
- ATMOSFERY SPRAVOCHNYE. Parametry. GOST 24631-81 [ATMOSPHERE REFERENCE. Parameters. GOST 24631-81]. Available at: http://www.complexdoc.ru/ntdpdf/48147.3/ atmosfery\_spravochnye\_parametry.pdf (accessed: 10.11.2018).
- 19. Martynov D.Ya. *Kurs obshchei astrofiziki* [The course of General astrophysics]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 616 p.
- 20. Landau L.D., Lifshits E.M. *Mechanics (Volume 1 of A Course of Theoretical Physics)*. Oxford, Pergamon Press, 1969.
- 21. Vysikaylo Ph.I. ["Qquasi-Cooper" bi-cyclones. 3D turbulence structure with rotation and the cumulative jet]. In: *Inzhenernaya fizika* [Engineering Physics], 2013, no. 7, pp. 3–36.
- 22. Parker E. [Solar wind]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1964, vol. 84, iss. 9, pp. 169–182.
- 23. Vysikaylo Ph.I. [Points, lines and surfaces of Vysikaylo-Euler libration (cumulation) in inhomogeneous structures in a plasma with current]. In: XXXVII Mezhdunarodnaya (Zvenigorodskaya) konferentsiya po fizike plazmy i UTS. 8–12 fevralya 2010 g. [XXXVII International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and Controlled Thermonuclear Fusion. 8–12 February 2010]. Available at: http://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XXXVII/T. html#Sekcija%20T (accessed: 10.11.2018).
- 24. Vysikaylo P.I. Cumulative Point-L1 Between Two Positively Charged Plasma Structures (3-D Strata). In: *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2014, vol. 42, iss. 12, pp. 3931–3935.

25. Vysikailo Ph.I. *Arkhitektura kumulyatsii v dissipativnykh strukturakh* [The architecture of cumulation in dissipative structures]. Saarbrucken, Palmarium Academic Publishing, 2013. 352 p.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Высикайло Филипп Иванович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: filvys@yandex.ru;

*Некрасов Григорий Юрьевич –* студент третьего курса Московского государственного областного университета; e-mail: grygory.nkr@mail.ru;

Пронин Никита Алексеевич – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: s4astliv4i\_k@mail.ru;

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Philip I. Vysikaylo* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: filvys@yandex.ru;

*Grigory Yu. Nekrasov* -third-year student, Moscow Region State University; e-mail: grygory. nkr@mail.ru;

*Nikita A. Pronin* – post-graduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: s4astliv4i\_k@mail.ru

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Высикайло Ф.И., Некрасов Г.Ю., Пронин Н.А. Самостоятельный разряд в ионосфере отрицательно заряженной земли // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 36–53. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-36-53

#### FOR CITATION

Vysikaylo P., Nekrasov G.Yu., Pronin N.A. Gas discharge in the ionosphere of the negatively charged earth. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 36–53.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-36-53

53 /

## УДК DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-54-65

## ЭФФЕКТ МЕЙСНЕРА И КВАНТОВЫЙ ЗАХВАТ ЧАСТИЦ ПРОТОПЛАНЕТНОГО ОБЛАКА САТУРНА СОЗДАЮТ СТАБИЛЬНУЮ СИСТЕМУ В ВИДЕ СОМБРЕРО ИЗ КОЛЕЦ

#### Черный В.В.

Институт современной науки Агентства безопасности по инвестициям и бизнесу в России г. Москва, Российская Федерация

**Аннотация**. Показано, как кольца Сатурна возникли из протопланетных ледяных частиц, движущихся вокруг планеты по хаотическим орбитам после появления магнитного поля Сатурна вследствие электромагнитных явлений. Из-за диамагнетизма и сверхпроводимости ледяных частиц все их хаотические орбиты постепенно переместились в плоскость магнитного экватора и образовали сомбреро-диск из колец и зазоров. Частицы колец Сатурна отделены друг от друга вытесненным из них магнитным полем. В итоге каждая частица оказывается запертой в трёхмерной магнитной яме, в том числе и за счёт явления квантовых вихрей Абрикосова. Этот механизм действует даже в том случае, если частицы могут иметь малую долю сверхпроводника. Кроме дефрагментации из-за гравитации ледяного тела размером с Титан, подлетевшего к Сатурну, столкновения с обломками приблизившейся Луны и метеоритами определённый вклад в кольцевую материю также могут вносить частицы замёрзшей воды, генерируемой гейзерами спутников Сатурна из-за магнитной связи между планетой и её спутниками, и это может даже создать новое кольцо. Из этого следует, что кольца были созданы в раннее время возникновения магнитного поля системы Сатурна.

**Ключевые слова**: кольца Сатурна, происхождение колец Сатурна, космический электромагнетизм, космическая сверхпроводимость, диамагнитное выталкивание в космосе, космический лёд.

## THE MEISSNER EFFECT AND QUANTUM TRAPPING OF THE PARTICLES OF SATURN'S PROTOPLANETARY CLOUD PRODUCE A STABLE SYSTEM IN THE FORM OF SATURN RINGS

### V. Cherny

## Modern Science Institute, Security Agency for Investment and Business in Russia Moscow, Russian Federation

**Abstract.** It is shown that Saturn's rings originated from protoplanetary ice particles moving around the planet along chaotic orbits after the appearance of Saturn's magnetic field due to electromagnetic phenomena. Due to diamagnetism and the superconductivity of ice particles, all their chaotic orbits gradually moved to the plane of the magnetic equator and formed a sombrero disk of rings and gaps. The particles of Saturn's rings are separated from each other by a magnetic

<sup>©</sup> СС ВҮ Черный В.В., 2018.

field driven out of them. As a result, each particle is trapped in a three-dimensional magnetic well, including due to the phenomenon of quantum Abrikosov vortices. This mechanism works even if the particles may have a small fraction of the superconductor. In addition to defragmentation due to gravity of an icy body having a size of Titan that flew up to Saturn, and collisions with fragments of the approaching Moon and meteorites, particles of frozen water generated by the geysers of Saturn's satellites due to the magnetic coupling between the planet and its satellites can also contribute to the ring matter, which can result in the formation of a new ring. It is found that the rings are relict of the early days of the magnetic field of Saturn system.

*Key words*: Saturn's rings, origin of Saturn's rings, cosmic electromagnetism, cosmic superconductivity, diamagnetic extrusion in space, cosmic ice.

#### 1. Введение

С тех пор, как Галилео Галилей увидел кольца Сатурна в 1610 г., вопросы об их происхождении, динамике, эволюции и возрасте остаются без ответа. Максвелл (1859) объяснил, что кольца состоят из частиц, и был уверен, что они упадут на планету. Многие учёные изучали кольца [1–16]. НАСА организовало четыре миссии к Сатурну: Pioneer, Voyager 1 и 2, и самую большую – Cassini (2004–2017). Но ответ на вопрос о происхождении колец остался открытым. Учёные НАСА отвечают на него встречным вопросом: «После финала миссии Кассини существует ли окончательный консенсус относительно происхождения и возраста колец?» [7].

Популярное объяснение происхождения колец основано на гравитационной дефрагментации массивного тела, приближающегося к Сатурну [4; 8]. Но оно всё-таки имеет некое фантастическое предположение и не объясняет ясно, как сомбреро-диск колец был так хорошо организован, и, естественно, не даёт объяснения электромагнитным явлениям наблюдаемых в кольцах. К тому же уже нашли 63 спутника Сатурна, а теория происхождения колец, построенная на гравитационных резонансах, строилась для 13 спутников.



Картина колец Сатурна похожа на полоски частиц железа и пустоты в неоднородном магнитном поле магнита на лабораторном столе (рис. 1).

*Рис.* 1. Частицы железа создают плотные и разреженные области (сомбреро) в неоднородном магнитном поле вблизи магнита на лабораторном столе<sup>1</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Magnet with Iron Filings [Электронный ресурс]. URL: https://wadevenden.files.wordpress. com/2014/07/magnet.jpg?w=500 (дата обращения: 04.11.2018)

Чтобы использовать это сходство, обратим внимание на параметры колец Сатурна и их окружающее пространство. Результаты, полученные миссией Кассини, показывают, что кольца состоят из 93% льда и 7% углеродного вещества. Температура вещества около колец 70–110 К [5; 6].

Мы предполагаем, что сверхпроводящие вещества присутствуют как в ледяных частицах колец, так и в поясе астероидов [11–17]. Высокотемпературная сверхпроводимость была открыта J.G. Bednorz и К.А. Muller в 1986 г. Лёд – это сложное образование, знаний о космическом льде практически нет. В 1986 г. Бабушкина и др. продемонстрировали, что лёд обладает свойствами сверхпроводимости [18]. В 2015 г. F. Yen и Т. Gao показали квантовые явления (сверхпроводимость) во льде [19]. Сверхпроводимость углерода С36 показана М. Cote и др. в 1998 г. [20]. Недавно был доказан важный факт, что даже небольшое количество сверхпроводящей материи может удерживать образец более чем в 70 000 раз больше собственного веса [21] из-за квантовой природы сверхпроводников II типа [22].

В 1995 г. В.В. Черный и А.Ю. Поспелов [11–17] предположили, что кольца Сатурна могут быть образованы в результате взаимодействия диамагнитных и сверхпроводящих ледяных частиц протопланетного облака планеты с её магнитным полем. Дальнейшие исследования доказали обоснованность такого подхода. Применение этой теории к результатам измерений миссии Кассини показали, что можно объяснить: происхождение, эволюцию, динамику и структуру колец; почему планетарные кольца в Солнечной системе появляются только после пояса астероидов; почему существуют сильное сжатие и острые края колец; почему частицы колец разделяются и не слипаются; почему сомбреро-диск колец стабилен во времени; какой возраст колец; почему есть поток пыли от колец на планету; они объясняют азимутальную яркость колец Сатурна; поведение спиц в кольце В; высокий коэффициент отражения и низкую яркость колец в радиочастотном диапазоне; широкополосное импульсное излучение колец; частотные аномалии теплового излучения колец в диапазоне от 100 мкм – 1 см; разницу в цвете в небольших пределах колец; аномальное обратное отражение циркулярно-поляризованных микроволн выше 1 см; атмосферу неизвестного происхождения около колец; существование волн плотности и изгибных волн в кольцах; почему Земля не имеет колец.

Миссия Pioneer зафиксировала деформацию линий магнитного поля вблизи кольца F вследствие вытеснения их из частиц. Это искажение имеет такую же природу, когда сверхпроводящий керамический образец выталкивает наружу внутреннее магнитное поле. На рис. 2 показана картина того, как диск кольца сомбреро сильно возмущает картину линий магнитных полей Сатурна в области магнитного экватора из-за диамагнетизма и сверхпроводимости ледяных частиц колец.





*Рис. 2.* Демонстрация, как сомбреро-диск колец искажает картину линий магнитных полей Сатурна в области магнитного экватора из-за сверхпроводимости и диамагнетизма ледяных частиц колец.

На рис. 3 хорошо виден острый край кольца Урана. Плотность частиц внутри кольца увеличивается по направлению к внешнему краю кольца. Частицы удерживаются внутри колец магнитным полем, исходящим из них.



*Рис. 3.* Виден острый край кольца Урана. Плотность частиц внутри кольца увеличивается вблизи внешнего края кольца (Voyager / JPL / Hubble Heritage Team (NASA, ESA)). Частицы удерживаются внутри колец магнитным полем, вытесненным из них.

#### 2. Обоснование происхождения колец Сатурна из-за сверхпроводимости

#### 2.1. Создание диска колец из ледяных частиц протопланетного облака

Используем общую идею «эволюции допланетного облака и образования Земли и планет» В.С. Сафронова [2], отмеченную международными премиями О.Ю. Шмидта (1974) и Д.П. Койпера (1990). Из-за трудности решения задачи эта идея никем не была использована ранее. Следуя идеям Сафронова, предполагаем, что до появления магнитного поля Сатурна все ледяные частицы протопланетного облака двигались вокруг Сатурна по хаотическим орбитам. С появлением магнитного поля Сатурна частицы начинают взаимодействовать с магнитным полем за счёт их сверхпроводимости. На движение частиц начинает влиять дополнительная сила диамагнитного выталкивания, приводящая частицы в дополнительное азимутально-орбитальное движение за счёт эффекта Мейснера. Если магнитное поле планеты H, а планетарный магнитный момент **µ**, то магнитное поле в любой конкретной точке внутри протопланетного облака, находящегося на расстоянии г, можно представить как:

$$\mathbf{H} = \frac{3 \cdot \mathbf{r} \cdot (\mathbf{r}, \boldsymbol{\mu})}{r^5} - \frac{\boldsymbol{\mu}}{r^3}.$$
 (2.1)

2018 / № 4

Сверхпроводящая сфера радиуса R внутри протопланетного облака имеет магнитный момент:

$$\mathbf{M} = -R^3 \cdot \mathbf{H}. \tag{2.2}$$

Энергию сверхпроводника в магнитном поле можно представить в виде:

$$U_H = -(\mathbf{M}, \mathbf{H}) = R^3 \cdot H^2.$$
(2.3)

Помещая начало системы координат в центр планеты, и располагая ось **z** вдоль магнитного момента планеты (перпендикулярно экватору), получаем выражение для магнитной энергии в виде:

$$U_{H} = \frac{R^{3}\mu^{2}}{r^{6}} (3\cos^{2}\theta + 1).$$
 (2.4)

Здесь  $\theta$  – угол между вектором г и осью z. Из (2.4) видно, что магнитная энергия сверхпроводящих частиц имеет минимальное значение, если соз  $\theta$ =0. Орбиты всех частиц, вращающихся внутри протопланетного облака, должны двигаться к плоскости магнитного экватора и создавать вокруг планеты достаточно сжатый тонкий диск, поскольку магнитная энергия растёт в обе стороны от экватора планеты. Магнитный экватор Сатурна практически совпадает с географическим экватором. Все частицы внутри диска колец сомбреро будут находиться на кеплеровских орбитах, где существует баланс гравитации, центробежной и магнитной силы диамагнитного выталкивания.

#### 2.2. Расталкивание и столкновение частиц в кольцах

Определим энергию взаимодействия двух сверхпроводящих частиц с магнитными моментами **µ**<sub>1z</sub> и **µ**<sub>2z</sub> находящихся в положениях r<sub>1</sub> и r<sub>2</sub> в виде:

$$U = -\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{H}_2, \qquad (2.5)$$

Магнитное поле  $H_2$ , создаваемое частицей с  $\mu_2$ , можно представить в виде:

$$\mathbf{H}_{2} = \frac{3(\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2})(\boldsymbol{\mu}_{2}(\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}))}{\left|\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}\right|^{5}} - \frac{\boldsymbol{\mu}_{2}}{\left|\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}\right|^{3}}.$$
 (2.6)

Если частица с магнитным моментом  $\mu_2$  находится в  $r_2=0$ , то энергия взаимодействия двух частиц (2.5) принимает вид:

$$U = -\frac{3(\mu_{1}\mathbf{r}_{1})(\mu_{2}\mathbf{r}_{1})}{|\mathbf{r}_{1}|^{5}} + \frac{\mu_{1}\mu_{2}}{|\mathbf{r}_{1}|^{3}}.$$
 (2.7)

Планетарное магнитное поле в плоскости колец Сатурна совпадает с осью вращения планеты. Если ось Z направлена вдоль оси вращения планеты, то магнитный момент частиц будет направлен вдоль направления оси Z. В цилиндрической системе координат ( $\rho$ ,  $\varphi$ , z) для (2.7) получаем:

$$U = -\left(\frac{3z^{2}}{\left(\rho^{2} + z^{2}\right)^{5/2}} - \frac{1}{\left(\rho^{2} + z^{2}\right)^{3/2}}\right)\mu_{1z}\mu_{2z} = \frac{\rho^{2} - 2z^{2}}{\left(\rho^{2} + z^{2}\right)^{5/2}}\mu_{1z}\mu_{2z}.$$
(2.8)

Оценим взаимодействие двух сверхпроводящих частиц с магнитными моментами  $\mu_{1z}$  and  $\mu_{2z}$  из (2.8), когда они расположены в одной плоскости (z=0), и когда они расположены в разных плоскостях, но на одной оси ( $\rho$ =0). Когда z=0, выражение для энергии взаимодействия принимает вид:

$$U = \frac{\mu_{1z}\mu_{2z}}{\rho^3},$$
 (2.9)

Из (2.9) следует, что две частицы будут отталкиваться друг от друга и поддерживать расстояние между собой. Этот результат был подтверждён данными миссии Кассини: частицы колец сомбреро разделены. Если ρ=0, то из (2.8) получаем, что:

$$U = -\frac{\mu_{1z}\mu_{2z}}{|z|^3},$$
 (2.10)

Теперь обе частицы притягиваются друг к другу. Они могут даже сталкиваться, слипаться и образовывать большие скопления или глыбы льда. После этого частицы более 50 метров в диаметре разрушаются на малые части взаимным действием силы тяжести и центробежной силы. Процесс столкновения частиц имеет также экспериментальное подтверждение по данным миссии Кассини.

#### 3. Квантовые явления происхождения и устойчивости колец Сатурна

На конференции ASTC в 2011 г. было продемонстрировано, что даже небольшое количество сверхпроводящего вещества в образце может удерживать в 70 000 раз больше собственного веса [21] и оказывать сильное влияние на движение в пространстве всего образца. В основане этого лежит явление вихрей Абрикосова (1957) как квантовой природе сверхпроводников второй группы [22]. Нити линий магнитного поля попадают в ловушку внутри сверхпроводника (рис. 4). Некоторые линии потока образуют форму штифта (Рис. 4а, Рис. 4b), и они не могут двигаться по горизонтали. Сверхпроводник не позволяет линиям магнитных полей перемещаться. Он блокирует их на месте, и этим образец блокирует своё перемещение по горизонтали.

Данные, полученные из миссии Кассини, показывают, что элементы частиц колец состоят из 93% льда и 7% углеродного вещества. Лёд может проявлять свойства сверхпроводимости [18] и диамагнетизма [19]. Сверхпроводимость углерода С36 показана в [20]. Это означает, что даже небольшого количества сверхпроводящей материи частиц колец Сатурна будет достаточно для того, чтобы вся частица проявила поведение сверхпроводника II типа [21; 22].



Рис. 4. а) Некоторые линии магнитного поля становятся «штифтами», они не двигаются. Этот тип сверхпроводника позволяет только частично вытеснять магнитное поле. Объём образца пронизан своеобразными нитями внутри (темными линиями), известными как «вихри Абрикосова», где сверхпроводник становится нормальным проводником. Но весь образец ведёт себя как сверхпроводник<sup>2</sup>.

b) Диск сверхпроводящих ледяных частиц колец, расположенный вдоль горизонтальной плоскости экватора, взаимодействует с вертикальными линиями магнитного поля Сатурна. Видно, что некоторые магнитные линии будут вытеснены за пределы образца сверхпроводника II типа. И в то же время некоторые из них останутся внутри образца, а сверхпроводник блокирует эти линии магнитного поля внутри себя<sup>3</sup>.

Следовательно, сверхпроводящие ледяные частицы, попавшие в сомбреродиск Сатурна, удерживаются в пределах трёхмерного магнитного колодца благодаря силе Мейснера и действию квантовой блокировки, захвата и левитации вследствие явления вихрей Абрикосова. Как только частицы выйдут на орбиту вблизи плоскости магнитного экватора, они будут удерживаться магнитным давлением с обеих сторон плоскости вдоль оси Z. Это происходит потому, что магнитная энергия частиц вдоль меридиана минимальна на магнитном экваторе. Все частицы в кольцевом диске горизонтально стабилизированы квантовым эффектом блокировки, индуцированным вихрями Абрикосова, и квантовой левитацией.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Сверхпроводник в магнитном поле. Эффект Мейсснера [Электронный ресурс] // Make It Quantum : [сайт]. URL: http://makeitquantum.ru/superconductor-in-magnetic-field/ (дата обращения: 4.11.2018).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Flux pinning [Электронный pecypc] // Wikipedia : [сайт]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Flux\_ pinning (дата обращения: 04.11.2018).

#### 4. Эволюция колец за счёт магнитной связи Сатурна и его спутников

Другая ситуация возникает, когда частицы замёрзшей воды, поступающие из гейзеров геологически активных спутников Сатурна, могут попасть на диск колец из-за магнитной связи между Сатурном и его спутниками. Такая экзотическая ситуация связи между Сатурном и его спутником Энцелад была обнаружена миссией Кассини [10] (рис. 5). Эта связь обеспечивает поток ледяных частиц замороженной воды гейзеров спутника в кольца.



*Puc.* 5. Снимок NASA/JPL/JHUAPL/University of Colorado/Central Arizona College/SSI, 20.04.2011. Магнитное поле обеспечивает путь для потока электронов, как показано на рисунке. Существует магнитная связь между Сатурном и спутником Энцелад<sup>4</sup>.

В 2005 г. космический аппарат Кассини сделал несколько близких пролётов Энцелада, исследовав его поверхность и окружающую среду. И обнаружил богатые водой шлейфы, выходящие из южной полярной области [10]. Криовулканы вблизи южного полюса выбрасывают в космос гейзеровидные струи пара длиной до 500 км. В них есть молекулярный водород и другие летучие вещества и твёрдый материал, в том числе кристаллы хлорида натрия и частиц льда, общим весом около 200 кг в секунду. Выявлено более 100 гейзеров. Часть водяного пара падает обратно как «снег»; остальные ускользают и снабжают большую часть материала, составляющего кольцо Е Сатурна (рис. 5). Интенсивность гейзеров Энцелада зависит от того, насколько близко или далеко спутник от Сатурна.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Electrical Circuit Between Saturn and Enceladus [Электронный ресурс] // NASA Science: Solar System Exploration : [сайт]. URL: https://saturn.jpl.nasa.gov/resources/5289/ PIA13765 (дата обращения: 04.11.2018)

Механизм подачи частиц в диск колец из гейзера спутника Сатурна не продолжается вечно. Он работает только в период его геологической активности. Но это может произойти в любой момент истории системы Сатурна. Это также наводит на мысль, что любой другой спутник когда-то имел геологическую активность, и его гейзеры могли также снабжать другие кольца частицами замёрзшей воды [13].

Если рядом с диском колец летят какие-то обледеневшие частицы, поступающие из гейзеров спутника, то хорошо организованная кольцевая структура, где магнитная энергия частиц минимальна, притягивает частицы внутрь диска колец и захватывает их внутрь.

#### Заключение

Из приведённого выше рассмотрения следует, что электромагнетизм играет важную роль в происхождении, динамике и эволюции колец Сатурна. Имеется наглядная аналогия с внешним видом колец Сатурна хорошо известного в общей физике опыта, когда частицы железа на лабораторном столе создают полоски и зазоры вокруг магнита в присутствии гравитационного поля Земли. Но частицы колец Сатурна разделены друг от друга магнитным полем, которое выталкивается из них.

Проведённое нами электромагнитное моделирование показывает, что дисковая система из частиц колец возникла через некоторое время после появления магнитного поля Сатурна. Формирование картины колец может быть результатом взаимодействия диамагнитных ледяных частиц и ледяных частиц, легированных сверхпроводящим углеродом с неоднородным магнитным полем планеты. Согласие результатов теоретического моделирования с данными измерений миссии Кассини подтверждает тот факт, что кольца в первую очередь являются продуктом возникновения и формирования магнитного поля системы Сатурна. Разумеется, гравитационные взаимодействия во всей сложной системе Сатурна и его 63 спутников оказывают влияние на окончательную картину диска колец.

Конечно, кольца, которые мы видим сегодня, не совсем такие, какими они были в момент своего начального формирования. Создание диска колец не является одноразовым событием. Процесс существования диска колец имеет глубокую историю с самого момента формирования Солнечной системы. История возникновения колец начинается с динамики их начального происхождения из ледяных частиц протопланетного облака за счёт эффекта Мейснера, а затем – за счёт квантовой блокировки и квантового захвата частиц в плоскости магнитного экватора вихрями Абрикосова. Кольца могут терять частицы, когда за счёт столкновений они уменьшаются в размерах, и тогда они падают на Сатурн, и это тоже было зарегистрировано измерениями Кассини. Процесс наполнения новыми частицами самих колец продолжается до сих пор благодаря частицам, поступающим в кольца из гейзеров спутника Сатурна.

62

Статья поступила в редакцию 18.09.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Maxwell on Saturn's rings / Brush S.G., Everitt C.W.F., Garber E. (eds.). Cambridge, MA, MIT Press Publ., 1983. 213 p.
- 2. Safronov V.S. Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the Earth and the planets. Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations Publ., 1972. 212 p.
- 3. Alfven H. Solar system history as recorded in the Saturnian ring structure // Astrophysics and Space Science. 1983. Vol. 97. Iss. 1. P. 79–94.
- Fridman A.M., Gorkavyi N.N. Physics of Planetary Rings. Berlin, Springer-Verlag, 1999. 437 p.
- 5. Cassini arrives at Saturn // Science. 2005. Vol. 307. Iss. 571. P. 1222-1276.
- An Evolving View of Saturn's Dynamic Rings / Cuzzi J.N., Burns J.A., Charnoz S., et al. // Science. 2010. Vol. 327. Iss. 5972. P. 1470–1475.
- Estrada P.R., Durisen R.H., Cuzzi J.N. Ballistic transport: After the Cassini grand finale, is there a final consensus on ring origin and age? // American Geophysical Union Meeting. New Orleans, 12.12.2017. P. 298112.
- 8. Canup R.M. Origin of Saturn's rings and inner moons by mass removal from a lost Titansized satellite // Nature. 2010. Vol. 468. P. 943–946.
- 9. Tiscareno M.S. et al. Observations of Ejecta Clouds Produced by Impacts onto Saturn's Rings // Science. 2013. Vol. 340. Iss. 6131. P. 460–464.
- Enceladus' Water Vapor Plume / Hansen C.J., Esposito L., Stewart A.I.F., et al. // Science. 2006. Vol. 311. Iss. 5766. P. 1422–1425.
- 11. Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. About hypothesis of the superconducting origin of the Saturn's rings // Astrophysics and Space Science. 2007. Vol. 307. Iss. 4. P. 347–356.
- Tchernyi (Cherny) V.V. About role of electromagnetism to the Saturn rings origin To the unified theory of the planetary rings origin // International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2013. Vol. 3. No. 4. P. 412–420.
- Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. Superconductivity of Saturn Rings: Quantum Locking, Rings Disc Thickness and Its Time Creation // Journal of Modern Physics (special issue on Advance in Superconducting Physics). 2018. Vol. 9. No. 3. P. 419–432.
- Girich S.V., Pospelov A.Yu., Tchernyi V.V. Radar Data Explanation via Superdiamagnetic Model of Saturn's Rings // Bulletin of the American Astronomical Society. 1998. Vol. 30. P. 1043.
- 15. Tchernyi V.V. et al. Are Saturn rings superconducting? (Super diamagnetism and possible superconductivity of planetary rings) // Huntsville Space Physics Colloquium. University of Alabama, Huntsville. NASA Marshall Space Flight Center, 20.08.1999 [Электронный pecypc]. URL: http://solar-b.msfc.nasa.gov/ssl/colloquia/99aug20\_spcoll.htm (дата обращения: 20.08.2017).
- 16. Tchernyi V.V. Possible superconductivity of Saturn's rings // Colloquia: Spring/Summer. Institute for Astronomy, University of Hawaii, 7.08.2002: [Электронный ресурс]. URL: http://www.ifa.hawaii.edu/colloquia/schedule\_021.html (дата обращения: 7.08.2018).
- 17. Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. Quantum Locking and the Meissner Effect Lead to the Origin and Stability of the Saturn Rings System // International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2018. Vol. 8. No. 1. P. 104–120.
- 18. Сверхпроводимость льда при высоких давлениях / Бабушкина Г.В., Кобелев Л.Я., Яковлев Е.Н., Бабушкин А.Н. // Физика твёрдого тела. 1986. Т. 28. № 12. С. 3732–3734.
- 19. Yen F., Gao T. Dielectric anomaly in ice near 20 K: evidence of macroscopic quantum phenomena // The Journal of Physical Chemistry Letters. 2015. Vol. 6. Iss. 14. P. 2822–2825.

- Electron-Phonon Interactions in Solid C36 / Côté M., Grossman J.C., Cohen M.L., Louie S.G. // Physical Review Letters. 1998. Vol. 81. Iss. 3. P. 697–700.
- 21. Deutscher G., Azoulay M., Almog B. Quantum levitation, quantum locking, quantum trapping // ASTC Annual Conference. Maryland [Электронный pecypc]. URL: https:// www.ted.com/talks/boaz\_almog\_levitates\_a\_superconductor#t-7666 (дата обращения: 15.10.2018).
- 22. Abrikosov A.A. On the magnetic properties of superconductors of the second group // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1957. Vol. 5. No. 6. P. 1174–1182.

#### REFERNCES

- 1. Maxwell on Saturn's rings / Brush S.G., Everitt C.W.F., Garber E. (eds.). Cambridge, MA, MIT Press Publ., 1983. 213 p.
- 2. Safronov V.S. Evolution of the protoplanetary cloud and formation of the Earth and the planets. Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations Publ., 1972. 212 p.
- 3. Alfven H. Solar system history as recorded in the Saturnian ring structure. In: *Astrophysics and Space Science*, 1983, vol. 97, iss. 1, pp. 79–94.
- Fridman A.M., Gorkavyi N.N. Physics of Planetary Rings. Berlin, Springer-Verlag, 1999. 437 p.
- 5. Cassini arrives at Saturn. In: Science, 2005, vol. 307, iss. 5713, pp. 1222–1276.
- 6. Cuzzi J.N., Burns J.A., Charnoz S., et al. An Evolving View of Saturn's Dynamic Rings. In: *Science*, 2010, vol. 327, iss. 5972, pp. 1470–1475.
- 7. Estrada P.R., Durisen R.H., Cuzzi J.N. Ballistic transport: After the Cassini grand finale, is there a final consensus on ring origin and age? In: *American Geophysical Union Meeting*. New Orleans, 12.12.2017. P. 298112.
- 8. Canup R.M. Origin of Saturn's rings and inner moons by mass removal from a lost Titansized satellite. In: *Nature*, 2010, vol. 468, pp. 943–946.
- 9. Tiscareno M.S. et al. Observations of Ejecta Clouds Produced by Impacts onto Saturn's Rings. In: *Science*, 2013, vol. 340, iss. 6131, pp. 460–464.
- 10. Hansen C.J., Esposito L., Stewart A.I.F., et al. Enceladus' Water Vapor Plume. In: Science, 2006, vol. 311, iss. 5766, pp. 1422–1425.
- 11. Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. About hypothesis of the superconducting origin of the Saturn's rings. In: *Astrophysics and Space Science*, 2007, vol. 307, iss. 4, pp. 347–356.
- 12. Tchernyi (Cherny) V.V. About role of electromagnetism to the Saturn rings origin To the unified theory of the planetary rings origin. In: *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2013, vol. 3, no. 4, pp. 412–420.
- 13. Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. Superconductivity of Saturn Rings: Quantum Locking, Rings Disc Thickness and Its Time Creation. In: *Journal of Modern Physics* (special issue on Advance in Superconducting Physics), 2018, vol. 9, no. 3, p. 419-432.
- Girich S.V., Pospelov A.Yu., Tchernyi V.V. Radar Data Explanation via Superdiamagnetic Model of Saturn's Rings. In: *Bulletin of the American Astronomical Society*, 1998, vol. 30, pp. 1043.
- 15. Tchernyi V.V. et al. Are Saturn rings superconducting? (Super diamagnetism and possible superconductivity of planetary rings). In: *Huntsville Space Physics Colloquium*. University of Alabama, Huntsville. NASA Marshall Space Flight Center, 20.08.1999. Available at: http:// solar-b.msfc.nasa.gov/ssl/colloquia/99aug20\_spcoll.htm (дата обращения: 20.08.2017).
- 16. Tchernyi V.V. Possible superconductivity of Saturn's rings. In: *Colloquia: Spring/Summer*. Institute for Astronomy, University of Hawaii, 7.08.2002. Available at: http://www.ifa.hawaii. edu/colloquia/schedule\_021.html (дата обращения: 7.08.2018).

64 /

- 17. Tchernyi V.V., Pospelov A.Yu. Quantum Locking and the Meissner Effect Lead to the Origin and Stability of the Saturn Rings System. In: *International Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2018, vol. 8, no. 1, p. 104–120.
- Babushkina G.V., Kobelev L.Ya., Yakovlev E.N., Babushkin A.N. [Superconductivity of ice under high pressures]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 1986, vol. 28, no. 12, pp. 3732–3734.
- 19. Yen F., Gao T. Dielectric anomaly in ice near 20 K: evidence of macroscopic quantum phenomena. In: *The Journal of Physical Chemistry Letters*, 2015, vol. 6, iss. 14, pp. 2822–2825.
- 20. Côté M., Grossman J.C., Cohen M.L., Louie S.G. Electron-Phonon Interactions in Solid C36. In: Physical Review Letters, 1998, vol. 81, iss. 3, pp. 697–700.
- 21. Deutscher G., Azoulay M., Almog B. Quantum levitation, quantum locking, quantum trapping. In: *ASTC Annual Conference*. Maryland. Available at: https://www.ted.com/talks/boaz\_almog\_levitates\_a\_superconductor#t-7666 (дата обращения: 15.10.2018).
- 22. Abrikosov A.A. On the magnetic properties of superconductors of the second group. In: *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1957, vol. 5, no. 6, pp. 1174–1182.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Черный Владимир Викторович* – доктор физико-математических наук, профессор, директор Института современной науки Агентства безопасности по инвестициям и бизнесу в России;

e-mail: chernyv@list.ru.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*Vladimir V. Cherny* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of Modern Science Institute at Security Agency for Investment and Business in Russia; e-mail: chernyv@list.ru.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Черный В.В. Эффект Мейснера и квантовый захват частиц протопланетного облака Сатурна создают стабильную систему в виде сомбреро из колец // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 54–65.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-54-65

#### FOR CITATION

Cherny V.V. The Meissner effect and quantum trapping of the particles of Saturn's protoplanetary cloud produce a stable system in the form of Saturn rings. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 54–65. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-54-65

## УДК 537.3

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-66-83

## КОНСТРУИРОВАНИЕ НОВЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ Сверхпроводников по модели сверхпроводимости на двойниковых границах

## Чижов В.А.<sup>1</sup>, Зайцев Ф.С.<sup>2</sup>, Бычков В.Л.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ООО «ЭНОМ» (энергетическая обработка материалов) 117525, г. Москва, ул. Чертановская, д. 34А, Российская Федерация

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, Российская Федерация

Аннотация. Авторами статьи обсуждена новая модель сверхпроводимости (СП), предложенная в работах В.А. Чижова. Новая модель позволяет глубже понять механизм возникновения СП и объяснить многие экспериментальные факты на основе теории процессов, происходящих в идеальном дефекте кристаллической решётки — двойниковой границе (МСП-ДГ). С помощью МСП-ДГ дана трактовка эффекта Мейснера-Оксенфельда, изучено образование, эволюция и разрушения вихрей Абрикосова и связанных с ними крип токов. Проведено количественное сопоставление теоретических оценок МСП-ДГ с экспериментальными данными. Показано хорошее соответствие. Предложены способы борьбы с крип током. Описаны материалы, в том числе новые, которые в соответствии с теорией МСП-ДГ должны обладать улучшенными свойствами высокотемпературной сверхпроводимости. Сформулированы перспективные направления дальнейших исследований.

*Ключевые слова:* сверхпроводимость, двойниковая граница, эффект Мейснера-Оксенфельда, вихри Абрикосова, крип ток.

# CONSTRUCTION OF NEW HIGH-TEMPERATURE SUPERCONDUCTORS USING THE MODEL OF SUPERCONDUCTIVITY ON TWIN BOUNDARIES

## V. Chizhov<sup>1</sup>, F. Zaitsev<sup>2</sup>, V. Bychkov<sup>2</sup>

- <sup>1</sup> ENOM LLC (energy processing of materials) ul. Chertanovskaya 34A, 117525 Moscow, Russian Federation
- <sup>2</sup> Physical Department, Lomonosov Moscow State University Leninskie Gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** A new model of superconductivity (SC) proposed in the works of V.A. Chizhov (superconductivity model at the twin boundary) is discussed. This model allows us to understand the mechanism of the SC formation and to explain the experimental facts on the basis of the theory of processes that take place in the ideal defect of the crystal lattice, i.e. the twin boundary. With a help of MSC-TB, the Meissner–Ochsenfeld effect interpretation is presented, and the formation, evolution and destruction of Abrikosov vortices and associated creeper currents are studied. A quantitative comparison of theoretical estimates of MSC-TB with experimental data

<sup>©</sup> СС ВҮ Чижов В.А., Зайцев Ф.С., Бычков В.Л., 2018.

is carried out. A good correspondence is shown. Methods for eliminating the creep current are suggested. Materials, including new ones, are described, which, in accordance with the MSC-TB theory, should have improved properties of high-temperature superconductivity. Promising lines of further research are formulated.

*Key words:* superconductivity, twin boundary, Meissner–Ochsenfeld effect, Abrikosov vortices, creep current.

#### Введение

Прошло более 100 лет со дня открытия сверхпроводимости (СП) в ртути при температуре  $T_c = 4.2$  К, а секрет эффекта СП остаётся непонятным. Подтверждением этого может служить открытие высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) в купратной керамике в 1986 г.: Йх. Беднорц и К. Мюлер, проводя исследования в Цюрихском филиале фирмы IBM, обнаружили, что керамика на основе оксида меди, лантана и бария при  $T_c = 30$  К переходит в сверхпроводящее состояние. Это сообщение потрясло весь учёный мир. В 1987 г. аналогичное соединение иттрийбариевого купрата показало переход в сверхпроводящее состояние выше температуры жидкого азота  $T_c = 92$  К. Открылись новые перспективы применения СП, т.к. стоимость жидкого азота на много дешевле, чем жидкого гелия.

В 2005 г. СП обнаружена в ферратосодержащих соединениях – пниктидах при 4К, где появления СП никто не ожидал, т.к. считалось, что ферромагнетизм и сверхпроводимость несовместимы. В 2008 г. частичная замена в пниктидах кислорода  $O_2$  на фтор F привела к повышению критической температуры в несколько раз  $T_c = 26$ К. Причина повышения  $T_c$  осталось неясной.

Хорошо известны следующие теории сверхпроводимости: Лондонов (1935); Гинзбурга-Ландау (1950); Бардина-Купера-Шриффера (БКШ, 1957). См., например, библиографию в [14, с. 32; 15, с. 92]. На сегодняшний день общепризнанной считается теория БКШ. Однако ни одна из данных теорий не предсказала эксперименты по СП и ВТСП, не может до конца объяснить их и спрогнозировать возникновение СП в новых материалах. Фактически все открытия СП, начиная с самого первого в 1911 г. – дело случая. Такая же тенденция продолжается и в настоящее время. Поиск новых сверхпроводящих материалов интенсивно продолжается, но общепризнанный системный подход не выработан.

В традиционных теориях, например, не находит объяснение отсутствие СП в очень хороших электропроводных материалах (золото, серебро, платина, медь) и в то же время наличие меди во многих ВТСП соединениях – купратах. Нет полноценного описания механизма эффекта Мейснера-Оксенфельда. Указывается только на выталкивание магнитного поля из объёма сверхпроводника или левитацию – «гроб Магомета». Однако в реальности в этом эффекте наблюдаются одновременно и левитация постоянного магнита над сверхпроводником, и притяжение, и зеркальность, и память от предыдущего воздействия внешним магнитным полем. Также нет понимания механизма деградации сверхпроводника.

67

Основной причиной отсутствия убедительных объяснений экспериментов с помощью теории БКШ является, видимо, невыполнение в реальности условий применимости этой теории. Теория БКШ разработана для идеальных кристаллов, а использовать такие кристаллы в экспериментах не удаётся. Кроме того, в теории БКШ расстояния, на которых должны взаимодействовать куперовские пары, получаются намного больше характерного размера кристаллической решётки. В результате между парами оказываются множество структурных элементов кристалла (точечные доноры, акцепторы, вакансии; дислокации; малоугловые границы; двойники), но в теории БКШ влияние таких элементов на взаимодействие пар не учитывается.

Сверхпроводники по отклику на магнитное поле разделяются на первого (СП-1) и второго (СП-2) рода. СП-1 имеют одно критическое значение магнитного поля  $H_{\kappa}$ , выше которого они теряют сверхпроводимость. Для СП-2 при достаточно низкой температуре есть два критических значения  $H_{\kappa l}$  и  $H_{\kappa 2}$ . Приложенное магнитное поле H в диапазоне  $H_{\kappa l} < H < H_{\kappa 2}$  частично проникает в СП-2, но сверхпроводящие свойства сохраняются. При  $H > H_{\kappa 2}$  сверхпроводимость теряется, см., например, наглядный рисунок на ресурсе [6].

СП-2 имеют широкое практическое применение, т.к. выдерживают в сотни и тысячи раз большие нагрузки магнитных полей по сравнению с СП-1. Однако в смешанном состоянии  $H_{\kappa 1} < H < H_{\kappa 2}$  (фаза Шубникова) в СП-2 возникает так называемый крип ток (ползущий ток), приводящий к паразитным шумам в электронных устройствах, а при высоких силовых нагрузках и к деградации их сверхпроводящих свойств.

Свойства смешанного состояния объясняются возникновением вихрей Абрикосова (рис. 1, 2), открытых в 1957 г. [1, с. 1442–1452]. За это открытие и другие работы по сверхпроводимости А.А. Абрикосов был удостоен в 2003 г. Нобелевской премии [13].

Исследованию вихрей Абрикосова посвящена обширная литература, см., например: [4; 5; 10–12] и приведённые там ссылки. С увеличением напряжённости H от  $H_{\kappa 1}$  к  $H_{\kappa 2}$  плотность СП тока уменьшается, развивается вихревая структура. С превышением  $H > H_{\kappa 2}$  вихри исчезают вместе с СП. Однако причины возникновения и исчезновения вихрей Абрикосова, способы уменьшения их негативного влияния на сверхпроводимость остаются не до конца выясненными. Правильное понимание механизма эволюции вихрей Абрикосова является кране важным как для теории СП, так и для промышленных приложений.

В модели МСП-ДГ предлагается единый механизм возникновения сверхпроводимости первого, второго и других родов [14–16]. Суть этого процесса состоит в следующем. С понижением температуры кристалла энергия энергетической ямы двойниковой границы (ДГ) возрастает и становится выше кинетической энергии значительного числа электронов. Это приводит к захвату электронов двойниковой границей и выбросу их на поверхность кристалла. В результате в приповерхностном слое образуется вихревой ток и магнитное поле. Выброшенные электроны удерживаются от разлёта поляризовавшимся приповерхностным слоем кристалла. Приложенное электрическое поле при достаточно низкой температуре переносит электроны вдоль поверхности проводника практически без сопротивления, возникает сверхпроводимость.

В настоящей работе с помощью модели МСП-ДГ изучено возникновение сверхпроводимости, эффекта Мейснера-Оксенфельда, образование и эволюция вихрей Абрикосова, объяснено их негативное влияния на СП, выяснены причины разрушения вихрей одновременно с потерей сверхпроводимости при перегрузке магнитным полем, обсуждены способы борьбы с крип током, предложены принципы конструирования новых материалов, которые в соответствии с теорией МСП-ДГ должны обладать улучшенными свойствами высокотемпературной сверхпроводимости.



*Рис.* 1. Схема идеализированного распределения вихрей Абрикосова на поверхности СП. Вид сверху. Стрелками показан ток электронов, точками – магнитное поле.



*Рис. 2.* Снимок решётки вихрей Абрикосова в охлаждённом до сверхпроводящего состояния свинце, легированном индием. Вихри визуализированы на электронном микроскопе за счёт «прилипших» к ним частиц ферромагнетика кобальта [12].

#### Краткое описание модели МСП-ДГ

На практике не удаётся добиться создания идеального кристалла без дефектов. Вся сверхпроводимость была обнаружена в поликристаллах. В современных экспериментах по СП также обычно работают с поликристаллами, где всег-

69

да присутствуют идеальные дефекты кристаллической решётки – двойники или двойниковые границы (см. рис. 3, 4). Даже, специально выращенные самые высокочистые монокристаллы с СП свойствами имеют остаточное содержание примеси белее 10<sup>14</sup> см<sup>-3</sup>, которое может создать энергетические ямы типа двойниковых границ.

Рассмотрим течение квазисвободных электронов металлической фазы в ДГ. Введём обозначения (см. рис. 4):  $\Delta E_{\partial r}$  – энергия энергетической ямы двойниковой границы по отношению к энергии кристалла  $E_{\kappa p}$ ;  $W_{\kappa e}$  – кинетическая энергия электрона;  $E_{\phi}$  – энергия фононов; T – температура.

Представим «работу» двойниковой границы в динамическом режиме как  $\Delta E_{dz} = \partial E_{dz}/\partial T$ . Энергия «ямы» двойниковой границы  $|\Delta E_{dz}|$  увеличивается при понижении температуры T и становится больше кинетической энергии электрона  $W_{ke}$ . Электрон захватывается «ямой» и выбрасывается на поверхность, т.к. направление движения наружу является более энергетически выгодным. Данное действие происходит не с одним электроном, а со всеми, которые удовлетворяют условию захвата  $|\Delta E_{dz}| \geq W_{ke}$ , где  $W_{ke} = m_e V_d^2/2$  (см. рис. 4, 5).



Рис. 3. Фото кристалла с двойниковыми границами.

Необходимо отметить влияние на этот процесс энергии поверхности  $E_{nos}$ , которая должна позволить электронам «выходить» из ДГ, т.е. для  $E_{nos}$  должно выполняться условие  $E_{nos} < \Delta E_{dz} < E_{\kappa p}$  (более подробно см. [14, с. 37–43]). Выброшенные практически беспрепятственно из ДГ электроны уходят опять в объём кристалла из-за их избыточной плотности над его поверхностью, но под действием той же ДГ опять выбрасываются на поверхность. Таким образом, в приповерхностном слое посредством ДГ и её энергетической ямы  $|\Delta E_{dz}|$  возникает вихревой ток, а, следовательно, и магнитное поле  $rot\mathbf{B} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D}/\partial t$  (см. рис. 5, 6). Более подробно действие ДГ на электронную систему в кристалле при понижении его температуры описано в [14, с. 55–121].

#### Эффект СП и эффект Мейснера-Оксенфельда

МСП-ДГ позволяет объяснить многие экспериментальные факты [1; 2]. Остановимся в этом пункте лишь на кратком объяснении эффекта СП («отсутствия» сопротивления) и эффекта Мейснера-Оксенфельда.



Рис. 4. Захват электрона в ДГ при понижении температуры. По вертикали отложена интегральная энергетическая характеристика кристалла  $E_{\phi} = C_p \sim aT^3$ , *T* – температура,  $C_p$  – теплоёмкость, *a* – некоторый коэффициент. По горизонтали – характерное расстояние. ВТ, СТ и НТ – высокие, средние и низкие температуры.  $W_{\kappa e}$  – кинетическая энергия электрона.



Рис. 5. Схема захвата электронов двойниковой границей.

Учтём, что в поликристалле имеется множество двойниковых граней. Проведённые оценки [14; 15] показывают, что на 1 см<sup>-2</sup> должно приходиться более  $10^8$  двойниковых границ или аналогичных им, то есть имеется  $N_{\rm gr} \ge 10^8 - 10^{10}$  см<sup>-2</sup> каналов выброса электронов, см. рис. 7.
2018 / № 4

Если при понижении температуры выполняются условие перекрытия приповерхностных вихревых токов (см., например, рис. 15 в [15]), а к кристаллу приложено электрическое или вихревое магнитное поле, то между вихрями над ДГ осуществляется практически беспрепятственный обмен электронами. Возникает эффект СП, рис. 8.

Эффект Мейснера-Оксенфельда в модели МСП-ДГ объясняется возбуждением и ориентацией вихревых токов ДГ при приложении внешнего магнитного поля, которые из-за практически, отсутствия диссипации ( $K_{duc}$  = менее 10<sup>-14</sup>, см. [15, с. 60–72]) текут затем «бесконечно» долго. Это убедительно объясняет свойства левитации, притяжения, зеркальности и памяти (см. рис. 9, 10). На рис. 9 P – вес тела магнита;  $F_A$  – сила Ампера;  $H_{\theta H}$  – напряжённость внешнего магнитного поля постоянного магнита;  $H_{\pi}$  – напряжённость магнитного поля левого вихревого тока двойниковой границы (ДГ) – притяжение;  $H_{\Pi}$  – напряжённость магнитного поля правого вихревого тока двойниковой границы (ДГ) – отталкивание (левитация). Более подробный анализ данных эффектов представлен в [14, с. 96–112; 15, с. 18–27].



*Рис. 6.* Вверху – схема образования вихревых токов и магнитного поля посредством ДГ. Внизу – эквивалентная электрическая схема.



Рис. 7. Параметры захвата электронов одной ДГ и оценка плотности ДГ на 1 см<sup>-2</sup>. При этих параметрах, где:  $\bar{a}$  – параметр решётки кристалла;  $e^*$  – квази-свободный электрон;  $\tau$  – время релаксации электронного потока;  $\mu$  – подвижность носителей заряда или дрейфовая скорость электронов и объёме кристалла 1 см<sup>3</sup>. Одна ДГ может захватить 8 · 10<sup>9</sup> электронов за время  $\tau$ , тогда для полного захвата 3 · 10<sup>21</sup> – 7 · 10<sup>22</sup> е/см<sup>3</sup> надо иметь порядка 10<sup>8</sup> – 10<sup>10</sup> ДГ/см<sup>2</sup>.



Рис. 8. Схема электронного обмена между приповерхностными вихревыми токами, созданными ДГ. Возбуждённый вихрь одной ДГ передаёт не возбуждённому вихрю заряд.



Рис. 9. Схема действия сил в эффекте Мейснера-Оксенфельда согласно модели МСП-ДГ. (Р – вес магнита; F<sub>A</sub> – сила Ампера; Нвн – напряжённость внешнего магнитного поля; Нл и Нп –действие левого и правого магнитных полей вихревых токов двойниковой границы (ДГ)).

# Возникновение, эволюция и разрушение вихрей Абрикосова в модели МСП-ДГ. Крип ток

К СП-1 относятся простые металлы Hg, Al, Pb и др., которые состоят из атомов одного сорта, имеющих близкие энергетические состояния электронов внешнего уровня. Здесь это состояние можно рассматривать как некоторое состояние с одним уровнем кинетической энергии. СП-2 обычно представляет собой сплав металла и полупроводника или полуметалла: Nb<sub>3</sub>Ge, V<sub>3</sub>Ga, V<sub>3</sub>Si, NbSe<sub>2</sub> и др. Сплавы с СП-2 свойствами и ВТСП структуры (YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, HgBa<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>8</sub> и др.) имеют более сложное многоатомное строение, а, значит, и более широкий диапазон кинетических энергий электронов.



Рис. 10. Схемы, поясняющие эффект Мейснера-Оксенфельда в различных его проявлениях (более детально в [14, с. 96–112; 15, с. 18–27]):
А) левитация – возбуждение вихревых токов ДГ магнитным полем;
Б) память и зеркальность эффекта.

В многоуровневой электронной системе СП-2 сверхпроводимость при понижении температуры начинается с захвата двойниковой границей электронов, имеющих самую минимальную кинетическую энергию. С них начинается образование приповерхностных вихревых токов, созданных двойниковой границей. Флюксоидный обмен между приповерхностными вихревыми токами ДГ создаёт эффект практически без диссипативной передачи заряда – сверхпроводимость,

\_74 /

рис. 8 [14, с. 88; 15, с. 17]. Затем с понижением температуры энергия ямы ДГ увеличивается и в неё захватываются электроны с большей кинетической энергией, тем самым усиливаются приповерхностные вихревые токи и плотность тока СП, созданные ДГ или каналами проводимости типа двойниковых границ. Описанные эффекты были зафиксированы в принстонском эксперименте 2007 г. [9].

С увеличением значения внешнего магнитного поля  $H > H_{\kappa I}$  электроны начинают двигаться по ларморовским окружностям и запираются в этом поле. Эффект усиления запирания электронов с ростом магнитного поля очень наглядно продемонстрирован в эксперименте с вакуумной лампой [3, с. 478–480], в котором добиваются полного исчезновения анодного тока при увеличении магнитного поля. Причём в первую очередь ток уменьшается за счёт электронов с меньшей поперечной к магнитному полю скоростью, так как они имеют меньший ларморовский радиус. Удерживание заряженных частиц магнитным полем широко применяется в различных магнитных ловушках, например, в токамаках.

Согласно, МСП-ДГ, наибольшая плотность электронов на поверхности СП имеется вблизи ДГ, которые производят эмиссию электронов. Поэтому в магнитном поле именно около ДГ должно создаваться наиболее заметное круговое движение электронов по ларморовским окружностям. Образование таких структур в модели МСП-ДГ и трактуются как образование вихрей Абрикосова (рис. 11). Данный вывод подтверждается соответствием поверхностных плотностей вихрей Абрикосова и двойниковых границ, а также соответствием размера вихрей Абрикосова характерному ларморовскому радиусу электронов в приложенном магнитном поле (см. следующий пункт).

Ослабление тока в СП-2 при наложении внешнего магнитного поля можно трактовать как результат отрыва слабосвязанных электронов от ДГ вихрей и образование свободно двигающихся по кристаллической решётке вихрей (см. рис. 11). Возникающие свободные вихри уже не связаны с вихрями двойниковых границ. Свободные вихри (СВ) во внешнем магнитном поле будем также называть свободными вихрями Абрикосова или кратко вихрями Абрикосова по аналогии с закреплёнными на решётке вихрями Абрикосова.

Как уже отмечалось, в СП-2 имеется более широкий диапазон энергий электронов, чем в СП-1, поэтому процесс прекращения тока происходит не мгновенно при  $H_{\kappa}$ , как в СП-1, а в некотором промежутке значений поля  $H_{\kappa 1}$  <  $H < H_{\kappa 2}$ . Причём расширение диапазона  $[H_{\kappa 1}, H_{\kappa 2}]$  с уменьшением температуры обусловлено вовлечением в СП электронов с большей кинетической энергией.

Вихрь Абрикосова заряжен отрицательно, т.к. состоит из электронов. Поверхность поликристалла СП-2 имеет сложную структуру и поэтому не эквипотенциальна. Кроме того, имеются тепловые, механические, радиационные, электромагнитные и другие возмущения. В результате под действием локального и внешнего электрических полей, свободные вихри могут перемещаться в направлении энергетического минимума, а также разрушаться в процессе движения. Такой эффект и наблюдается, например, в экспериментах [7; 13]. При этом СП ток уменьшается, т.к. часть электронов перестанет участвовать во флюксоидном обмене между ДГ (рис. 8). Это приводит к искажению СП и паразитным эффектам в устройствах.

Движение электронов в CB по кругу образует ток только вместе с движением всего вихря. Ток CB вихрей и связанное с ними движение электронов называют крип током (рис. 12). Крип ток является нежелательным эффектом, т.к. приводит к искажению CП и паразитным эффектам в устройствах.

При приближении магнитного поля к критическому  $H_{\kappa 2}$  происходит уменьшение ларморовского радиуса и сокращение электронной структуры вихря. Размеры вихрей ДГ, закреплённых и свободных вихрей Абрикосова уменьшаются. По достижении полем критического значения  $H_{\kappa 2}$  обмен электронами между соседними ДГ прекращается, вихри Абрикосова вырождаются (деградируют) по причине взаимодействия электронов с атомами кристаллической решётки и сверхпроводимость теряется.



Рис. 11. Схема возникновения свободных вихрей в плоскости поверхности кристалла по модели МСП-ДГ, где: ДГ<sub>1</sub> и ДГ<sub>2</sub> – каналы захвата и выброса электронов на поверхность кристалла с образованием приповерхностных вихревых токов и магнитного поля (см. рис. 7, 9 – фюксоидный обмен между вихримя ДГ [14, с. 27–32; 55–95]); *Н* – внешнее магнитное поле над поверхностью СП; *F<sub>n</sub>* – сила Лореца; *J<sub>cn1</sub>* – СП ток без действия *H*; «СВ» – оторванный от ДГ свободный вихрь; *J<sub>cn2</sub>*, *J<sub>cn3</sub>* – СП ток при *H<sub>k1</sub>* < *H* < *H<sub>k2</sub>*.

Таким образом, по модели МСП-ДГ при наложении магнитного поля решётка вихрей Абрикосова возникает в СП-2 за счёт эмиссии электронов двойниковыми границами в режиме сверхпроводимости. При этом из-за наличия локальных неоднородностей и внешних факторов, при движении СВ вихрей Абрикосова, появляется крип ток.

76

ISSN 2072-8387



Рис. 12. Схема деградации свободного вихря по модели МСП-ДГ. Показана двойниковая граница с вихревой поверхностной электронной токовой структурой. СВ – свободные вихри; Н<sub>к</sub> – внешнее магнитное поле; V – скорость движения вихрей. Электроны при взаимодействии с кристаллической решёткой выходят из СВ и захватываются ДГ.

# Сопоставление количественных оценок МСП-ДГ с экспериментальными данными о вихрях Абрикосова

Детальное сопоставление теории МСП-ДГ и опытных данных требует разработки подробной математической модели и проведения вычислительного эксперимента. Такие исследования планируется провести в ближайшем будущем. Здесь остановимся на сравнении характерных величин, предсказанных теорией МСП-ДГ и определённых опытным путём.

Плотность двойниковых границ оценена в работах [14; 15] и составляет в поликристалле порядка ~10<sup>10</sup> шт/см<sup>2</sup>. Плотность вихрей Абрикосова можно оценить, исходя из многочисленных непосредственных наблюдений. Например, из фотографии на рис. 2 видно, что плотность вихрей составляет ~20 шт / 10<sup>-8</sup> см<sup>2</sup> = ~2 10<sup>9</sup> шт/см<sup>2</sup>. То есть плотность вихрей Абрикосова соответствует по порядку величины плотности ДГ.

В [7] экспериментально оценена скорость движения вихрей Абрикосова ~ 2  $10^4$  м/с. Этот результат оказался неожиданным для традиционных теоретических представлений о сверхпроводимости. Однако в модели МСП-ДГ такая скорость вполне объяснима. Средняя скорость электронов, определённая из условия равенства их кинетической энергии и тепловой энергии  $mV^2/2 = 3/2kT$ , при 10 – 100 К составляет  $V \sim 2 - 5 10^4$  м/с.

Таким образом, в СП-2 при возникновении условий для перемещения вихря, составляющие его электроны имеют возможность двигаться с наблюдаемой в эксперименте скоростью.

Электроны, оторванные от вихря ДГ, образуют СВ вихри за счёт силы Лоренца, которые взаимодействуют со скоростью V ~ 2 10<sup>4</sup> м/с с кристаллической решёт-кой, и СВ вихри самоуничтожаются (деградируют), теряя электроны, отдавая их

**. 77** /

кристаллу (рис. 12). Эти электроны затем опять захватываться стационарным вихрем ДГ (рис. 11, 12), который (вихрь ДГ) в дальнейшем или пополняет подошедший к ДГ ослабленный вихрь Абрикосова или создаёт новый СВ вихрь Абрикосова.

Во внешнем магнитном поле ~ 0.3 Т ларморовский радиус электрона с поперечной к магнитному полю скоростью  $10^4$  м/с составляет ~ 0.2 ·  $10^{-6}$  м, что соответствует по порядку величины характерному размеру вихрей Абрикосова, см., например, рис. 2.

Сравним теперь магнитную энергию электронной структуры, возникающей над ДГ, с энергией магнитного поля  $B_{\kappa 2}$ , необходимой для разрушения вихрей Абрикосова. В [15] показано, что 1 см<sup>2</sup> сверхпроводника создаёт магнитное поле ~ 0.1-1 Т. Для разрушения структуры над ДГ требуется затратить энергию  $S(B^2/\mu_0)$ . Именно такой по порядку величины является энергия поля  $B_{\kappa 2}$ .

Таким образом, полученные по теории МСП-ДГ и в эксперименте различные количественные оценки порядка значений характерных параметров вихрей Абрикосова сопоставимы.

#### Способы борьбы с крип током

Для борьбы с крип током надо не допустить его возникновения, т.е. максимально повысить  $H_{\kappa l}$ , а в случае его появления создать условия для нераспространения этого тока по линии СП. В настоящее время для минимизации крип тока применяется несколько способов: введение в кристалл легирующей примеси (пиннинг), которая сдерживает движение вихрей Абрикосова; введение точечных ферромагнетиков под СП плёнку; локальное лазерное воздействие на поверхность СП. Модель МСП-ДГ даёт наглядное объяснение известным методам и позволяет предложить новые способы подавления крип тока.

Будем исходить из того, что отрыв вихря от ДГ происходит сначала для электронов с самой низкой поперечной к магнитному полю кинетической энергией, для которых в силе Лоренца e ( $\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}$ ) электрическая компонента играет более существенную роль по сравнению с магнитной. Тогда, чем выше энергия самых малоэнергетических электронов, тем большую нагрузку внешнего магнитного поля H кристалл СП-2 может выдержать, не образуя заметный крип ток. Таким образом, уменьшить крип ток можно за счёт повышения энергии электронов, эмитируемых из ДГ, и воздействием на вихрь электромагнитного поля. Обсудим эти способы более подробно.

1. Создание ДГ с большей глубиной энергетической ямы  $|\Delta E_{ДI}|$ , рис. 4, повысит энергетику эмитируемых электронов. Хорошую перспективу здесь имеют конструирование новых СП материалов на основе ВТСП. Поиск можно вести в системах с сильной химической связью: ионной, например, во фторидных системах; ковалентной, например, в алмазе, графене и фулерене. Глубокие энергетических ямы типа ДГ могут образовываться на межфазных границах.

2. Выяснение, какие из элементов (атомов) сложной структуры СП соединений, таких как YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, HgBa<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>8</sub>, создают слабоэнергетические электроны, и их замена на атомы, которые поднимут энергетику электронов.

**\_78** /

2018 / № 4

3. Конструирование кристалла с системой энергетических барьеров, подавляющих возникновение вихрей Абрикосова и распространение крип тока. Известный способ пиннинга объясняется в модели МСП-ДГ созданием с помощью легирующей примеси дополнительного электрического потенциала (энергетической ямы) и введением в систему дополнительных электронов, которые могут приводить к увеличению плотности тока СП.

По теории МСП-ДГ примесные центры в кристалле могут как улучшить, так и ухудшить свойства СП. Если примесь вблизи ДГ создаёт положительный потенциал, то вихрь электронов легче оторвать от ДГ. При высоком положительном потенциале вихрь может удерживаться примесью, а при низком продолжить движение, повышая крип ток.

Введение в кристалл примеси, создающий отрицательный потенциал, также может иметь двоякие последствия для крип тока. Отрицательный потенциал вблизи ДГ создаёт барьер для отрыва вихря электронов от ДГ. Однако при слишком высоком барьере СП может исчезнуть, т.к. нарушится обмен электронами между соседними ДГ (рис. 8).

4. Введение внешнего энергетического воздействия, изменяющего энергию электронов в ДГ и положение вихрей Абрикосова. Обсудим известные опыты в этом направлении с позиций теории МСП-ДГ.

4.1. Лазерным облучением СП-2 удаётся манипулировать положением одиночных вихрей Абрикосова, группируя их и освобождая от них поверхность кристалла [8]. Скопление вихрей происходит в той области, куда направлен луч лазера. Авторы опыта не дают этому ясного объяснения. Модель МСП-ДГ позволяет наглядно интерпретировать данный эффект. Выброс электронов из ДГ при подогреве её лазерным излучением уменьшается. Возникающий градиент электрического потенциала сдвигает вихрь Абрикосова в область подогрева. Лазерное воздействие может успешно применяться в микрокриогенных системах и для цифровой быстродействующей записи информации, но его локальность не позволяет подавить крип ток в больших силовых устройствах [8].

4.2. Уменьшения крип тока можно добиться введением точечных постоянных магнитов под кристаллический СП-2 слой. Такой способ создания магнитных ловушек для вихрей уже используется в опытах [2]. По модели МСП-ДГ действие ферромагнетиков сродни ловушкам пиннинга. Однако здесь, в отличие от пиннинга, в систему не вводятся дополнительные электроны (носители тока), что может уменьшить эффективность данного метода с точки зрения повышения плотности СП тока.

5. На основе МСП-ДГ можно предложить ещё один способ подавления крип тока: разрушение вихрей Абрикосова и выравнивание неоднородности возмущений в линиях СП посредством кратковременного создания токов высокой частоты порядка 1–10 МГц. Можно ожидать, что при кратковременном «встряхивании» системы СП произойдёт нивелирование неоднородности плотности вихрей за счёт выравнивания возбуждения участков СП. Однако в данном варианте имеется опасение негативного влияния кратковременных электромагнитных импульсов на поведение приёмных устройств.

#### Выводы

Предлагаемая модель МСП-ДГ основана на анализе данных всех основных экспериментов по СП и использует самые базовые физические понятия и законы. В ней дан единый механизм возникновения СП 1-го, СП 2-го рода и СП 1.5-го рода. При этом не используются понятия куперовских пар, бозонов, поляризованных фононов и Бозе-Эйштейновского конденсата.

По модели МСП-ДГ для получения эффекта сверхпроводимости необходимо создать: 1) квазисвободные электроны типа металлической фазы; 2) каналы проводимости на поверхность кристалла типа двойниковых границ; 3) условия захвата электронов в двойниковые границы и выброса их на поверхность; 4) устойчивость каналов выброса к деградации.

Поэтому новые высокотемпературные материалы следует искать в кристаллах с сильными межатомными связями, например щёлочно-фтористыми системами типа ( $d(x) + f(y) + MgF(z-\delta)$ ), (... CaF), (..... CsF), (..... RbF) с большим периодом решётки  $\hat{a}$ ; в кристаллах с сильной ионно-ковалентной связью – халькогениды металлов; в кристаллах с сильной ковалентной связью типа алмаза.

С использованием модели сверхпроводимости на двойниковых границах МСП-ДГ изучены механизмы возникновения, эволюции и разрушения вихрей Абрикосова. Показано хорошее соответствие количественных теоретических оценок МСП-ДГ с экспериментальными данными.

Проанализированы известные способы борьбы с крип током и предложены новые. Одним из перспективных вариантов борьбы с крип током представляется создание периодически расположенных энергетических барьеров, ориентированных поперёк движения СП тока. Такое деление проводящей СП ленты будет действовать как демпфер. Барьеры могут создаваться как примесями, так и магнитными полосками.

Рассмотренные методики требуют работы над достаточно сложными высоко нано-технологичными задачами. Однако их решение даст огромный экономический эффект, т.к. выведет линии СП на совершенно новый качественный уровень как по характеристикам, так и по применению в различных областях: электронике, приборостроении, силовых устройствах передачи электричества и магнитных полей.

Статья поступила в редакцию 28.08.2018 г.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа частично выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00897).

# ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 18-07-00897).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абрикосов А.А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. 1957. Т. 32. Вып. 6. С. 1442–1453.

**80** 

ISSN 2072-8387

- Захаров М.С. Подавление магнитной релаксации в массивных высокотемпературных сверхпроводниках: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Екатеринбург, 2015. 100 с. [Электронный pecypc]. URL: http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/34475/1/urgu1476\_d. pdf (дата обращения: 10.03.2018).
- Кортнев А.В., Рублёв Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. М.: Высшая школа, 1965. 568 с.
- 4. Козлов В.А., Самохвалов А.В. Замкнутые вихри Абрикосова в сверхпроводниках второго рода // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1991. Т. 53. № 3. С. 150–153.
- Kozlov V.A., Samokhvalov A.V. Stabilization of toroidal Abrikosov Vortex in a Non-uniform Superconductor // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 1993. Vol. 6. Iss. 2. P. 63–68.
- 6. Сверхпроводимость [Электронный ресурс] // Медкриосервис : [сайт]. URL: http:// www.medcryoservice.ru/s\_conduct.htm (дата обращения: 06.11.2018).
- Imaging of super-fast dynamics and flow instabilities of superconducting vortices / Embon L., Anahory Y., Jelić Ž.L., Lachman E.O., Myasoedov Y., Huber M.E., Mikitik G.P., Silhanek A.V., Milošević M.V., Gurevich A., Zeldov E. // Nature Communications. 2017. Vol. 8. Article number 85 [Электронный pecypc]. URL: https://www.nature.com/articles/ s41467-017-00089-3#additional-information (дата обращения: 20.07.2017).
- Физики сложили вихри Абрикосова в буквы с помощью лазерного пинцета [Электронный ресурс] // Планета сегодня : [сайт]. URL: http://planet-today.ru/novosti/ nauka/item/57546-fiziki-slozhili-vikhri-abrikosova-v-bukvy-s-pomoshchyu-lazernogopintseta (дата обращения: 15.10.2018).
- 9. Открыты очаги сверхпроводимости при температуре выше критической [Электронный ресурс] // MEMBRANA : [сайт]. www.membrana.ru/particle/11534 (дата обращения: 31.05.2007).
- 10. Решётка вихрей Абрикосова // Физическая энциклопедия; под ред. акад. Прохорова А.М. Т. 1. М.: Советская энциклопедия, 1988. С. 389.
- 11. Тихомиров И.В., Югай К.Н. Динамика замкнутых вихрей Абрикосова в сверхпроводниках второго рода // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. 2008. Т. З. № 1. С. 105–108.
- 12. Essmann U., Trauble H. The direct observation of individual flux lines in type II superconductors // Physical Letters.1967. Vol. 24 A. P. 526.
- Нобелевская премия по физике 2003 г. [Электронный ресурс] // Учебно-методическая газета «Физика» : [сайт]. URL: http://fiz.1september.ru/2003/43/no43\_1.htm (дата обращения: 09.08.2018).
- 14. Чижов В.А. Снова о сверхпроводимости, или эксперименты ждут ответа. М.: «Спутник+», 2015. 128 с.
- 15. Чижов В.А. Снова о сверхпроводимости, или эксперименты ждут ответа. Ч. II. М.: «Спутник+», 2017. 95 с.
- Chizhov V.A., Zaitsev F.S., Bychkov V.L. Model of superconductivity formation on ideal crystal lattice // Journal of Physics: Conference Series. 2018.Vol. 996. P. 012016.

#### REFERENCES

- 1. Abrikosov A.A. [On the magnetic properties of superconductors of the second group]. In: *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1957, vol. 32, no. 6, pp. 1442–1453.
- 2. Zakharov M.S. Podavlenie magnitnoi relaksatsii v massivnykh vysokotemperaturnykh

*sverkhprovodnikakh: dis... kand. fiz.-mat. nauk* [Suppression of magnetic relaxation in the massive high-temperature superconductors: PhD thesis in Physical and Mathematical Sciences]. Ekaterinburg, 2015. 100 p. Available at: http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/34475/1/urgu1476\_d.pdf (accessed: 10.03.2018).

- Kortnev A.V., Rublev Yu.V., Kutsenko A.N. *Praktikum po fizike* [Workshop on physics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1965. 568 p.
- Kozlov V.A., Samokhvalov A.V. [Closed Abrikosov vortices in type-II superconductors]. In: *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [JETP Letters], 1991, vol. 53, no. 3, pp. 150–153.
- Kozlov V.A., Samokhvalov A.V. Stabilization of toroidal Abrikosov vortex in a non-uniform superconductor. In: *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 1993, vol. 6, iss. 2, pp. 63–68.
- 6. [Superconductivity]. In: *Medkrioservis* [Medcryoservice]. Available at: http://www. medcryoservice.ru/s\_conduct.htm (accessed: 06.11.2018).
- Embon L., Anahory Y., Jelić T.L., Lachman E.O., Myasoedov Y., Huber M.E., Mikitik G.P., Silhanek A.V., Milošević M.V., Gurevich A., Zeldov E. Imaging of super-fast dynamics and flow instabilities of superconducting vortices. In: *Nature Communications*, 2017, vol. 8, article number 85. Available at: https://www.nature.com/articles/s41467-017-00089-3#additionalinformation (accessed: 20.07.2017).
- 8. [Physicists piled Abrikosov vortices into letters with laser tweezers]. In: *PLANET TODAY*. Available at: http://planet-today.ru/novosti/nauka/item/57546-fiziki-slozhili-vikhri-abrikosova-v-bukvy-s-pomoshchyu-lazernogo-pintseta (accessed: 15.10.2018).
- 9. [Foci of superconductivity have been opened at temperatures above the critical one]. In: *MEMBRANA*. Available at: http://www.membrana.ru/particle/11534 (accessed: 31.05.2007).
- [Abrikosov vortex lattice]. In: Prokhorov A.M., ed. *Fizicheskaya entsiklopediya*. T. 1 [Physical encyclopedia. Vol. 1]. Moscow, Sovetskaya entsiklopediya Publ., 1988. pp. 389.
- Tikhomirov I.V., Yugai K.N. [The dynamics of closed Abrikosov vortices in superconductors of the second kind]. In: *Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika* [Vestnik Novosibirsk State University. Series: Physics], 2008, vol. 3, no. 1, pp. 105–108.
- 12. Essmann U., Trauble H. The direct observation of individual flux lines in type II superconductors. In: *Physical Letters*, 1967, vol. 24 A, pp. 526.
- [Nobel Prize in Physics, 2003]. In: Uchebno-metodicheskaya gazeta «Fizika» [Educational newspaper "Physics"]. Available at: http://fiz.1september.ru/2003/43/no43\_1.htm (accessed: 09.08.2018).
- 14. Chizhov V.A. *Snova o sverkhprovodimosti, ili eksperimenty zhdut otveta* [Again about superconductivity, or experiments are waiting for an answer]. Moscow, Sputnik+ Publ., 2015. 128 p.
- Chizhov V.A. Snova o sverkhprovodimosti, ili eksperimenty zhdut otveta. Ch. II [Again about superconductivity, or experiments are waiting for an answer. Part II]. Moscow, Sputnik+ Publ., 2017. 95 p.
- 16. Chizhov V.A., Zaitsev F.S., Bychkov V.L. Model of superconductivity formation on ideal crystal lattice. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 996, pp. 012016.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Чижов Владимир Александрович – кандидат технических наук, заведующий отделом ООО «ЭНОМ» (энергетическая обработка материалов); e-mail: Chijov\_va@bk.ru;

82

Зайцев Фёдор Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительных систем Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;

e-mail: fza@mail.ru;

*Бычков Владимир Львович* – доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова;

e-mail: bychvl@gmail.com.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Vladimir A. Chizhov* – PhD in Engineering Sciences, Head of Department, ENOM LLC (energy processing of materials); e-mail: Chijov\_va@bk.ru;

*Fedor S. Zaitsev* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Computing Systems, Lomonosov Moscow State University; e-mail: fza@mail.ru;

*Vladimir L. Bychkov* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Physical Electronics, Lomonosov Moscow State University; e-mail: bychvl@gmail.com.

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Чижов В.А., Зайцев Ф.С., Бычков В.Л. Конструирование новых высокотемпературных сверхпроводников по модели сверхпроводимости на двойниковых границах // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 66–83.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-66-83

## FOR CITATION

Chizhov V.A., Zaitsev F.S., Bychkov V.L. Construction of new high-temperature superconductors using the model of superconductivity on twin boundaries. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 66–83. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-66-83

# УДК 539.64:913 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-84-91

# АКТИВНЫЙ РЕЖИМ ЛИОТРОПНЫХ НЕМАТИКОВ И КАЛИБРОВОЧНОЕ ПОЛЕ ДЕФЕКТОВ

# Ельникова Л.В.

Институт теоретической и экспериментальной физики имени А.И. Алиханова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» 117218, г. Москва, ул. Большая Черемушкинская, д. 25, Российская Федерация

**Аннотация.** В свете калибровочной полевой теории на решетке обсуждаются лиотропные нематические жидкие кристаллы, проявляющие самоорганизованное течение, так называемые активные нематики. Эволюция топологических дефектов в таких системах взаимосвязана с этим потоком. Тип фазового перехода «нематик-изотропная» фаза в активных нематиках может быть отличен от такового в системах без активности.

**Ключевые слова**: активные нематики, жидкие кристаллы, теория упругости, топологические дефекты, дифференциальные формы на решетке, метод Монте-Карло

# AN ACTIVE STATE IN LYOTROPIC NEMATICS AND THE GAUGE FIELD OF THEIR DEFECTS

# L.V. Elnikova

A.I. Alikhanov Institute for Theoretical and Experimental Physics, National Research Centre "Kurchatov Institute"

ul. Bolshaya Cheremushkinskaya 25, 117218 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** Lyotropic nematic liquid crystals (NLCs) exhibiting a self-organizing flow (so called 'active nematics') are discussed within the framework of the lattice gauge field theory. The evolution of topological defects in such systems is mutually caused by the flow regime. It is shown that the 'nematic-isotropic' phase transition in active NLCs may differ from that in conventional NLCs.

*Key words:* active nematic liquid crystals, elasticity, topological defects, lattice differential forms, Monte Carlo

## Введение

Активные нематические жидкие кристаллы (НЖК), как правило, являются лиотропными ЖК системами, их основные свойства – коллективное поведение и способность к самоорганизованному течению. История формирования спиновой полевой концепции таких активных систем восходит к работам Вильчека, Грина, Тонера и Вителли [1; 10; 13; 17], которые, в свою очередь, базируются на пионерских трудах Заупе и уравнении Эриксена и Лесли [5–9].

Примеры активных НЖК можно найти среди метаматериалов, частиц Януса, активных коллоидов, ротаторов Квинке, бактериальных колоний и пр. [1; 10; 20].

Благодаря способности искажения или переориентации параметра порядка под воздействием внешних факторов (например, электрических или магнитных полей) активные НЖК могут применяться в рабочих элементах с переключаемыми и настраиваемыми физическими характеристиками, т. е. как материалы современных датчиков, фотоэлектрических устройств, исполнительных механизмов и т. д.

В теории диэлектрической релаксации НЖК формулируется представление о динамике директора, обусловленной балансом диэлектрических, вязких и упругих моментов через уравнение Эриксена-Лесли. В рамках теории Грина, Тонера, Вителли (ГТВ) и аналогичных подходов [1; 13] отдельные НЖК-частицы могут быть связаны с локальными спиновыми переменными классической *XY* модели [16] с дальним порядком, когда динамика системы не потенциальна, т.е. диссипативна.

С другой стороны, существует динамическая калибровочная теория линейных дефектов, предложенная Кадич и Эделеном (КЭ) [3], в этом представлении структура дефектов как калибровочное поле эволюционирует через лагранжианы с полупрямым произведением группы SO(3) с группой трансляций. Коллоидные фазы активных НЖК обладают такими топологическими дефектами [2; 5], поэтому мы можем использовать подход ГТВ с учётом симметрии и нетривиального действия её группы.

Ниже мы представим конфигурации точечных и линейных дефектов (конденсат бужумов и дисклинаций) активных нематиков в терминах монополей и дисклинаций калибровочной теории, подобно подходу Янга-Миллса [18], представив энергию Франка с активной силой в гидродинамике в духе теории ГТВ [1]. Мы проведём численное моделирование для наблюдаемых гидродинамических величин и корреляционных функций, применяя формализм дифференциальных форм на решетке.

#### Динамика, теория упругости и калибровочное поле

Согласно теории Эриксена-Лесли [6] гидродинамическая модель нематика в режиме тока включает уравнения Навье-Стокса и уравнения нематодинамики соответственно [1; 13]:

$$\rho_0 \frac{\partial v_k}{\partial t} = -\partial_k P + \eta \nabla^2 v_k + \alpha \partial_j (n_j n_k) + \partial_j \left( \lambda_{ijk} \frac{\delta F}{\delta n_i} \right), \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \lambda_{ijk} \partial_j v_k - \frac{1}{\gamma_1} \left[ \frac{\delta F}{\delta n_i} - \left( \frac{\delta F}{\delta \hat{n}} \cdot \hat{n} \right) n_i \right], \tag{3}$$

производные вектора директора по времени и поле вектора скорости

$$\frac{D\boldsymbol{v}_k}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{v}_k}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \boldsymbol{v}_k, \quad \frac{D\boldsymbol{v}_n}{Dt} = \frac{\partial \boldsymbol{n}_k}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla \mathbf{n}, \quad (4)$$

тензор  $\lambda_{ijk}$  определён как

$$\lambda_{ijk} = \left(\frac{\lambda+1}{2}\right) n_j \delta_{ik} + \left(\frac{\lambda-1}{2}\right) n_k \delta_{ij} - \lambda n_i n_j n_k.$$
(5)

Здесь  $v(\mathbf{r},t)$  – поле скоростей (типичная скорость активных частиц ~ 10– 40 мкм/с),  $\mathbf{r}(x,y,z)$  – положение вектора в декартовых координатах x, y, z, время t и  $\mathbf{n}(\mathbf{r},t)$  поле вектора директора. Уравнение (2) выражает условие несжимаемости, которое выводится из уравнения непрерывности в предположении постоянства плотности  $\rho_0$ . P – динамическое давление,  $\frac{\delta F}{\delta \hat{n}}$  – молекулярное поле,  $\delta_{ij}$  – символ

Кронекера,  $\eta$  – сдвиговая вязкость, предполагаемая здесь для простоты изотропной,  $\gamma_1$  – вращательная вязкость  $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ , где  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  – коэффициенты вязкости Лесли. Безразмерный выстраивающий в направлении потока параметр  $\lambda$  в (5) выражает анизотропный отклик нематогена на сдвиг. Третий член в правой части (1) – компонента активной силы в направлениях *k*-осей (*k* =1, 2, 3) который может быть сжимающим, если параметр активности  $\alpha > 0$  или растягивающим, если  $\alpha < 0$ , в зависимости от типа системы. Активная сила, порождаемая искажением поля директора, может быть представлена как  $\mathbf{F}_a = \alpha [\mathbf{n}(\nabla \cdot \mathbf{n}) + (\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{n}]$ .

Упругая энергия Озена-Франка одноосного нематика F даётся выражением:

$$F = \frac{1}{2} \int_{V} \left[ K_1 (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}))^2 + K_3 \left| \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n}) \right|^2 \right] dV, \qquad (6)$$

Она содержит упругие константы  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$ , относящиеся к компонентам сдвига ( $\nabla \cdot \mathbf{n}$ ), кручения ( $\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n})$ ) и изгиба ( $\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n})$ ) в (2) соответственно. Объём, занятый активным нематиком, обозначен V. Здесь мы принимаем для упрощения одноконстантное приближение  $K_1 = K_2 = K_3 = K$  [2; 5].

Модель, описываемая уравнениями (1) – (5) и (6), с точки зрения молекулярного поля базируется на комбинации материальных параметров, выражающих вязкость, инерцию и эффекты упругости в терминах чисел Эриксена и Рейнольдса и коэффициентов Лесли [4; 14; 19].

Термин «динамической дисклинации» в калибровочном приближении, введённый в [3], позволяет изучать упругие свойства материалов с дефектами, которые нелинейны по своей природе. Цель калибровочной теории – трансформировать концепцию «силы лобового сопротивления» в геометрическое понятие связности. Его будет в действительности достаточно, если мы будем знать о наличии течения, вызванного эволюцией конфигурации топологических дефектов, в отдельных самоорганизующихся нематических коллоидах. В динамике дефектов и по теории КЭ матрица градиента деформации должна быть заменена на тензор деформации. Так, например, на основании подхода КЭ, было найдено аналитическое решение типа монополя для дисклинации, связанной с лагранжианов в SO(3) [11].

Неабелева группа вращений SO(3) лагранжиана директора нематика локально изоморфна группе SU(2). В абелевой проекции 3D на U(1) [12] имеем лагранжиан

86

$$L = \frac{1}{g^2} G_{\mu\nu}^2 + \left| D_{\mu} \Phi \right|^2 + \lambda_2 \left( \left| \Phi \right|^2 - 1 \right)^2,$$
 (7)

с полем монополя  $\Phi$  и затравочным зарядом g,  $D_{\mu} = \partial_{\mu} + iB_{\mu}$ .  $G_{\mu\nu} = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu\nu}$   $B_{\mu}$  есть дуальное калибровочное поле, аналогичное электромагнитному полю  $G_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (\partial_{\alpha}A_{\beta} - \partial_{\beta}A_{\alpha})$ , где  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  – символ Леви-Чивиты и  $A_i$  – обычное калибровочное поле,  $\lambda_2$  – коэффициент самодействия скалярного поля. Поле  $G_{\mu\nu}$  относится к диссипативной и полной кинетической энергии. Отметим, что это поле и коэффициент Эриксена может быть введены из (1)–(5) и (6) как параметры. Все монополи взаимодействуют трубкой тока через кулоновский потенциал идентично дисклинации с ядром. Статсумма монопольных токов между двумя бужумами в отдельной капле нематика может быть представлена в виде дифференциальных операторов.

#### Результаты вычислений на решетке

Чтобы охарактеризовать эволюцию топологических дефектов в активных НЖК, мы изучаем свойства статсуммы токов *j* в виде [12]

$$Z = \operatorname{const} \sum_{j \in \mathbb{Z}(C_{k+2}) \atop \delta j = 0} \exp\left\{-4\pi^2 \beta(j, \Delta^{-1}j)\right\}.$$
 (4)

Здесь суммирование ведётся по (D - k - 2)-формам монопольных токов *j* как сумма по всем монопольным дефектам (здесь, бужумам) оригинальной теории, где k – ранг дифференциальной формы,  $C_k - k$ -мерная ячейка решётки,  $\beta$  – обратная температура,  $\Delta$  – оператор Лапласа на операторах дуальной решётки. В такой записи при k = 0, D = 3, мы имеем XY модель со стандартным действием  $1/T\sum_{x,\mu} \cos(\varphi_x - \varphi_{x+k})$ , где x – узлы решетки,  $\varphi_i$  – компактные динамические переменные, пробегающие от –  $\pi$  до  $\pi$ ,  $i = 1 \dots 4$ , при обходе по плакетам вдоль дуальной кубической решётки. Дуальные токи, вычисленные по модулю  $2\pi$ , есть \* $j = \frac{1}{2}\pi (|\varphi_1 - \varphi_2|_{2\pi} + |\varphi_2 - \varphi_3|_{2\pi} + |\varphi_3 - \varphi_4|_{2\pi} + |\varphi_4 - \varphi_1|_{2\pi}).$ 

На рис. 1 показаны вычисленные термодинамические величины, наблюдаемые, это, например, теплопроводность на дуальной решётке с самодуальными условиями. Здесь калибровочное поле  $A_i$  отражено в гидродинамическом параметре, числе Эриксена  $Er = \gamma_1 v r_0/K$ , где  $\gamma_1$  – вращательная вязкость поля директора  $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$  с коэффициентами Лесли  $\alpha_3$  и  $\alpha_2$ . Величина v – скорость в точке  $r_o$  в формулах (1)–(5). Второй стандартный параметр модели – химический потенциал.

Ожидаемый переход из нематической в изотропную фазу  $(N \rightarrow I)$  соответствует переходу «конфайнмент-деконфайнмент» в теории струн. По сравнению с традиционными нематиками [15] этот переход сдвинут в область более высоких температур (рис. 1), имеет гладкий экстремум и некий пороговый характер при увеличении температуры.



*Рис. 1.* Температурная зависимость теплоёмкости для двух решёток 48<sup>3</sup> (квадраты) и 64<sup>3</sup> (кружки), ошибки вычислений не показаны. Выбрано произвольно число *Er* = 10 и химпотенциал 0,1.

#### Заключение

В работе мы аргументировали применимость калибровочной теории для диссипативных систем с неабелевым параметром порядка в поле топологических дефектов, т.е. для случая активных НЖК, где компоненты силы лобового сопротивления, например, капли нематика, соединены в калибровочном поле.

Вследствие применения такого метода калибровочного поля и дифференциальных форм, мы можем в принципе задавать гидродинамические значения в отсутствие некоторых экспериментальных данных в режиме течения, что важно для предсказания фазового поведения и упругих свойств новых материалов.

Мы показали, что типичный фазовый переход  $N \to I$  в коллоидных каплях активных НЖК отличается от такового обычных лиотропных нематиков.

Статья поступила в редакцию 19.09.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Green R., Toner J., Vitelli V. Geometry of thresholdless active flow in nematic microfluidics // Physical Review Fluids. 2017. Vol. 2. Iss. 10. P. 104201-1–104201-31.
- 2. Де Жен. П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400 с.
- Кадич А., Эделен Д. Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций. М.: Мир, 1987. 166 с.
- 4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.
- Lavrentovich O.D. Active colloids in liquid crystals // Current Opinion in Colloid & Interface Science. 2016. Vol. 21. P. 97–110.

ISSN 2072-8387

- Leslie F.M. Some constitutive equations for anisotropic fluids // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. 1966. Vol. 19. Iss. 3. P. 357–370.
- Maier W., Saupe A. Eine einfache molekulare Theorie des nematischen kristallinflussigen Zustandes // Zeitschrift fur Naturforschung. 1958. Vol. 13a. P. 564–566.
- 8. Maier W., Saupe A. Eine einfache molekular-statistische Theorie der nematischen kristallinflussigen Phase. Teil I // Zeitschrift fur Naturforschung. 1959. Vol. 14a. P. 882–900.
- 9. Maier W., Saupe A. Eine einfache molekular-statistische Theorie der nematischen kristallinflussigen Phase. Teil II // Zeitschrift fur Naturforschung. 1960. Vol. 15a. P. 287–292.
- Hydrodynamics of soft active matter / Marchetti M.C., Joanny J.F., Ramaswamy S., Liverpool T.B., Prost J., Rao Madan, Aditi Simha R. // Reviews of Modern Physics. 2013. Vol. 85. Iss. 3. P. 1143–1189.
- Osipov V.A. A Monopole-like solution for static disclinations in continuum media // Physics Letters A. 1990. Vol. 146. Iss. 1–2. P. 67–70.
- 12. Поликарпов М.И. Фракталы, топологические дефекты и невылетание в решеточных калибровочных теориях // Успехи физических наук. 1995. Т. 165. Вып. 6. С. 627–644.
- Ryskin G., Kremenetsky M. Drag force on a line defect moving through an otherwise undisturbed field: Disclination Line in a Nematic Liquid Crystal // Physical Review Letters. 1991. Vol. 67. Iss. 12. P. 1574–1577.
- 14. Sengupta A. Topological microfluidics: Nematic liquid crystals and nematic colloids in microfluidic environment. Switzerland: Springer International Publishing, 2013. 165 p.
- 15. Skačej G., Zannoni C. Biaxial liquid-crystal elastomers: A lattice model // The European Physical Journal E. 2008. Vol. 25. No. 2. P. 181–186.
- Toner J., Tu Y. Long-Range Order in a Two-Dimensional Dynamical XY Model: How Birds Fly Together // Physical Review Letters. 1995. Vol. 75. Iss. 23. P. 4326–4329.
- Novel type of phase transition in a system of self-driven particles / Vicsek T., Czirok A., Ben-Jacob E., Cohen I., Shochet O. // Physical Review Letters. 1995. Vol. 75. Iss. 6. P. 1226– 1229.
- Yang C.N., Mills R. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance // Physical Review. 1954. Vol. 96. Iss. 1. P. 191–195.
- Zakharov A.V., Vakulenko A.A. Dynamics of the modulated distortions in confined nematic liquid crystals // The Journal of Chemical Physics. 2013. Vol. 139. Iss. 24. P. 244904-1–244904-6.
- Living liquid crystals / Zhou S., Sokolov A., Lavrentovich O.D., Aranson I.S. // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2014. Vol. 111. Iss. 4. P. 1265–1270.

#### REFERENCES

- 1. Green R., Toner J., Vitelli V. Geometry of thresholdless active flow in nematic microfluidics. In: *Physical Review Fluids*, 2017, vol. 2, iss. 10. pp. 104201-1–104201-31.
- 2. de Gennes P. The physics of liquid crystals. Oxford, Clarendon, 1974.
- 3. Kadic A., Edelen D. A gauge theory of dislocations and disclinations. Berlin, Springer, 1983.
- 4. Landau L.D., Lifshits E.M. Course of Theoretical. Physics, Vol. 6: *Fluid Mechanics*. 2nd Ed., Oxford, Pergamon Press, 1987. 539 p.
- 5. Lavrentovich O.D. Active colloids in liquid crystals. In: Current Opinion in Colloid & Interface Science, 2016, vol. 21, pp. 97-110.
- 6. Leslie F.M. Some constitutive equations for anisotropic fluids. In: *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1966. vol. 19, iss. 3, pp. 357–370.
- 7. Maier W., Saupe A. Eine einfache molekulare Theorie des nematischen kristallinflъssigen Zustandes. In: *Zeitschrift for Naturforschung*, 1958, vol. 13a, pp. 564–566.

- Maier W., Saupe A. Eine einfache molekular-statistische Theorie der nematischen kristallinflussigen Phase. Teil I. In: *Zeitschrift fur Naturforschung*, 1959, vol. 14a, pp. 882–900.
- Maier W., Saupe A. Eine einfache molekular-statistische Theorie der nematischen kristallinflussigen Phase. Teil II. In: *Zeitschrift fur Naturforschung*, 1960, vol. 15a, pp. 287–292.
- Marchetti M.C., Joanny J.F., Ramaswamy S., Liverpool T.B., Prost J., Rao Madan, Aditi Simha R. Hydrodynamics of soft active matter. In: *Reviews of Modern Physics*, 2013, vol. 85, iss. 3, pp. 1143–1189.
- 11. Osipov V.A. A Monopole-like solution for static disclinations in continuum media. In: *Physics Letters A*, 1990, vol. 146, iss. 1–2, pp. 67–70.
- 12. Polikarpov M.I. [Fractals, topological defects, and confinement in lattice gauge theories]. In: *Advances in Physical Sciences*, 1995, vol. 165, iss. 6, pp. 627–644.
- Ryskin G., Kremenetsky M. Drag force on a line defect moving through an otherwise undisturbed field: Disclination Line in a Nematic Liquid Crystal. In: *Physical Review Letters*, 1991, vol. 67, iss. 12, pp. 1574–1577.
- 14. Sengupta A. Topological microfluidics: Nematic liquid crystals and nematic colloids in microfluidic environment. Switzerland, Springer International Publishing, 2013. 165 p.
- 15. Skačej G., Zannoni C. Biaxial liquid-crystal elastomers: A lattice model. In: *The European Physical Journal E*, 2008, vol. 25, no. 2, pp. 181–186.
- 16. Toner J., Tu Y. Long-Range Order in a Two-Dimensional Dynamical XY Model: How Birds Fly Together. In: *Physical Review Letters*, 1995, vol. 75, iss. 23, pp. 4326–4329.
- 17. Vicsek T., Czirok A., Ben-Jacob E., Cohen I., Shochet O. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. In: *Physical Review Letters*, 1995, vol. 75, iss. 6, pp. 1226–1229.
- Yang C.N., Mills R. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. In: *Physical Review*, 1954, vol. 96, iss. 1, pp. 191–195.
- Zakharov A.V., Vakulenko A.A. Dynamics of the modulated distortions in confined nematic liquid crystals. In: *The Journal of Chemical Physics*, 2013, vol. 139, iss. 24, pp. 244904-1– 244904-6.
- Zhou S., Sokolov A., Lavrentovich O.D., Aranson I.S. Living liquid crystals. In: Proceedings of the National Academy of Sciences, 2014, vol. 111, iss. 4, pp. 1265–1270.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Ельникова Лилия Вячеславовна* – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории физической химии Института теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова Научно-исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: elnikova@itep.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

Liliia V. Elnikova – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Researcher of the Laboratory of Physical Chemistry, Alikhanov Institute for Theoretical and Experimental Physics of National Research Centre "Kurchatov Institute";

e-mail: elnikova@itep.ru.

**90** 

# ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

*Ельникова Л.В.* Активный режим лиотропных нематиков и калибровочное поле дефектов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 84–91.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-84-91

## FOR CITATION

*Elnikova L.V.* An active state in lyotropic nematics and the gauge field of their defects In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 84–91. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-84-91

УДК 621.039.546 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-92-111

# ПРОБЛЕМЫ РАЗРУШЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ОБОЛОЧЕК ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ЯДЕРНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

# Якушкин А.А.<sup>1</sup>, Высикайло Ф.И.<sup>2</sup>

- <sup>1</sup> Государственный научный центр Российской Федерации Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований 108840, г. Москва, г. Троицк, ул. Пушковых, владение 12, Российская Федерация
- <sup>2</sup> Московский государственный областной университет 141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. Авторами представлен обзор методов повышения коррозионной стойкости твэлов тепловых и быстрых ядерных реакторов с использованием модификации поверхности и нанесения покрытий с целью повышения безопасности и эффективности эксплуатации ядерного топлива. Показаны результаты испытаний, проведённых в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ», покрытий на оболочках твэлов из стали ЭП-823-Ш, рассматриваемой для использования в РУ БРЕСТ-ОД-300, и из циркониевого сплава Э110 – «локомотива» отечественной ядерной энергетики. Коррозионные испытания экспериментальных образцов оболочек твэлов с покрытиями AI, AI<sub>2</sub>O3, Cr в жидком свинце при высоком содержании кислорода и температуре 650–720 °С (для стальных оболочек) и на воздухе при температуре 1100 °С (для циркониевых оболочек) продемонстрировали практически полное подавление коррозии. Выявлены физические барьеры применимости покрытий в качестве защитных слоёв на оболочках твэлов: фреттинг-коррозия оболочек твэлов, проблема низкой жаропрочности оболочек твэлов, проблема высокого остаточного энерговыделения твэлов, отсутствие эффекта самозалечивания защитных керамических покрытий, проблема низкотемпературного радиационного охрупчивания покрытий. Предложены пути решения проблем защиты ядерных энергетических установок.

*Ключевые слова*: оболочки твэлов, жаростойкие покрытия, аварии с потерей теплоносителя, импульсное лазерное осаждение, сплав Э110, сталь ЭП823, функциональные покрытия.

# MODIFICATION OF THE SURFACE AND COATING APPLICATION ON FUEL CLADDING TUBES FOR NUCLEAR REACTORS

A. Yakushkin<sup>1</sup>, P. Vysikaylo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> State Research Center of Russian Federation Troitsk Institute for Innovation & Fusion Research

ul. Pushkovykh 12, 142190 Troitsk, Moscow region, Russian Federationmailto:yakushkin@triniti.ru

<sup>2</sup> Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

<sup>©</sup> СС ВҮ Якушкин А.А., Высикайло Ф.И., 2018.

2018 / № 4

**Abstract.** We present a review of the methods for increasing the corrosion resistance of fuel rods of thermal and fast nuclear reactors using surface modification and coating application to improve the safety and efficiency of operation of nuclear fuel. We report the results of tests carried out at the SSC RF TRINITI with coatings on fuel claddings made of EP-823 steel, considered for use in the BREST-OD-300 reactor, and of zirconium alloy E110, i.e. the "forward" of Russian commercial nuclear power energy. Corrosion tests of experimental samples of fuel claddings with AI,  $Al_2O_3$ , Cr coatings in liquid lead with a high oxygen content and a temperature of 650–720 °C (for steel shells) and on air at a temperature of 1100 °C (for zirconium shells) showed almost complete corrosion suppression. Physical barriers to the applicability of coatings as protective layers on fuel claddings are identified: fretting corrosion of fuel element shells, the problem of low heat resistance of fuel element shells, the problem of high residual energy release of fuel elements, the lack of self-healing of protective ceramic coatings, and the problem of low-temperature radiation embrittlement of coatings. We have proposed solutions to the problems of protecting nuclear power plants.

*Key words*: protecting nuclear power plants, fuel cladding, corrosion-resistant coatings, lossof-coolant accident, pulsed laser deposition, E110 alloy, EP823 steel, functional coatings.

#### Введение

Авария на АЭС «Фукусима-1» в 2011 г. показала особую опасность паро-циркониевой реакции и стала поводом к разработке технологий увеличения стойкости циркониевых оболочек твэлов в условиях аварии с потерей теплоносителя (LOCA, Loss-of-Coolant Accident). В мировом атомном сообществе возник термин «устойчивое к авариям толерантное топливо» – Accident Tolerant Fuel (ATF), т.е. топливо, которое обеспечивает безопасность эксплуатации реакторной установки даже при значительном повышении температуры оболочек твэлов. Реализация программы по созданию толерантного топлива в большей степени направлена на разработку жаростойких защитных покрытий, которые, оказывая минимальное влияние на обогащение топлива, геометрию оболочек твэлов и нейтронно-физические параметры активной зоны ядерного реактора, способны практически полностью подавить образование взрывоопасной водородной смеси в случае аварии с потерей теплоносителя. С другой стороны, рассматриваются способы замены циркониевых сплавов в оболочках твэлов на более коррозионностойкие и жаропрочные стали и композитные материалы.

Нанесение таких покрытий на оболочки твэлов – наиболее простой и радикальный подход к повышению коррозионной стойкости поверхности оболочек твэлов ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Первопроходцами в области нанесения покрытий на поверхность тепловыделяющих элементов являются Grubb и King из General Electric Company (Schenectady, NY). Ими в 1978 г. был предложен и запатентован метод защиты твэлов от взаимодействия циркония с продуктами деления ядерного топлива с помощью электролитического осаждения «композитного» покрытия Cu-ZrO<sub>2</sub> на внутренней поверхности оболочки твэла [1].

В настоящее время, нанесением покрытий на твэлы для быстрых и тепловых реакторов занимаются практически все развитые страны мира. Следует от-

метить, что с момента аварии на АЭС «Фукусима-1» интерес к покрытиям для твэлов возрос на порядки, что положило начало международной программе по созданию толерантного к воздействию теплоносителя топлива – ATF (*accidenttolerant fuel*). Спектр покрытий на данный момент охватывает практически все сочетания – многослойные, керамические, металлические, металлокерамические и функционально-градиентные, самые эффективные из которых требуют применения комплексных методов. Однако применение комплексных методов нанесения покрытий не обладает достаточной коммерческой эффективностью, и исследователи, остановившись на магнетронных методах (в связи с высокой скоростью нанесения и высокой однородностью покрытия), начали оптимизировать параметры магнетронного разряда [2–5].

В связи с тем, что покрытия обладают конечной адгезией (как правило, не более 100 H), всё больше работ, особенно в Южной Корее, посвящено сильному легированию поверхности циркониевых сплавов для повышения её коррозионной стойкости. Однако коммерческая эффективность данного метода до сих пор является невысокой, и наиболее перспективными остаются плазменные методы нанесения покрытий. Лазерные методы (ИЛО) оказываются перспективными только для нанесения керамических покрытий в связи с тем, что другие методы не позволяют с высокой скоростью и гибкостью создать керамическое покрытие с высокими показателями физико-механических свойств и стабильным стехиометрическим составом.

Металлические покрытия, нанесённые магнетронными методами, обладают высокой эффективностью для нанесения покрытий на твэлы тепловых реакторов, однако в быстрых реакторах, теплоносители которых представляют собой тяжёлые жидкие металлы, к примеру расплав свинца, такие покрытия растрескиваются или растворяются. Высокие растягивающие напряжения, образующиеся при контакте поверхности с жидким свинцом, вкупе с способностью жидких металлов растворять в себе металлы, приводят к быстрой деградации защитных свойств металлических покрытий. Ввиду действия данных эффектов для защиты твэлов быстрых реакторов используют керамические покрытия, причём преимущественно оксид алюминия, и здесь оказываются более эффективными методы легирования поверхности и лазерного осаждения керамик.

В АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» в 2015–2016 гг. были созданы покрытия с высокой адгезией (до 80 H), стойкостью к термоциклированию и сплошностью на оболочках твэлов из стали ЭП-823-Ш, рассматриваемой для использования в РУ БРЕСТ-ОД-300, и из циркониевого сплава Э110 – «локомотива» отечественной ядерной энергетики. Коррозионные испытания экспериментальных образцов оболочек твэлов с покрытиями Al, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Cr в жидком свинце при высоком содержании кислорода и температуре 650–720°C (для стальных оболочек твэлов быстрых реакторов) и в пароводяной среде при температуре 1000°C (для циркониевых оболочек твэлов тепловых реакторов) продемонстрировали практически полное подавление коррозии.

Тем не менее, повышение коррозионной стойкости твэлов с использованием покрытий зачастую связано с изменением целого спектра параметров конструкционных и функциональных материалов ядерной техники. На примере проведённых в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» исследований укажем спектр проблем, связанных с эксплуатацией покрытий в активной зоне ядерных реакторов, и предложим возможные решения этих проблем в будущем на базе применения аллотропных форм наноструктур углерода.

# Методы повышения коррозионной стойкости оболочек твэлов тепловых реакторов

Известно, что имеющиеся на данный момент стали и сплавы, применяющиеся в качестве конструкционных материалов оболочек твэлов легководных тепловых реакторов [6] и быстрых реакторов с жидкометаллическим теплоносителем [7], обладают недостаточной коррозионной стойкостью в аварийных условиях эксплуатации, т.е. при отклонении от оптимальных температуры и химического состава теплоносителя.

Создание эффективного защитного барьера в виде оксида на поверхности твэла, как правило, происходит непосредственно в процессе эксплуатации изделия в потоке теплоносителя [8], что обусловлено высокой коммерческой эффективностью данного решения. В качестве защиты ВВЭР от аварии с потерей теплоносителя на данный момент наиболее эффективным решением является установка системы пассивного отвода тепла (СПОТ), устройства локализации расплава (УЛР) активной зоны (АЗ), рекомбинаторов водорода и аварийных гидроёмкостей с высокой концентрацией борной кислоты. Данное решение соответствует всем требованиям МАГАТЭ, претерпевшим значительные изменения после аварии на АЭС «Фукусима-1», и уже применено на 6-ом энергоблоке Нововоронежской АЭС с реакторной установкой (РУ) ВВЭР-1200 [9].

Наиболее эффективное повышение стойкости циркониевых сплавов к высокотемпературному окислению достигнуто с применением нанесения хромовых покрытий с тугоплавким керамическим или металлическим подслоем [2; 10]. Разработка технологий нанесения покрытий на оболочки твэлов в настоящее время активно ведётся в России (ТРИНИТИ, МИФИ, Красная Звезда, ВНИИНМ, НИИАР, МЭИ), США (МІТ, WE, GE, GNF, UChicago Argonne, PennState), Франции (CEA, Framatome), Китае (NPIC, SCU, CGN), Южной Корее (KAERI, KHNP), Чехии (СТU, UJP) и Украине (ННЦ ХФТИ).

Хромовые покрытия на циркониевых сплавах также обеспечивают:

 повышенную износостойкость (потеря массы образца в среднем в 5 раз меньше) [11];

повышенную коррозионную стойкость в паре при 1200°С (привес массы за 2 часа в 20 раз меньше) [12];

– пониженную водородопроницаемость: в [2] показано, что за 4 ч. окисления в паре при 1000°С количество поглощённого водорода в сплав Zy-4 с покрытием 10 мкм Сr не превышает 80 ppm; в [13] показано, что количество водорода в образцах циркония (Zr) с хромовым покрытием после автоклавных испытаний (400°С, 200 атм) уменьшается с 5,5 до 0,1 молекулы H<sub>2</sub>/г;  окисление по параболическому закону без наступления линейной стадии [14].

Снижение водородопроницаемости поверхностного слоя, как известно, способствует сохранению пластичности циркониевых сплавов. Так, в [2] показано, что нанесение хромового покрытия позволяет отсрочить момент разгерметизации твэлов за счёт охрупчивания (снижение ударной вязкости КСU до уровня 3 Дж/см<sup>2</sup>) при окислении в паре при 1200 °C и закалки в воду с 30 до 80 мин.

Следует отметить, что в штатных условиях работы реактора (360 °C, 5,5 PH водного раствора) происходит растворение чистого хрома (Cr) на уровне 0,1 мг/см<sup>2</sup> за 300 дней испытания. Легирование хрома алюминием (6–30%) приводит к ликвидации растворения циркония в воде в штатных условиях путём образования на поверхности шпинели (Cr,Al)<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [12].

Следует отметить, что образование эвтектики Zr – 22 ат.% Cr ( $T_{n\pi} = 1332$ °C) приводит к полной деградации защитных свойств покрытия при температурах выше 1330 °C. В этом случае процесс диффузии Zr к внешней окисляющейся поверхности оболочки твэла приводит к быстрому образованию расплава эвтектики и её диффузии вглубь образца. В [10] показано, что за 2 мин окисления в паре при 1400 °C весь слой хрома диффундировал внутрь оболочки твэла. Образования эвтектики удаётся избежать при помощи предварительного нанесения слоя нитрида хрома [10], или металлов Ta, Mo, Nb, W [2] или их определённых изотопов, обладающих низким сечением захвата тепловых нейтронов.

Исследование радиационной стойкости хромовых покрытий проводится в исследовательском ядерном реакторе в Халдене (Норвегия) на оболочках твэлов из сплавов М5 и Zy-4 [15]. Облучение оболочек с хромовыми покрытиями ещё не завершено, однако проведено облучение покрытий из нитрида хрома. Перспективность исследований в области нанесения на оболочку твэла нитрида хрома объясняется его высокими трибологическими характеристиками и, вместе с тем, коррозионной стойкостью, т.е. перспективностью в области борьбы с фреттинг-коррозией [16]. Однако нейтронное облучение до дозы 10 сна покрытия СrN толщиной 4–5 мкм привело к отслоению 20% всей площади покрытия в результате его растрескивания и образования под трещинами слоя диоксида циркония [15].

Для металлического хромового покрытия было проведено облучение ионами Kr с энергией 20 МэВ до дозы 10 сна периферийной области Zy-4 – Cr при 400 °C в исследовательском реакторе в МІТ привело к образованию фазы Лавеса (Fe,Cr)<sub>2</sub>Zr [17]. В условия облучения наблюдается аномальная диффузия железа из приповерхностного слоя в зону контакта Zy-4 с хромом. Образование фазы Лавеса приводит лишь к незначительному ухудшению адгезии покрытия.

Проведённые в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» эксперименты [18] показали, что хром обладает самой высокой стойкостью к термоциклированию, коммерческой эффективностью для нанесения на длинномерные цилиндрические изделия и высокой коррозионной стойкостью при толщине более 6 мкм при высокотемпературном окислении как в паре, так и на воздухе (рис. 1).



внешняя поверхность образца твэла с защитным хромовым покрытием; окисление циркония отсутствует

*Рис. 1.* Изображение оптического микроскопа поперечного шлифа оболочки твэла из сплава Э110 на основе циркониевой губки с защитным покрытием Сг после окисления на воздухе при 1100 °С в течение 15 мин.

Однако применение покрытий ограничено в связи с следующими нерешёнными проблемами:

- фреттинг-коррозия оболочек твэлов и истирание покрытий;
- проблема низкой жаропрочности оболочек твэлов;
- проблема высокого остаточного энерговыделения твэлов.

# Методы повышения коррозионной стойкости быстрых реакторов

Ожидаемая экономическая конкурентоспособность реакторной установки типа БРЕСТ обеспечивается, прежде всего, за счёт упрощения конструкции реактора и систем безопасности АЭС, высокой эффективности использования ядерного топлива и производимого тепла. Строящийся на территории Сибирского Химического Комбината (СХК) реактор с естественной безопасностью БРЕСТ-ОД-300 является опытным проектом, на котором будет отработана технология замкнутого ядерного топливного цикла, а также проверена стойкость конструкционных материалов в условиях облучения быстрыми нейтронами и воздействия жидкого свинца. В качестве конструкционного материала оболочек твэлов была выбрана сталь ЭП823-Ш.

Известно, что для достижения коммерческой эффективности быстрого бридерного реактора по выработке электроэнергии необходимо, чтобы оболочки твэлов выдерживали более 120 сна (проектная доза реактора БРЕСТ-ОД-300 соответствует 125 сна за 4 года эксплуатации твэла). Сталь ЭП823-Ш разрабатывалась на протяжении десятилетий специально для эксплуатации в жидком свинце. Приемлемая температура эксплуатации стали ЭП823-Ш в условиях эксплуатации реактора БРЕСТ-ОД-300 – 480°С. Максимальная температура эксплуатации – 550°С. С повышением температуры происходит резкое снижение жаропрочности данной стали [19], а с уменьшением жаропрочности падает не только сопротивление ползучести стали, но и сопротивление радиационному распуханию. Таким образом, сталь ЭП823-Ш способна выдержать дозу в 125 сна только при температуре тепло-

2018 / Nº 4

носителя на 150°С меньшей приемлемой для коммерчески эффективной эксплуатации ядерного топлива (~700°С). С другой стороны, в реакторе БН-800 в качестве конструкционного материала оболочек тепловыделяющих элементов используется сталь ЧС-68, которая достаточно стойка к радиационному облучению (до ~87,3 сна) при температурах ~700°С и коррозионностойка в жидком натрии, однако в жидком свинце достаточной коррозионной стойкостью не обладает.

Достижение приемлемых параметров коррозионной и одновременно радиационной стойкости планируется осуществить при применении стали типа ЭК-181-ДУО, которая в настоящее время только была помещена в исследовательский реактор для проверки её радиационной стойкости. Однако применение порошковой металлургии (для синтеза дисперсно-упрочненных оксидами сталей) имеет множество сложностей, основные из которых связаны с эксплуатацией порошкового материала, и остаётся под вопросом.

В [20] исследован метод импульсного лазерного осаждения для нанесения аморфных дисперсно-упрочненных керамических Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> покрытий на стальные твэлы для применения в быстрых реакторах. Данные покрытия уже испытаны до доз облучения 150 сна. Получены высокие показатели адгезии, износостойкости, коррозионной стойкости, прочности и пластичности покрытий.

Воздействие потоками ВТИП рассматривают в качестве альтернативного метода поверхностной обработки материалов (изделий) [21] в сравнении с использованием лазерного излучения, сильноточных (мощных) ионных и электронных пучков [22]. Облучение металлических материалов потоками импульсной плазмы приводит к изменению микроструктуры и структурно-фазового состояния приповерхностных слоёв. В частности, обработка сталей и никелевых сплавов потоками газовой ВТИП с удельной мощностью падающего потока выше 10 Вт/ см<sup>2</sup> приводит к созданию в приповерхностных слоях столбчатой субмикрокристаллической структуры с поперечными размерами ячеек 0,1ч1,0 мкм.

Проведённые в ГНЦ РФ ТРИНИТИ исследования [23] показали, что покрытие Cr или  $Al_2O_3$  толщиной не менее 3 мкм надёжно защищает сталь ЭП-823 в расплаве свинца с содержанием кислорода  $10^{-2}$  масс. % (рис. 2).



Рис. 2. Изображение оптического микроскопа поперечного шлифа оболочки твэла из стали ЭП823-Ш с защитным покрытием Al₂O₃ (а) и Cr (б) после окисления в расплаве свинца с содержанием кислорода 10<sup>-2</sup> масс.% при 720°С в течение 50 ч.

98

Нерешёнными в настоящее время также остаются следующие проблемы эксплуатации ТВС в жидком свинце, вполне решаемые при применении технологии нанесения покрытий:

- пассивация поверхности твэлов после частичной перегрузки ТВС;

 – локальные изменения температуры и концентрации кислорода в теплоносителе в местах его застоя;

 доступ воды в теплоноситель при разрывах в первом контуре парогенераторов (аварии, связанные с несанкционированными действиями нарушителей);

 фреттинг-коррозия, разрушающая естественный защитный слой шпинели в местах контакта твэла с дистанционирующей решёткой.

Повышение температуры теплоносителя увеличивает КПД РУ. Однако из-за низкой жаропрочности и коррозионной стойкости оболочек твэлов, повышение температуры весьма ограничено. Нанесение покрытий и применение качественно новых конструкционных материалов АЗ ЯЭУ позволит в будущем значительно увеличить коммерческую эффективность эксплуатации ядерного топлива в РУ с тяжёлым жидкометаллическим теплоносителем (ТЖМТ).

Однако применение покрытий ограничено в связи с следующими нерешёнными проблемами, которые будут рассмотрены более подробно ниже:

отсутствие эффекта самозалечивания защитных плёнок у керамических покрытий;

- проблема низкотемпературного радиационного охрупчивания покрытий.

#### Фреттинг-коррозия оболочек твэлов

Фреттинг-коррозия оболочек твэлов по-прежнему является первопричиной подавляющего большинства (более 50%) случаев разгерметизации твэлов (рис. 3). Фреттинг-коррозия – следствие трения дистанционирующей решётки ТВС о поверхность твэла. Метод борьбы – повышение износостойкости поверхности. В [11] показано, что нанесение хрома на оболочку твэла из циркониевого сплава М5 повышает износостойкость поверхности в 5 раз. Нанесение нитрида хрома повышает износостойкость ещё больше. Однако истирание поверхности керамического или тугоплавкого металлического покрытия неминуемо приводит к накоплению абразива в контуре теплоносителя, способствуя ускоренному износу всех элементов первого контура реактора.

Решение этой проблемы нам видится в нанесении покрытий на основе наноструктур аморфного углерода. Эти явления давно изучались для покрытий из меди, карбидов и термоэлектриков. Например, фуллерен-содержащие покрытия возможно позволят решить проблему их использования в качестве наполнителя керамических износостойких покрытий твэлов по причине того, что углеродные материалы не только повышают износостойкость, но и в данном случае могут выступать и в роли твёрдой смазки. Их растворение в теплоносителе не приводит к проявлению абразивных свойств. Информация об исследовании таких (твёрдосмазочных) покрытий на оболочки твэлов в открытом доступе не найдена.



■ Коррозия ■ Дебриз ■ Изготовление ■ Фреттинг ■ Транспортировка
 ■ Взаимодействие топлива с оболочкой ■ Неизвестно

Рис. 3. Причины отказов топлива в легководных ядерных реакторах [24].

Основная проблема, проявляющаяся при использовании всех материалов с углеродом в свободном состоянии, - окисление и разрушение наноструктур из углерода. Исследование этих процессов зачастую приводило к разногласиям в результатах исследования, что связано с сильным влиянием концентрации ионов водорода и кислорода в воде под давлением выше атмосферного. В [25-28] исследовалось поведение SiC, SiO<sub>2</sub>, Si и Cr покрытий, нанесённых методом химического осаждения из газовой фазы (chemical vapor deposition, CVD) или объёмной лазерной наплавки (Three-Dimensional laser cladding, 3DLC) в воде под давлением при 360 °С и 1200 °С. В работе [27] показано, что покрытие из SiC (CVD) быстро окисляется в воде при 360 °С. В [28] показано, что и при 1200 °С происходит сильное окисление SiC (CVD и спекание) материалов с образованием пористого кристобалита (SiO), аморфного SiO<sub>2</sub> и Si(OH)<sub>4</sub>, хотя в работе [25] 3DLC-покрытие обладает высокой коррозионной стойкостью при 1200 °С. В связи с этим применение углерод-содержащих покрытий в легководных реакторах становится сомнительным. Однако в [26] показано, что динамика окисления SiC (CVD) в воде при 360 °C сильно зависит от избыточного содержания водорода в воде. В частности, отмечено, что повышенное содержание ионов водорода сильно замедляет скорость окисления SiC. Вследствие такой зависимости, по-видимому, и существуют разногласия в эффективности применения углеродсодержащих покрытий для защиты оболочек твэлов легководных реакторов.

#### Проблема низкой жаропрочности оболочек твэлов

На рис. 4 показана зависимость предела прочности конструкционных материалов активной зоны ядерных реакторов. Из рис. 4 видно, что при температурах порядка 800-1200 °C металлические материалы обладают низкой жаропрочностью, что говорит о невозможности сдерживать внутреннее давление гелия в твэле при отсутствии давления теплоносителя. В таких условиях твэл распухает и разрывается, выпуская накопленные радиоактивные вещества в первый контур. Наиболее эффективным решением здесь является применение волоконных керамических композитов SiC<sub>f</sub>/SiC.



*Рис.* 4. График зависимости некоторых конструкционных материалов от температуры [29].

Пока применение покрытий не способно существенно повысить жаропрочность оболочек твэлов, помещая проблему разгерметизации на ранней стадии аварии в ряд наиболее опасных эффектов. Для того, чтобы увеличить жаропрочность циркониевых сплавов, возможно применение углеволокон толщиной 5-10 мкм с прочностью на разрыв 3-5 ГПа и пластичностью 0,5-2%. Намотка таких углеволокон в два слоя под, к примеру, хромовым покрытием, увеличивает предел прочности циркониевого сплава при температуре 800°С в 3-5 раз, исключая сильное распухание твэла (что, в первую очередь, способствует резкому возрастанию температуры оболочек вследствие перекрывания каналов теплоносителя) и последующую разгерметизацию. Сдерживающим фактором здесь является ограниченная пластичность углеволокон (УВ). К примеру, пластичность отечественного УВ марки УКН-5000 составляет всего 0,8%, в то время как минимальная пластичность материалов для использования в качестве каких-либо армирующих материалов на циркониевых оболочках твэлов составляет 2%. Однако существуют работы [30], в которых исследуются возможности повышения пластичности УВ методом модификации поверхности фуллеренами. Таким образом возможно повысить пластичность УВ УКН-5000 до 1,9%.

#### Проблема высокого остаточного энерговыделения твэлов

Исключение пароциркониевой реакции путём нанесения покрытий или модификации поверхности приводит к существенному уменьшению скорости роста температуры в условиях аварии. Однако энергия остаточной теплоотдачи ядерного топлива в 4–5 раз больше энергии, выделяющейся от пароциркониевой реакции. Вследствие этого при нанесении коррозионностойкого покрытия скорость роста температуры твэлов при потере теплоносителя снижается на 10–20%, в критических ситуациях не исключая повышение температур до Т<sub>пл</sub> циркония.

2018 / № 4

Для уменьшения остаточного тепловыделения топлива без изменения уранводного отношения (что происходит, к примеру, при замене UO<sub>2</sub> на дисперсные топливные композиции типа U-Mo, U-Zr) возможна модификация диоксида урана графеновыми наноструктурами (рис. 5). Так, в [31] показано, что добавка графена на уровне 10% приводит к уменьшению температуры оболочек твэлов в среднем на 100 град (рис. 6).



*Рис.* 5. Зависимость повышения теплопроводности ядерного топлива с использованием графенов [31].



*Рис.* 6. Динамика повышения температуры оболочки твэла для топлива с различным содержанием GNP [31].

# Отсутствие эффекта самозалечивания защитных керамических покрытий

Одним из наиболее отрицательных качественных свойств керамических покрытий, после абразивного изнашивания контура при отшелушивании, является отсутствие эффекта самозалечивания плёнки. Ферритно-мартенситные хромистые стали типа ЭП823-Ш при повреждении защитной шпинели (Cr,Fe)<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, образующейся на поверхности стали при пассивации в расплаве свинца при оптимальном содержании кислорода  $(1 - 6) \cdot 10^{-6}$  масс.%, образуют в области трещины новую защитную плёнку. У сталей типа APMT с содержанием алюминия 6–10% в роли такого защитного слоя выступает Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Нанесение же керамических покрытий не подразумевает эффект самозалечивания трещин. Так, появление даже одной трещины в покрытии приводит к полной непригодности покрытия вследствие точечной коррозии в месте трещины и сквозного растрескивания оболочки с последующей разгерметизацией.

Исследование покрытий с жидкометаллическим подслоем для борьбы с распространением трещин, питтинговой коррозией и реализацией эффекта самозалечивания проведено в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» с использованием локального нанесения двухслойного покрытия методом импульсного-лазерного осаждения. На рис. 7 показано, что нанесение двухслойного покрытия Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> общей толщиной 3 мкм приводит к легированию поверхности стали алюминием на глубину 20 мкм с начальной концентрацией Al 10% после испытаний на коррозионную стойкость в расплаве свинца при 720°С. Из рис. 76 видно, что в местах растрескивания покрытия Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> происходит образование новой керамической плёнки, образующей своего рода сетку на поверхности стали. Поэтому даже отслаивание покрытия не приводит к коррозии стали (рис. 7а) из-за легирования её поверхности алюминием. Это приводит к значительному возрастанию коррозионной стойкости приповерхностного слоя стали.



*Рис. 7.* Фотография оболочки твэла с двухслойным металлокерамическим покрытием Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> после коррозионных испытаний в расплаве свинца (а) и увеличенное изображение РЭМ поверхности (б).

# Проблема низкотемпературного радиационного охрупчивания покрытий

Причины низкотемпературного радиационного охрупчивания (НТРО) материалов под воздействием нейтронного облучения до сих пор до конца не установлены. Возможно, они связаны с распадом нейтронов на электроны и про-

\_103 /

тоны. Предположения о влиянии различных механизмов накопления газовых и вакансионных пор и дефектов наталкиваются на противоречивые результаты. Как правило, постановка экспериментов не учитывает образования электронных дефектов под действием нейтронного обучения. С этой стороны, интересным является изучение влияния квантовых точек и других искусственно созданных потенциальных ям на процессы радиационного охрупчивания, вспучивания материалов и рост трещин.

Анализ доступной в различных базах данных литературы показал, что исследований в области создания покрытий с квантовыми точками в открытом доступе нет. Методом исследования и решения проблемы вполне может являться нанесение покрытий с аллотропными формами углерода, захватывающими электроны и электронные (катионные и анионные) вакансии, образующиеся в результате коррозии и нейтронного облучения.

Известно, что фуллерен – полупроводник с шириной запрещённой зоны 1,5 эВ размерами менее 1 нм. Исследование влияние физического легирования покрытий аллотропными формами углерода (фуллеренами, графенами, нанотрубками) на стойкость к облучению электронами и другие характеристики покрытий вполне способно показать существенные эффекты влияния захвата электронных дефектов кристаллической структуры на процессы деградации физико-механических свойств материалов. Также возможно, искусственное введение фуллеренов в засыпку порошка диоксида урана перед спеканием.

Фуллерен является поляризационной сверхпрочной ловушкой для свободных электронов. Один фуллерен способен кумулировать до 6 электронов с их полной энергией до 20 эВ. Это свойство фуллеренов необходимо исследовать с целью применения их в производстве твэлов. Однако полномасштабное проведение таких исследований до сих пор нами выполнено не было, по большей части ввиду финансовых и технологических сложностей при постановке эксперимента.

#### Заключение

Нами проведён обзор проблем стойкости тепловыделяющих элементов ядерных реакторов на быстрых и тепловых нейтронах. Эти проблемы связаны с быстрой деградацией свойств оболочки твэла в аварийных условиях эксплуатации. В настоящее время проведены многочисленные исследования, как в области модифицирования поверхностных слоёв оболочек твэлов воздействием концентрированными потоками энергии, которые создаются мощными импульсными электронными и ионными пучками, лазерным излучением и потоками высокотемпературной импульсной плазмы, так и в области нанесения покрытий. Установлены основные достижения в этой области. Так нанесение на внешнюю поверхность покрытия из хрома толщиной 7 мкм в 4 раза снижает скорость окисления оболочки твэла из сплава Э110 на воздухе при 1100 °C. Нанесение методом импульсного лазерного осаждения двухслойного покрытия Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> толщиной не менее 3 мкм позволяет защитить сталь ЭП823-Ш от коррозии в свинце в контакте с воздухом до температуры 720 °C при длительности испытаний 48 ч., что обусловлено созданием на поверхности плотного слоя оксида алюISSN 2072-8387

миния и легированием приповерхностных слоёв стали алюминием на глубину 20 мкм с начальной концентрацией 8–10%.

Нанесение износостойких покрытий для борьбы с фреттинг-коррозией мало эффективно из-за низкой пластичности износостойких материалов, что делает их неприемлемыми для использования в активной зоне ядерных реакторов. Наиболее перспективными на данный момент являются твёрдосмазочные покрытия и аморфные дисперсно-упрочненные керамические покрытия.

Проблема низкой жаропрочности связана с резкой деградацией жаропрочности конструкционных материалов активной зоны ядерных реакторов при повышении температуры теплоносителя. Данное обстоятельство возможно преодолеть путём применения композиционных материалов с SiC или углеродными волокнами, чьи механические свойства слабо зависят от температуры.

Проблема высокого остаточного энерговыделения ядерного топлива может решиться путём замены традиционного диоксида урана на дисперсные металлические композиции типа U-Mo, U-Zr или керамическое U<sub>3</sub>Si<sub>2</sub>. Тем не менее, ведутся работы по введению в диоксид урана высокотеплопроводных анизотропных фаз типа графенов для уменьшения накопленной в ядерном материале энергии, что позволит облегчить условия протекания аварии без существенного изменения конструкции активной зоны ядерного реактора.

Отсутствие эффекта самозалечивания у керамических покрытий не позволяет в настоящее время применять керамику в качестве защитного слоя. Однако разработанные в АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» двухслойные покрытия типа Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> позволяют обеспечить оболочку твэла быстрого бридерного реактора БРЕСТ-ОД-300 не только высокой коррозионной стойкостью, но и трещино- и износостойкостью за счёт легирования поверхностного слоя стали алюминием и за счёт расплавления промежуточного слоя при аварийном повышении температуры теплоносителя выше 660 °С.

Проблема низкотемпературного радиационного охрупчивания покрытий и конструкционных материалов остаётся нерешённым в настоящее время эффектом. Авторами работы сделано предположение о том, что причина данного эффекта может быть основана на накоплении электронных дефектов кристаллической структуры. В этом плане необходимо подробное исследование влияния данного эффекта на охрупчивание. Решение этих проблем возможно с использованием физического легирования поверхностного слоя конструкционного материала, покрытия или ядерного материала полупроводниковыми потенциальными ямами типа фуллеренов – эффективных сверхпрочных полых наноловушек для свободных электронов. Определённые успехи в получении новых наноструктурированных материалов с уникальными свойствами, обусловленными физическим легированием нанокомпозитов наноструктурами из углерода, нами уже получены в [32–35]. Это позволяет надеяться на эффективное применение физического легирования для повышения надёжности работы атомных электростанций.

Статья поступила в редакцию 16.07.2018 г.

# БЛАГОДАРНОСТИ

Работа частично выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-07-00897 А).

### ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 18-07-00897 A).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Grubb W.T., King L.H. Nuclear fuel element and container // UK Patent 1584496 A. № 23104/78; fil. 26.05.1978; publ. 11.02.1981. P. 8.
- Nuclear fuel cladding, manufacturing processes and use against oxidation / Brachet J.-C., Billard A., Schuster F. et al. // FR patent 3025929 A1. № 1458933; fil. 17.09.2014; publ. 21.10.2016. P. 43.
- 3. Donaghy R.E., Sherman A.H. Surface coating Zr or Zr alloy nuclear fuel elements // UK Patent 2024262 A. № 7908120; fil. 07.03.1979; publ. 09.01.1980. P. 5.
- 4. Method of applying a burnable poison onto the exterior of nuclear fuel rod cladding / Lahoda E.J., Junker W.R., Congedo T.V., Lareau J.P.//USPatent 7815964 B2; № 2008/0237032 A1; fil. 29.03.2007; publ. 19.10.2010. P. 7.
- Deposition of a protective coating including metal-containing and chromium-containing layers on zirconium alloy for nuclear power applications / Mazzoccoli J.P., Xu P., Ray S. et al. // US Patent 9721676 B2. № 2015/0348652 A1; fil. 27.05.2014; publ. 03.12.2015. P. 11.
- 6. Горячев А.В., Косвинцев Ю.Ю., Лещенко А.Ю. Особенности кинетики высокотемпературного окисления облученных оболочек ВВЭР // Физика и химия обработки материалов. 2009. № 2. С. 14–23.
- 7. Моделирование влияния содержания кислорода в свинце на коррозию хромистых сталей / Мещеринова И.А., Велюханов В.П., Зеленский В.П. и др. // Физика и химия обработки материалов. 2005. № 4. С. 5–11.
- 8. Способ внутриконтурной пассивации стальных поверхностей ядерного реактора / Мартынов П.Н., Асхадуллин Р.Ш., Иванов К.Д. и др. // пат. 2542329 С1 Рос. Федерация: МПК G21С 1/03. № 2013143712/07; заявл. 30.09.2013; опубл. 20.02.2015, Бюл. № 5. 9 с.
- 9. На энергоблоке №2 Нововоронежской АЭС-2 началась установка теплообменников системы пассивного отвода тепла [Электронный ресурс] // Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом» : [сайт]. URL: http://www.rosatom.ru/journalist/ news/na-energobloke-2-novovoronezhskoy-aes-2-nachalas-ustanovka-teploobmennikov-sistemy-passivnogo-otvoda/?sphrase\_id=577886 (дата обращения: 10.11.2018).
- Investigating Potential Accident Tolerant Fuel Cladding Materials and Coatings / Daub K., Persaud S.Y., Rebak R.B. et al. // Proceedings of the 18th International Conference on Environmental Degradation of Materials in Nuclear Power Systems – Water Reactors. 13–17 August 2017, Portland. Vol. 2. Springer International Publishing, 2018. P. 215–234.
- AREVA NP's enhanced accident-tolerant fuel developments: Focus on Cr-coated M5 cladding / Bischoff J., Delafoy C., Vauglin C. et al. // Nuclear Engineering and Technology. 2018. Vol. 50. P. 223–228.
- 12. Chromium-aluminum binary alloy having excellent corrosion resistance and method of manufacturing thereof / Kim H.-G., Kim I.-H., Jung Y.-I. et al. // KR Patent 101691916 B1. № 20140141522A; fil. 20.10.2014; publ. 27.12.2016. P. 15.
- 13. Модификация поверхности циркониевых компонентов ТВС реакторов на тепловых нейтронах с целью повышения их эксплуатационных свойств / Иванова С.В.,

Глаговский Э.М., Хазов И.А. и др. // Физика и химия обработки материалов. 2009. № 3. С. 5–17.

- 14. Вакуумно-дуговые хромовые покрытия для защиты сплава Zr1Nb от высокотемпературного окисления на воздухе / Куприн А.С., Белоус В.А., Брык В.В. и др. // Вопросы атомной науки и техники. 2015. № 2 (96). С. 111–118.
- 15. In-Pile Testing of CrN, TiAlN, and AlCrN Coatings on Zircaloy Cladding in the Halden Reactor / Nieuwenhove R. van, Andersson V., Balak J., Oberlander B. // 18th International Symposium on Zirconium in the Nuclear Industry. Hilton Head, USA, 2016. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2018. P. 965–982.
- 16. Investigation of coatings, applied by PVD, for the corrosion protection of materials in supercritical water / Nieuwenhove R. van., Balak J., Toivonen A. et al. // 6th International Conference on Supercritical Water Reactors. March 2013, Shenzhen, China. China: CGNPC, 2013. P. 1–12.
- 17. HRTEM and chemical study of an ion-irradiated chromium/Zircaloy-4 interface / Wu A., Ribis J., Brachet J.-C. et al. // Journal of Nuclear Materials. 2018. Vol. 504. P. 289–299.
- Capabilities to Improve Corrosion Resistance of Fuel Claddings by Using Powerful Laser and Plasma Sources / Borisov V.M., Trofimov V.N., Sapozhkov A.Yu., Kuz'menko V.A., Mikhaylov V.B., Cherkovets V.Ye., Yakushkin A.A., Yakushin V.L., Dzhumaev P.S. // Physics of Atomic Nuclei. 2016. Vol. 79. No. 14. P. 1–7.
- 19. Структура и механические свойства стали ЭП-823, 20Х12МН и опытных вариантов 12%-ных хромистых сталей после облучения в реакторе БН-350 / Иванов А.А., Шулепин С.В., Дворяшин А.М. и др. // 9-ая Российская конференция по реакторному материаловедению: сборник научных трудов. ОАО «ГНЦ НИИАР», 14–18 сентября 2009. Димитровград: ГНЦ НИИАР, 2009. С. 60–74.
- 20. García Ferré F., et al. Ceramic coatings for innovative nuclear systems // Proceedings of NEA International Workshop on Structural Materials for Innovative Nuclear Systems, 11– 14 July 2016, Manchester, UK. Manchester: University of Manchester, 2016 [Электронный pecypc]. URL: https://www.oecd-nea.org/science/smins4/documents/P2-3\_Ceramiccoatings-for-innovative-nuclear-systems.pdf (дата обращения: 10.11.2018).
- 21. Влияние обработки потоками высокотемпературной импульсной плазмы на коррозионную стойкость стали в различных агрессивных средах / Якушин В.Л., Калин Б.А., Джумаев П.С. и др. // Инженерная Физика. 2007. № 4. С. 49–57.
- Энгелько В.И. Модификация материалов импульсными электронными пучками // Атомтех-2013. Отраслевая научная конференция Госкорпорации «Росатом». МИФИ, 3–4 апреля 2013. Москва: МИФИ, 2013. С. 63–67.
- Laser Plasma Methods for Improving the Corrosion Resistance of EP-823 Steel Fuel-Element Cladding at 650–720°C / Borisov V.M., Trofimov V.N., Kuz'menko V.A., Sapozhkov A.Yu., Mikhaylov V.B., Yakushkin A.A., Cherkovets V.Ye. // Atomic Energy. 2017. Vol. 121. No. 5. P. 344–349.
- 24. Preliminary results of the IAEA review on fuel failures in water-cooled reactors / Dangouleme D., Inozemtsev V., Kamimura K., Killeen J., Kucuk A., Novikov V., Onufriev V., Tayal M. // Revue Gйnйrale Nuclňaire. Numňro 2 (Mars-Avril). TOP FUEL 2009. Les enjeux industriels du combustible: Situation et perspectives – Fuel Industrial Challenges: Present Situation and Prospects. 2010. P. 40–49.
- 25. Adhesion property and high-temperature oxidation behavior of Cr-coated Zircaloy-4 cladding tube prepared by 3D laser coating / Kim H.-G., Kim I.-H., Jung Y.-I. et al. // Journal of Nuclear Materials. 2015. Vol. 465. P. 531–539.
- 26. Effect of dissolved hydrogen on the corrosion behavior of chemically vapor deposited SiC in
a simulated pressurized water reactor environment / Kim D.-J., Lee H.-G., Park J.Y., Park J.-Y., Kim W.-J. // Corrosion Science. 2015. Vol. 98. P. 304–309.

- 27. Application of Coating Technology on Zirconium-Based Alloy to Decrease High-Temperature Oxidation / Kim H.G., Kim I.H., Park J.Y., Koo Y.H. // Zirconium in the Nuclear Industry: 17th International Symposium, STP 1543. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2014. P. 346–369.
- Observations of Accelerated Silicon Carbide Recession by Oxidation at High Water-Vapor Pressures / More K.L., Tortorelli P.F., Keiser J.R., Ferber M.K. // Journal of the American Ceramic Society. 2000. Vol. 83. Iss. 1. P. 211–213.
- 29. Nieuwenhove R. van. Overview of ATF research and ongoing experiments in the Halden reactor (includes new investigations of graphene based fuel) // EU funded Enlargement Workshop with Grants "Materials resistant to extreme conditions for future energy systems". Kyiv, Ukraine, June 12–14, 2017 [Электронный pecypc]. URL: https://www.researchgate.net/publication/317932533\_Overview\_of\_ATF\_research\_and\_ongoing\_experiments\_in\_the\_Halden\_reactor\_includes\_new\_investigations\_of\_graphene\_based\_fuel (дата обращения: 10.11.2018).
- Урванов С.А. Модифицирование углеродного волокна углеродными наноструктурами: дис. ... канд. хим. наук. Троицк, 2016. 155 с.
- Lee S.W., Kim H.T. et al. Performance evaluation of UO<sub>2</sub>/graphene composite fuel and SiC cladding during LBLOCA using MARS-KS // Nuclear Engineering and Design. 2013. Vol. 257. P. 139.
- Cooper-Carbon Nanostructured Composite Coatings with Controlled Structure / Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Markin A.A., Yakovlev A.Yu., Belyaev V.V. // Open Journal of Applied Sciences. 2016. Vol. 6. No. 3. P. 195–207.
- Physical Alloying of Plasma Metallization Nanocomposite Coating by Allotropic Carbon Nanostructures. Pt. 1. Experimental Research / Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Son E.E., Belyaev V.V. // IEEE Transactions on Plasma Science. 2018. Vol. 46. Iss. 5. P. 1775–1780.
- 34. Физическое легирование для управления нанокристаллической структурой и свойствами многофазных композитных металл-углеродных покрытий на базе карбитов / Высикайло Ф.И., Митин В.С., Якушкин А.А., Беляев В.В. // Электронная техника. Серия 3. Микроэлектроника. 2018. № 3 (170). С. 44–58.
- 35. Blank V., Vysikaylo P. et al. C<sub>60</sub>- doping of nanostructured Bi-Sb-Te thermoelectrics // Physica Status Solidi A. 2011. Vol. 208. Iss. 12. P. 2783–2789.

#### REFERENCES

- 1. Grubb W.T., King L.H. Nuclear fuel element and container. In: UK Patent 1584496 A. № 23104/78; fil. 26.05.1978; publ. 11.02.1981. P. 8.
- 2. Brachet J.-C., Billard A., Schuster F. et al. Nuclear fuel cladding, manufacturing processes and use against oxidation. In: *FR patent 3025929 A1.* № 1458933; fil. 17.09.2014; publ. 21.10.2016. P. 43.
- 3. Donaghy R.E., Sherman A.H. Surface coating Zr or Zr alloy nuclear fuel elements. In: UK Patent 2024262 A. № 7908120; fil. 07.03.1979; publ. 09.01.1980. P. 5.
- 4. Lahoda E.J., Junker W.R., Congedo T.V., Lareau J.P. Method of applying a burnable poison onto the exterior of nuclear fuel rod cladding. In: *US Patent 7815964 B2; № 2008/0237032 A1*; fil. 29.03.2007; publ. 19.10.2010. P. 7.
- 5. Mazzoccoli J.P., Xu P., Ray S. et al. Deposition of a protective coating including metal-containing and chromium-containing layers on zirconium alloy for nuclear power applications. In: US *Patent* 9721676 B2. № 2015/0348652 A1; fil. 27.05.2014; publ. 03.12.2015. P. 11.

#### ISSN 2072-8387

- Goryachev A.V., Kosvintsev Yu.Yu., Leshchenko A.Yu. [Features of the kinetics of hightemperature oxidation of irradiated WWPR shells]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2009, no. 2, pp. 14–23.
- Meshcherinova I.A., Velyukhanov V.P., Zelenskii V.P. et al. [Modeling of the influence of oxygen content in lead to corrosion of chromium steels]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2005, no. 4, pp. 5–11.
- 8. Martynov P.N., Askhadullin R.Sh., Ivanov K.D. [Method contour passivation of steel surfaces of a nuclear reactor]. In: *pat. 2542329 S1 Ros. Federatsiya: MPK G21C 1/03. № 2013143712/07*; fil. 30.09.2013; publ. 20.02.2015, Bulletin no. 5. 9 p.
- [Installation of heat exchangers of the passive heat removal system began at power unit No. 2 of Novovoronezh NPP-2]. In: Gosudarstvennaya korporatsiya po atomnoi energii «Rosatom» [The State Atomic Energy Corporation ROSATOM]. Available at: http://www.rosatom. ru/journalist/news/na-energobloke-2-novovoronezhskoy-aes-2-nachalas-ustanovkateploobmennikov-sistemy-passivnogo-otvoda/?sphrase\_id=577886 (accessed: 10.11.2018).
- Daub K., Persaud S.Y., Rebak R.B. et al. Investigating Potential Accident Tolerant Fuel Cladding Materials and Coatings. In: Proceedings of the 18th International Conference on Environmental Degradation of Materials in Nuclear Power Systems – Water Reactors. 13-17 August 2017, Portland. Vol. 2. Springer International Publishing, 2018. P. 215–234.
- Bischoff J., Delafoy C., Vauglin C. et al. AREVA NP's enhanced accident-tolerant fuel developments: Focus on Cr-coated M5 cladding. In: *Nuclear Engineering and Technology*, 2018, vol. 50, pp. 223–228.
- 12. Kim H.-G., Kim I.-H., Jung Y.-I. et al. Chromium-aluminum binary alloy having excellent corrosion resistance and method of manufacturing thereof. In: *KR Patent 101691916 B1. №* 20140141522A; fil. 20.10.2014; publ. 27.12.2016. P. 15.
- Ivanova S.V., Glagovskii E.M., Khazov I.A. et al. [Modification of the surface of zirconium components of fuel assemblies of thermal-neutron reactors in order to increase their operational properties]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2009, no. 3, pp. 5–17.
- 14. Kuprin A.S., Belous V.A., Bryk V.V. et al. [Vacuum-Arc Chromium Coatings for Zr-1Nb Alloy Protection Against High-Temperature Oxidation in Air]. In: *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki* [Problems of Atomic Science and Technology], 2015, no. 2 (96), pp. 111–118.
- 15. Nieuwenhove R. van, Andersson V., Balak J., Oberlander B. In-Pile Testing of CrN, TiAlN, and AlCrN Coatings on Zircaloy Cladding in the Halden Reactor. In: 18th International Symposium on Zirconium in the Nuclear Industry. Hilton Head, USA, 2016. West Conshohocken, PA: ASTM International Publ., 2018. pp. 965–982.
- 16. Nieuwenhove R. van., Balak J., Toivonen A. et al. Investigation of coatings, applied by PVD, for the corrosion protection of materials in supercritical water. In: 6th International Conference on Supercritical Water Reactors. March 2013, Shenzhen, China. China: CGNPC Publ., 2013. pp. 1–12.
- 17. Wu A., Ribis J., Brachet J.-C. et al. HRTEM and chemical study of an ion-irradiated chromium/Zircaloy-4 interface. In: *Journal of Nuclear Materials*, 2018, vol. 504, pp. 289–299.
- Borisov V.M., Trofimov V.N., Sapozhkov A.Yu., Kuz'menko V.A., Mikhaylov V.B., Cherkovets V.Ye., Yakushkin A.A., Yakushin V.L., Dzhumaev P.S. Capabilities to Improve Corrosion Resistance of Fuel Claddings by Using Powerful Laser and Plasma Sources. In: *Physics of Atomic Nuclei*, 2016, vol. 79, no. 14, pp. 1–7.
- 19. Ivanov A.A., Shulepin S.V., Dvoryashin A.M. et al. [Structure and mechanical properties of steel EP-823, 20H12MN and experimental variants of 12% chromium steels after

irradiation in the BN-350 reactor]. In: 9-aya Rossiiskaya konferentsiya po reaktornomu materialovedeniyu: sbornik nauchnykh trudov. OAO «GNTS NIIAR», 14–18 sentyabrya 2009 [9-th Russian conference on reactor materials science: collection of scientific works. JSC "SSC RIAR", 14–18 September 2009]. Dimitrovgrad, SSC RIAR Publ., 2009. pp. 60–74

- 20. García Ferré F., et al. Ceramic coatings for innovative nuclear systems. In: Proceedings of NEA International Workshop on Structural Materials for Innovative Nuclear Systems, 11–14 July 2016, Manchester, UK. Manchester: University of Manchester, 2016. Available at: https:// www.oecd-nea.org/science/smins4/documents/P2-3\_Ceramic-coatings-for-innovativenuclear-systems.pdf (accessed: 10.11.2018).
- Yakushin V.L., Kalin B.A., Dzhumaev P.S. et al. [The effect of high-temperature pulsed plasma flow treatment on the corrosion resistance of steel in various corrosive media]. In: *Inzhenernaya Fizika* [Engineering Physics], 2007, no. 4, pp. 49–57.
- Engel'ko V.I. [Modification of materials from pulsed electron beams]. In: Atomtekh-2013. Otraslevaya nauchnaya konferentsiya Goskorporatsii «Rosatom». MIFI, 3–4 aprelya 2013 [Atomteh-2013. Branch scientific conference of the State Corporation ROSATOM. MEPhI, 3–4 April 2013]. Moscow, MEPhI Publ., 2013. pp. 63–67.
- 23. Borisov V.M., Trofimov V.N., Kuz'menko V.A., Sapozhkov A.Yu., Mikhaylov V.B., Yakushkin A.A., Cherkovets V.Ye. Laser Plasma Methods for Improving the Corrosion Resistance of EP-823 Steel Fuel-Element Cladding at 650–720°C. In: *Atomic Energy*, 2017, vol. 121, no. 5, pp. 344–349.
- 24. Dangouleme D., Inozemtsev V., Kamimura K., Killeen J., Kucuk A., Novikov V., Onufriev V., Tayal M. Preliminary results of the IAEA review on fuel failures in water-cooled reactors. In: *Revue Gănărale Nuclăaire, Număro 2 (Mars-Avril). TOP FUEL 2009. Les enjeux industriels du combustible: Situation et perspectives – Fuel Industrial Challenges: Present Situation and Prospects,* 2010, pp. 40–49.
- 25. Kim H.-G., Kim I.-H., Jung Y.-I. et al. Adhesion property and high-temperature oxidation behavior of Cr-coated Zircaloy-4 cladding tube prepared by 3D laser coating. In: *Journal of Nuclear Materials*, 2015, vol. 465, pp. 531–539.
- 26. Kim D.-J., Lee H.-G., Park J.Y., Park J.-Y., Kim W.-J. Effect of dissolved hydrogen on the corrosion behavior of chemically vapor deposited SiC in a simulated pressurized water reactor environment. In: *Corrosion Science*, 2015, vol. 98, pp. 304–309.
- Kim H.G., Kim I.H., Park J.Y., Koo Y.H. Application of Coating Technology on Zirconium-Based Alloy to Decrease High-Temperature Oxidation. In: *Zirconium in the Nuclear Industry: 17th International Symposium, STP 1543.* West Conshohocken, PA: ASTM International Publ., 2014. pp. 346–369.
- More K.L., Tortorelli P.F., Keiser J.R., Ferber M.K. Observations of Accelerated Silicon Carbide Recession by Oxidation at High Water-Vapor Pressures. In: *Journal of the American Ceramic Society*, 2000, vol. 83, iss. 1, pp. 211–213.
- 29. Nieuwenhove R. van. Overview of ATF research and ongoing experiments in the Halden reactor (includes new investigations of graphene based fuel). In: *EU funded Enlargement Workshop with Grants "Materials resistant to extreme conditions for future energy systems*". *Kyiv, Ukraine, June 12–14, 2017.* Available at: https://www.researchgate.net/publication/317932533\_Overview\_ of\_ATF\_research\_and\_ongoing\_experiments\_in\_the\_Halden\_reactor\_includes\_new\_ investigations\_of\_graphene\_based\_fuel (accessed: 10.11.2018).
- 30. Urvanov S.A. *Modifitsirovanie uglerodnogo volokna uglerodnymi nanostrukturami: dis. ... kand. khim. nauk* [Modification of carbon fiber by carbon nanostructures: PhD thesis in Chemical Sciences]. Troitsk, 2016. 155 p.

ISSN 2072-8387

- Lee S.W., Kim H.T. et al. Performance evaluation of UO<sub>2</sub>/graphene composite fuel and SiC cladding during LBLOCA using MARS-KS. In: *Nuclear Engineering and Design*, 2013, vol. 257, pp. 139.
- 32. Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Markin A.A., Yakovlev A.Yu., Belyaev V.V. Cooper-Carbon Nanostructured Composite Coatings with Controlled Structure . In: *Open Journal of Applied Sciences*, 2016, vol. 6, no. 3, pp. 195–207.
- 33. Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Son E.E., Belyaev V.V. Physical Alloying of Plasma Metallization Nanocomposite Coating by Allotropic Carbon Nanostructures. Pt. 1. Experimental Research. In: *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2018, vol. 46, iss. 5, pp. 1775–1780.
- 34. Vysikaylo P.I., Mitin V.S., Yakushkin A.A., Belyaev V.V. Physical doping for control of nanocrystalline structure and properties of multiphase composite metal-carbon coatings on the basis of transition metal carbide. In: *Elektronnaya tekhnika. Seriya 3. Mikroelektronika* [Electronic Engineering. Series 3. Microelectronics], 2018, no. 3 (170), pp. 44–58.
- 35. Blank V., Vysikaylo P. et al. C<sub>60</sub>- doping of nanostructured Bi-Sb-Te thermoelectrics. In: *Physica Status Solidi A*, 2011, vol. 208, iss. 12, pp. 2783–2789.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Якушкин Алексей Александрович – научный сотрудник Отделения импульсных процессов Государственного научного центра Российской Федерации Троицкого института инновационных и термоядерных исследований; e-mail: yakushkin@triniti.ru;

Высикайло Филипп Иванович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;

e-mail: filvys@yandex.ru.

## INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Aleksey A. Yakushkin* – researcher at the Division of Pulse Processes, State Research Center of Russian Federation 'Troitsk Institute for Innovation & Fusion Research'; e-mail: yakushkin@triniti.ru;

*Philip I. Vysikaylo* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; e-mail: filvys@yandex.ru.

## ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Якушкин А.А., Высикайло Ф.И. Проблемы разрушения поверхности оболочек тепловыделяющих элементов ядерных энергетических установок // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 92–111. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-92-111

## FOR CITATION

Yakushkin A.A., Vysikaylo P.I. Modification of the surface and coating application on fuel cladding tubes for nuclear reactors. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 92–111. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-92-111

УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-112-121

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СВЕРХЧИСТЫХ ГАЗОВ

# Саркисов С.Э.<sup>1</sup>, Рябченков В.В.<sup>1</sup>, Юсим В.А.<sup>1</sup>, Петров С.В.<sup>1</sup>, Сазыкина Т.А.<sup>2</sup>, Говорун И.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»123182, г. Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Российская Федерация

<sup>2</sup> 000 «Texhoum»

125481, г. Москва, ул. Свободы, д. 81, стр. 4, офис 695, Российская Федерация

Аннотация. Проведены комплексные исследования по изучению процесса химического взаимодействия щелочноземельного Ca-Mg сплава с компонентами воздушной среды с целью выяснения перспективы использования активных металлов в качестве альтернативы геттерным материалам, используемым для газоочистки. Экспериментально по массспектрам определена сорбционная активность Ca-10%Mg сплава относительно основных и побочных газообразных компонент. Описаны все химические реакции, протекающие при сорбции газообразных компонент, которые обусловливают общую кинетику протекающих процессов.

*Ключевые слова:* сплавы щелочноземельных металлов, химические соединения, адсорбция, газоочистка.

# PRODUCTION OF SUPER-PURE GASES USING ALKALINE EARTH-METAL ALLOYS

# S. Sarkisov<sup>1</sup>, V. Ryabchenkov<sup>1</sup>, V. Yusim<sup>1</sup>, S. Petrov<sup>1</sup>,

## T. Sazykina<sup>2</sup>, I. Govorun<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Research Center "Kurchatov Institute" pl. Akad. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Ltd "Tekhnoim"

ul. Svobody 81, stroenie 4, office 695, 125481 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** Complex investigations are performed to study the process of chemical interaction of an alkaline-earth Ca-Mg alloy with the components of air in order to find the prospects of using active metals as an alternative to getter materials applied for gas purification purposes. The sorption activity of Ca-10%Mg alloy on main and adverse gaseous components is experimentally determined from the mass spectra. All chemical reactions occurring during the sorption of gaseous components that determine the overall kinetics of proceeding processes are described.

Key words: alkaline earth metal alloys, chemical compounds, adsorption, gas purification.

<sup>©</sup> СС ВҮ С.Э. Саркисов, В.В. Рябченков, В.А. Юсим, С.В. Петров, Т.А. Сазыкина, И.В. Горорич, 2018

И.В. Говорун, 2018.

#### Введение

Газообразные примеси такие, как кислород, азот, водород, являются элементами, широко распространенными в окружающей среде следствием чего их трудно удалить из очищаемого вещества и, наоборот, легко загрязнить уже чистый материал. Поэтому эти примеси чаще всего ограничивают чистоту вещества в целом. Сверхчистые инертные газы играют существенную роль в технологии получения высокочистых перспективных материалов для микроэлектроники, квантовой электроники, медицины и многого другого, где специфические свойства высокочистых веществ приносят новые возможности в области практического применения.

В настоящей работе, впервые, в качестве альтернативы общепринятым геттерным и криогенным технологиям [1], задача возможности очистки многокомпонентной газовой среды от ее отдельных составляющих, решена сочетанием химических и физико-химических (адсорбционно-диффузионных) методов сепарации. Адсорбентом являлся мелкодисперсный порошок реакционного сплава из щелочноземельных металлов, которые сорбируют газы путем роста химических соединений на поверхности частицы металла. Задача состояла в исследовании химической активности материала реакционного сплава по взаимодействию с компонентами воздуха (адсорбат), в первую очередь в отношении кислорода, азота, влаги и образующихся побочных продуктов протекающих химических реакций с участием основных компонентов. Важную роль в процессах адсорбционной газоочистки играет способ контакта газовой смеси с адсорбентом или иначе – режим работы адсорбента. Обычно, в качестве адсорбентов используются пористые (геттерные) материалы с развитой внутренней поверхностью, характеризующейся параметром – удельная поверхность (S<sub>vn</sub>, м<sup>2</sup>/г). В данной работе использовался фильтрующий режим газоочистки, а развитая внутренняя удельная поверхность адсорбента, повышающая сорбционную емкость реакционных металлов, создавалась слоем частиц микронного размера химически активного сорбционного сплава.

#### Получение активного сплава

Изготовление химически активного сплава Ca-10%Mg, производили в высокотемпературной трубчатой вакуумной печи при температурном режиме, в соответствии с фазовой диаграммой Ca-Mg [2]. Тонкостенный тигель из нержавеющей стали длиной 120 мм с шихтой 50 гр. Ca + 5 гр. Mg помещали в печь, откачивали объем до 10<sup>-3</sup>мм.рт.ст., после 200<sup>0</sup>С напускали аргон высокой чистоты (не менее 99,998%) до избыточного давления, доводили шихту до плавления, выдерживали 10-15 минут и затем охлаждали до комнатной температуры при включенной откачки. В вакуумном перчаточном боксе, заполненном аргоном сплав дробили фрезой до мелкодисперсного состояния и полученный порошок с размером частиц 2-5 микрон засыпали в газопроницаемый контейнер (картридж) цилиндрической формы с диаметром 70 мм и высотой 40 мм. Контейнер с металлическим Ca-Mg порошком помещался в лабораторную установку, в которой производился сорбционно-химический процесс взаимодействия с компонентами проточного атмосферного воздуха, подаваемого компрессором. Установка соединялась с квадрупольным масс-спектрометром Pfeiffer HiCube 80Есо, данные с которого записывались количественно в цифровом виде и графически отображались на мониторе ноутбука «Samsung» в виде спектров динамического развития в реальном времени, протекающих в сорбционной установке химических процессов.

### Сорбционная кинетика газов на твердой металлической поверхности

Процесс адсорбции связан с изменением концентрации вещества на границе раздела фаз. Частицы, которые находятся на поверхности твердого тела, обладают избыточной энергией и за счет этого молекулы окружающей среды притягиваются к металлу и концентрируются на его поверхности. Скорость адсорбции  $v_{ag}$  прямо пропорциональна давлению газа *P* и величине свободной поверхности металла:

$$v_{ag} = K_{ag} P(1 - \Theta) \tag{1}$$

где  $\Theta$  – доля поверхности, покрытая адсорбируемыми молекулами,  $K_{ag}$  – константа, характеризующая скорость процесса адсорбции.

Скорость обратного процесса — десорбции — будет прямо пропорциональна поверхности, занятой реагирующими молекулами:

$$v_{\text{dec}} = K_{\text{dec}}\Theta \tag{2}$$

При установлении равновесия в адсорбционном процессе скорость адсорбции равна скорости десорбции:

$$v_{\rm ad} = v_{\rm dec} \tag{3}$$

или

$$K_{aa}P(1-\Theta) = K_{ae}\Theta \tag{4}$$

Здесь величина (1 –  $\Theta$ ) означает долю свободных активных центров адсорбции.

Из уравнения (4) относительно  $\Theta$  получим:

$$\Theta = K_{aa}P / (K_{abc} + K_{aa}P)$$
(5)

или можно записать, как

$$\Theta = aP / (1 + aP) \tag{6}$$

где *а* — адсорбционный коэффициент.

Уравнение (б) носит название изотермы Ленгмюра. При  $\Theta = 1$  происходит образование заполненного монослоя. Это означает, что все активные центры на поверхности металла полностью заполнены адсорбированным веществом и дальнейшее увеличение его парциального давления в газовой фазе не влияет на количество вещества, адсорбированного на поверхности твердого тела.

При низком давлении газа:

$$\Theta = aP \tag{7}$$

То есть, если  $1+aP \sim 1$ , то при этих условиях степень заполнения поверхности мала и пропорциональна давлению. Выражение (7) отражает закон распределения и носит название изотермы Генри. В соответствии с законом Генри число молекул, соударяющихся с поверхностью в единицу времени, пропорционально давлению газа, а вероятность молекулы найти незанятую площадку пропорциональна числу молекул.

Для удаления микропримеси должен быть использован адсорбент, обладающей высокой селективностью именно к микропримеси. Поскольку в исходных чистых веществах, которые поступают на глубокую очистку, соотношение концентраций основного вещества и микропримеси отвечает величине ~  $10^5$  то, даже если селективность адсорбента по микропримеси равна 10<sup>3</sup>, отношение степеней заполнения поверхности микро- и макрокомпонентами находится в диапазоне 0,1 – 0,001 [3]. Другими словами, очень незначительная доля активной поверхности адсорбента используется при адсорбции микропримесей [4,5]. Адсорбция может быть мономолекулярной и полимолекулярной. В последнем случае на поверхности адсорбента образуется несколько слоев. Первый мономолекулярный слой обусловлен силами взаимодействия между поверхностью твердого тела и адсорбатом. Второй и последующие слои удерживаются ван-дер-ваальсовскими силами. Слои адсорбата распределяются по поверхности неравномерно. На некоторых участках их может быть два или три слоя. На Рис. 1 представлена изотерма адсорбции кислорода [6]. Участки ав и bc отвечают мономолекулярной адсорбции, участок cd — полимолекулярной.



Рис. 1. Изотерма адсорбции кислорода.

#### Результаты и их обсуждение

Изучалось химическое взаимодействие частиц щелочноземельного сплава с газовыми компонентами воздуха (основной состав по массе: N<sub>2</sub> – 75.5%; O<sub>2</sub> – 23.15%; H<sub>2</sub>O- влага). Разницу и преимущества метода химической очистки газов по сравнению с известными типами геттерной очистки наглядно демонстрируют кинетические зависимости сорбционных механизмов известных металлических сорбентов. На Рис. 2 показаны два типа сорбционного поведения металлов (кривые 1 и 2), которые используются в геттерных технологиях [7,8]. Здесь

2018 / № 4

N – количество газа, сорбированного единицей площади поверхности металла к моменту времени t. Кривая 1 описывает сорбционный закон для переходных металлов вроде Ti, V, Zr, Ni и др. при комнатной температуре. Адсорбция прекращается при  $t=t_p$ , когда поверхность насыщается атомами газа. Этому пассивированному состоянию отвечает предельное значение  $N_1^*$ . Кривая 2 описывает случай абсорбции, когда газы растворяются в объеме геттерного материала. Величина N при абсорбции асимптотически приближается к значению  $N_2^*$ , которое ограничено максимальной растворимостью газа в металлах данного класса.



*Рис. 2.* Сорбционное поведение металлов согласно кинетическому закону N(t).

Поведение процессов сорбции (пунктирные линии), описываемых зависимостями, которые следуют параболическому закону  $N_3$  (кривая 3) или линейному  $N_4$  (кривая 4) должны быть характерны для случаев, когда в соответствии с кинетическим законом N(t), идет непрерывный процесс и до конца, т.е. когда идут химические реакции газовых компонент с реакционными металлами до тех пор, пока весь металл не будет израсходован в результате реакции Me + X = MeX, где Me – металл, X- сорбируемый газ, MeX – продукт реакции. К таким реакционным сорбентам относятся щелочные и щелочноземельные металлы и их сплавы. В итоге можно записать соотношение предельных значений  $N^*$ :

$$N_{4}^{*} = N_{3}^{*} > N_{2}^{*} >> N_{1}^{*}$$
(8)

Химические реакции, протекающие при сорбции газообразных компонент и обусловливающие общую кинетику протекающих процессов, приведены в Таблице 1.

№	Реакции кальция	№	Реакции магния
1	$Ca + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + H_2\uparrow (obp. H_2)$	7	$Mg + 2H_2O \rightarrow Mg(OH)_2 + H_2↑$ (обр. $H_2$ )
2	$Ca + H_2 \rightarrow CaH_2$ (сорбция H <sub>2</sub> )	8	$Mg + H_2 \rightarrow MgH_2$ (сорбция $H_2$ )
3	3Ca + N <sub>2</sub> → Ca <sub>3</sub> N <sub>2</sub> (сорбция N <sub>2</sub> )	9	$3Mg + N_2 \rightarrow Mg_3N_2$ (сорбция N <sub>2</sub> )

Таблица 1. Химические реакции процесса газоочистки

201	8/	N⁰	4
201	υ/	11-	4

N⁰	Реакции кальция	N⁰	Реакции магния
4	$Ca_3N_2 + 6H_2O \rightarrow 3Ca(OH)_2 + 2NH_3\uparrow$	10	$Mg_3N_2+8H_2O \rightarrow 3Mg(OH)_2+2NH_3.H_2O$
	(обр. NH <sub>3</sub> )		(обр. гидрата NH <sub>3</sub> )
5	$6Ca + 2NH_3 \rightarrow Ca_3N_2 + 3CaH_2$	11	$3Mg + 2NH_3 \rightarrow Mg_3N_2 + 3H_2^{\uparrow}$
	(сорбция NH <sub>3</sub> )		(сорбция NH3 с обр. Н2)
6	$2Ca + O_2 \rightarrow 2CaO (сорбция O_2)$	12	$2Mg+O_2 \rightarrow 2MgO$ (сорбция O <sub>2</sub> , легко)

П р и м е ч а н и е: Жирным шрифтом выделены образующиеся побочные продукты химических реакций с основными газовыми компонентами и их химические реакции (сорбция) с щелочноземельными металлами. Исключив H<sub>2</sub>O путем предварительного вымораживания в азотной ловушке перед напуском воздуха (газа) в химический реактор, можно избавиться от нежелательных побочных продуктов реакций – H<sub>2</sub> и NH<sub>3</sub> (реакции: 1, 4, 7, 10, 11).

Исследования химической активности Ca-10%Mg сплава по взаимодействию с газообразными компонентами воздушной среды проводились с использованием мелкодисперсного порошка указанного сплава, картридж с которым устанавливали в сорбционном аппарате, соединенным с масс-спектрометром. Полученные результаты анализа масс-спектров, снятых при комнатной температуре и нагревании до 330 °C, приведены в Таблице 2.

-		•
Газообразный компонент	Величина сорбции % от температуры (°C)	Время сорбции <i>t</i> , мин. от температуры (°C)
Кислород (O <sub>2</sub> )	100 (25)	0,7 (25)
Азот (N <sub>2</sub> )	40 (25)	0,8 (25)
	90 (330)	2,5 (330)
Влага	60 (25)	1,4 (25)
	100 (25)	2,7 (25)
Водород (Н2)	50 (25)	2,5 (25)
	90 (25)	3,8 (25)
Аммиак-16	100 (330)	1,3 (330)
Аммиак-17	95 (25)	2,6 (25)
	100 (330)	1,5 (330)

Таблица 2. Сорбционная активность Ca-10%Mg сплава

Результаты, приведенные в Таблице 2, показывают, что при определенных температурных условиях величина сорбции основных и побочных газообразных компонентов может достигать 80-100%. Для выбора более эффективных сорбентов необходимо синтезировать новые виды сплавов из щелочных и щелочноземельных металлов, например, двойных, тройных и более многокомпонентных сплавов на основе Са, Mg, Ba с добавками Al, Li и Sr. Концентрация основных реакционных металлов в этих сплавах должна быть не менее 50%.

#### Заключение

Результаты показывают, что процесс проведения химических реакций в фильтрующем режиме (или режиме кипящего слоя) с использованием щелочноземельных металлов в качестве сорбционных материалов, является эффективным методом высокой очистки любых газов, в том числе инертных от нежелательных газообразных примесей. Этот метод является альтернативным по отношению к традиционным методам очистки газов, таким как геттерная очистка (где необходимо наличие химического сродства между сорбентом и сорбатом), а также криогенному способу. К преимуществам настоящего метода относится:

– отсутствие источников загрязнения, которые появляются в геттерных технологиях, использующих высокотемпературный (до 2000 °C) нагрев очищающего материала. Как известно, повышение температуры стимулирует реакции с образованием летучего побочного продукта, а также увеличивает диффузную подвижность газовых частиц через стенку колонны;

 сверхвысокая реакционность измельченных твердых тел при комнатной температуре. Порошки, получаемые механическим разрушением активных сплавов обеспечивают ускоренное протекание реакций и диффузионных процессов;

 высокая сорбционная емкость реакционных щелочных и щелочноземельных металлов на порядки величины больше, чем у переходных металлов, используемых в геттерных технологиях. Это случай, когда реакционные металлы в отличие от геттерных материалов сорбируют газы непрерывно и до конца, пока весь металл не будет израсходован в результате химической реакции с адсорбатом;

– использование для газоочистки реакционных порошков, стоимость которых в десятки раз ниже, чем у геттерных металлов Zr, V, Ti и др. – намного выгоднее экономически.

Известно, что геттерные и криогенные газоочистительные системы коммерчески выгодны при условии, что входящий в систему газ имеет чистоту не ниже 4,5N, т.е. содержит 99,995% основного вещества [9]. Полученные результаты эффективной сорбции компонент составляющих воздух (т.е., когда их относительная концентрация очень высокая) позволяют предположить, что он тем более должен быть рентабельным в случае, когда исходным продуктом будет служить, например, инертный газ даже технической чистоты 90-99%, т.е., когда концентрация примесей азота, кислорода, влаги и др. на порядки ниже чем в составе воздуха. Представленный новый метод газоочистки в этом отношении является прорывным событием в области геттерной очистки.

Статья поступила в редакцию 08.10.2018 г.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержки РФФИ (гранты 18-08-00438, 18-08-00291, 18-08-00523, 17-08-00443).

## **AKNOWLEDGMENTS**

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant Nos 18-08-00438, 18-08-00291, 18-08-00523, and 17-08-00443).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Головко Г.А. Криогенное производство инертных газов. Л.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1983. 416 с.
- 2. Диаграммы состояния двойных металлических систем : в 3 томах / под ред. Лякишева Н.П. М.: Машиностроение, 1996–2000.
- 3. Русанов А.И. Фазовые равновесия и поверхностные явления. Л.: Химия, 1967. 388 с.
- 4. Беринг Б.П., Майерс А.Л., Серпинский В.В. О механизме абсорбции воды полимерами // Доклады АН СССР. 1970. Т. 193. № 1. С. 119.
- Dubinin M.M. Physical Adsorption of Gases and Vapors in Micropores // Progress in Surface and Membrane Science. 1975. Vol. 9. P. 1.
- 6. Шумяцкий Ю.И., Афанасьев Ю.М. Адсорбция: процесс с неограниченными возможностями. М.: Высшая школа, 1998. 78 с.
- Hseuh H.C., Lanni C. Evaluation of Zr-V-Fe getter pump for UHV system // Journal of Vacuum Science & Technology A. 1983. Vol. 1. Iss. 2. P. 1283–1287.
- 8. Giorgi T.A. Getters and Gettering // Japanese Journal of Applied Physics. 1974. Vol. 13. Supplement 2-1. P. 53–60.
- 9. Megatorr line brochure: Area and House Gas Purification. USA: SAES Getters Inc., 2003. 20 p.

## REFERENCES

- 1. Golovko G.A. *Kriogennoe proizvodstvo inertnykh gazov* [Cryogenic production of inert gases]. Leningrad, Mashinostroenie, Leningradskoe otdelenie Publ., 1983. 416 p.
- Lyakishev N.P., ed. Diagrammy sostoyaniya dvoinykh metallicheskikh sistem: v 3 tomakh [State diagrams of double metallic systems: in 3]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1996– 2000.
- 3. Rusanov A.I. *Fazovye ravnovesiya i poverkhnostnye yavleniya* [Phase equilibrium and surface phenomena]. Leningrad, Khimiya Publ., 1967. 388 p.
- 4. Bering B.P., Maiers A.L., Serpinsky V.V. [On the mechanism of water absorption by polymers]. In: *Doklady Akad. Nauk SSSR* [Doklady of the USSR Academy of Sciences], 1970, vol. 193, no. 1, pp. 119.
- 5. Dubinin M.M. Physical Adsorption of Gases and Vapors in Micropores. In: *Progress in Surface and Membrane Science*, 1975, vol. 9, pp. 1.
- 6. Shumyatskii Yu.I., Afanas'ev Yu.M. *Adsorbtsiya: protsess s neogranichennymi vozmozhnostyami* [Adsorption: a process with unlimited possibilities]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1998. 78 p.
- 7. Hseuh H.C., Lanni C. Evaluation of Zr-V-Fe getter pump for UHV system. In: *Journal of Vacuum Science & Technology A*, 1983, vol. 1, iss. 2, pp. 1283–1287.
- 8. Giorgi T.A. Getters and Gettering. In: *Japanese Journal of Applied Physics*, 1974, vol. 13, Supplement 2-1, pp. 53–60.

9. Megatorr line brochure: Area and House Gas Purification. USA: SAES Getters Inc., 2003. 20 p.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Саркисов Степан Эрвандович – кандидат физико-математических наук, начальник Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com;

*Рябченков Владимир Васильевич* – кандидат физико-математических наук, заместитель руководителя Управления нераспространения и физической защиты Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: RVV55@yandex.ru;

Юсим Валентин Александрович – старший научный сотрудник Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: Yusim\_VA@nrcki.ru;

Петров Сергей Владимирович – инженер Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: pilzener@mail.ru;

*Сазыкина Татьяна Александровна* – кандидат технических наук, начальник лаборатории математических методов ООО «Техноим»; e-mail: sz@lokip.ru;

*Говорун Игорь Викторович* – начальник группы алгоритмов и программ ООО «Техноим»; e-mail: pz@lokip.ru.

## **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

Stepan E. Sarkisov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials, National Research Center "Kurchatov Institute";

e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com;

*Vladimir V. Ryabchenkov* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Deputy Head of the Department of Nonproliferation and Physical Protection, National Research Center "Kurchatov Institute";

e-mail: RVV55@yandex.ru;

*Valentin A. Yusim* – Senior Researcher of the Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials, National Research Center "Kurchatov Institute"; e-mail: Yusim\_VA@nrcki.ru;

**\_120** /

*Sergei V. Petrov* – Engineer of the Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials, National Research Center "Kurchatov Institute"; e-mail: pilzener@mail.ru;

*Tatyana A. Sazykina* –PhD in Technical Sciences, Head of the Laboratory of Mathematical Methods, Ltd "Tekhnoim"; e-mail: sz@lokip.ru;

*Igor V. Govorun* – Chief of the Group of Computing Algorithms, Ltd "Tehhnoim; e-mail: pz@lokip.ru.

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Саркисов С.Э., Рябченков В.В., Юсим В.А., Петров С.В., Сазыкина Т.А., Говорун И.В. Использование щелочноземельных металлических сплавов для получения сверхчистых газов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 112-121. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-112-121

#### FOR CITATION

Sarkisov S.E., Ryabchenkov V.V., Yusim V.A., Petrov S.V., Sazykina T.A., Govorun I.V. Production of super-pure gases using alkaline earth-metal alloys. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 112-121. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-112-121

# УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-122-126

# КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ КЛАСС СОЕДИНЕНИЙ С ПЕРЕСТРАИВАЕМЫМ ЭФФЕКТИВНЫМ АТОМНЫМ НОМЕРОМ Z ДЛЯ ДЕТЕКТОРОВ ГАММА-НЕЙТРОННОГО ДИАПАЗОНА

# Саркисов С.Э.<sup>1</sup>, Рябченков В.В.<sup>1</sup>, Юсим В.А.<sup>1</sup>, Сметанин М.Ю.<sup>2</sup>, Шайхатаров О.К.<sup>3</sup>, Самонов А.С.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» 123182, г. Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Российская Федерация

- <sup>2</sup> 000 «Техноим» 125481, г. Москва, ул. Свободы, д. 81, стр. 4, офис 695, Российская Федерация
- <sup>3</sup> Автономная некоммерческая организация «Центр Прикладных Компьютерных Технологий»

125481, г. Москва, ул. Свободы, д. 81, стр. 4, офис 695/2, Российская Федерация

**Аннотация.** Предложен способ направленного поиска кристаллических сцинтилляторов с заранее заданными свойствами по чувствительности к нейтронному и γ-излучению путём изменения параметра Z в зависимости от состава кристаллической матрицы. В качестве матриц выбраны разупорядоченные фторсодержащие кристаллические среды. Рассчитаны значения изменения параметра Z для кристаллических твёрдых растворов смешанных кристаллов Li(Y<sub>1-x</sub>Lu<sub>x</sub>)F<sub>4</sub> и Ba(Y<sub>1-x</sub>Yb<sub>x</sub>)<sub>2</sub>F<sub>8</sub> в диапазоне коэффициента «х» от 0 до 1.

*Ключевые слова:* сцинтиллятор, фториды, смешанные и простые кристаллы, кристаллические твёрдые растворы, лёгкие и тяжёлые сцинтилляторы.

# CRYSTALLINE COMPOUNDS WITH TUNABLE EFFECTIVE ATOMIC NUMBER Z FOR GAMMA AND NEUTRON DETECTORS

# *S. Sarkisov*<sup>1</sup>, *V. Ryabchenkov*<sup>1</sup>, *V. Yusim*<sup>1</sup>, *M. Smetanin*<sup>2</sup>, *O. Shaihatarov*<sup>3</sup>, *A. Samonov*<sup>3</sup>

<sup>1</sup> National Research Center "Kurchatov Institute" pl. Akad. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Ltd "Tekhnoim"

ul. Svobody 81, stroenie 4, office 695, 125481 Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup> Autonomous non-profit organization "Center for Applied Computer Technologies" ul. Svobody 81, stroenie 4, office 695/2, 125481 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** A method for directional search of crystalline scintillators with predetermined properties on sensitivity to  $\gamma$  and neutron emissions is proposed on the basis of Z-parameter variation as a function of the crystal host composition. Disordered fluoride crystal media are

<sup>©</sup> СС ВҮ С.Э. Саркисов, В.В. Рябченков, В.А. Юсим, М.Ю. Сметанин, О.К. Шайхатаров,

А.С. Самонов, 2018.

used as the host materials. Changes in the Z parameter for crystalline solid solutions of the mixed  $Li(Y_{1-x}Lu_x)F_4$  and  $Ba(Y_{1-x}Yb_x)_2F_8$  crystals within *x*-coefficients from 0 to 1 are calculated. *Key words:* scintillator, fluorides, mixed and simple crystals, crystalline solid solutions, light and heavy scintillators.

Одними из основных ориентиров при выборе сцинтиллятора (СЦ) для детектирования того или иного ионизирующего излучения являются такие параметры, как эффективный атомный номер (Z) и плотность ( $\rho$ ) матрицы. От их величины зависит способность кристаллической матрицы задерживать рентгеновские или  $\gamma$  – лучи, т.е. чувствительность сцинтиллятора к детектированию последних. В первом приближении эта способность является функцией ~  $\rho Z^4$  (где  $Z = (\Sigma w_i z_i^4)^{1/4}$ , здесь  $w_i$  и  $z_i$  – означают массовую долю и атомный номер i-го элемента среди элементов, составляющих матрицу). Фториды тяжелых металлов (Y, La, Ce, Gd, Yb, Lu, Pb, Zr, Hf), имеющих большие величины плотностей (например,  $\rho(YF_3) = 5,06 \text{ г/см}^3$ ,  $\rho(LuF_3) = 8,3 \text{ г/см}^3$ ) и эффективных атомных номеров проявляют чувствительность к рентгеновскому и гамма-излучению, а монокристаллы, состоящие из фторидов легких металлов (например,  $\rho(LiF) = 2,64 \text{ г/см}^3$ ) чувствительны к нейтронному излучению.

Настоящее исследование посвящено перспективному способу направленного поиска сцинтилляторов с заранее заданными свойствами, необходимыми для детектирования тех или иных типов излучения, путем выращивания монокристаллов из твердых растворов, которые образуют смешанные фторидные системы [1, 2]. В отличие от простых кристаллов со строго стехиометрическим составом, составы кристаллических твердых растворов можно монотонно менять в сторону больших или меньших значений плотностей и эффективных атомных номеров компонентов, образующих состав твердого раствора, в зависимости от того, какой тип сцинтиллятора, и с какими параметрами требуется получить<sup>1</sup>.

В качестве примера рассмотрим простые кристаллы со стехиометрическими составами LiYF<sub>4</sub> (Z = 40), LiLuF<sub>4</sub> (Z = 44) и образующие ими непрерывный ряд твердых растворов в системе LiF – YF<sub>3</sub> – LuF<sub>3</sub> с общей стехиометрической формулой составов Li(Y<sub>1-x</sub> Lu<sub>x</sub>)F<sub>4</sub>, имеющих максимальное значение Z равное 92 при x = 0,55-0,65 (см. Рис.1). Здесь, «легкий» сцинтиллятор LiYF<sub>4</sub> (Z = 40) известен в качестве детектора нейтронного излучения, а смешанный кристалл Li(YLu)F<sub>4</sub>, имеющий Z = 92 можно характеризовать как «тяжелый» сцинтиллятор для регистрации рентгеновского и гамма-излучения. Небольшая добавка в 5% LiLuF<sub>4</sub> к LiYF<sub>4</sub> увеличивает его Z с 40 до 75, сравнимо с PbWO<sub>4</sub> (Z = 73), используемого в настоящее время в Большом Адронном Коллайдере (LHC) в CERN. Таким образом, в ряду твердых растворов Li(Y<sub>1-x</sub>Lu<sub>x</sub>)F<sub>4</sub> при 0 < x < 1, где Z меняется, проходя через максимум от 40  $\rightarrow$  92  $\rightarrow$  44 можно, задавая параметр Z направленно синтезировать нужный состав в зависимости от решаемой задачи детектирования нужного типа излучения. И наоборот, синтезировать кристаллический сцин

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Саркисов С.Э., Рябченков В.В. Сцинтилляционный материал для регистрации ионизирующего излучения. (Варианты): Патент РФ №2627573 от 08.08.2017 г.

тиллятор конкретного кристаллохимического состава с заданным параметром Z. Кроме того, твердые растворы Li  $(Y_{1-x} Lu_x)$  F<sub>4</sub> имеют большую изоморфную емкость по отношению к ионам цериевой подгруппы, чем простые кристаллы LiYF<sub>4</sub> и LiLuF<sub>4</sub>. Это позволяет создавать яркие сцинтилляторы с высокими значениями интенсивности излучения Іизл. за счет возможности введения больших концентраций ионов Ce<sup>3+</sup> (или Pr<sup>3+</sup>) в кристаллическую решетку твердых растворов. По характеристикам ρ, Z и Іизл кристаллы твердых растворов различных смешанных составов, в том числе с небольшими добавками других лантаноидов с примесью Ce<sup>3+</sup> или Pr<sup>3+</sup> (интегральный световыход может достигать до 27000 фотонов/Мэв) значительно превосходят известные сцинтилляторы PbWO<sub>4</sub> (200 фотонов/Мэв), а по быстродействию  $\tau_{_{изл}} = 10-15$  нс практически не уступают последним. При этом в случае активирования ионами Pr<sup>3+</sup> они излучают в красной спектральной области ~ 0,6 мкм (переход  ${}^{3}P_{0} \rightarrow {}^{3}H_{6}$  иона  $Pr^{3+}$ ), где существуют многочисленные чувствительные приемники излучения (ФЭУ). На Рис. 1 приведены рассчитанные значения Z для еще более «тяжелых» сцинтилляторов  $Ba(Y_{1-x}Yb_x)_2F_8$ , которые можно синтезировать в ряду твердых растворов системы ВаF<sub>2</sub> – YF<sub>3</sub> – YbF<sub>3</sub> максимальное значение Z у соединений этого ряда достигает 125, что приблизительно до 2-ух раз выше, чем у PbWO<sub>4</sub>.

Из вышеизложенного материала следует, что путем синтеза кристаллических твердых растворов определенных составов внутри одного кристаллохимического класса можно создавать сцинтилляторы, чувствительные к определенному типу ионизирующего излучения в широком диапазоне от нейтронного до γ.



Рис. 1. Рассчитанные значения изменения параметра Z от состава кристаллических твердых растворов смешанных кристаллов Li  $(Y_{1-x} Lu_x) F_4$  (кривая 1) и Ba $(Y_{1-x}Yb_x)_2F_8$  (кривая 2).

Статья поступила в редакцию 01.10.2018 г.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 18-08-00291, 17-08-00963, 17-08-00680, 18-08-00495, 18-08-00697).

### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant Nos 18-08-00291, 17-08-00963, 17-08-00680, 18-08-00495, and 18-08-00697).

### ЛИТЕРАТУРА

- Kaminskii A.A., Sarkisov S.E. Thermodynamical Consideration of the Peculiarities of Activator Ion Quasicentres in Disordered Laser Crystals // Physica Status Solidi (a). 1991. Vol. 123. Iss. 1. P. 213–219.
- 2. Каминский А.А., Саркисов С.Э. Физика и спектроскопия лазерных кристаллов. М.: Наука, 1986. 272 с.

### REFERENCES

- 1. Kaminskii A.A., Sarkisov S.E. Thermodynamical Consideration of the Peculiarities of Activator Ion Quasicentres in Disordered Laser Crystals. In: *Physica Status Solidi (a)*, 1991, vol. 123, iss. 1, pp. 213–219.
- 2. Kaminskii A.A., Sarkisov S.E. *Fizika i spektroskopiya lazernykh kristallov* [Physics and spectroscopy of laser crystals]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 272 p.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Саркисов Степан Эрвандович – кандидат физико-математических наук, начальник Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com;

Рябченков Владимир Васильевич – кандидат физико-математических наук, заместитель руководителя Управления нераспространения и физической защиты Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: RVV55@yandex.ru;

Юсим Валентин Александрович – старший научный сотрудник Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; e-mail: Yusim\_VA@nrcki.ru;

*Сметанин Михаил Юрьевич* – кандидат технических наук, начальник лаборатории переноса излучений ООО «Техноим»; e-mail: sm@lokip.ru;

Шайхатаров Олег Карипович – начальник группы программных систем ООО «Техноим»; начальник лаборатории Автономной некоммерческой организации «Центр Прикладных Компьютерных Технологий»; e-mail: ok@lokip.ru;

\_**125** /

Самонов Алексей Сергеевич - ведущий специалист ООО «Техноим»; ведущий специалист Автономной некоммерческой организации «Центр Прикладных Компьютерных Технологий»;

e-mail: sa@lokip.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

Stepan E. Sarkisov - PhD in Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials, National Research Center "Kurchatov Institute";

e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com4

Vladimir V. Ryabchenkov - PhD in Physical and Mathematical Sciences, Deputy Head of the Department on Nonproliferation and Physical Protection, National Research Center "Kurchatov Institute";

e-mail: RVV55@yandex.ru;

Valentin A. Yusim - Senior Researcher of the Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials, National Research Center "Kurchatov Institute"; e-mail: Yusim\_VA@nrcki.ru;

Mihail Yu. Smetanin - PhD in Technical Sciences, Head of Radiation Transfer Laboratory, Ltd "Tehhnoim";

e-mail: sm@lokip.ru;

Oleg K. Shaihatarov – Head of the Group of Software Systems, Ltd "Tekhnoim"; Head of Laboratory, Autonomous Non-Profit Organization "Center for Applied Computer Technologies"; e-mail: ok@lokip.ru;

Alexey S. Samonov - Leading Specialist, Ltd "Tekhnoim"; Leading Specialist, Autonomous Non-Profit Organization "Center for Applied Computer Technologies"; e-mail: sa@lokip.ru.

## ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Рябченков В.В., Юсим В.А., Сметанин М.Ю., Саркисов С.Э., Шайхатаров О.К., Самонов А.С. Кристаллический класс соединений с перестраиваемым эффективным атомным номером Z для детекторов гамма-нейтронного диапазона // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. C. 122-126.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-122-126

#### FOR CITATION

Sarkisov S.E., Ryabchenkov V.V., Yusim V.A., Smetanin M.Yu., Shaihatarov O.K., Samonov A.S. Crystalline compounds with tunable effective atomic number Z for gamma and neutron detectors. In: Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics, 2018, no. 4, pp. 122-126.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-122-126

## УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-127-139

# АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОВЕДЕНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ В ТЕРМОЭМИССИОННОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ ЯЗУ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА НА КЛАСТЕРНОЙ АРХИТЕКТУРЕ

# Басалаев А.А.<sup>4</sup>, Клосс Ю.Ю.<sup>1,2</sup>, Любимов Д.Ю.<sup>1,3</sup>, Квасов И.Е.<sup>4</sup>, Шувалов П.В.<sup>4</sup>, Щербаков Д.В.<sup>1</sup>, Захаров А.А.<sup>4</sup>

- <sup>1</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет) 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9, Российская Федерация
- <sup>2</sup> Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» 123182, г. Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Российская Федерация
- <sup>3</sup> Научно-производственное объединение «Луч» 142100, Московская область, г. Подольск, ул. Железнодорожная, д. 24, Российская Федерация
- <sup>4</sup> ООО «Лаборатория открытого кода и приложений» 123060, г. Москва, ул. Берзарина, д. 19, Российская Федерация

Аннотация. Данная работа посвящена моделированию поведения газообразных продуктов деления: Кг и Хе в межэлектродном зазоре ядерной энергетической установки. Для проведения анализа используется метод численного решения уравнения Больцмана с использованием двумерных сеток. Для моделирования процессов был реализован программный комплекс, позволяющий проводить вычисления на кластерной архитектуре за счёт разделения пространственных ячеек между параллельными узлами. Были получены данные по распределениям ГПД в полости межэлектродного зазора в состоянии термодинамического равновесия с заданными граничными условиями.

*Ключевые слова:* разреженный газ, смесь газов, уравнение Больцмана, консервативный проекционный метод, численное моделирование

# ANALYSIS OF THE BEHAVIOR OF RADIONUCLIDES IN THE THERMO-EMISSION CONVERTER OF A NUCLEAR POWER PLANT BASED ON THE SOLUTION OF THE BOLTZMAN EQUATION ON CLUSTER ARCHITECTURE

# A. Basalaev<sup>4</sup>, U. Kloss<sup>1,2</sup>, D. Lubimov<sup>1,3</sup>, I. Kvasov<sup>4</sup>, P. Shuvalov<sup>4</sup>, D. Sherbakov<sup>1</sup>, A. Zaharov<sup>4</sup>

- <sup>1</sup> Moscow Institute of Physics and Technology (State University) Institutskii per. 9, 141701 Dolgoprudniy, Moscow region, Russian Federation
- <sup>2</sup> National Research Center "Kurchatov Institute" pl. Akad. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

<sup>©</sup> СС ВҮ Басалаев А.А., Клосс Ю.Ю., Любимов Д.Ю., Квасов И.Е., Шувалов П.В., Щербаков Д.В., Захаров А.А., 2018.

ISSN 2072-8387

- <sup>3</sup> "Luch" Scientific Production Association ul. Zheleznodorozhnaya 24, 142100 Podolsk, Moscow region, Russian Federation
- <sup>4</sup> Open Source Lab and Applications Ltd ul. Berzarina 19, 123060 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** The paper is devoted to modeling the behavior of gaseous fission products: Kr and Xe in the interelectrode gap of a nuclear power plant. For analysis, the method of numerical solution of the Boltzmann equation using two-dimensional grids is used. To simulate the processes, a software package was implemented that allows calculations to be performed on cluster architecture due to separation of spatial cells between parallel nodes. Data were obtained on the distribution of the GPA in the cavity of the interelectrode gap in the state of thermodynamic equilibrium with the given boundary conditions.

*Key words:* rarefied gas, gas mixture, Boltzmann equation, conservative projection method, numerical simulation.

#### Введение

Одним из перспективных направлений в современной физике является создание космических аппаратов, способных развивать высокую энергетическую мощность, например, для круглосуточного наблюдения за техногенными и природными процессами в различных регионах земли. Уровни необходимой мощности на данный момент не могут быть достигнуты с использованием традиционных солнечных энергетических установок, поэтому создание ядерных установок является востребованной задачей. В проектных разработках космических ядерных энергетических установок получили развитие термоэмиссионные реакторы-преобразователи на тепловых и промежуточных нейтронах [2, с.20]. Одним из элементов такого реактора является электрогенерирующий канал (ЭГК), содержащий вентилируемый твэл с ядерным топливом на основе диоксида урана. На работоспособность многоэлементного ЭГК с оксидным ядерным топливом с сообщающимися полостями твэла и межэлектродного зазора (МЭЗ) и, в частности, на изменение выходных электрических характеристик влияют многочисленные факторы, например, наличие в МЭЗ продуктов деления, образующихся в топливе при работе реактора [7, с.34]. Металлические продукты деления и их оксиды попадают в МЭЗ диффундируя через ловушку и газоотводящий тракт, конденсируясь на стенках, однако газообразные продукты деления (ГПД), например, Кг и Хе не конденсируются на ловушке и газоотводящем тракте попадая в МЭЗ ЭГК и далее вакуумно-цезиевую систему [4, с.216]. В процессе диффузии радионуклидов через вакуумно-цезиевую систему происходит их бета-распад, образующиеся в результате Ва и Sr оказывают существенное влияние на выходную электрическую мощность ЭГК из-за адсорбции на стенках коллектора [3, с. 323]. Для обоснования и отработки схемы реактора проводятся испытания в петлевом канале [9, с. 50], с помощью у – спектрометрической системы, размещенной на вакуумном трубопроводе линии откачки, регистрируются радионуклиды и измеряются объемные активности откачиваемых газов. Проблемной задачей в такой схеме ЭКГ является определение давлений и потоков ГПД в вакуумно-цезиевой системе, поскольку оценки выхода радиоактивных газов из топлива трудоемки и не позволяют с приемлемой точностью определить потоки ГПД через газоотводное устройство в МЭЗ.

Целью работы является: определение потока ГПД в МЭЗ из газоотводящего тракта по заданному потоку ГПД из МЭЗ в вакуумно-цезиевую систему методом решения прямой задачи по выбранным начальным потокам и последующей аппроксимации результатов; и оценка парциальных давлений Sr и Ba, образующихся в полости МЭЗ в результате бета-распада.

Для анализа газообразной смеси в полости ЭГК используется численный метод решения уравнения Больцмана [5, с. 34], которое описывает поведение разряженных смесей газов. Численно уравнение Больцмана локально по пространству, что позволяет эффективно проводить расчеты на многоядерных системах, поскольку потери производительности происходят только из-за обмена информацией между соседними ячейками, распределенными в разные процессы, специальные алгоритмы разбиения пространства позволяют уменьшить число соседних ячеек и добиться почти линейного прироста производительности от числа используемых параллельных узлов.

#### Описание установки



Рис. 1. Схема многоэлементного ЭГК.

Многоэлементный ЭГК представляет собой сложную инженерную конструкцию, которая содержит последовательно соединенные ЭГК с внутренним расположением твэлов, заключенные в герметичную оболочку, коммутационные переходники, соединяющие эмиттеры с коллекторами соседних электрогенерирующих элементов. Внутри коммутационных переходников выполнены каналы, соединяющие полости МЭЗ и твэла (см. рис. 1).

Пространство МЭЗ заполнено газообразным цезием – рабочим телом, через каналы в эмиттере в зазор поступают криптон и ксенон, в процессе диффузии они распадаются по цепочкам бета-распада:

$${}^{88}_{36}Kr \to {}^{88}_{37}Rb \to {}^{88}_{38}Sr;$$
$${}^{138}_{54}Xe \to {}^{138}_{55}Cs \to {}^{138}_{56}Ba.$$

2018 / № 4

Оценочные давления Cs в полости МЭЗ составляется 150 Па, а Kr и Xe находятся в полости МЭЗ под давлением не выше 1,5 Па. Характерные размеры МЭЗ варьируются от 0,4 мм до 520 мм, это дает разброс чисел Кнудсена в диапазоне от 0,004 до 100. Такой диапазон позволяет рассматривать движение ГПД в зазоре как движение разряженных газов и позволяет моделировать их поведение методом численного решения уравнения Больцмана.

#### Метод решения уравнения Больцмана

Для анализа поведения ГПД используется двумерное уравнение Больцмана, а при вычислении интеграла столкновений используется приближение потенциала твердых сфер, использование двумерной формы уравнения Больцмана возможно, поскольку ширина МЭЗ мала относительно радиуса эмиттерного пакета, а сама установка осесимметрична относительно центральной оси:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_x}{m} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{p_y}{m} \frac{\partial f}{\partial y} = \int (ff_1 - ff_1) gbdbd\varepsilon dp_1.$$

Для учета бета-распада ГПД уравнение Больцмана дополняется уравнением радиоактивного распада, в котором количество молекул заменено функцией распределения, поскольку при бета-распаде импульс частицы меняется слабо:

$$\frac{df_i}{dt} = -\lambda_i f_i + \sum \lambda_j f_j$$

где *i* – индекс газа, испытывающего распад, а индексы *j* – индексы газов, которые распадаются на *i* газ.

Для решения системы уравнений Больцмана, используется монотонная разностная схема с использованием метода расщепления по физическим процессам [1, с.49]: на первом этапе решается уравнение переноса, поочередно вдоль направлений распространения газа, на втором этапе решается уравнение релаксации, рассматриваются процессы межмолекулярного взаимодействия в газах, на третьем этапе решается уравнение бета-распада.

$$\begin{cases} \frac{\partial f^*}{\partial t} + \frac{p_x}{m} \frac{\partial f^*}{\partial x} = 0, f^*(x,\xi,0) = f(x,\xi,t_j) \\ \frac{\partial f^{**}}{\partial t} + \frac{p_y}{m} \frac{\partial f^{**}}{\partial y} = 0, f^{**}(x,\xi,0) = f^*(x,\xi,\tau/2) \\ \frac{\partial f^{***}}{\partial t} = I(f^{***},f^{***}), f^{***}(x,\xi,0) = f^{**}(x,\xi,\frac{\tau}{2}), \tau = t_{j+1} - t_j \\ \frac{\partial f^{****}}{\partial t} = -\lambda f^{****} + \sum_k \lambda f_k^{****}, f^{****}(x,\xi,0) = f^{***}(x,\xi,\tau) \\ f(x,\xi,0) = f^{****}(x,\xi,\tau) \end{cases}$$

\ 130 /

2018 / № 4

Для решения уравнения переноса используется разностная схема второго порядка точности TVD-схемой (Total Variation Diminishing Scheme). Такая схема обладает свойствами монотонности и неотрицательности решения, что отвечает поведению функции распределения, которая как физическая величина представляет из себя суть концентрацию газа.

$$\frac{f_{i}^{j+1} - f_{i}^{j}}{\tau} + \frac{p}{m} \frac{\tilde{f}_{i+1/2}^{j} - \tilde{f}_{i-1/2}^{j}}{h} = 0$$
$$\tilde{f}_{i+1/2}^{j} = \begin{cases} f_{i}^{j} + \frac{1 - \gamma}{2} \overline{\Delta f}_{i}^{j}, p > 0, \\ f_{i+1/2}^{j} - \frac{1 - \gamma}{2} \overline{\Delta f}_{i+1}^{j}, p < 0. \end{cases}$$

В уравнениях среднее отклонение функции распределения  $\overline{\Delta f}_{i}^{j}$  соответствует одному из нескольких ограничителей второго порядка точности, наиболее оптимальным выбором является superbee ограничитель, при котором среднее отклонение определяется следующим образом:

$$\overline{\Delta f}_{i}^{j} = \max(\min\left(2\left|f_{i+1}^{j} - f_{i}^{j}\right|, \left|f_{i}^{j} - f_{i-1}^{j}\right|\right), \min\left(\left|f_{i+1}^{j} - f_{i}^{j}\right|, 2\left|f_{i}^{j} - f_{i-1}^{j}\right|\right).$$

Для того, чтобы TVD-схема не разваливалась в процессе счета необходимо выполнение условия, исходя из которого определяется временной шаг в задаче:

$$\gamma = \left| \frac{p}{m} \frac{\tau}{h} \right|, \quad 0 \le \gamma \le 1.$$

Для решения уравнения релаксации используется схема:

$$f(t+\tau) = f(t) + \tau I(t) + O(\tau^2).$$

Интеграл столкновений вычисляется с помощью проекционного метода, более подробно описанного в [10, с.53], при котором интеграл представляется в виде:

$$I_{\gamma} = \frac{\pi b_{\max} V_{sph}}{2} \frac{N_{0}}{N_{\nu}} \sum_{\nu=0}^{N_{\nu}} \left\{ \delta_{\alpha_{\nu},\gamma} + \delta_{\beta_{\nu},\gamma} - (1 - r_{\nu}) (\delta_{\lambda_{\nu},\gamma} + \delta_{\mu_{\nu},\gamma}) - r_{\nu} (\delta_{\lambda_{\nu}+s_{\nu},\gamma} + \delta_{\mu_{\nu}-s_{\nu},\gamma}) \right\} \Omega_{\nu}$$
$$\Omega_{\nu} = \left\{ (f_{\lambda_{\nu}} f_{\mu_{\nu}})^{1 - r_{\nu}} (f_{\lambda_{\nu}+s_{\nu}} f_{\mu_{\nu}-s_{\nu}})^{r_{\nu}} - f_{\alpha_{\nu}} f_{\beta_{\nu}} \right\} \left| \frac{\vec{p}_{\alpha_{\nu}}}{m_{1}} - \frac{\vec{p}_{\beta_{\nu}}}{m} \right| b_{\nu}$$
$$r_{\nu} = \frac{E_{0\nu} - E_{1\nu}}{E_{2\nu} - E_{1\nu}}, E_{0\nu} = \vec{p}_{\alpha_{\nu}}^{2} + \vec{p}_{\beta_{\nu}}^{2}, E_{1\nu} = \vec{p}_{\lambda_{\nu}}^{2} + \vec{p}_{\mu_{\nu}}^{2}, E_{2\nu} = \vec{p}_{\lambda_{\nu}+s_{\nu}}^{2} + \vec{p}_{\mu_{\nu}-s_{\nu}}^{2}.$$

В формулах выше из импульсной сетки выбираются узлы  $\alpha_v$ ,  $\beta_v$  – отвечающие за импульсы молекул до столкновения и узлы  $\lambda_v$ ,  $\mu_v$  – отвечающие за импульсы молекул после столкновения соответственно. Причем узлы  $\lambda_v$ ,  $\lambda_v$  + s<sub>v</sub> выбираются так, что бы выполнялось неравенство:

$$E_1 < E_0 < E_2$$

а узел μν выбирают, чтобы выполнялся закон сохранения импульса:

$$\mu_{\nu} = \alpha_{\nu} + \beta_{\nu} - \lambda_{\nu}.$$

Данный численный интеграл консервативен по импульсу, энергии и веществу, а также обращается в ноль на максвелловском распределении. Окончательно, для уравнения релаксации, после аппроксимации функций их дискретными аналогами, получается разностная схема:

$$f_{\gamma}^{j+1} = f_{\gamma}^{j} + \tau I_{\gamma}^{j}.$$

Эта разностная схема явная, поскольку вклады в интеграл столкновений вычисляются через функции распределения из нижнего временного слоя. Для повышения точности вычисления интеграла столкновений узлы скоростной сетки для расчета выбираются с помощью метода сеток Коробова [9, с.163].

Разностная схема дополняется начальными и граничными условиями, начальное условие – распределение Максвелла с заданным давлением P<sub>0</sub> и температурой T<sub>0</sub>:

$$f(p) = \frac{P_0}{kT_0} \cdot \frac{\exp\left(-p^2/2mkT_0\right)}{\sum \exp\left(-p^2/2mkT_0\right)}.$$

Для определения граничного условия на границе с нормалью п нужно доопределить функцию распределения для молекул с импульсами (p, n) > 0, молекулам задается максвелловское распределение с константой, определяемой из типа граничного условия. Для условия диффузного отражения задается температура стенки T<sub>1</sub>, а константа определяется из равенства потоков налетающих и отраженных от стенки молекул:

$$f((p,n) > 0) = \frac{\sum_{(p,n) < 0} |p| f(p)}{\sum_{(p,n) > 0} p \cdot \exp(-p^2 / 2mkT_{\tilde{m}})} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT_1}\right).$$

При определении граничного условия заданного потока q<sub>1</sub> константа определяется из суммарного потока газа в ячейке и температуры газа на границе T<sub>1</sub>:

$$f((p,n)>0) = \frac{q_1 - \sum_{(p,n)<0} |p| f(p)}{\sum_{(p,n)>0} p \cdot \exp(-p^2 / 2mkT_{iv})} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT_1}\right)$$

При определении условия постоянного давления задается давление P<sub>1</sub> и температура газа T<sub>1</sub>, функция распределения дополняется по формуле:

$$f((p,n)>0) = \frac{P_1 / kT_1 - \sum_{(p,n)<0} f(p)}{\sum_{(p,n)>0} \exp(-p^2 / 2mkT_{\bar{m}})} \exp\left(-\frac{p^2}{2mkT_1}\right)$$



#### Программная реализация

Рис. 2. Схема модулей программы.

Программный комплекс, использующий численное решение уравнения Больцмана, реализован на языке C++, программа решает задачу эволюции газовых смесей в области с заданными начальными и граничными условиями. Задание параметров пространства, степени дискретизации и разбиение сетки на равные части производится с помощью пакета GMSH. В процессе работы программы на каждом шаге итерации создаются файлы с маркопараметрами (давление, концентрация, температура, поток) ячеек в формате vtk – стандартном формате для приложений gnuplot и paraview. Схема модулей программы изображена на рисунке 2.

В программе используется одновременное исполнение на кластерных узлах с помощью средств MPI, данные пространственных ячеек разделяются по доступным параллельным узлам поровну. При проведении расчетов на нескольких узлах в пространственную сетку добавляются фиктивные ячейки, которые содержат значения и информацию о пространственной ячейке соседнего узла, перед каждой операцией по вычислению уравнения переноса идет синхронизация значений функции распределения соседних ячеек между узлами, для решения уравнения релаксации значения соседних ячеек не используются. Для ввода и вывода данных используется узел с номером 0, который запускается на основной машине, этот узел создает пространственную и скоростную сетки и распределяет их по остальным узлам. Для получения результатов расчетов данные всех узлов собираются на основной машине и сохраняются в файл. Прирост производительности при разбиении пространственной сетки по параллельным узлам близок к линейному от числа используемых узлов, потери времени происходят из-за передачи больших массивов функции распределения между узлами в процессе синхронизации.

#### Результаты



Рис. 3. Двумерный вид многоэлементного ЭГК: 1 – коллекторный пакет; 2 – эмиттеры; 3 – поступление ГПД через систему газоотвода.

Методом, описанным выше, решалась задача моделирования поведения ГПД в пространстве МЭЗ. Поскольку МЭЗ обладает осевой симметрией, то для упрощения счета он рассматривался в двумерном виде, представленном на рисунке 3. Граничными условиями на коллекторе и эмиттере задается диффузное отражение с температурой 900К и 1500К соответственно. Граничным условием на левом и правом концах МЭЗ является диффузное отражение с градиентной температурой и условие постоянного давления соответственно, для Сs давление устанавливается в значение 150Па, для Kr и Xe задается граничное условие вакуума – давление 0Па. Начальным условием является распределение Максвелла с давлением 150Па для Cs и градиентной температурой, Kr и Xe в начальный момент отсутствую в области счета. Поскольку оценочные концентрации Kr и Xe малы по сравнению с концентрацией Cs, то при вычислении интеграла столкновений рассматривались только столкновения: Cs – Cs, Cs – Kr и Cs – Xe, столкновениями ГПД между собой можно пренебречь. Расчет производится до момента установления состояния термодинамического равновесия.

Были проведены серийные расчеты для разных потоков Kr и Xe в MЭЗ, и были получены данные по распределениям давлений, температур, потоков цезия и ГПД в полости зазора. На рисунке 4 приведен график зависимости потока Kr и Xe на правом конце MЭЗ от начального потока из газоотводящего тракта. На выходе из MЭЗ задавался ожидаемый конечный поток q<sub>k</sub>.

ISSN 2072-8387



*Рис.* 4. Конечный поток из МЭЗ криптона (а) и ксенона (б) в зависимости от их начального потока в МЭЗ.

Таблица 1.
Конечные и начальные потоки ГПД в МЭЗ

Газы	$q_k, 10^{16} (\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{c})^{-1}$	$q_0, 10^{15} (\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{c})^{-1}$
Kr	1,01	1,29
Xe	1,73	3,74

Используя метод аппроксимации, т.е. минимизации квадратичной ошибки:

$$E = \sum_{j=0}^{k} |p(x_j) - y_j|^2$$

где p(x) – это аппроксимирующий полином, а y – это значения дискретной функции в точках j, определяется зависимость соответствующая полученным данным, из этой зависимости определяется значение начального потока ГПД в МЭЗ для заданного ожидаемого потока на выходе. Аппроксимация производилась с помощью пакета numpy на локальной машине. Расчетные начальные и ожидаемые конечные потоки указаны в таблице 1.

Для оценки парциальных давлений Ва и Sr были проведены расчеты с начальным потоком, определенным методом аппроксимации, при расчетах рассматривался бета-распад Kr и Xe до Sr и Ba. При вычислении интеграла столкновений рассматривались только столкновения: Cs – Cs, Cs – Kr и Cs – Xe. Всего рассматривалось 7 газов: Cs, Kr, Xe, Rb, Sr, Cs(138), Ba. На рисунке 5 приведены графики распределения давления Kr, Xe и Sr, Ba относительно длинны МЭЗ.



Рис. 5. Давление Kr, Xe (a) и их продуктов бета-распада Sr, Ba (б) в МЭЗ.

#### Заключение

В ходе работы было рассмотрено применение метода численного решения уравнения Больцмана к расчету поведения газообразной смеси в полости МЭЗ, разработана программа и получены распределения потоков и давлений ГПД для разных начальных потоков. Рассмотрена зависимость потока ГПД на конце МЭЗ от потока из газоотводящего тракта, получено значение начального потока по заданному конечному. Оценены парциальные давления продуктов бета-распада Кг и Хе в полости зазора. Полученные результаты, согласуются с результатами, полученными методом решения линейного уравнения диффузии [8, с. 324].

Статья поступила в редакцию 20.08.2018 г.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 17-08-00606, 18-08-00438, 18-07-00323, 17-08-00339, 17-08-00252.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant Nos 17-08-00606, 18-08-00438, 18-07-00323, 17-08-00339, and 17-08-00252).

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Аристов В.В., Черемисин Ф.Г. Расщепление неоднородного кинетического оператора уравнения Больцмана // Доклады АН СССР. 1976. Т. 231. № 1. С. 49–52.
- Васильковский В.С., Андреев П.В., Зарицкий Г.А. Проблемы космической энергетики и роль ядерных энергетических установок в их решении // Международная конференция «Ядерная энергетика в космосе – 2005». Москва – Подольск, 1–3 марта 2005 г.: сборник докладов в 3 т. Т. 1. М.: Научно-исследовательский и конструкторский институт энерготехники им. Н.А. Доллежаля, 2005. С. 20–25.

ISSN 2072-8387

- Выбыванец В.И., Любимов Д.Ю. Корюкин В.А. Моделирование работы долгоресурсного термоэмиссионного преобразователя с ядерным нагревом // Атомная энергия. 2015. Т. 118. Вып. 4. С. 233–236.
- Гонтарь А.С., Гриднев А.А., Любимов Д.Ю. Анализ физико-химических процессов в многоэлементном ЭГК с сообщающимися полостями твэла и межэлектродного зазора // Атомная энергия. 2008. Т. 104. Вып. 4. С. 216–224.
- 5. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
- 6. Коробов Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М.: Наука, 1989. 240 с.
- Любимов Д.Ю., Николаев Ю.В., Шумилов А.А. Влияние продуктов деления на фазовый состав достехиометрического диоксида урана в тепловыделяющих элементах термоэмиссионных электрогенерирующих каналов // Материаловедение. 2008. № 3(132). С. 34–42.
- Любимов Д.Ю., Федик И.И., Шумилов А.А. Влияние продуктов деления на выходную мощность термоэмиссионных ЭГК с сообщающимися и разделенными полостями твэла и межэлектродного зазора // Атомная энергия. 2011. Т. 110. Вып. 6. С. 321–327.
- Синявский В.В. Методы и средства экспериментальных исследований и реакторных испытаний термоэмиссионных электрогенерирующих сборок. М.: Энергоатомиздат. 2000. 355 с
- 10. Черемисин Ф.Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // Доклады РАН. 1997. Т. 357. № 1. С. 53–56.

#### REFERENCES

- Aristov V.V., Cheremisin F.G. [Separation of the inhomogeneous kinetic operator in the Boltzmann equation]. In: *Doklady AN SSSR* [Doklady Mathematics], 1976, vol. 231, no. 1, pp. 49–52.
- Vasil'kovskii V.S., Andreev P.V., Zaritskii G.A. [Problems of space energy and the role of nuclear power plants in their decision]. In: *Mezhdunarodnaya konferentsiya «Yadernaya energetika v kosmose 2005». Moskva–Podolsk, 1–3 marta 2015 g.: sbornik dokladov v 3 t. T. 1* [International conference "Nuclear power in space 2005". Moscow–Podolsk, March 1–3, 2005: a collection of papers in 3 volumes. Vol. 1]. Moscow, Dollezhal Research and Development Institute of Power Engineering Publ., 2005. pp. 20–25.
- Vybyvanets V.I., Lyubimov D.Yu., Koryukin V.A. [Simulation of the operation of a long-life thermionic converter with nuclear heating]. In: *Atomnaya energiya* [Atomic Energy], 2015, vol. 118, no. 4, pp. 233–236.
- Gontar' A.S., Gridnev A.A., Lyubimov D.Yu. [Analysis of physicochemical processes in multicomponent electricity generating channels with communicating fuel-element and interelectrode gaps]. In: *Atomnaya energiya* [Atomic Energy], 2008, vol. 104, no. 4, pp. 216– 224.
- 5. Kogan M.N. *Dinamika razrezhennogo gaza* [Rarefied gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 440 p.
- 6. Korobov N.M. *Trigonometricheskie summy i ikh prilozheniya* [Trigonometric sums and their applications]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 240 p.
- Lyubimov D.Yu., Nikolaev Yu.V., Shumilov A.A. [Influence of fission products on phase composition of prestoichiometric uranium dioxide in fuel elements of thermal-emission energy-generating channels]. In: *Materialovedenie* [Inorganic Materials: Applied Research], 2008, no. 3(132), pp. 34–42.
- 8. Lyubimov D.Yu., Fedik I.I., Shumilov A.A. [Effect of fission products on the output power of thermionic EGC with communicating and separated fuel-element cavities and

an interelectrode gap]. In: *Atomnaya energiya* [Atomic Energy], 2011, vol. 110, no. 6, pp. 321–327.

- 9. Sinyavskii V.V. Metody i sredstva eksperimental'nykh issledovanii i reaktornykh ispytanii termoemissionnykh elektrogeneriruyushchikh sborok [Methods and means of experimental studies and reactor tests of thermionic power generating assemblies]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 2000. 355 p.
- Cheremisin F.G. [A conservative method for computing the Boltzmann collision integral]. In: *Doklady RAN* [Doklady Mathematics], 1997, vol. 357, no. 1, pp. 53–56.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Басалаев Артем Викторович – начальник группы ООО «Лаборатория открытого кода и приложений»;

e-mail: bz@lokip.ru;

Клосс Юрий Юрьевич – доктор физико-математических наук, начальник отдела моделирования физических процессов Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»; заведующий кафедрой моделирования ядерных процессов и технологий Московского физико-технического институт (государственного университета); e-mail: kl@lokip.ru;

Любимов Дмитрий Юльевич – кандидат технических наук, доцент кафедры моделирования ядерных процессов и технологий Московского физико-технического институт (государственного университета); ведущий научный сотрудник научно-производственного объединения «Луч»; e-mail: ld@lokip.ru;

Квасов Игорь Евгеньевич – кандидат физико-математических наук, начальник группы ООО «Лаборатория открытого кода и приложений»; e-mail: kvs@lokip.ru;

Шувалов Павел Вадимович – кандидат физико-математических наук, начальник лаборатории ООО «Лаборатория открытого кода и приложений»; e-mail: shv@lokip.ru;

Щербаков Дмитрий Валерьевич – аспирант кафедры моделирования ядерных процессов и технологий Московского физико-технического института; e-mail: dmitrii.shcherbakov@phystech.edu;

*Захаров Александр Алексеевич* – начальник группы, ООО «Лаборатория открытого кода и приложений»; e-mail: shv@lokip.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Artem V. Basalaev* – Head of the Group, Open Source Lab and Applications Ltd; e-mail: bz@lokip.ru;

*Yury Yu. Kloss* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Physical Processes Modeling, National Research Center "Kurchatov Institute"; Head of the Department of Modeling Nuclear Processes and Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);

e-mail: kl@lokip.ru;

*Dmitry Yu. Lubimov* – PhD in Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Modeling Nuclear Processes and Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology (State University); Leading Researcher of "Luch" Scientific Production Association; e-mail: ld@lokip.ru;

*Igor Ye. Kvasov* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Head of Group, Open Source Lab and Applications Ltd; e-mail: kvs@lokip.ru;

*Pavel V. Shuvalov* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Head of the Laboratory Open Source Lab and Applications Ltd; e-mail: shv@lokip.ru;

*Dmitry V. Sherbakov* – postgraduate student at the Department of Modeling Nuclear Processes and Technologies, Moscow Institute of Physics and Technology (State University); e-mail: dmitrii.shcherbakov@phystech.edu;

*Alexander A. Zaharov* – Head of the Group, Open Source Lab and Applications Ltd; e-mail: shv@lokip.ru.

## ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Басалаев А.А. Клосс Ю.Ю., Любимов Д.Ю., Квасов И.Е., Шувалов П.В., Щербаков Д.В., Захаров А.А. Анализ динамики поведения радионуклидов в термоэмиссионном преобразователе ЯЭУ на основе решения уравнения Больцмана на кластерной архитектуре // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 128–139.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-127-139

## FOR CITATION

Basalaev A.A., Kloss Yu.Yu., Lubimov D.Yu., Kvasov I.Ye., Shuvalov P.V., Sherbakov D.V., Zaharov A.A. Analysis of the behavior of radionuclides in the thermo-emission converter of a nuclear power plant based on the solution of the Boltzmann equation on cluster architecture. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 128–139.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-127-139

УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-140-149

# ВЫЧИСЛЕНИЕ МАКРОПАРАМЕТРОВ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ЗАДАЧЕ О ТЕЧЕНИИ КУЭТТА МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ СКОРОСТЕЙ

# Попов В.Н., Латухина Е.А.

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова 163002, г. Архангельск, Набережная Северной Двины, д. 17, Российская Федерация

**Аннотация.** С использованием аналитического метода дискретных скоростей построено решение задачи о течении Куэтта. Эволюция газа описана с использованием Бхатнагар, Гросс, Крук модели уравнения Больцмана. Описание взаимодействия молекул газа со стенками канала выполнено с использованием модели зеркально-диффузного отражения Максвелла. Предложен алгоритм для нахождения макропараметров газа и приведены полученные на его основе результаты. Проведена верификация полученных результатов

*Ключевые слова:* течение Куэтта, метод дискретных скоростей, модели уравнения Больцмана

# THE CALCULATION OF THE MACROPARAMETERS OF A RAREFIED GAS IN THE PROBLEM OF COUETTE FLOW BY THE DISCRETE VELOCITY METHOD

## V. Popov, E. Latukhina

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov Naberezhnaya Severnoi Dvini 17, 163002 Arkhangelsk, Russian Federation

**Abstract.** By the using the analytical method of discrete velocities, the solution of the Couette flow problem is constructed. Gas evolution is described using the Bhatnagar–Gross–Krook model of the Boltzmann equation. The interaction of gas molecules with the channel walls is described using the Maxwell mirror-diffuse reflection model. The algorithm for finding the macroparameters of the gas is proposed. The results obtained on its basis are presented. The obtained results are verified.

*Key words:* Couette flow, discrete velocity method, model kinetic equations, models of Boltzmann equation.

## Введение

Разработка и применение микро и наноразмерных устройств, а также их комплектующих, таких как микрокулеры, микронасосы, микротурбины и т.д., потребовали проведения фундаментальных исследований, направленных на выявление особенностей протекающих в них процессов [5; 8]. В силу миниатюрности исследуемых устройств, применение экспериментальных исследований в данной предметной области крайне затруднено, а чаще всего невозможно. Учитывая это

<sup>©</sup> СС ВҮ Попов В.Н., Латухина Е.А., 2018.

обстоятельство, особое значение приобретают методы математического моделирования. Сложность применения методов математического моделирования к описанию процессов переноса в микро- и наноканалах технических устройств обусловлена широким диапазоном степени разреженности газа, в котором работает большая часть такого рода устройств. Это обстоятельство приводит к необходимости использования различных моделей течения газа для различных режимов течения с последующим их согласованием или к применению универсальных подходов, способных описать все режимы течения [5]. К таким универсальным подходам относится моделирование течений газа на основе уравнения Больцмана или модельных кинетических уравнений. Их численному решению посвящено значительное число работ, ссылки на которые можно найти в [1; 2; 4]. Среди предложенных методов можно выделить метод дискретных скоростей [9]. Суть этого метода заключается в построении дискретного аналога исходного уравнения в пространстве скоростей. При этом вычисление интеграла столкновений в узлах выбранной сетки сводится к его замене соответствующим образом выбранной квадратурной формулы [1]. Модификация метода дискретных скоростей, так называемый аналитический метод дискретных скоростей, представляющий собой дискретный аналог метода Кейза [3], представлен в [7; 10-12]. Цель представленной работы заключается в разработке алгоритма реализации аналитического метода дискретных скоростей и его использования в задаче о течении Куэтта.

#### Постановка задачи. Вывод основных уравнений

Рассмотрим течение разреженного газа в канале, стенки которого движутся со скоростями **u** и –**u** в плоскостях  $x' = \pm a'$  декартовой системы координат. Предположим, что ось Oz' направлена в сторону движения верхней стенки канала. Тогда исходная модель уравнения Больцмана записывается в виде [6]

$$\mathbf{v}_{x}\frac{\partial f}{\partial x'} + \mathbf{v}_{z}\frac{\partial f}{\partial z'} = \frac{p}{\eta}(f_{eq} - f).$$
(1)

В случае, когда  $|\mathbf{u}/\mathbf{c}| \ll 1$ , где  $\mathbf{c}$  – скорость звука в газе, задачу можно рассмотреть в линеаризованном виде, представив функцию распределения в виде

$$f(x', y', \mathbf{v}) = n_0 (\beta / \pi)^{3/2} [1 + C_z Z(x; C_x)].$$
(2)

Здесь  $\mathbf{C} = \beta^{1/2} \mathbf{v}, x = x'/l_g, z = z'/l_g, \beta = m/2k_BT_0, l_g = \beta\eta/p$ . Принимая во внимание вид граничного условия Максвелла

$$f^{+}(\mathbf{r}_{s},\mathbf{v}) = (1-\alpha)f^{-}(\mathbf{r}_{s},\mathbf{v}-2\mathbf{n}(\mathbf{nv})) + \alpha f(\mathbf{r}_{s},\mathbf{v})$$
(3)

и подставляя (2) в (1) и (3), приходим к уравнению для нахождения  $Z(x; \mu)$  ( $\mu = C_x$ )

$$\mu \frac{\partial Z}{\partial x} + Z(x,\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(\tau) Z(x,\tau) d\tau, \qquad (4)$$

$$Z(\pm a, \mp \mu) = (1 - \alpha)Z(\pm a, \pm \mu) \pm \alpha, \ \mu > 0.$$
(5)

Здесь  $x \in [-a;a], \mu \in (-\infty; +\infty), \Psi(\tau) = \exp(-\tau^2) / \sqrt{\pi}$ . Учитывая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(\tau)Y(x,\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{0} \Psi(\tau)Y(x,\tau)d\tau + \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau)Y(x,\tau)d\tau =$$
$$= \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau)Y(x,-\tau)d\tau + \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau)Y(x,\tau)d\tau = \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau)[Y(x,\tau)+Y(x,-\tau)]d\tau,$$

уравнение (4) может быть переписано в виде

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} Z(x,\mu) + Z(x,\mu) = \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau) \Big[ Z(x,\tau) + Z(x,-\tau) \Big] d\tau.$$
(6)

Если в уравнении (6) поменять µ на -µ, приходим к уравнению

$$-\mu \frac{\partial}{\partial x} Z(x,-\mu) + Z(x,-\mu) = \int_{0}^{+\infty} \Psi(\tau) \Big[ Z(x,\tau) + Z(x,-\tau) \Big] d\tau.$$
(7)

Перейдём от (6), (7) к конечно разностным уравнениям в пространстве скоростей

$$\mu_{i} \frac{d}{dx} Z(x,\mu_{i}) + Z(x,\mu_{i}) = \sum_{k=1}^{N} \omega_{k} \Psi(\mu_{k}) \Big[ Z(x,\mu_{k}) + Z(x,-\mu_{k}) \Big].$$
(8)

$$-\mu_{i}\frac{d}{dx}Z(x,-\mu_{i})+Z(x,-\mu_{i})=\sum_{k=1}^{N}\omega_{k}\Psi(\mu_{k})[Z(x,\mu_{k})+Z(x,-\mu_{k})].$$
 (9)

Здесь  $\omega_k$  – весовые коэффициенты квадратурной формулы, используемой при вычислении интегралов в правых частях (8) и (9). В представленной работе в качестве квадратурной формулы использовалась квадратурная формула Ньютона-Котеса по шести узлам. В этом случае,

 $\omega_{m+1} = \omega_{m+6} = 19/288, \omega_{m+2} = \omega_{m+5} = 75/288, \omega_{m+3} = \omega_{m+4} = 50/288, n, N = 6n + 1,$  $\mu_i > 0, i = 0, 1, ..., N.$  Решение (8), (9) ищем в виде

$$Y(x,\pm\mu_i) = \varphi(\nu,\pm\mu_i) \exp(-x/\nu). \tag{10}$$

Здесь *v* – спектральный параметр. Подставляя (10) в (8) и (9), приходим к системе из двух матричных уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\nu} \mathbf{M} \mathbf{\Phi}_{+} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}) \mathbf{\Phi}_{+} - \mathbf{W} \mathbf{\Phi}_{-} \\ -\frac{1}{\nu} \mathbf{M} \mathbf{\Phi}_{-} = (\mathbf{I} - \mathbf{W}) \mathbf{\Phi}_{-} - \mathbf{W} \mathbf{\Phi}_{+}. \end{cases}$$

Здесь  $\pm = [\phi(v, \pm \mu_1), \phi(v, \pm \mu_2), ..., \phi(v, \pm \mu_N)]^T$ , символ *T* означает транспонирование, **I** – единичная матрица, **M** = diag{ $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_N$ },  $W_{ij} = \phi_i \Psi(\mu_i)$ . Складывая и вычитая уравнения полученной системы, перепишем её в виде

$$\begin{cases} \frac{1}{v} \mathbf{M}(\Phi_{+} - \Phi_{-}) = (\mathbf{I} - 2\mathbf{W})(\Phi_{+} + \Phi_{-}) \\ \frac{1}{v} \mathbf{M}(\Phi_{+} + \Phi_{-}) = \Phi_{+} - \Phi_{-} \end{cases}$$

Подставляя левую часть второго уравнения в правую часть первого, приходим к матричному уравнению

$$\frac{1}{v^2}\mathbf{M}^2\mathbf{U}=(\mathbf{I}-2\mathbf{W})\mathbf{U},$$

где  $U = \Phi_+ + \Phi_-$ .

Умножим обе части полученного равенства слева на  $M^{-1}$  и перепишем его в виде

$$\frac{1}{v^2}\mathbf{M}\mathbf{U} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{I} - 2\mathbf{W})\mathbf{M}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{U},$$

или

$$(\mathbf{D} - 2\mathbf{M}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{M}^{-1})\mathbf{M}\mathbf{U} = \frac{1}{v^2}\mathbf{M}\mathbf{U}.$$

Здесь  $\mathbf{D} = \text{diag}\{\mu_1^{-2}, \mu_2^{-2}, ..., \mu_N^{-2}\}$ . Преобразуем полученное уравнение таким образом, чтобы матрица, стоящая в скобках слева, была симметричной. С этой целью умножим полученное уравнение слева на некоторую диагональную матрицу **T** и запишем его в виде

$$T(D-2M^{-1}WM^{-1})T^{-1}TMU = \frac{1}{v^2}TMU,$$

или, учитывая коммутативность диагональных матриц,

$$(\mathbf{D} - 2\mathbf{V})\mathbf{X} = \lambda \mathbf{X}.$$
 (11)

Здесь  $V = M^{-1}TWT^{-1}M^{-1}$ , X = TMU,  $\lambda = 1/v^2$ . Непосредственные выкладки показывают, что за счет выбора матрицы T можно получить

$$\mathbf{V} = \mathbf{z}\mathbf{z}^{T}$$
,

где

$$\mathbf{z}^{T} = \left[\frac{\sqrt{\omega_{1}\Psi(\mu_{1})}}{\mu_{1}}, \frac{\sqrt{\omega_{2}\Psi(\mu_{2})}}{\mu_{2}}, \dots, \frac{\sqrt{\omega_{N}\Psi(\mu_{N})}}{\mu_{N}}\right]$$

Таким образом, отыскание значений спектрального параметра v, входящего в выражение (10), сведено к нахождению собственных значений матрицы системы уравнений (11). Так как матрица системы уравнений (11) симметрична, то её собственные значения действительны и различны. Для их нахождения в работе использован алгоритм Хаусхолдера, который позволил перейти от симметричной матрицы к трёхдиагональной. Отыскание собственных значений последней было выполнено с использованием *QL*-алгоритма с неявными сдвигами.
Для нахождения функций  $Z(x, \pm \mu_k)$  в уравнениях (8) и (9) воспользуемся условием нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(\tau) Z(x,\tau) d\tau = 1,$$

или, с учётом выбора квадратурной формулы, используемой в (8) и (9)

$$\sum_{k=1}^{N} \omega_k \Psi(\mu_k) [Z(x,\mu_k) + Z(x,-\mu_k)] = 1.$$
(12)

Подставляя (10) в (8) и (9) с учётом (12), находим

$$\varphi(\nu,\mu_i) = \frac{\nu}{\nu - \mu_i}, \quad \varphi(\nu,-\mu_i) = \frac{\nu}{\nu + \mu_i}.$$

Решения уравнений (8) и (9) запишем в виде линейной комбинации построенных решений

$$Z(x,\pm\mu_i) = \sum_{j=1}^{N} \left[ A_j \frac{\nu_j}{\nu_j \mp \mu_i} \exp\left(-\frac{x+a}{\nu_j}\right) + B_j \frac{\nu_j}{\nu_j \pm \mu_i} \exp\left(-\frac{x-a}{\nu_j}\right) \right].$$
(13)

Непосредственной подстановкой легко убедиться, что константа A и функции  $B(x \mp \mu_i)$  также являются решениями уравнений (8) and (9). Таким образом, общие решения уравнений (8) и (9) записываются в виде

$$Z(x, \pm \mu_i) = A + B(x \mp \mu_i) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{N-1} \left[ A_j \frac{\nu_j}{\nu_j \mp \mu_i} \exp\left(-\frac{x+a}{\nu_j}\right) + B_j \frac{\nu_j}{\nu_j \pm \mu_i} \exp\left(-\frac{x-a}{\nu_j}\right) \right].$$
(14)

В силу условия (12) значения спектрального параметра *v* стремятся к нулю при бесконечном возрастании N и, как следствие, отвечающие им частные решения в (14) и не вносят вклада в  $Z(x, \pm \mu_k)$ . С учётом этого при записи (14) исключили частные решения, которые отвечают минимальному из найденных значений спектрального параметра. Подставляя построенное решение в граничные условия (5), приходим к системе линейных уравнений, из которой находим коэффициенты A, B,  $A_j$  и  $B_j$ 

$$\sum_{j=1}^{N-1} \left\{ M_{ij}A_j + N_{ij}B_j \exp(-2a/\nu_j) + \alpha A - B[\alpha a + \mu_i(2-\alpha)] = \alpha, \right\}$$
$$\sum_{j=1}^{N-1} \left\{ M_{ij}B_j + N_{ij}A_j \exp(-2a/\nu_j) + \alpha A + B[\alpha a + \mu_i(2-\alpha)] = -\alpha.$$

Здесь *i* = 1, 2, ..., *N*,  $M_{ij} = v_j \frac{\alpha v_j + \mu_i (2 - \alpha)}{v_j^2 - \mu_i^2}$ ,  $N_{ij} = v_j \frac{\alpha v_j - \mu_i (2 - \alpha)}{v_j^2 - \mu_i^2}$ .

Решение построенной системы уравнений получено с использованием метод Гаусса с перестановкой строк. Нахождение неизвестных коэффициентов *A*, *B*, *A*<sub>j</sub> и *B*<sub>j</sub> завершает построение функции распределения.

#### Вычисление макропараметров газа в канале

Профили среднемассовой скорости газа U(x) и ненулевые компоненты вектора потока тепла в направлении оси канала q(x) и компоненты тензора вязких напряжений  $p_{xz}$  построим, исходя из статистического смысла функции распределения [3]

$$U(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\mu^2) Z(x,\mu) d\mu, \qquad (17)$$

$$q(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\mu^2) \left(\mu^2 - \frac{1}{2}\right) Z(x,\mu) d\mu,$$
 (18)

$$p_{xz} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\mu^2) \mu Z(x,\mu) d\mu,$$
(19)

С учётом (14) выражения (17)-(19) примут вид:

$$U(x) = A + Bx + \sum_{j=1}^{N-1} \left[ A_j \exp(-(a+x)/\nu_j) + B_j \exp(-(a-x)/\nu_j) \right], \quad (20)$$

$$q(x) = -\frac{1}{4} \sum_{j=1}^{N-1} \left[ A_j \exp(-(a+x)/\nu_j) + B_j \exp(-(a-x)/\nu_j) \right],$$
(21)

$$p_{xz} = -\frac{B}{4}.$$
 (22)

Далее, используя соотношения

$$J_M = -\frac{1}{2a^2} \int_0^a U(x) \, \mathrm{d}x, \quad J_Q = \frac{1}{2a^2} \int_0^a q(x) \, \mathrm{d}x,$$

вычисляем величину потока массы газа через половину толщины канала  $J_M$  и величину потока тепла  $J_Q$ 

$$J_M = \frac{1}{2a^2} \left[ Aa + \frac{Ba^2}{2} + \sum_{j=1}^{N-1} v_j \left( A_j \exp\left(-\frac{a}{v_j}\right) + B_j \right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{a}{v_j}\right) \right] \right], \quad (23)$$

$$J_Q = -\frac{1}{4a^2} \sum_{j=1}^{N-1} \nu_j \left( A_j \exp\left(-\frac{a}{\nu_j}\right) + B_j \right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{a}{\nu_j}\right) \right].$$
(24)

Программная реализация для вычисления значений *J<sub>M</sub>*, *J<sub>Q</sub>* и *p<sub>xz</sub>* выполнена с использованием языка программирования C++. Результаты вычислений представлены в приведённых ниже таблицах 1, 2, 3.

∖ 145 /

D	J <sub>M</sub> (23)	BGK [11]	LBE [12]	CES [11]					
	$\alpha = 0.1$								
0.1	0.0481000	0.0481420	0.053191	0.0541084					
1.0	0.0234597	0.0234756	0.023115	0.0231248					
10.0	0.0117006	0.0117090	0.011584	0.0115560					
$\alpha = 0.5$									
0.1	0.274701	0.274926		0.304586					
1.0	0.1160550	0.116120		0.113676					
10.0	0.0326531	0.032663		0.032447					
α = 1.0									
0.1	0.6852760	0.685750	0.72929	0.741991					
1.0	0.2320940	0.232188	0.22737	0.226777					
10.0	0.0422752	0.042281	0.04219	0.042142					

Таблица 1. Значения потока массы в зависимости от D и  $\alpha$ 

## Таблица 2. Значения потока тепла в зависимости от D <br/>и $\alpha$

D	J <sub>Q</sub> (24)	BGK [11]	LBE [12]	CES [11]					
	$\alpha = 0.1$								
0.1	0.016667	0.0166805	0.0093667	0.0112938					
1.0	0.004588	0.0045895	0.0032993	0.0043489					
10.0	0.000199	0.0001989	0.0001773	0.00017913					
	$\alpha = 0.5$								
0.1	0.0916496	0.0917172		0.0622276					
1.0	0.0199709	0.0199715		0.0181577					
10.0	0.0004304	0.0004299		0.0003641					
	$\alpha = 1.0$								
0.1	0.212179	0.212309	0.11892	0.144794					
1.0	0.0313699	0.0313629	0.022451	0.0269864					
10.0	0.0003630	0.0003625	0.000307	0.0002860					

		Таблица 3.		
Знач	ения тензора вязн	ких напряжений в	зависимости от L	эиα

D	$p_{xz}(22)$	BGK [11]	LBE [12]	CES [11]	
		$\alpha = 0.1$			
0.1	0.029532	0.0295618	0.0295533	0.0295505	
1.0	0.0285651	0.0285930	0.028527	0.0285847	
10.0	0.0226044	0.0226221	0.0226781	0.0226813	

D	<i>p</i> <sub><i>xz</i></sub> (22)	BGK [11]	LBE [12]	CES [11]	
		α = 0.5			
0.1	0.182804	0.182984		0.182618	
1.0	0.152227	0.152354		0.152351	
10.0	0.0635846	0.063608		0.063975	
$\alpha = 1.0$					
0.1	0.521835	0.522325	0.520868	0.520156	
1.0	0.338708	0.338925	0.340502	0.339977	
10.0	0.830982	0.083112	0.083510	0.083523	

Как видно из приведённых таблиц, предложенная в работе модификация использованного в [8] подхода приводит к корректным значениям макропараметров газа в широком диапазоне значений толщины канала и коэффициента аккомодации. Полученные в работе результаты отличаются от аналогичных, приведённых в [11] для БГК (BGK) модели, не более, чем на 0,1%. Отличие от результатов, вычисленных в [11] и [12] с применением линеаризованного уравнения Больцмана (LBE) и модели с синтетическим ядром (CES), объясняется существенной зависимостью макропараметров газа от выбора модели интеграла столкновений [6].

#### Заключение

Итак, в работе на основе БГК модели кинетического уравнения Больцмана с использованием аналитического метода дискретных скоростей построено решение задачи о течении Куэтта. Описание взаимодействия молекул газа со стенками канала выполнено с использованием модели зеркально-диффузного отражения Максвелла. Выполненное сравнение полученных в работе результатов показало, что они хорошо согласуются с аналогичными результатами, представленными в открытой печати.

Статья поступила в редакцию 04.09.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Додулад О.И., Клосс Ю.Ю., Потапов А.П. Моделирование течений разреженного газа на основе решения кинетического уравнения Больцмана консервативным проекционным методом // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 6. С. 1008–1024.
- Кудряшова Т.А., Подрыга В.О., Поляков С.В. Моделирование течений газовых смесей в микроканалах // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. 2014. № 3. 154–163.
- 3. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитические решения граничных задач для кинетических уравнений. М.: Московский государственный областной университет, 2004. 286 с.
- Подрыга В.О. Многомасштабный подход к трёхмерному расчёту течений газов и их смесей в микроканалах технических систем // Доклады Академии наук. 2016. Т. 469. № 6. С. 656–658.

- Фундаментальные основы МЭМС- и нанотехнологий: доклады V Всероссийской конференции, Новосибирск, 15–18 июня 2015 г.: в 2 т. / под ред. В.Я. Рудяка; Вып. 5. Т. 1. Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 2015. 276 с.
- 6. Шарипов Ф.М., Селезнев В.Д. Движение разреженных газов в каналах и микроканалах. Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2008. 230 с.
- 7. Barichello L.B., Siewert C.E. A Discrete-Ordinates Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 1999. Vol. 50. P. 972-981.
- 8. Bharat B. Springer Handbook of Nanotechnology. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2017. 1500 p.
- 9. Nordsieck A., Hicks B.L. Monte Carlo evaluation of the Boltzmann collision integral // Rarefied Gas Dynamics, Proceedings of 5-th International Symposium. New York-London: Plenum Press, 1967. P. 695-710.
- 10. Siewert C.E., Garcia R.D.M., Granjean P.A Concise and Accurate Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel // Journal of Mathematical Physics. 1980. Vol. 21. P. 2760-2763.
- Siewert C.E. Poiseuille, Thermal Creep and Couette Flow: Results Based on the CES Model Linearized Boltzmann Equation // European Journal of Mechanics. B/Fluids. 2002. Vol. 21. P. 579-597.
- Siewert C.E. The linearized Boltzmann Equation: Concise and Accurate Solutions to Basic Flow Problems // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 2003. Vol. 54. P. 273-303.

#### REFERENCES

- 1. Dodulad O.I., Kloss Yu.Yu., Potapov A.P. [Simulation of rarefied gas flows on the basis of the Boltzmann kinetic equation solved by applying a conservative projection method]. In: *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2016, vol. 56, no. 6, pp. 1008–1024.
- Kudryashova T.A., Podryga V.O., Polyakov S.V. [Simulation of Gas Mixture Flows in Microchannels]. In: *Vestnik RUDN. Seriya: Matematika. Informatika. Fizika* [RUDN Journal of Mathematics, Information Sciences and Physics], 2014, no. 3, pp. 154–163.
- 3. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. *Analiticheskie resheniya granichnykh zadach dlya kineticheskikh uravnenii* [Analytical solutions of boundary-value problems for kinetic equations]. Moscow, Moscow Region State University Publ., 2004. 286 p.
- 4. Podryga V.O. [Multiscale approach to computation of three-dimensional gas mixture flows in engineering microchannels]. In: *Doklady Akademii nauk* [Doklady Mathematics], 2016, vol. 469, no. 6, pp. 656–658.
- Rudyak V.Ya., ed. Fundamental'nye osnovy MEMS- i nanotekhnologii: doklady V Vserossiiskoi konferentsii, Novosibirsk, 15–18 iyunya 2015 g.: v 2 t. Vyp. 5. T. 1 [The fundamental basis of MEMS and nanotechnology: reports of the V all-Russian conference, Novosibirsk, 15-18 June 2015: in 2 volumes. Issue 5. Vol. 1]. Novosibirsk, Novosibirsk State University of architecture and Civil Engineering (Sibstrin) Publ., 2015. 276 p.
- 6. Sharipov F.M., Seleznev V.D. *Dvizhenie razrezhennykh gazov v kanalakh i mikrokanalakh* [The motion of rarefied gases in channels and microchannels]. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 2008. 230 p.
- 7. Barichello L.B., Siewert C.E. A Discrete-Ordinates Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel. In: *Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik*, 1999, vol. 50, pp. 972-981.
- Bharat B. Springer Handbook of Nanotechnology. Berlin–Heidelberg, Springer-Verlag, 2017. 1500 p.

ISSN 2072-8387

- 9. Nordsieck A., Hicks B.L. Monte Carlo evaluation of the Boltzmann collision integral. In: *Rarefied Gas Dynamics, Proceedings of 5-th International Symposium*. New York, London, Plenum Press Publ., 1967. pp. 695-710.
- 10. Siewert C.E., Garcia R.D.M., Granjean P.A Concise and Accurate Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel. In: *Journal of Mathematical Physics*, 1980, vol. 21, pp. 2760–2763.
- Siewert C.E. Poiseuille, Thermal Creep and Couette Flow: Results Based on the CES Model Linearized Boltzmann Equation. In: *European Journal of Mechanics. B/Fluids*, 2002, vol. 21, pp. 579-597.
- Siewert C.E. The linearized Boltzmann Equation: Concise and Accurate Solutions to Basic Flow Problems. In: *Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik*, 2003, vol. 54, pp. 273-303.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Попов Василий Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математики Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова;

e-mail: v.popov@narfu.ru;

Латухина Екатерина Александровна – аспирант кафедры математики Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова; e-mail: e.latukhina@narfu.ru.

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Vasily N. Popov* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics, Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov; e-mail: v.popov@narfu.ru.

*Ekaterina A. Latukhina* – post-graduate student of the Department of Mathematics, Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov; e-mail: e.latukhina@narfu.ru.

### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Попов В.Н., Латухина Е.А. Вычисление макропараметров разреженного газа в задаче о течении Куэтта методом дискретных скоростей // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 140–149. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-140-149

### FOR CITATION

Popov V.N., Latukhina E.A. The calculation of the macroparameters of a rarefied gas in the problem of Couette flow by the discrete velocity method. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 140–149. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-140-149

# УДК 539.63 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-150-154

# ЭВОЛЮЦИЯ СХОДЯЩЕГОСЯ СФЕРИЧЕСКОГО УДАРНО-ВОЛНОВОГО ИМПУЛЬСА

## Бугримов А.Л.<sup>1</sup>, Лаврентьев В.В.<sup>2</sup>, Родэ С.В.<sup>1</sup>, Шапкарин И.П.<sup>1</sup>

- <sup>1</sup> Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство) 117997, г. Москва, ул. Садовническая, д. 33, стр. 1, Российская Федерация
- <sup>2</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Российская Федерация

**Аннотация.** Предложена модель эволюции сферического сходящегося ударно-волнового импульса в рамках требования постоянства количества движения материала, вовлечённо-го в движения импульсом пилообразной формы.

*Ключевые слова:* ударная волна, импульс, количество движения.

# **EVOLUTION OF A CONVERGING SPHERICAL SHOCK-WAVE PULSE**

# A. Bugrimov<sup>1</sup>, V. Lavrent'ev<sup>2</sup>, S. Rode<sup>1</sup>, I. Shapkarin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kosygin State University of Russia ul. Sadovnicheskaya 33, stroenie 1, 1117997 Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University Leninskie Gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation

**Abstract.** A model for the evolution of a spherical converging shock-wave pulse is proposed within the framework of the requirement of a constant amount of material movement involved in a saw-like pulse movement.

Key words: shock wave, pulse, amount of movement.

Эволюция ударно-волнового импульса (УВ-импульса) пилообразной формы рассмотрена в [1]. Показано, что при  $t \rightarrow \infty$  амплитуда импульса затухает как ~1/t. При этом длина основания импульса считается неизменной.

Учёт затухания и «расплывания» импульса осуществлён в работах [2; 3] методом наложения двух процессов: распространения скачка уплотнения ступенчатой формы и «преследования» этого скачка волной разряжения.

В [4] предложена модель эволюции плоского и сферического УВ-импульса, базирующаяся на требовании постоянства количества движения вещества в УВ-импульсе.

<sup>©</sup> СС ВУ Бугримов А.Л., Лаврентьев В.В., Родэ С.В., Шапкарин И.П., 2018.

В настоящей работе на основе подходов, используемых в [4], рассматривается сферический сходящийся УВ-импульс пилообразной формы. Как и в [4], принимается следующее.

1. Скорость фронта ударной волны (УВ):

$$D = c_0 + D_Z Z_{\Phi}. \tag{1}$$

где  $Z_{\phi}$  – значение параметра Z на фронте УВ. Если в качестве Z берётся массовая скорость, то соотношение (1) является просто ударной адиабатой.

2. Массовая скорость за фронтом УВ:

$$u = u_Z Z. \tag{2}$$

3. Волна сжатия имеет пилообразную форму, определяемую в начальный момент времени соотношениями:

$$Z = Bx, 0 \le x \le L, Z_{\Phi} = BL, \tag{3}$$

а в момент времени *t* – соотношениями:

$$Z = B\beta(t)x, 0 \le x \le L\lambda(t), Z_{\Phi} = B\beta(t)L\lambda(t).$$
(4)

4. Плотность материала в УВ-импульсе:

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \rho_Z Z \right). \tag{5}$$

Ударно-волновой сферический импульс формируется на расстоянии X<sub>0</sub> от центра. Начальная длина импульса *L*. Направление движения импульса – к центру (рис. 1).

В соотношениях (1) – (5)  $c_0$  – скорость звука в невозмущённом материале, плотность которого  $\rho_0$ ;  $D_Z$ ,  $u_Z$ ,  $\rho_Z$  – постоянные, определяемые уравнением состояния вещества; B – постоянная, определяющая форму УВ-импульса в начальный момент времени;  $0 \le \beta(t) \le 1$  – функция, определяющая затухание УВ-импульса,  $\beta(0) = 1$ ; L – длина импульса в начальный момент времени;  $1 \le \lambda(t)$  – функция, определяющая «расплывание» импульса,  $\lambda(0) = 1$ .

Количество движения вещества в УВ-импульсе в выбранной системе координат определяется интегрированием по переменному объёму и является величиной постоянной. Требование жесткое, не учитывающее потери на разогрев, а потому значения параметров на фронте УВ-импульса следует ожидать завышенными.

В рамках задачи принимается:

$$P(t) = \iiint_{V(t)} \rho u dV = \iiint_{V(0)} \rho u dV = P(0)$$
(6)

Поэтому, во-первых (рис. 2):

$$P(0) = 4\pi \int_{X_0}^{X_0+L} \rho_0 \Big[ 1 + \rho_Z B\beta(t) (X_0 + L - x) \Big] u_Z B\beta(t) (X_0 + L - x) x^2 dx =$$
  
=  $4\pi \int_0^L \rho_0 \Big[ 1 + \rho_Z B(L - x) \Big] u_Z B(L - x) (x + X_0)^2 dx.$  (7)

Простым, но достаточно информативным является случай  $X_0 = L$ . Этот подход может быть вполне оправданным, если принять во внимание порождение импульса детонацией взрывчатого вещества со скоростью детонации порядка ~  $5 \times 10^3$  м/с. В этом случая речь может идти о радиусах  $R_0 \sim 5$  см.

Поэтому

$$P(0) = 4\pi\rho_0 u_Z B\left(\frac{11}{12}L^4 + \rho_z B\frac{8}{15}L^5\right)$$
(8)

При таком условии

$$P(t) = 4\pi \int_{0}^{L\lambda(t)} \rho_0 \Big[ 1 + \rho_Z B\beta(t) (L\lambda(t) - x) \Big] u_Z B\beta(t) (L\lambda(t) - x) x^2 dx =$$
  
=  $P(t) = 4\pi \rho_0 u_Z B\beta(t) \Big( \frac{1}{12} L^4 \lambda(t)^4 + \rho_Z B\beta(t) \frac{1}{30} L^5 \lambda(t)^5 \Big)$  (9)

Из (8) и (9) следует:

$$\begin{cases} \beta(t)\lambda(t)^4 = 11, \\ \beta(t)^2\lambda(t)^5 = 16, \end{cases}$$

И

$$\lambda(t) \approx 1,96, \beta(t) \approx 0,74. \tag{10}$$

Таким образом, согласно изложенному подходу, при движении к центру сферический УВ-импульс, во-первых, расплывается, во-вторых – затухает. Для практических ситуаций затухание составляет прядка 0,74 применительно к длине УВ-импульса.



Рис. 1. Начальное положение УВ-иппульса.

\152*]* 



Рис. 2. Эволюция УВ-импульса при движении к центру.

Статья поступила в редакцию 10.09.2018 г.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 4-е изд., стер. М.: Наука, 1988. 736 с.
- 2. Мержиевский И.А. Ударные волны в конденсированных средах. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 1982. 82 с.
- 3. Бугримов А.Л., Колотилов А.В., Рыков О.Р. Эволюция слабых ударных волн в плотных средах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31. № 2. С. 139–143.
- 4. Бугримов А.Л. Особенности эволюции плоских и сферических ударных волн в плотных средах // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34. № 3. С. 101–104.

#### REFERENCES

- 1. Landau L.D., Lifshits E.M. Course of Theoretical. Physics, Vol. 6: *Fluid Mechanics*. 2nd Ed., Oxford, Pergamon Press, 1987. 539 p.
- 2. Merzhievskii I.A. *Udarnye volny v kondensirovannykh sredakh* [Shock waves in condensed matter]. Novosibirsk, Novosibirsk State University Publ., 1982. 82 p.
- Bugrimov A.L., Kolotilov A.V., Rykov O.R. [Evolution of weak shock waves in dense media]. In: *Fizika goreniya i vzryva* [Combustion, Explosion, and Shock Waves], 1995, vol. 31, no. 2, pp. 139–143.
- 4. Bugrimov A.L. [Features of the evolution of planar and spherical shock waves in dense media]. In: *Fizika goreniya i vzryva* [Combustion, Explosion, and Shock Waves], 1998, vol. 34, no. 3, pp. 101–104.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Бугримов Анатолий Львович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой физики Российского государственного университета имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

e-mail: bugrimov-al@rguk.ru;

Лаврентьев Виктор Владимирович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории статистического анализа факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова; e-mail: lavrent@cs.msu.ru; Родэ Сергей Витальевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры физики Российского государственного университета имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

e-mail: rode-s-v@mail.ru;

Шапкарин Игорь Петрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры физики Российского государственного университета имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

e-mail: shapkarin-igor@yandex.ru.

### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Anatoliy L. Bugrimov* – Doctor in Engineering Sciences, professor, Head of the Department of Physics, Kosygin State University of Russia; e-mail: bugrimov-al@rguk.ru;

*Victor V. Lavrent'ev* – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Researcher at the Laboratory of Statistical Analysis, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Lomonosov Moscow State University; e-mail: lavrent@cs.msu.ru;

*Sergey V. Rode* – Doctor in Engineering Sciences, Professor at the Department of Physics, Kosygin State University of Russia; e-mail: rode-s-v@mail.ru;

*Igor P. Shapkarin* – PhD in Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Physics, Kosygin State University of Russia; e-mail: shapkarin-igor@yandex.ru.

## ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Бугримов А.Л., Лаврентьев В.В., Родэ С.В., Шапкарин И.П. Эволюция сходящегося сферического ударно-волнового импульса // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 150–154. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-150-154

### FOR CITATION

Bugrimov A.L., Lavrentev V.V., Rode S.V., Shapkarin I.P. Evolution of a converging spherical shock-wave pulse. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 150–154. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-150-154

## УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-155-166

# ОБОБЩЁННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ РАДИУСОВ КРУПНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ КАПЕЛЬ В ПРОЦЕССЕ ИХ ИСПАРЕНИЯ И КОНДЕНСАЦИИ

## М.К. Кузьмин

Московский государственный областной университет 141014, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Московская область, Российская Федерация

**Аннотация.** Довольно общей постановкой задачи с целью изучения нестационарного процесса испарения (роста) аэрозольной капли сферической формы получены обобщения известных для скорости изменения радиуса капли формул, применяемых для квазистационарного и нестационарного процессов испарения (роста) капли. Полученные формулы по сравнению с названными формулами позволяют учитывать ряд дополнительных факторов, влияющих на скорость изменения радиуса капли. В их числе: кривизна поверхности капли, коэффициент поверхностного натяжения, начальная разница температур у поверхности капли, коэффициенты теплопроводности и температуропроводности парогазовой смеси, удельная теплота фазового перехода вещества капли, скачки концентрации и температуры, следовательно, и коэффициент испарения вещества капли. Проведён численный анализ полученных формул рассмотрением нестационарного процесса испарения капель воды. В частности, при этом сделан вывод о том, что границы применимости скачков концентрации и температуры при определённых значениях коэффициента испарения могут быть расширены на более крупные капли воды, чем это было до сих пор.

*Ключевые слова:* аэрозольная капля, нестационарное испарение, скачки концентрации и температуры, обобщение формул скорости изменения радиуса.

# GENERALIZED FORMULAE FOR THE RATE OF CHANGE IN THE RADII OF LARGE AEROSOL DROPLETS IN THE PROCESS OF EVAPORATION AND CONDENSATION

## M. Kuzmin

Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

**Annotation.** A rather general formulation of the problem in the study of the unsteady evaporation (growth) of a spherical aerosol droplet has been used to obtain generalizations of the formulae known for the rate of change in the droplet radius, used for quasi-stationary and non-stationary evaporation (growth) of the droplet. In comparison with the mentioned formulae, the formulae obtained make it possible to take into account a number of additional factors affecting the rate of change in the droplet radius. These factors include the curvature of the droplet surface,

<sup>©</sup> СС ВҮ М.К. Кузьмин, 2018.

the surface tension coefficient, the initial temperature difference at the droplet surface, the thermal conductivity and thermal diffusivity of the vapor-gas mixture, the specific heat of the phase transition of the droplet substance, the concentration and temperature jumps, and the evaporation coefficient of the droplet substance. The formulae obtained are analyzed numerically by considering the unsteady process of evaporation of water droplets. In particular, it is concluded that the limits of applicability of concentration and temperature jumps at certain values of the evaporation coefficient can be extended to larger water droplets than it has been so far.

*Key words:* aerosol droplet, unsteady evaporation, concentration and temperature jumps, generalization of formulae for the radius change rate.

#### Введение

Изучение процессов испарения и конденсации имеют значительный теоретический и практический интерес. При этом не меньший интерес у исследователей вызывают процессы испарения и конденсационного роста аэрозольных капель. Это подтверждается большим числом публикуемых теоретических и экспериментальных работ [1–6]. Как отмечал Н.А. Фукс в своей работе [7], изданной ещё в 1958 г., что теория этого явления очень сложна. Это объясняется тем, что в реальных условиях эти процессы являются нестационарными, и скорость их протекания зависит от большого числа факторов.

Основоположником теории испарения капель в газообразной среде был Максвелл [7]. Он рассмотрел простейший случай стационарного испарения сферической капли, неподвижной по отношению к бесконечно протяжённой однородной среде. При этом Максвелл принял, что концентрация пара у поверхности капли равна концентрации насыщенного при температуре капли пара. Это предположение справедливо при радиусе капли, значительно превышающем длину свободного пути молекул пара, то есть для «крупных капель». Максвелл получил формулу для скорости испарения капель, согласно которой эта скорость полностью определяется скоростью диффузии пара в окружающей среде. Это, так называемый, диффузионный режим испарения. Следствием из формулы Максвелла является формула для скорости изменения радиуса капли в квазистационарном режиме испарения (или роста) капли [7]. Как сказано в работе Н.А. Фукса [7], в последующем в эти формулы вносились поправки, учитывающие влияние различных первоначально исключённых факторов. В этой же работе решением нестационарного уравнения диффузии получена формула для скорости изменения радиуса капли в нестационарном режиме испарения [7].

В настоящей статье рассматривается иной путь обобщения указанных формул для скорости изменения радиуса капли. С самого начала выбирается довольно общий подход к постановке задачи, которая включает в себя систему нестационарных уравнений диффузии и теплопроводности среды с надлежащими начальными и граничными условиями. С помощью последних учитываются, например, скачки концентрации и температуры вблизи поверхности капли. Поскольку некоторые из коэффициентов скачков концентрации и температуры зависят от коэффициента испарения вещества капли, то при этом происходит учёт и коэффициента испарения. Также с самого начала вводятся в рассмотрение уравнения, позволяющие учитывать влияние кривизны поверхности капли и коэффициентов поверхностного натяжения и удельной теплоты фазового перехода.

#### Постановка задачи

Рассмотрим нестационарный процесс диффузионного режима испарения (концентрационного роста) неподвижной аэрозольной капли сферической формы радиуса *R*, находящейся в бинарной (парогазовой) смеси, первый компонент которой образован молекулами вещества капли, а второй компонент – молекулами несущего газа, неиспытывающего фазового перехода в рассматриваемом интервале температур.

Пусть распределение (относительной) концентрации пара *c*<sub>1</sub> и температура парогазовой смеси *T* удовлетворяют следующей системе уравнений с начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial c_1}{\partial r}\right),\tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \tag{2}$$

$$c_1(r,t)_{|t=0} = c_{10}, \ c_1(r,t)_{|r\to\infty} = c_{1\infty} = c_{10},$$
 (3)

$$T(r,t)_{|t=0} = T_0, \ T(r,t)_{|r\to\infty} = T_\infty = T_0,$$
 (4)

$$Dnm_{1}q\frac{\partial c_{1}}{\partial r}|_{r=R} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}|_{r=R},$$
(5)

где r – радиальная координата сферической системы координат с началом в центре капли, t – время. В нестационарные уравнения диффузии и теплопроводности, то есть в уравнения (1), (2) соответственно, входят:  $D = nm_2D_{12}/\rho_e$ , где  $D_{12}$  – коэффициент взаимной диффузии компонентов бинарной смеси;  $n = n_1 + n_2$ ;  $n_1$ ,  $m_1$  и  $n_2$ ,  $m_2$  – концентрация и масса молекул первого и второго компонентов соответственно;  $\rho_e$  и a – соответственно плотность и температуропроводность бинарной смеси.

Отметим, что соотношение (5) выражает условие непрерывности радиального потока тепла через поверхность капли. В левой части его учитывается теплота, идущая на фазовый переход, пропорциональная величине *q* – удельной теплоте испарения вещества капли, в правую часть входит к – коэффициент теплопроводности парогазовой смеси.

Пусть  $T_s = T_s(t)$  – температура поверхности капли,  $n_1(T_s)$  – концентрация насыщенных паров вещества капли у её поверхности при указанной температуре. Введём ещё обозначения

$$c_{1s}(t) = c_1(T_s) = n_1(T_s) / n,$$
  

$$T_s(t)_{|t=0} = T_{s0}, \ c_{1s}(t)_{|t=0} = c_{1s0}.$$
(6)

Для того чтобы получить выражение, определяющее концентрацию насыщенных паров вещества капли над сферической поверхностью, используем приближенные уравнения Кельвина (Томсона)

$$c_{1s}\left(t\right) = \overline{c}_{1s}\left(t\right) \left(1 + k_{\sigma} / R\right) \tag{7}$$

и Клапейрона – Клаузиуса

$$\overline{c}_{1s}(t) = \overline{c}_{1s0} \left\{ 1 + k_q \left[ T_s(t) - T_{s0} \right] \right\},\tag{8}$$

соответственно. Следует отметить, что последнее уравнение справедливо лишь при малом изменении температуры поверхности капли. В уравнениях (7), (8) черта над буквой означает концентрацию насыщенных паров вещества капли над поверхностью, имеющей пренебрежимо малую кривизну при её температуре, то есть

$$\overline{c}_{1s}(t) = c_1(T_s), \ \overline{c}_{1s0} = \overline{c}_{1s}(t)_{|t=0}$$

Исключив из уравнений (7), (8) функцию  $\overline{c}_{1s}(t)$ , получим искомую формулу

$$c_{1s}\left(t\right) = \overline{c}_{1s0}\left(1 + k_{\sigma} / R\right) \left\{1 + k_{q} \left[T_{s}\left(t\right) - T_{s0}\right]\right\},\tag{9}$$

где

$$k_{\sigma} = \frac{2m_1\sigma}{kT_{s0}\rho_i}, \quad k_q = \frac{qm_1 - kT_{s0}}{kT_{s0}^2}$$

 $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho_i$  – плотность вещества капли, k – постоянная Больцмана.

Отметим, что

$$c_{1s0} = \overline{c}_{1s0} \left( 1 + k_{\sigma} / R \right). \tag{10}$$

Из выражения для  $k_{\sigma}$  следует, что концентрация насыщенных паров над поверхностью сферической капли существенно зависит от отношения  $\sigma/R$ , поэтому важность учета коэффициента поверхностного натяжения возрастает с уменьшением радиуса капли.

На скорость испарения (конденсационного роста) аэрозольных капель определённых размеров может оказывать существенное влияние слой Кнудсена вокруг капли [7]. Это влияние можно учитывать с помощью следующих граничных условий [8]

$$\left[c_{1}(r,t)-c_{1s}(t)\right]_{|r=R}=\left(K_{c}^{(c)}\frac{\partial c_{1}}{\partial r}+K_{c}^{(T)}\frac{1}{T_{s0}}\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{|r=R},$$
(11a)

∖ 158 /

ISSN 2072-8387

$$\left[T(r,t)-T_{s}(t)\right]_{|r=R} = \left(K_{T}^{(T)}\frac{\partial T}{\partial r}+K_{T}^{(c)}T_{s0}\frac{\partial c_{1}}{\partial r}\right)_{|r=R}.$$
(116)

Разности  $\left[c_1(r,t)-c_{1s}(t)\right]_{|r=R}, \left[T(r,t)-T_s(t)\right]_{|r=R}$  называются соответственно

скачками концентрации и температуры. Входящие в (11а), (116) выражения  $c_1(r, t)$  и T(r, t) дают значения относительной концентрации первого компонента бинарной смеси и температуру вне слоя Кнудсена.

Коэффициенты  $K_c^{(c)}$ ,  $K_c^{(T)}$ ,  $K_T^{(T)}$ ,  $K_T^{(c)}$  называют газокинетическими коэффициентами скачков концентрации и температуры. Заметим, что часто вместо этих коэффициентов скачков концентрации и температуры удобнее использовать их составные коэффициенты

$$\chi_{c} = K_{c}^{(c)} - \frac{\gamma}{\kappa T_{s0}} K_{c}^{(T)}, \ \chi_{T} = K_{T}^{(T)} - \frac{\kappa T_{s0}}{\gamma} K_{T}^{(c)},$$

где  $\gamma = Dnm_1q$ . Обращение в нуль составного коэффициента  $\chi_c$ , или  $\chi_T$  означает отсутствие соответствующего скачка.

При проведении численного анализа физических величин, зависящих от коэффициентов скачков концентрации и температуры, будем использовать выражения для коэффициентов скачков концентрации и температуры, приведённые в монографии [8], где они получены для случая бинарной газовой смеси обобщением подхода Лоялки, предложенного в работе [9] для однокомпонентного газа.

Отметим что газокинетические коэффициенты  $K_c^{(c)}$ ,  $K_T^{(c)}$  зависят от коэффициента испарения вещества капли, а коэффициенты  $K_c^{(T)}$ ,  $K_T^{(T)}$  не зависят от него.

Итак, соотношениями (1) – (6), (9) (11а) – (11б) выписаны все основные уравнения, начальные и граничные условия задачи.

## Метод решения задачи. Выражения для скорости изменения радиуса капли при больших значениях времени

Для того чтобы получить выражение для скорости изменения радиуса капли, согласно работе [7], надо иметь выражение  $(\partial c_1/\partial r)_{|r=R}$ . Тогда

$$\frac{dR}{dt} = \frac{Dnm_1}{\rho_i} \frac{\partial c_1}{\partial r}|_{r=R}.$$
(12)

При решении систем нестационарных уравнений вида (1) и (2), обычно применяют интегральное преобразование Лапласа [10]. Как известно, преобразование Лапласа L устанавливает следующую связь между оригиналом f(t) и его изображением F(p), где p – комплексный параметр:

$$F(p) = L\left\{f(t)\right\} = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt.$$

В нашем случае от неизвестных функций-оригиналов мы должны перейти к следующим функциям-изображениям:

2018 / № 4

$$S(r, p) = L\{c_1(r, t)\}, \Theta(r, p) = L\{T(r, t)\},$$
  
$$S_s(p) = L\{c_{1s}(t)\}, \Theta_s(p) = L\{T_s(t)\}.$$

В настоящей статье нас интересует первая из этих функций, то есть функцияизображение *S*(*r*, *p*). Следуя изложенной в работе [11] процедуре отыскания изображений и учитывая вид формул (9) и (10), имеем

$$S(r,p) = \frac{c_{10}}{p} - \frac{\varepsilon_{cT} \kappa p_2}{k_{q\sigma} p_1 + \kappa p_2 + g_{\chi} p_1 p_2} \frac{R}{r} \exp\left(-r_c \sqrt{p}\right), \qquad (13)$$

где

$$\varepsilon_{cT} = \varepsilon_c - c_{1s0}k_q\varepsilon_T, \ \varepsilon_c = c_{10} - \overline{c}_{1s0}\left(1 + k_\sigma / R\right), \ \varepsilon_T = T_0 - T_{s0},$$

$$k_{q\sigma} = \gamma k_q \overline{c}_{1s0}\left(1 + k_\sigma / R\right), \ g_{\chi} = k_{q\sigma}\chi_T + \kappa\chi_c$$

$$p_1 = \sqrt{p/D} + 1/R, p_2 = \sqrt{p/a} + 1/R, r_c = (r - R) / \sqrt{D},$$

ε<sub>T</sub> будем называть начальной разницей температур у поверхности капли (разность температур внешней и внутренней сторон слоя Кнудсена).)

Нужное нам выражение  $(\partial c_1/\partial r)|_{r=R}$  можно найти с помощью обратного преобразования Лапласа. Так как

$$\frac{\partial c_1}{\partial r}|_{r=R} = L^{-1} \left\{ \frac{\partial S}{\partial r}|_{r=R} \right\},\,$$

то необходимо иметь выражение для изображения  $(\partial S/\partial r)_{|r=R}$ . По выражению (13) находим

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{|r=R} = \frac{\varepsilon_{cT} \kappa p_1 p_2}{p\left(k_{q\sigma} p_1 + \kappa p_2 + g_{\chi} p_1 p_2\right)}.$$
(14)

Выбор формул для отыскания оригинала дроби (14) зависит от вида простейших дробей, на которые разлагается эта дробь. Рассмотрим выражение в скобках знаменателя дроби (14). Обозначив  $\sqrt{p}$  через *z*, приходим к квадратному трёхчлену

$$g_{\chi}z^{2} + \left(k_{q\sigma}\sqrt{a} + \kappa\sqrt{D} + g_{\chi}\left(\sqrt{D} + \sqrt{a}\right)/R\right)z + \left(k_{q\sigma} + \kappa + g_{\chi}/R\right)\sqrt{Da}/R.$$

Корни *z*<sub>1</sub>, *z*<sub>2</sub> этого трёхчлена действительны и различны, ибо для большинства жидкостей (вода, спирты, эфиры) при температурах поверхности капли ниже температуры их кипения дискриминант больше нуля. Таким образом, знаменатель выражения (14) можно представить в виде

$$\frac{g_{\chi}}{\sqrt{Da}}p(\sqrt{p}-\beta_1)(\sqrt{p}-\beta_2),$$

∖ 160 ∕

где β<sub>1</sub> = -*z*<sub>1</sub>, β<sub>2</sub> = -*z*<sub>2</sub>. В таком случае, разложив (14) на сумму соответствующих простейших дробей, для нахождения оригинала можно воспользоваться надлежащими формулами из таблицы обратных преобразований Лапласа [10] и получить

$$\frac{\partial c_1}{\partial r}_{|r=R} = \varepsilon_{cT} \kappa \left[ \frac{1}{R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}} + \sum_{j=1}^2 C(\beta_j) \varphi(\beta_j, t) \right],$$

где

$$C(\beta_{j}) = \frac{R^{2}\beta_{j}^{2} - R(\sqrt{D} + \sqrt{a})\beta_{j} + \sqrt{Da}}{R^{2}g_{\chi}\beta_{j}^{2} - \sqrt{Da}\left[R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}\right]},$$
$$\varphi(\beta_{j}, t) = \exp(\beta_{j}^{2}t) \cdot erfc(\beta_{j}\sqrt{t}).$$

Асимптотическое разложение функции  $\phi(\beta_j, t)$  при больших значениях t можно представить в виде

$$\varphi(\beta_j,t) = \frac{1}{\beta_{j\sqrt{\pi t}}} \left[ 1 + \sum_{l=1}^{\infty} \left(-1\right)^l \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot \left(2l-1\right)}{\left(2\beta_j^2 t\right)^l} \right].$$

Взяв приближение  $\varphi(\beta_j, t) \approx 1/(\beta_j \sqrt{t})$ , получим соответствующее приближение

$$\frac{\partial c_1}{\partial r}_{|r=R} \approx \frac{\varepsilon_{cT}\kappa}{R(k_{q\sigma}+\kappa)+g_{\chi}} \left\{ 1 + \frac{R^2(k_{q\sigma}\sqrt{D}+\kappa\sqrt{a})}{\left[R(k_{q\sigma}+\kappa)+g_{\chi}\right]\sqrt{\pi Dat}} \right\}$$
(15)

при больших значениях t.

Мы рассматриваем процесс медленного испарения капли, то есть масса капли значительно больше массы вещества, испарившегося с поверхности капли за время исследуемого процесса. В таком случае допустимо в постановке задачи и в проведённых до сих пор выкладках радиус капли считать постоянной величиной. В реальном процессе испарения радиус капли изменяется со временем и dR/dt < 0.

Из соотношений (12), (15) получаем приближенные выражения для скорости изменения радиуса капли при больших значениях времени:

$$\frac{dR}{dt} \approx \frac{\varepsilon_{cT} Dnm_{1}\kappa}{\rho_{i} \left[ R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi} \right]} \left\{ 1 + \frac{R^{2} \left( k_{q\sigma} \sqrt{D} + \kappa \sqrt{a} \right)}{\left[ R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi} \right] \sqrt{\pi Dat}} \right\}.$$
 (16)

Из (16) выделяются следующие формулы для скорости изменения радиуса капли

**\ 161** /

ISSN 2072-8387

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{\infty 0} = \frac{\varepsilon_{cT} Dn m_1 \kappa}{\rho_i \left[ R \left( k_{q\sigma} + \kappa \right) + g_{\chi} \right]},$$
(17)

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{\infty 1} = \frac{\varepsilon_{cT} Dnm_1 \kappa}{\rho_i \left[R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}\right]} \left\{ 1 + \frac{R^2 \left(k_{q\sigma} \sqrt{D} + \kappa \sqrt{a}\right)}{\left[R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}\right] \sqrt{\pi Dat}} \right\}.$$
 (18)

#### Анализ формул для скорости изменения радиуса капли

Проведём анализ выражений, находящихся в правых частях формул (17) и (18).

Формулы (17) и (18) являются обобщениями хорошо известных в теории квазистационарного и нестационарного процессов испарения (конденсационного роста) крупных аэрозольных капель формул [7]. В наших обозначениях их можно представить так:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(qs)} = \frac{\left(c_{10} - \overline{c}_{1s0}\right)Dnm_1}{\rho_i R},\tag{19}$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(ns)} = \frac{\left(c_{10} - \overline{c_{1s0}}\right)Dnm_1}{\rho_i R} \left(1 + \frac{R}{\sqrt{\pi Dat}}\right).$$
(20)

Формула (17) по сравнению с формулой (19) позволяет учитывать ряд дополнительных факторов, влияющих на скорость изменения радиуса капли. Перечислим их: кривизна поверхности капли, коэффициент поверхностного натяжения, начальная разница температур у поверхности капли, коэффициент теплопроводности парогазовой смеси, удельная теплота фазового перехода вещества капли, скачки концентрации и температуры, следовательно, и коэффициент испарения капли. Кроме перечисленных факторов в формуле (18) в отличие от формулы (20) учитывается ещё коэффициент температуропроводности среды.

Как уже было сказано, формулы (19), (20) были выведены для крупных капель. Поэтому при сравнении формул из пары (17), (18) с соответствующей формулой из пары (19), (20) следует выяснить значимость определённых выражений из последней пары формул при различных размерах капель.

Проведём численный анализ некоторых величин, входящих в формулы (17) и (18). Для этого будем рассматривать нестационарный процесс испарения одиночных капель воды разных размеров в воздушную среду 50% влажности (наиболее реальный случай) при двух значениях температуры 293 *K*, 323 *K*, когда давление среды  $P = 0,1 M\Pi a$ . При этом, основываясь на данных, приведённых в книге [12], для коэффициента испарения воды  $\alpha$  при указанных выше температурах среды полагаем соответственно 0,034 и 0,026. Заметим, что эти значения коэффициента испарения воды сильно отличаются от единицы, поэтому численные значения зависящих от  $\alpha$  коэффициентов скачков концентрации и температуры  $K_c^{(c)}$ ,  $K_T^{(c)}$ , вычисленные при указанных здесь значениях  $\alpha$  будут отличаться от

2018 / № 4

значений коэффициентов скачков концентрации и температуры, вычисляемых часто при  $\alpha = 1$ . Повышение порядка величин  $K_c^{(c)}$ ,  $K_T^{(c)}$  должно привести к некоторому расширению границ применимости теории нестационарного процесса испарения аэрозольных капель, в которой учитываются скачки концентрации и температуры, на более крупные капли воды, чем до сих пор предполагалось.

Для процесса испарения капель необходимо выполнение условия

$$\varepsilon_c = c_{10} - \overline{c_{1s0}} \left( 1 + k_{\sigma} / R \right) < 0.$$

Из соотношений (17), (18) видно, что для процесса испарения должно выполняться ещё условие  $\varepsilon_{cT} = \varepsilon_c - c_{1s0}k_q\varepsilon_T < 0.$ 

Приведём таблицу значений интересующих нас величин, не зависящих от радиуса капли при двух значениях температуры (см. табл. 1).

			1			1 /1	
тк	$k_q \cdot 10^1$ ,	$\sigma \cdot 10^1$ ,	$k_{\sigma} \cdot 10^9$ ,	$\kappa \cdot 10^1$ ,	$\alpha \cdot 10^{1}$	$\chi_c \cdot 10^6$ ,	$\chi_T \cdot 10^6$ ,
1, K	$K^{-1}$	Н/м	М	Вт/(мК)	u · 10	М	М
293	0,59	0,73	1,08	0,26	0,34	4,85	2,09
323	0,47	0,68	0,92	0,28	0,26	8,45	2,32

Таблица 1. Зависимость величин  $k_q$ ,  $\sigma$ ,  $k_\sigma$ ,  $\kappa$ ,  $\alpha$ ,  $\chi_c$ ,  $\chi_T$  от температуры

Проведём численный анализ величин, составляющих выражение  $R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}$ , где  $k_{q\sigma} = \gamma k_q \overline{c}_{1s0} (1 + k_{\sigma} / R)$ . Для этого приведём таблицу значений величин, зависящих от радиуса капли (см. табл. 2).

Таблица 2. Зависимость величин  $k_{q\sigma}$ ,  $g_{\chi}$  от радиуса капли при двух различных значениях температуры

<i>T</i> , K	R, м	10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-5</sup>	$10^{-4}$
293	<i>k</i> <sub>qσ</sub> · 10 <sup>1</sup> , Вт/(мК)	0,6977	0,6365	0,6304	0,62971	0,62970
	$g_{\chi} \cdot 10^7$ , BT/K	1,3931	1,3802	1,3789	1,37881	1,37880
323	k <sub>q</sub> σ · 10 <sup>1</sup> , Вт/(мК)	3,1223	2,8853	2,8616	2,8593	2,8590
	$g_{\chi} \cdot 10^7,$ BT/K	3,1316	3,0765	3,0710	3,07044	3,07039

Так как  $k_{\sigma}/R$  значительно меньше единицы при  $R \gg 10^{-7}$  м, то учет кривизны поверхности капли и поверхностного натяжения может оказывать влияние на скорость испарения капель воды только для капель, радиусы которых  $R < 10^{-7}$  м, то есть для мелких капель. Разница значений величины  $k_{\sigma}$  при рассматриваемых значениях температуры незначительна, на ее значение существенное влияние оказывает обратно пропорциональная зависимость от плотности веще-

ства капли. Если же  $R \ge 10^{-7}$  м, то замена величины  $k_{q\sigma}$  на произведение  $\gamma k_q \overline{c}_{1s0}$  не приведет к большой ошибке.

Пользуясь численными значениями величин, представленных таблицами 1 и 2, можно убедиться в том, что  $R(k_{q\sigma} + \kappa) \approx g_{\chi}$  при  $R \approx 10^{-7}$  м. Капля воды радиуса  $R = 0.7 \cdot 10^{-5}$  м относится к крупным. Для такой капли при T = 293 K имеем  $R(k_{q\sigma} + \kappa) \approx 6.23 \cdot 10^{-6}$  Вт/К. Это значение всего в 4,5 раза превышает соответствующее значение величины  $g_{\chi}$ , и пренебрегать при этом значением последней величины не следует. Этот пример показывает, что учёт скачков концентрации и температуры получает расширение границы применимости при определённых значениях коэффициента испарения.

С учётом выше сказанного, для крупных частиц можно использовать следующие обобщённые формулы для скорости изменения радиуса капли в процессе испарении (роста):

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{\infty 0}^{(qs)} = \frac{\overline{\varepsilon}_{cT} Dnm_1 \kappa}{\rho_i \left[ R(\overline{\gamma}_q + \kappa) + g_{\chi} \right]},$$
(21)

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{\infty 1}^{(ns)} = \frac{\overline{\varepsilon}_{cT}Dnm_{1}\kappa}{\rho_{i}\left[R\left(\overline{\gamma}_{q}+\kappa\right)+g_{\chi}\right]} \left\{1 + \frac{R^{2}\left(\overline{\gamma}_{q}\sqrt{D}+\kappa\sqrt{a}\right)}{\left[R\left(\overline{\gamma}_{q}+\kappa\right)+g_{\chi}\right]\sqrt{\pi Dat}}\right\},\qquad(22)$$

где  $\overline{\varepsilon}_{cT} = c_{10} - \overline{c}_{1s0} \left[ 1 + k_q \left( T_0 - T_{s0} \right) \right], \overline{\gamma}_q = \gamma k_q \overline{c}_{1s0}.$ 

Если не учитывать теплоту фазового перехода вещества капли, то есть положить q = 0, то  $\overline{\gamma}_q = 0$ . Если совсем не учитывать влияние слоя Кнудсена вокруг капли в виде скачков концентрации и температуры, то  $g_{\chi} = 0$  и  $T_0 - T_{s0} = 0$ . Таким образом, из формул (21) и (22) получим соответственно формулы (19) и (20).

Статья поступила в редакцию 30.08.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Высокоморная О.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Прогностическое определение интегральных характеристик испарения капель воды в газовых средах с различной температурой // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 3. С. 648–657.
- Захаревич А.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Экспериментальное исследование изменения температуры в центре капли воды в процессе ее испарения в разогретом воздухе // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 3. С. 537–541.
- Кузнецов Г.В., Куйбин П.А., Стрижак П.А. Оценка численных значений констант испарения капель воды, движущихся в потоке высокотемпературных газов // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. Вып. 2. С. 264–269.
- Пискунов М.В., Стрижак П.А. Отличие условий и характеристик испарения неоднородных капель воды в высотемпературной газовой среде // Журнал технической физики. 2016. № 9. С. 24–31.
- 5. Хасанов А.С. Решение задачи об испарении двух капель операторными методами для любых радиусов капель и любых расстояний между ними // Вестник Московского

государственного областного университета. Серия Физика-Математика. 2018. № 2. С. 51-60.

- 6. О диффузионном испарении (сублимации) крупной аэрозольной частицы при значительных перепадах температуры в ее окрестности / Щукин Е.Р., Малай Н.В., Шулиманова З.Л., Уварова Л.А. // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. Вып. 4. С. 561–568.
- 7. Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. М.: Издательство АН СССР, 1958. 91 с.
- 8. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 208 с.
- 9. Loyalka S.K. Approximate method in the kinetic theory // The Physics of Fluids. 1971. Vol. 14. No. 11. P. 2291–2294.
- 10. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Наука, 1971. 288 с.
- Яламов Ю.И., Кузьмин М.К. Скорость нестационарного испарения сферической капли с учетом скачков концентрации и температуры вблизи ее поверхности // Журнал технической физики, 2005. Т. 75/ Вып. 3. С. 30–35.
- 12. Амелин А.Г. Теоретические основы образования тумана при конденсации пара. М.: Химия, 1972. 304 с.

#### REFERENCES

- 1. Vysokomornaya O.V., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. [Prognostic determination of the integral characteristics of evaporation of water droplets in gaseous media with different temperatures]. In: *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2017, vol. 90, no. 3, pp. 648–657.
- 2. Zakharevich A.V., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. [Experimental study of the temperature change in the center of a drop of water during its evaporation in heated air]. In: *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2016, vol. 89, no. 3, pp. 537–541.
- 3. Kuznetsov G.V., Kuibin P.A., Strizhak P.A. [Estimation of the numerical values of the evaporation constants of water droplets moving in a flow of high-temperature gases]. In: *Teplofizika vysokikh temperatur* [High Temperature], 2015, vol. 53, no. 2, pp. 264–269.
- Piskunov M.V., Strizhak P.A. [Difference in the conditions and characteristics of evaporation of inhomogeneous water drops in a high-temperature gaseous medium]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2016, no. 9, pp. 24–31.
- Khasanov A.S. [The solution of the evaporation problem of two drops by operator methods for arbitrary radii of drops and arbitrary distances between them]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 2, pp. 51–60.
- Shchukin E.R., Malai N.V., Shulimanova Z.L., Uvarova L.A. [Diffuse vaporization (sublimation) of a large aerosol particle under precipitous changes in the ambient temperature]. In: *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature], 2015, vol. 53, no. 4, pp. 561–568.
- 7. Fuks N.A. Evaporation and droplet growth in gaseous medium. Oxford, Pergamon Press, 1959.
- 8. Galoyan V.S., Yalamov Yu.I. *Dinamika kapel' v neodnorodnykh vyazkikh sredakh* [Dynamics of droplets in an inhomogeneous viscous media]. Yerevan, Luis Publ., 1985. 208 p.

ISSN 2072-8387

- 9. Loyalka S.K. Approximate method in the kinetic theory. In: *The Physics of Fluids*, 1971, vol. 14, no. 11, pp. 2291–2294.
- Dech G. Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniyu preobrazovaniya Laplasa i Z-preobrazovaniya [Handbook on the practical use of Laplace transforms and Z-transforms]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 288 p.
- Yalamov Yu.I., Kuz'min M.K. [Rate of unsteady of a spherical drop with regard to concentration and temperature discontinuities at its surface]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2005, vol. 75, no. 3, pp. 30–35.
- 12. Amelin A.G. *Teoreticheskie osnovy obrazovaniya tumana pri kondensatsii para* [The theoretical basis for the formation of fog in the condensation of vapor]. Moscow, Khimiya Publ., 1972. 304 p.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Кузьмин Михаил Кузьмич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;

e-mail: lesir179@infoline.su

#### **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

*Mikhail K. Kuzmin* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University; e-mail: lesir179@infoline.su

### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Кузьмин М.К. Обобщённые формулы для скорости изменения радиусов крупных аэрозольных капель в процессе их испарения и конденсации // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 155–166.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-155-166

#### FOR CITATION

Kuzmin M.K. Generalized formulae for the rate of change in the radii of large aerosol droplets in the process of evaporation and condensation. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 155-166. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-155-166 УДК 533.72 DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-167-177

# НАЧАЛЬНОЕ И КОНЕЧНОЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ РАДИУСА НЕСТАЦИОНАРНО ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ АЭРОЗОЛЬНОЙ КАПЛИ

## Корнеева Е.Е., Кузьмин М.К.

Московский государственный областной университет 141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

**Аннотация.** Авторами статьи найдены начальные и конечное предельные выражения для скорости изменения радиуса нестационарно испаряющейся аэрозольной капли. При этом учтены кривизна поверхности капли, коэффициенты поверхностного натяжения и удельной теплоты фазового перехода, а также скачки концентрации и температуры. Проведены численные расчеты для всех величин, содержащихся в найденных выражениях для капель воды разных размеров и при различных температурах среды. Выделены сходства и различия этих выражений, которые важно учитывать при выборе формул для вычисления времени полного испарения капель.

*Ключевые слова:* аэрозольная капля, нестационарное испарение, скачки концентрации и температуры, предельные выражения скорости изменения радиуса.

# INITIAL AND FINITE LIMIT EXPRESSION FOR THE RATE OF CHANGE IN THE RADIUS OF AN UNSTEADY EVAPORATING AEROSOL DROPLET

## E. Korneeva, M. Kuzmin

Moscow Region State University ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation

**Annotation.** We have found initial and finite limit expressions for the rate of change in the radius of an unsteady evaporating aerosol droplet. The equations take into account the curvature of the droplet surface, surface tension and specific heat of the phase transition, as well as concentration and temperature jumps. Numerical calculations for all values contained in the derived expressions for water droplets of different sizes and at different ambient temperatures are carried out. The similarities and differences of these expressions are revealed, which are important to consider when choosing formulae for calculating the time of complete evaporation of droplets.

*Key words:* aerosol drop, unsteady evaporation, jumps of temperature and concentration, limiting expressions of the rate of change in the radius.

<sup>©</sup> СС ВУ Корнеева Е.Е., Кузьмин М.К., 2018.

#### Введение

Исследование процесса испарения и конденсационного роста аэрозольных капель имеет важное теоретическое и практическое значение [1; 2]. Это подтверждается большим числом публикующихся работ по этой тематике [3–11]. Так как в ходе этих процессов размеры капель изменяются непрерывно, то эти процессы следует считать нестационарными.

Рассмотрим процесс нестационарного испарения неподвижной аэрозольной капли сферической формы, находящейся в бинарной газовой смеси, первый компонент которой образован молекулами вещества капли, а второй компонент – молекулами несущего газа, причём этот компонент не испытывает фазовый переход в рассматриваемом интервале температур. Будем полагать, что испарение протекает сферически симметрично в диффузионном режиме [1; 2].

К числу важнейших характеристик нестационарного процесса испарения аэрозольных капель относится скорость изменения их радиуса и время полного испарения капли. Имеется большое число взаимосвязанных факторов, влияющих на этот процесс. Для капель определённых размеров весьма существенным может быть влияние слоя Кнудсена вокруг капли [1; 2]. Для исследования влияния слоя Кнудсена на рассматриваемый процесс испарения капли учитывают, так называемые, скачки концентрации и температуры на этом слое.

Будем предполагать [1; 2], что концентрация пара у поверхности капли равна концентрации насыщенного пара при температуре её поверхности. Для сферических капель достаточно малого радиуса приходится учитывать зависимость концентрации насыщенных паров над поверхностью от коэффициента поверхностного натяжения вещества капли [12].

#### Постановка задачи

Как уже было сказано, мы рассматриваем сферически симметричное испарение. Поэтому выбираем сферическую систему координат с началом в центре капли. В рамках рассматриваемой модели нестационарного процесса испарения неподвижной сферической капли независимыми переменными будут r – радиальная координата сферической системы координат и время t. Выпишем основные уравнения, начальные и граничные условия нашей задачи. Положим, что распределение относительной концентрации пара  $c_1(r, t)$  и температура парогазовой смеси T(r, t) удовлетворяют следующей системе уравнений с начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial c_1}{\partial r}\right),\tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \tag{2}$$

$$c_1(r,t)_{|t=0} = c_{10}, c_1(r,t)_{|r\to\infty} = c_{1\infty} = c_{10},$$
 (3)

**\_ 168** /

$$T(r,t)_{|t=0} = T_0, T(r,t)_{|r\to\infty} = T_\infty = T_0,$$
 (4)

$$Dnm_{1}q\frac{\partial c_{1}}{\partial r}|_{r=R} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r}|_{r=R},$$
(5)

В нестационарные уравнения диффузии и теплопроводности, то есть в уравнения (1), (2) соответственно входят:  $D = nm_2D_{12}/\rho_e$ , где  $D_{12}$  – коэффициент взаимной диффузии компонентов бинарной смеси;  $n = n_1 + n_2$ ;  $n_1$ ,  $m_1$  и  $n_2$ ,  $m_2$  – концентрация и масса молекул первого и второго компонентов соответственно;  $\rho_e$ и a – соответственно плотность и температуропроводность парогазовой смеси.

В соотношении (5), выражающем условие непрерывности потока тепла через поверхность капли, участвуют величины: *q* – удельная теплота испарения вещества капли, к – коэффициент теплопроводности парогазовой смеси.

Введём обозначения

$$c_{1s}\left(t\right) = c_{1}\left(T_{s}\right) = n_{1}\left(T_{s}\right)/n_{s}$$

где  $n_1(T_s)$  – концентрация насыщенных паров вещества капли при температуре её поверхности  $T_s = T_s(t)$ , далее положим

$$T_{s}(t)_{|t=0} = T_{s0}, c_{1s}(t)_{|t=0} = c_{1s0}.$$
 (6)

Формулу, определяющую зависимость концентрации насыщенных паров над сферической поверхностью достаточно большой кривизны от коэффициентов поверхностного натяжения и удельной теплоты фазового перехода вещества капли, можно получить с использованием приближенного уравнения Кельвина (Томсона) и приближенного уравнения Клапейрона-Клаузиуса. Искомая формула имеет вид [12]

$$c_{1s}\left(t\right) = \overline{c}_{1s0}\left(1 + k_{\sigma} / R\right) \left\{ 1 + k_{q} \left[T_{s}\left(t\right) - T_{s0}\right] \right\}.$$
(7)

Здесь черта над буквой означает концентрацию насыщенных паров вещества капли над поверхностью, имеющей пренебрежимо малую кривизну при её температуре, то есть

$$\overline{c}_{1s0} = \overline{c}_{1s} \left( t \right)_{|t=0}, \overline{c}_{1s} \left( t \right) = c_1 \left( T_s \right),$$

а через  $k_{\sigma}$ ,  $k_{q}$  обозначены выражения:

$$k_{\sigma} = \frac{2m_1\sigma}{kT_{s0}\rho_i}, k_q = \frac{qm_1 - kT_{s0}}{kT_{s0}^2}$$

в которые входят величины: σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ<sub>i</sub> – плотность вещества капли, k – постоянная Больцмана.

Отметим, что

$$c_{1s0} = \overline{c}_{1s0} \left( 1 + k_{\sigma} / R \right). \tag{8}$$

Для процесса испарения капель необходимо выполнение условия

**\_ 169** /

$$\varepsilon_c = c_{10} - \overline{c_{1s0}} \left( 1 + k_{\sigma} / R \right) < 0.$$

Из формулы (8) и выражения для  $k_{\sigma}$  следует, что концентрация насыщенных паров над поверхностью сферической капли существенно зависит от отношения  $\sigma/R$ , поэтому важность учёта коэффициента поверхностного натяжения возрастает с увеличением кривизны её поверхности.

Учёт скачков концентрации и температуры на слое Кнудсена вблизи поверхности капли осуществляется с помощью граничных условий [2]:

$$\left[c_{1}\left(r,t\right)-c_{1s}\left(t\right)\right]_{|r=R} = \left(K_{c}^{(c)}\frac{\partial c_{1}}{\partial r}+K_{c}^{(T)}\frac{1}{T_{s0}}\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{|r=R},$$
(9)

$$\left[T(r,t)-T_{s}(t)\right]_{|r=R} = \left(K_{T}^{(T)}\frac{\partial T}{\partial r}+K_{T}^{(c)}T_{s0}\frac{\partial c_{1}}{\partial r}\right)_{|r=R},$$
(10)

входящие в (9), (10) выражения  $c_1(r, t)$  и T(r, t) дают значения относительной концентрации первого компонента бинарной смеси и температуру вне слоя Кнудсена. Разности, расположенные в левых частях равенств (9), (10), называют соответственно скачками концентрации и температуры. Коэффициенты  $K_c^{(c)}$ ,  $K_c^{(T)}$ ,  $K_T^{(T)}$ ,  $K_T^{(c)}$  называют газокинетическими коэффициентами скачков концентрации и температуры.

При проведении численного анализа ниже получаемых предельных выражений для скорости изменения радиуса нестационарно испаряющейся капли мы будем использовать выражения для коэффициентов скачков концентрации и температуры, приведённые в монографии [13], где они получены для случая бинарной газовой смеси обобщением подхода Лоялки, разработанного для однокомпонентного газа.

Итак, соотношения (1) – (7) и (9), (10) определяют основные уравнения, начальные и граничные условия нашей задачи.

## Метод решения задачи. Начальное и конечное предельные выражения для скорости изменения радиуса капли

Для решения задачи мы используем метод интегральных преобразований Лапласа [14]. Как известно, преобразование Лапласа L устанавливает следующую связь между оригиналом f(t) и его изображением F(p), где p – комплексный параметр:

$$F(p) = L\left\{f(t)\right\} = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt.$$

В нашем случае в пространстве изображений неизвестными функциями являются:

$$S(r,p) = L\{c_1(r,t)\}, \Theta(r,p) = L\{T(r,t)\},\$$

ISSN 2072-8387

$$S_{s}(p) = L\{c_{1s}(t)\}, \Theta_{s}(p) = L\{T_{s}(t)\},$$

Для получения начального и конечного предельных выражений скорости изменения радиуса испаряющейся капли нам достаточно иметь выражение функции *S*(*r*, *p*). Следуя изложенной в работе [15] процедуре отыскания изображений и учитывая формулу (8), имеем

$$S(r,p) = \frac{c_{10}}{p} - \frac{\varepsilon_{cT} \kappa p_2}{k_{q\sigma} p_1 + \kappa p_2 + g_{\chi} p_1 p_2} \frac{R}{r} \exp\left(-r_c \sqrt{p}\right), \qquad (11)$$

где

$$\mathcal{E}_{cT} = \mathcal{E}_{c} - c_{1s0}\kappa_{q}\mathcal{E}_{T}, \ \mathcal{E}_{T} = I_{0} - I_{s0},$$

$$k_{q\sigma} = \gamma k_{q}\overline{c}_{1s0} (1 + k_{\sigma} / R), \ \gamma = Dnm_{1}q,$$

$$p_{1} = \sqrt{p / D} + 1 / R, p_{2} = \sqrt{p / a} + 1 / R, r_{c} = (r - R) / \sqrt{D},$$

$$g_{\chi} = k_{q\sigma}\chi_{T} + \kappa\chi_{c}, \ \chi_{c} = K_{c}^{(c)} - \frac{\gamma}{\kappa T_{s0}}K_{c}^{(T)}, \ \chi_{T} = K_{T}^{(T)} - \frac{\kappa T_{s0}}{\gamma}K_{T}^{(c)},$$

 $\chi_c$ ,  $\chi_T$  называются составными коэффициентами соответственно скачков концентрации и температуры [15],  $\varepsilon_T$  – начальной разницей температур у поверхности капли (разность температур внешней и внутренней сторон слоя Кнудсена).

До сих пор радиус капли *R* мы считали постоянной величиной, это допустимо только в случае, когда масса капли значительно больше массы вещества, испарившегося с поверхности капли за время рассматриваемого процесса [16], то есть когда имеет место процесс медленного испарения. Как известно [1], скорость нестационарного изменения радиуса капли определяется формулой

$$\frac{dR}{dt} = \frac{Dnm_1}{\rho_i} \frac{\partial c_1}{\partial r}|_{r=R}.$$
(12)

Так как  $\frac{\partial c_1}{\partial r}|_{r=R} = L^{-1} \left\{ \frac{\partial S}{\partial r} |_{r=R} \right\}$ , то необходимо иметь выражение для изображе-

ния  $(\partial S/\partial r)_{|r=R}$ . По выражению (11) находим

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{|r=R} = \frac{\varepsilon_{cT} \kappa p_1 p_2}{p\left(k_{q\sigma} p_1 + \kappa p_2 + g_{\chi} p_1 p_2\right)}$$

Предположив, что  $\lim_{t\to 0} (\partial c_1 / \partial r)_{|r=R}$  существует, по теореме о начальном значении из операционного исчисления [14] находим

$$\lim_{t\to 0} \left(\frac{\partial c_1}{\partial r}\right)_{|r=R} = \lim_{p\to\infty} \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{|r=R} = \frac{\varepsilon_{cT}\kappa}{g_{\chi}}.$$

Предположив теперь, что  $\lim_{t\to\infty} (\partial c_1 / \partial r)_{|r=R}$  существует, по теореме о конечном

значении из операционного исчисления [14] находим

$$\lim_{d\to\infty} \left(\frac{\partial c_1}{\partial r}\right)_{|r=R} = \lim_{p\to 0} \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_{|r=R} = \frac{\varepsilon_{cT}\kappa}{R(k_{q\sigma}+\kappa)+g_{\chi}}.$$

По формуле (12) получаем начальное и конечное предельные выражения для скорости изменения радиуса капли:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{0} = \frac{\varepsilon_{cT} Dnm_{1}\kappa}{\rho_{i}g_{\chi}} (t \to 0), \qquad (13)$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_{\infty} = \frac{\varepsilon_{cT} Dnm_1 \kappa}{\rho_i \left[R(k_{q\sigma} + \kappa) + g_{\chi}\right]} (t \to \infty).$$
(14)

## Численный анализ начального и конечного предельных выражений для скорости изменения радиуса капли

Для численного анализа выражений (13) и (14) будем рассматривать процесс нестационарного испарения ( $\varepsilon_c < 0$ ) одиночных капель воды в условиях наиболее близких к реальным, а именно, в воздушную среду 50% влажности, когда давление среды  $P = 0,1 M\Pi a$ , при двух значениях температуры 293 *K*, 323 *K*. Для коэффициента испарения воды  $\alpha$  при указанных выше температурах среды полагаем соответственно 0,034 и 0,026 [17]. Чтобы охватить все часто рассматриваемые классы аэрозольных частиц (мелкие частицы, частицы с промежуточными размерами, умеренно крупные частицы, крупные частицы [13]), будем вести численные расчёты для капель воды с радиусами 10<sup>-8</sup> м, 10<sup>-7</sup> м, 10<sup>-6</sup> м.

В этой статье будем рассматривать процесс только испарения капель, поэтому при  $\varepsilon_c < 0$  величина  $\varepsilon_{cT} = \varepsilon_c - c_{1s0}k_q\varepsilon_T$ , входящая в выражения (13) и (14), должна быть отрицательной, а это возможно только при выполнении условия

$$\varepsilon_T > -k_q^{-1} \left( 1 - \frac{c_{10}}{\varepsilon_c} \right)^{-1}$$

Откуда получаем, что если за основу брать начальную температуру поверхности капли, то при этом температура среды на внешней стороне слоя Кнудсена не может быть намного ниже температуры поверхности капли (в противном случае начнётся рост капли). Поскольку мы зафиксировали температуру среды, то следует сказать, что температура поверхности капли не может быть намного выше температуры среды. Например, в случае  $R = 10^{-6}$  м значение  $\varepsilon_T > -8,52$  К при T = 293 К и  $\varepsilon_T > -10,75$  К при T = 323 К.

Для выражений (13) и (14) характерна зависимость от большого числа одних и тех же физических величин. Из них следует отметить такие, как коэффициенты взаимной диффузии, теплопроводности среды, удельной теплоты испарения, поверхностного натяжения и газокинетические коэффициенты скачков концентрации и температуры. Важно отметить относительно последних, что коэффициенты  $K_c^{(c)}$ ,  $K_T^{(c)}$  зависят от коэффициента испарения вещества капли, причём абсолютные величины выражений (13), (14) растут с увеличением коэффициента испарения. Коэффициенты  $K_c^{(T)}$ ,  $K_T^{(T)}$  не зависят от коэффициента испарения.

Очевидно, что значение абсолютной величины выражения (14) меньше соответствующего значения выражения (13) за счёт положительного слагаемого  $R(k_{q\sigma} + \kappa)$ , расположенного в знаменателе выражения (14).

Представляет интерес изучение зависимости выражений (13) и (14) от радиуса капли. Используя значения исходных физических величин из справочника [18], проведены расчёты всех величин, составляющих выражения (13) и (14). Ограничиваясь для простоты случаем  $\varepsilon_T = 0$  приведём таблицу значений  $k_{q\sigma} + \kappa$  и  $g_{\chi}$  (см. табл. 1).

<i>Т</i> , К	<i>R</i> , м	10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-5</sup>
293	$(k_{q\sigma} + \kappa) 10^1$ , BT/(MK)	0,9550	0,8938	0,8877	0,8871
	<i>g</i> <sub>χ</sub> 10 <sup>7</sup> , Bτ/K	1,3931	1,3802	1,3789	1,3788
323	$(k_{q\sigma} + \kappa)10^1$ , BT/(MK)	3,4069	3,1699	3,1462	3,1439
	<i>g</i> <sub>χ</sub> 10 <sup>7</sup> , Bτ/K	3,1316	3,0765	3,0710	3,0704

Таблица 1. Зависимость величин k<sub>qσ</sub> + κ, g<sub>χ</sub> от радиуса капли при двух различных значениях температуры

Как видно из таблицы 1 значения величин  $k_{q\sigma}$  + к и  $g_{\chi}$  существенно зависят от температуры среды. Их значения при температуре 323 К превосходят соответствующие значения, полученные при температуре 293 К, примерно 3,5 и 2,2 раза. Причем, значения этих величин медленно убываю с ростом радиуса капель, а несколько большее отличие величин первых двух столбцов численных значений объясняется учётом кривизны поверхности капель и коэффициента поверхностного натяжения.

Выражение в знаменателе формулы (14), заключённое в квадратные скобки, состоит из двух слагаемых, первое из которых явно зависит от радиуса капли. Для капель воды, радиусы которых близки значению 10<sup>-6</sup> м эти слагаемые будут величинами одного порядка, а для более мелких капель значения первого слагаемого будут значительно меньше значений второго слагаемого, тем самым для капель таких размеров учёт скачков концентрации и температуры становится более существенным фактором. А для более крупных капель, наоборот, скачки концентраций и температуры оказывают всё меньшее влияние на скорость изменения радиуса капли при больших значениях времени. При малых значениях времени, согласно формуле (13), влияние скачков концентрации и температуры на скорость изменения радиуса капли весьма существенно, следовательно, существенно при этом и влияние коэффициента испарения. Формулы (13) и (14) отличаются характером зависимости от радиуса капли. В этом можно убедиться

173

2018 / № 4

по приводимой ниже таблице значений выражений (13), (14) (при  $\varepsilon_T = 0$ ) (см. табл. 2).

при двух различных значениях температуры							
<i>Т</i> , К	<i>R</i> , м	10 <sup>-8</sup>	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-5</sup>		
293	( <i>dR/dt</i> ) <sub>0</sub> 10 <sup>5</sup> , м/с	-4,92	-4,17	-4,092	-4,086		
	<i>(dR/dt</i> ) <sub>∞</sub> 10 <sup>5</sup> , м/с	-5,35	-4,37	-2,78	-0,61		
323	( <i>dR/dt</i> ) <sub>0</sub> 10 <sup>5</sup> , м/с	-14,04	-12,29	-12,11	-12,09		
	( <i>dR/dt</i> )∞10 <sup>5</sup> , м/с	-15,08	-12,17	-6,34	-1,18		

Таблица 2. Зависимость выражений для (*dR*/*dt*)₀, (*dR*/*dt*)∞ от радиуса капли при двух различных значениях температуры

Сравнивая численные значения выражений для  $(dR/dt)_0$  и  $(dR/dt)_\infty$  при указанных температурах, легко заметить многократное увеличение их абсолютных величин при переходе к более высокой температуре. Также общим свойством выражений (13) и (14) является то, что они по абсолютной величине убывают с увеличением радиуса капли, причём это происходит с разной скоростью: для формул при малых значений времени весьма медленно, а для формул при больших значениях времени значительно быстрее. Особенно быстро для крупных капель воды, последнее объясняется тем, что в знаменателе выражения (14) содержится слагаемое  $R(k_{q\sigma} + \kappa)$ , значение которого для крупных капель воды приближенно равно значению выражения  $R\gamma k_q \overline{c}_{1s0}$ .

По данным таблицы 2 получаем, что численные значения отношения  $(dR/dt)_0/(dR/dt)_\infty$  при изменении *R* от 10<sup>-8</sup> м до 10<sup>-5</sup> м увеличивается от 0,92 до 6,70 при температуре *T* = 293 K и от 0,93 до 10,25 при температуре *T* = 323 K.

Установленные выше зависимости выражений (13), (14) от различных физических факторов следует учитывать при выборе формул для вычисления времени полного испарения аэрозольных капель определённых размеров.

Статья поступила в редакцию 31.07.2018 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Фукс Н.А. Испарение и рост капель в газообразной среде. М.: Издательство АН СССР, 1958. 91 с.
- 2. Щукин Е.Р., Яламов Ю.И., Шулиманова З.Л. Избранные вопросы физики аэрозолей: учебное пособие. Москва: Московский педагогический университет, 1992. 297 с.
- 3. Азанов Г.М., Осипцов А.Н. Влияние мелких испаряющихся капель на температуру адиабатической стенки в сжимаемом двухфазном пограничном слое // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2016. № 4. С. 67–76.
- 4. Высокоморная О.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Прогностическое определение интегральных характеристик испарения капель воды в газовых средах с различной температурой // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 3. С. 648–657.
- Захаревич А.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Экспериментальное исследование изменения температуры в центре капли воды в процессе ее испарения в разогретом воздухе // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 3. С. 537–541.

ISSN 2072-8387

- Кузнецов Г.В., Куйбин П.А., Стрижак П.А. Оценка численных значений констант испарения капель воды, движущихся в потоке высокотемпературных газов // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. Вып. 2. С. 264–269.
- 7. Пискунов М.В., Стрижак П.А. Отличие условий и характеристик испарения неоднородных капель воды в высотемпературной газовой среде // Журнал технической физики. 2016. № 9. С. 24–31.
- 8. Хасанов А.С. Решение задачи об испарении двух капель операторными методами для любых радиусов капель и любых расстояний между ними // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 2. С. 51–60.
- 9. О диффузионном испарении (сублимации) крупной аэрозольной частицы при значительных перепадах температуры в ее окрестности / Щукин Е.Р., Малай Н.В., Шулиманова З.Л., Уварова Л.А. // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. Вып. 4. С. 561–568.
- 10. Giorgiutti-Dauphinй F., Pauchard L. Drying drops // The European Physical Journal E. 2018. Vol. 41. No. 3. P. 32/1–32/15.
- On the predictions for diffusion-driven evaporation of sessile / Tran Ha V., Nguyen Tuan A.H., Biggs Simon R., Nguyen Anh V. // Chemical Engineering Science. 2018. Vol. 177. P. 417–421.
- 12. Кузьмин М.К. Теория нестационарного процесса испарения сферической аэрозольной капли с учетом зависимости давления насыщенного пара от кривизны ее поверхности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика–математика. 2012. № 3. С. 39–49.
- 13. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс, 1985. 208 с.
- 14. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Наука, 1971. 288 с.
- Яламов Ю.И., Кузьмин М.К. Скорость нестационарного испарения сферической капли с учетом скачков концентрации и температуры вблизи ее поверхности // Журнал технической физики. 2005. Т. 75. Вып. 3. С. 30–35.
- Nix N., Fukuta N. Nonsteady-state theory of droplet growth // Journal of Chemical Physics. 1973. Vol. 58. No. 4. P. 1735–1740.
- 17. Амелин А.Г. Теоретические основы образования тумана при конденсации пара. М.: Химия, 1972. 304 с.
- Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.

### REFERENCES

- 1. Fuks N.A. Evaporation and droplet growth in gaseous medium. Oxford, Pergamon Press, 1959.
- Shchukin E.R., Yalamov Yu.I., Shulimanova Z.L. *Izbrannye voprosy fiziki aerozolei* [Selected topics of the physics of aerosols]. Moscow, Moscow Pedagogical University Publ., 1992. 297 p.
- 3. Azanov G.M., Osiptsov A.N. [The effect of fine evaporating droplets on the adiabatic-wall temperature in a compressible two-phase boundary layer]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2016, no. 4, pp. 67–76.
- 4. Vysokomornaya O.V., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. [Prognostic determination of the integral characteristics of evaporation of water droplets in gaseous media at different

temperatures]. In: *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2017, vol. 90, no. 3, pp. 648–657.

- Zakharevich A.V., Kuznetsov G.V., Strizhak P.A. [Experimental study of the temperature change in the center of a drop of water in the process of its evaporation in heated air]. In: *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2016, vol. 89, no. 3, pp. 537–541.
- 6. Kuznetsov G.V., Kuibin P.A., Strizhak P.A. [Estimation of the numerical values of the evaporation constants of water droplets moving in a flow of high-temperature gases]. In: *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature], 2015, vol. 53, no. 2, pp. 264–269.
- Piskunov M.V., Strizhak P.A. [Difference in the conditions and characteristics of evaporation of inhomogeneous water drops in a high-temperature gaseous medium]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2016, no. 9, pp. 24–31.
- 8. Khasanov A.S. [The solution of the evaporation problem of two drops by operator methods for arbitrary radii of drops and arbitrary distances between them]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 2, pp. 51–60.
- Shchukin E.R., Malai N.V., Shulimanova Z.L., Uvarova L.A. [Diffuse vaporization (sublimation) of a large aerosol particle under precipitous changes in the ambient temperature]. In: *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature], 2015, vol. 53, no. 4, pp. 561–568.
- 10. Giorgiutti-Dauphinй F., Pauchard L. Drying drops. In: *The European Physical Journal E*, 2018, vol. 41, no. 3, pp. 32/1–32/15.
- Tran Ha V., Nguyen Tuan A.H., Biggs Simon R., Nguyen Anh V. On the predictions for diffusion-driven evaporation of sessile. In: *Chemical Engineering Science*, 2018, vol. 177, pp. 417–421.
- 12. Kuz'min M.K. [The theory of nonstationary evaporation of spherical aerosol drop in view of dependence of saturated steam pressure from curvature of its surface]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 3, pp. 39–49.
- 13. Galoyan V.S., Yalamov Yu.I. *Dinamika kapel' v neodnorodnykh vyazkikh sredakh* [Dynamics of droplets in an inhomogeneous viscous media]. Yerevan, Luis Publ., 1985. 208 p.
- Dech G. Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniyu preobrazovaniya Laplasa i Z-preobrazovaniya [Handbook on the practical use of Laplace transforms and Z-transforms]. Moscow, Nauka Publ., 1971. 288 p.
- 15. Yalamov Yu.I., Kuz'min M.K. [Rate of unsteady of a spherical drop with regard to concentration and temperature discontinuities at its surface]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2005, vol. 7, no. 3, pp. 30–35.
- 16. Nix N., Fukuta N. Nonsteady-state theory of droplet growth. In: *Journal of Chemical Physics*, 1973, vol. 58, no. 4, pp. 1735–1740.
- 17. Amelin A.G. *Teoreticheskie osnovy obrazovaniya tumana pri kondensatsii para* [The theoretical basis for the formation of fog in the condensation of vapor]. Moscow, Khimiya Publ., 1972. 304 p.
- 18. Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei* [Handbook on thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 720 p.

## ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Корнеева Елена Евгеньевна – аспирант кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета; e-mail: ee-korneeva@yandex.ru;

*Кузъмин Михаил Кузъмич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;

e-mail: lesir179@infoline.su.

### **INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Elena E. Korneeva* – post-graduate student of the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University; e-mail: ee-korneeva@yandex.ru;

*Mikhail K. Kuzmin* – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Regional State University; e-mail: lesir179@infoline.su.

## ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Корнеева Е.Е., Кузьмин М.К. Начальное и конечное предельные выражения для скорости изменения радиуса нестационарно испаряющейся аэрозольной капли // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 167–177.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-167-177

### FOR CITATION

Korneeva E.E., Kuzmin M.K. Initial and finite limit expression for the rate of change in the radius of an unsteady evaporating aerosol droplet. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 167–177. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-167-177

**. 177** /

## УДК (532.6+539.216.2) DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-178-190

# РЕЗОНАНСНЫЙ ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТОК СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ НАД СКОЛЬЗКОЙ ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКОЙ

## Селим Р.С.

Московский физико-технический институт (государственный университет) 141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, Российская Федерация

**Аннотация.** Исследовано гравитационное течение степенной жидкости над скользкой топографической подложкой. Поток жидкости, обусловленный гравитацией, предполагается устойчивым и ограниченным пределом малой амплитуды рифления стенки. В качестве аналитического подхода мы применяем интегральный метод пограничного слоя Кармана– Полхаузена и выводим асимптотическое уравнение, справедливое для довольно тонких плёнок. Полученные результаты подтверждают мнение о том, что резонанс связан с взаимодействием волновой плёнки с капиллярно-гравитационными волнами, движущимися против среднего направления потока. Основным фактором в работе является влияние условия скольжения на резонансные явления при различных степенных показателях *п*. Исследовано влияние различных параметров на свойства течения и резонансное число Рейнольдса через степенной индекс *п*.

**Ключевые слова:** Длинная волна, скользкая волнистая стенка, степенной закон жидкости, линейный резонанс.

# A RESONANT GRAVITY-DRIVEN FLOW OF A POWER-LAW FLUID OVER A SLIPPERY TOPOGRAPHY SUBSTRATE

# R. Selim

Moscow Institute of Physics and Technology (State University) Institutskii per. 9, 141700 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation

**Abstract.** The gravity-driven flow of a power-law fluid over a slippery topography substrate is studied. The fluid flow, due to the gravity, is assumed to be steady and confined to the limit of small amplitude of the wall corrugation. As an analytic approach, we apply the Karman–Pohlhausen integral boundary-layer method and derive an asymptotic equation valid for rather thin films. Our results support the view that the resonance is associated with an interaction of the undulated film with capillary-gravity waves travelling against the mean flow direction in the linear case. The influence of the slip condition on the linear resonance phenomena for different power-law indices *n* is the main factor in this work.

Key words: long wave, slippery wavy wall, power-law fluid, linear resonance.

<sup>©</sup> СС ВУ Селим Р.С., 2018.

## 1. Introduction

Gravity-driven films falling on inclined planes are a fundamental problem in fluid mechanics which has even an exact analytical solution. However, most applications are studied through topography form, related to heat exchangers and coating technologies [22]. Surface rollers, standing waves or hydraulic jumps are new phenomena resulting from the flow over a wavy bottom [23]. Small forces or periodic changes in parameters are the actual reasons for the presence of resonance [10]. Analytical and numerical studies [13, 20] show that the presence of periodic undulation leads to a stable effect which increases with corrugation steepness. The flow and the instability of non-Newtonian films along inclined surfaces were considered by many researchers. Thus, Gupta [6] and Berezin et al. [4] studied the stability of a second-order fluid and a power-law fluid, respectively. Argyriadi et al. [2] found that the extent of distortion depends on the height of corrugations, and so studying the liquid film over a weakly undulating bottom is a simple theoretical technique. The effect of the slip length parameter was examined by Samanta [17], when the solid substrate has a slippery property. Beavers and Joseph [3] discussed the behavior of the interface between a fluid and porous layers in a liquid film which is governed by the Stokes and Darcy equations. Pascal [14] introduced a

Navier-slip boundary condition  $u = l_s \frac{\partial u}{\partial y}$ , where  $l_s = \frac{\sqrt{\kappa}}{\beta}$  is the effective slip length

related to the permeability  $\kappa$  and to the empirical dimensionless parameter of Beavers and Joseph. In the framework of the integral boundary layer, the surface waves on a film of a power-law fluid were investigated by Dandapat and Mukhopadhyay [5]. Recently, Amaouche et al. [1] have developed an extension of the model equations derived by Ruyer-Quil and Manneville [16] which correctly predict the linear stability threshold. The porosity of the wavy bottom has an effect on the behavior of a thin liquid film, where a destabilizing influence has been deduced by Thiele et al. [19], especially the existence of a jump boundary condition. The strong effect of resonance occurs at a dimensionless film thickness of about unity [25]. Generation of higher harmonics under the effect of nonlinear resonance results from increasing the wall amplitude and is also found experimentally in a liquid film flowing over sinusoidal substrates [24]. The resonance has a different case between thin and thick films, where the quality of transportation of the bottom perturbation towards the free surface gradually deteriorates in thick films. It remains sharp, but declines in amplitude. Other researchers focused on the influence of surfactants [15] and electric fields [21]. The resonant steady deformation was deduced experimentally by Argyriadi et al. [2], who showed that the dominant characteristic of the unstable free surface only slightly modulates in amplitude and phase during the passage of traveling waves. Saprykin et al. [18] studied inertial effects in the flow of a viscoelastic liquid over a step-down topography. Nevertheless, the influence of the slip length for a non-Newtonian fluid flowing over a wavy wall has not been studied. In this work, we model a non-Newtonian fluid film flowing on an inclined corrugated slippery substrate in the field of steady flow.

The goal of the paper is to examine the linear resonance of the inclined slippery wall with weak periodic corrugations under the effect of the slip length parameter. The paper
is organized as follows. Section 2 addresses the formulation of the problem. In Section 3 we derive the evolution equations of the free surface in the steady state. Section 4 examines the influence of the slippery property on the linear resonance phenomena for different power-law indices *n*. The summary is given in Section 5.

## 2. Formulation of the problem

We consider a two-dimensional laminar flow of a thin layer of a power-law fluid flowing down an inclined slippery wavy substrate at inclination angle  $\alpha$ . The contour of the topography is given by the periodic function  $b(x) = a \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ , where *x* is the

coordinate in the mean flow direction, *a* is the amplitude of the undulation and  $\lambda$  is the wavelength. The film is bounded above by a motionless gas at ambient pressure  $p_{gas}$ . The liquid is considered to be non-Newtonian with constant density and surface tension  $\sigma_0$ . The nonlinear shear-dependent viscosity may be written as

$$\eta = \mu_m \left| \frac{d\gamma}{dt} \right|^{n-1}, \qquad (2.1)$$



Fig. 1. Sketch of the flow of a power-law fluid over a slippery wavy substrate.

where  $\mu_m$  is the constant for the particular liquid ( $\mu_m$  is a measure of the consistency of the fluid; the higher the  $\mu_m$ , the more viscous the fluid) and *n* is the positive power-law index. The case n = 1 represents a Newtonian fluid with a constant dynamic coefficient of viscosity, while n < 1 and n > 1 correspond to the case of pseudo-plastic (shear-thinning) and dilatant (shear-thickening) fluids, respectively. We assume that the liquid film is very thin and the induced gravity-driven flow is relatively slow so that the flow regime is close to that predicted by lubrication theory. The adopted (x, y) Cartesian coordinate system is oriented along the main flow direction, which is inclined at an angle  $\alpha$  with respect to the horizontal plane, with (x, y) being the stream-wise and cross-stream directions of the flow, respectively.

The continuity and momentum equations that govern the fluid motion have the form

2018 / № 4

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.2}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \sin \alpha + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y},$$
(2.3)

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \cos \alpha + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}, \qquad (2.4)$$

where *u* and *v* are the longitudinal and transverse velocity components, respectively, and *p* is the pressure. Here  $\tau_{ij}$  is the stress tensor defined by

$$\tau_{ij} = 2\mu_n (2D_{kl}D_{kl})^{\frac{n-1}{2}}D_{ij}, \qquad (2.5)$$

where

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \tag{2.6}$$

The above equations are subject to the following boundary conditions:

On the wave substrate, the slip condition [11, 12] has the form

$$y = b(x) : \left| u \right| = l \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^n; \quad v = u \frac{\partial b(x)}{\partial x}$$
 (2.7)

where the constant  $l \succ 0$  is the slip length, and b(x) is the wavy wall substrate.

On the free surface y = h(x, t), we have the following conditions:

$$-p + \left(\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2} \tau_{xx} - 2\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) \tau_{yx} + \tau_{yy}\right) \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}\right)^{-1} + p_{0} = \sigma \frac{\partial^{2} h}{\partial x^{2}} \left(1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}\right)^{-\frac{3}{2}}, \quad (2.8)$$

$$\tau_{yx}\left(1-\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^{2}\right)-\left(\tau_{xx}-\tau_{yy}\right)\frac{\partial h}{\partial x}=0,$$
(2.9)

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x},\tag{2.10}$$

The above equations represent the normal, tangential stress balances and the kinematic boundary conditions, respectively, at the free surface interface.

Using the following dimensionless variables [9], we obtain a set of dimensionless parameters that describe the behavior of the model

#### 2018 / № 4

$$x^{*} = \frac{2\pi x}{\lambda}, \quad y^{*} = \frac{y}{d}, \quad f^{*} = \frac{f}{d}, \quad h^{*} = \frac{h}{d},$$
$$b^{*} = \frac{b}{a}, \quad t^{*} = \frac{2\pi t u}{\lambda}, \quad u^{*} = \frac{u}{u}, \quad v^{*} = \frac{v\lambda}{2\pi d u},$$
$$p^{*} = \frac{p}{\rho u}, \quad \tau = \frac{\tau d^{n}}{\mu_{n} u},$$
$$\overline{u} = \frac{n}{2n+1} \left(\frac{\rho g \sin \alpha}{\mu_{n}}\right)^{\frac{1}{n}} d^{\frac{n+1}{n}},$$

where  $\overline{u}$  is the mean velocity of the Nusselt film and *d* is the mean film thickness. After using the above scales, we apply thin-film approximation [8] and then truncate equations and the boundary conditions at order  $\delta^2$ , supposing that  $\delta \cot \alpha = O(1)$ ,  $\delta Re = O(1)$ , and  $\delta Bo^{-1} = O(1)$ . Thus, the dimensionless form of the governing equations and boundary conditions are expressed as follow:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.11}$$

$$\delta \operatorname{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\delta \operatorname{Re}\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n, \quad (2.12)$$

$$0 = -\delta \operatorname{Re} \frac{\partial p}{\partial y} - \delta \cot \alpha \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n, \qquad (2.13)$$

$$y = \zeta b(x) : \left| u \right| = \gamma \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^n; \ v = \zeta u \frac{\partial b(x)}{\partial x}$$
 (2.14)

$$\delta \operatorname{Re}(p - p_{air}) = -\delta B o^{-1} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, \qquad (2.15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \tag{2.16}$$

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x},\tag{2.17}$$

where  $Bo^{-1} = \frac{1}{3} \left( \frac{2n+1}{n} \right) \left( \frac{(2\pi l_{ca})^2}{\lambda^2 \sin \alpha} \right)$  is the inverse Bond number with capillary length  $l_{ca} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ ;  $\operatorname{Re} = \frac{\rho u^{-2-n} d^n}{\mu_n}$  is the Reynolds number;  $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda}$  is the dimensionless film

**∖ 182** /

thickness parameter that represents a small ratio for thin film thicknesses;  $\zeta = \frac{u}{d}$  is the dimensionless steepness parameter;  $\gamma = l_s \frac{\overline{n}^{n-1}}{d^n}$ . is the dimensionless slip length; components (u, v) are the non-dimensional velocity along x and y directions, respectively; p is the non-dimensional pressure; and  $f(x,t) = h(x,t) - \zeta \frac{\partial b}{\partial x}$  is the non-dimensional film thickness.

## **3. Free Surface Equation**

In this Section, we derive the weakly evolution equation of the model and then study the case of a system which is based on limited values for the small parameter  $\zeta = \frac{a}{d} \prec 1$ .

Since we have only retained the terms up to the first order of  $\delta$ , through the latter assumption we integrate Eq. (2.13) with the help of the dynamic normal boundary condition (2.15), where the denominator of the capillary term will be neglected. We obtain the following form of pressure:

$$\delta \operatorname{Re} p(x, y) = \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \delta \cot \alpha \left(h-y\right) - 3\delta B o^{-1} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, \qquad (3.1)$$

Substituting the right-hand part of equations (3.1) into the stream-wise momentum equation (2.12), we arrive at the expression

$$\delta \operatorname{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n} \delta \cot \alpha \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{2n+1}{n}\right)^{n} - 3\delta Bo^{-1}\frac{\partial^{3}h}{\partial x^{3}} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{n}, \qquad (3.2)$$

The consistent second-order theory with the Karman–Pohlhausen approximation is supported by experiments in the parametric domain of interest, at least for small amplitude disturbances. Using the Leibniz rule to integrate the partial differential equation (3.2) from the bottom to the free surface, we obtain the evolution equation of the film thickness

$$\delta \operatorname{Re}\left(\int_{\zeta b(x)}^{h(x,t)} \frac{\partial u}{\partial t} dy + \int_{\zeta b(x)}^{h(x,t)} u^2 dy\right) = -\left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \delta \cot \alpha f \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n f + 3\delta B o^{-1} f \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} - \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n \Big|_{y=\zeta b(x)}.$$
(3.3)

Equation (3.3) is complemented with the dynamic boundary condition (2.16), the steady kinematic condition (2.17), the slip condition at the wavy substrate (2.14), and the continuity equation (2.11). It is to be noted that the momentum integral method

has been used in connection with the boundary layer theory to obtain a single equation for the resonance capillary gravity waves with the bottom corrugation.

In the present application, we exploit the assumption of periodicity and define the domain over only one wall wavelength. This condition creates an additional degree of freedom, which is removed by fixing either the flow rate or the mean liquid level. We select the former and enforce at the inlet the condition

$$Q = \int_{\zeta_b}^h u dy = 1. \tag{3.4}$$

Our study concerns with the concept of steady state that was used by Heining et al. [7] and was confined to the limit of small amplitude of the wall corrugation [13]. To close the system, a specific velocity profile has to be introduced.

$$u = \frac{2n+1}{(n+1)f} \left( 1 - \left(1 - \frac{y-\zeta}{f}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right) + \left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \gamma f^{-2n}.$$
 (3.5)

Combining equations (3.4) and (3.5) with Eq. (3.3), we derive the steady evolution equation of the film thickness denoted as the IBL model

$$\delta \operatorname{Re} \frac{\partial f}{\partial x} \left( 36\gamma^{2} K_{2}^{2} n f^{2-4n} - 9\gamma^{2} K_{2}^{2} f^{2-4n} + 12\gamma K_{2}^{2} n f^{1-2n} + \frac{2(2n+1)}{3n+2} \right) + 3K_{2} f^{2-2n} + 3\delta f^{3} K_{2} \cot \alpha \left( \frac{\partial f}{\partial x} - \zeta \frac{\partial b}{\partial x} \right) - 3f^{3} K_{2} + 3\delta Bo^{-1} f^{3} \left( \frac{\partial^{3} f}{\partial x^{3}} + \zeta \frac{\partial^{3} b}{\partial x^{3}} \right) = 0, K_{2} = \frac{1}{3} \left( \frac{2n+1}{n} \right)^{n}.$$

$$(3.6)$$

where the subscript represents the differentiation of the film thickness with respect to the variable *x*. This equation coincides with that in Ref. [9], when the slippery parameter is removed ( $\gamma = 0$ ). Inertia, hydrostatic, capillary pressure, gravity-driven force and wall shear stress are physically responsible for the appearance of the nonlinear terms in Eq. (3.6) governing the film thickness. Let us now express the fluid thickness *f* as a power series expansion in the form of asymptotic expansion of the parameter  $\zeta \ll 1$ ,

$$f = f_0 + \zeta f_1(x) + \mathcal{O}(\zeta^2).$$

By substituting f into equation (3.6), where  $f_0$  is the leading order term, which represents the steady film thickness for a flat incline. A system of linear ordinary differential equations will be degenerated from the nonlinear equation (3.6). At first order we obtain:

$$-3K_{2}(2n+1)f_{1}(x)+(3\delta K_{2}\cot\alpha-\delta\operatorname{Re}K_{1})\frac{\partial f_{1}(x)}{\partial x}-3\delta Bo^{-1}\frac{\partial^{3}f_{1}(x)}{\partial x^{3}}=0, \quad (3.7)$$

where the value of  $K_2$  is formulated above, and the value of  $K_1$  is found to be

**\ 184** /

$$K_1 = -9\gamma^2 K_2^2 + 36\gamma^2 K_2^2 n + 12\gamma n K_2 + \frac{2(2n+1)}{3n+2}$$

According to the periodicity of the inhomogeneity, we assume that the solution inherits the periodicity of the substrate and can be written as a periodic function with the same periodicity as the substrate contour; hence,

$$f_1 = A_1 \cos x + B_1 \sin x, \tag{3.8}$$

where the constants  $A_1$  and  $B_1$  have the form

$$B_{1} = -\frac{(3K_{2}(2n+1))(3\delta Bo^{-1} + 3\delta K_{2} \cot \alpha)}{9K_{2}^{2}(2n+1)^{2} + (3\delta Bo^{-1} + 3\delta K_{2} \cot \alpha - \delta K_{1} \operatorname{Re})^{2}},$$

$$A_{1} = -\frac{(3\delta Bo^{-1} + 3\delta K_{2} \cot \alpha)(3\delta Bo^{-1} + 3\delta K_{2} \cot \alpha - \delta K_{1} \operatorname{Re})}{9K_{2}^{2}(2n+1)^{2} + (3\delta Bo^{-1} + 3\delta K_{2} \cot \alpha - \delta K_{1} \operatorname{Re})^{2}},$$
(3.9)

The position of the free surface up to the first order in the Cartesian coordinates is

$$Y = f_0 + \zeta \sin x + \zeta f_1 = 1 + \zeta a_h \cos\left(x + \Delta \varphi_1\right)$$
(3.10)

with the free-surface amplitude

$$a_h = \sqrt{\left(1 + B_1\right)^2 + A_1^2}$$
. (3.11)

In order to classify the free surface response at leading order we define the relative free surface amplitude and the relative film thickness amplitude by Eq. (3.11) and by  $a_f = \sqrt{B_1^2 + A_1^2}$ , respectively.

#### 4. Influence of the slippery property on the resonance phenomenon

In the previous Section, we derived the weakly nonlinear evolution equations for the free surface in the presence of the slippery effect for different power-law indices *n*. The linear resonance phenomena result from the amplitude amplification of the free surface. The film thickness, the bottom contour and the doubling with each other are the fundamental factors responsible for the presence of inhomogeneity.

In the following figures, the dependences are plotted for n = (solid curve) 0.5, (dotted curve) 1, and (dashed curve) 1.5.

Figure 2(a) shows the amplitude of the free surface up to the first order for different power-law indices in the presence of the slippery property as a function of the Reynolds number. We conclude that the free surface amplitude strongly depends on the power-law index *n*. At  $a_h = 1$ , three curves intersect with each other, since the free surface amplitude up to the first order has the same magnitude as the topography amplitude. Then each curve moves to a maximum value that corresponds to a finite value of the resonance Reynolds number. For n > 1, the free surface amplitude is smaller than that in the Newtonian case whereas it is higher for n < 1. Shear-thinning fluid hence leads

2018 / № 4

to an amplification of the free surface. It is obvious that a less viscous liquid results in a stronger interaction of the free surface with the topography substrate.



*Fig.* 2. (a, b) Effect of the slip length on the relative amplitude of the free surface up to the first order for different power-law indices *n* as a function of the Reynolds number Re, at fixed values of the inverse Bond number  $Bo^{-1} = 10$ , the dimensionless film thickness  $\delta = 0.2$ , and the inclination angle Cot [ $\alpha$ ] = 5.

The phenomenon of the surface amplification is called resonance in the literature (see, e.g., [25, 8]), although it is not a dynamic process. It is clear that the behavior of free surface amplitude coincides with that reported in [9], when the wave substrate is free from the property effect.

On the other hand, we have found that the effect of the slip length parameter appears in the value of the resonance Reynolds number according to the power-law index n, as displayed in Fig. 2(b). For n > 1, the resonance Reynolds number is close to the Newtonian case, whereas it is higher for n < 1. In addition, the values of resonance Reynolds numbers for different power-law indices n during the effect of the slip length parameter are less for  $\gamma = 0$ .

Figure 3 depicts the amplitude of the film thickness  $a_f$  as a function of the Reynolds number. In both cases, it is found that the amplitudes show a maximum, depending on *n*. The power-law index *n* has, as already predicted by Fig. 2, a strong influence on both amplitudes. Shear-thickening fluids lead to decreased amplitudes in both cases of the topography substrate, whereas shear-thinning fluids lead to increased amplitudes.

The position of the maximum is referred to as the resonant Reynolds number. For slippery property  $\gamma = 0.15$  the resonant Reynolds number decreases with increasing *n*, whereas the resonant Reynolds number for *n* on a slippery substrate slowly changes. The curves for non-slip and slip conditions are both related to each other and have the same qualitative shape, as shown in Fig. 3(a, b).



*Fig.* 3. (a, b) Effect of the slip length on the relative amplitude of the film thickness for different power-law indices *n* as a function of the Reynolds number Re, at fixed values of the inverse Bond number  $Bo^{-1} = 10$ , the dimensionless film thickness  $\delta = 0.2$ , and the inclination angle Cot  $[\alpha] = 5$ .

## 5. Conclusion

A linear resonance of the gravity-driven film flow over a slippery topography substrate has been investigated, which extends the study of Heining et al. [9] by incorporating the slip condition at the substrate. We have derived the evolution equation of the free surface amplitude for different power-law indices *n* under the effect of the slip length parameter. The obtained results describe the effects of slippery property in studying the linear resonance phenomena for small values of the resonance Reynolds number. These results are validated with previous investigations of the resonance phenomenon in gravity-driven films in the absence of slippery property (see, e.g., [25, 7, 9]). The dependence of relative amplitude during a gradual increase in the Reynolds number for both cases of the non-slip and slip length parameter at different power-law indices *n* indicates that the maximum value for both non-slippery and slippery property are found for a shear-thinning fluid. Moreover, the relative amplitude value at  $\gamma = 0.15$  is less than the relative amplitude deduced at  $\gamma = 0$  (see Fig. 2).

### ЛИТЕРАТУРА

- Amaouche M., Djema A., Bourdache L. A modified Shakdov's model for thin film flow of a power-law fluid over an inclined surface // Comptes Rendus Mйcanique. 2009. Vol. 337. Iss. 1. P. 48–52.
- Argyriadi K., Vlachogiannis M., Bontozoglou V. Experimental study of inclined film flow along periodic corrugations: the effect of wall steepness // Physics of Fluids. 2006. Vol. 18. Iss. 1. P. 012102.
- Beavers G.S., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall // Journal of Fluid Mechanics. 1967. Vol. 30. Iss. 1. P. 197–207.
- Berezin A.Yu., Hutter K., Spodareva L.A. Stability analysis of gravity driven shear flow with free surface for power-law fluids // Archive of Applied Mechanics. 1998. Vol. 68. Iss. 3–4. P. 169–178.
- 5. Dandapat B.S., Mukhopadhyay A. Waves on a film of power-law fluid flowing down an

inclined plane at moderate Reynolds number // Fluid Dynamics Research. 2001. Vol. 29. Iss. 3. P. 199-220.

- Gupta A.S. Stability of a visco-elastic liquid film flowing down an inclined plane // Journal of Fluid Mechanics. 1967. Vol. 28. Iss. 1. P. 17–28.
- Nonlinear resonance in viscous films on inclined wavy planes / Heining C., Bontozoglou V., Aksel N., Wierschem A. // International Journal of Multiphase Flow. 2009. Vol. 35. Iss. 1. P. 78–90.
- 8. Heining C., Aksel N. Bottom reconstruction in thin-film flow over topography: steady solution and linear stability // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. Iss. 8. P. 083605.
- Heining C., Aksel N. Effects of inertia and surface tension on a power-law fluid flowing down a wavy incline // International Journal of Multiphase Flow. 2010. Vol. 36. Iss. 11–12. P. 847–857.
- Manevich A.I, Manevitch L.I. The mechanics of nonlinear systems with internal resonances. London: Imperial College Press, P. 3–5.
- 11. Matthews M.T., James M.H. A note on the boundary layer equations with linear slip boundary condition // Applied Mathematics Letters. 2008. Vol. 21. Iss. 8. P. 810–813.
- Ogden K.A., D'Alessio S.J.D., Pascal J.P. Gravity-driven flow over heated, porous, wavy surfaces // Physics of Fluids. 2011. Vol. 23. Iss. 12. P. 122102.
- Oron A., Heining C. Weighted-residual integral boundary-layer model for the nonlinear dynamics of thin liquid films falling on an undulating vertical wall // Physics of Fluids. 2008. Vol. 20. Iss. 8. P. 082102.
- 14. Pascal J.P. Linear stability of fluid flow down a porous inclined plane // Journal of Physics D: Applied Physics. 1999. Vol. 32. No. 4. P. 417–422.
- 15. Pozrikidis C. Effect of surfactants on film flow down a periodic wall // Journal of Fluid Mechanics. 2003. Vol. 496. P. 105–127.
- Ruyer-Quil C., Manneville P. Improved modeling of flow down inclined planes // The European Physical Journal B – Condensed Matter and Complex Systems. 2000. Vol. 15. Iss. 2. P. 357–369.
- Samanta A., Ruyer-Quil C., Goyeau B. A falling film down a slippery inclined plane // Journal of Fluid Mechanics. 2011. Vol. 684. P. 353–383.
- Saprykin S., Koopmans R.J., Kalliadasis S. Free-surface thin-film flows over topography: influence of inertia and viscoelasticity // Journal of Fluid Mechanics. 2007. Vol. 578. P. 271– 293.
- 19. Thiele U., Goyeau B., Velarde M.G. Stability analysis of thin film flow along a heated porous wall // Physics of Fluids. 2009. Vol. 21. Iss. 1. P. 014103.
- 20. Trifonov Yu.Ya. Stability of a viscous liquid film flowing down a periodic surface // International Journal of Multiphase Flow. 2007. Vol. 33. P. 1186–1204.
- 21. Electrified viscous thin film flow over topography / Tseluiko D., Blyth M.G., Papageorgiou D.T., Vanden-Broeck J.M. // Journal of Fluid Mechanics. 2008. Vol. 597. P. 449–475.
- 22. Weinstein S.J., Ruschak K.J. Coating flows // Annual Review of Fluid Mechanics. 2004. Vol. 36. P. 29–53.
- Wierschem A., Aksel N. Hydraulic jumps and standing waves in gravity-driven flows of viscous liquids in wavy open channels // Physics of Fluids. 2004. Vol. 16. Iss. 11. P. 3868– 3877.
- 24. Wierschem A., Aksel N. Influence of inertia on eddies created in films creeping over strongly undulated substrates // Physics of Fluids. 2004. Vol. 16. Iss. 12. P. 4566–4574.
- 25. Linear resonance in viscous films on inclined wavy planes / Wierschem A., Bontozoglou V.,

Heining C., Uecker H., Aksel N. // International Journal of Multiphase Flow. 2008. Vol. 34. Iss. 6. P. 580–589.

## REFERENCES

- 1. Amaouche M., Djema A., Bourdache L. A modified Shakdov's model for thin film flow of a power-law fluid over an inclined surface. In: *Comptes Rendus Măcanique*, 2009, vol. 337, iss. 1, pp. 48–52.
- 2. Argyriadi K., Vlachogiannis M., Bontozoglou V. Experimental study of inclined film flow along periodic corrugations: the effect of wall steepness. In: *Physics of Fluids*, 2006, vol. 18, iss. 1, pp. 012102.
- 3. Beavers G.S., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, vol. 30, iss. 1, pp. 197–207.
- 4. Berezin A.Yu., Hutter K., Spodareva L.A. Stability analysis of gravity driven shear flow with free surface for power-law fluids. In: *Archive of Applied Mechanics*, 1998, vol. 68, iss. 3–4, pp. 169–178.
- 5. Dandapat B.S., Mukhopadhyay A. Waves on a film of power-law fluid flowing down an inclined plane at moderate Reynolds number. In: *Fluid Dynamics Research*, 2001, vol. 29, iss. 3, pp. 199–220.
- 6. Gupta A.S. Stability of a visco-elastic liquid film flowing down an inclined plane. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, vol. 28, iss. 1, pp. 17–28.
- Heining C., Bontozoglou V., Aksel N., Wierschem A. Nonlinear resonance in viscous films on inclined wavy planes. In: *International Journal of Multiphase Flow*, 2009, vol. 35, iss. 1, pp. 78–90.
- 8. Heining C., Aksel N. Bottom reconstruction in thin-film flow over topography: steady solution and linear stability. In: *Physics of Fluids*, 2009, vol. 21, iss. 8, pp. 083605.
- Heining C., Aksel N. Effects of inertia and surface tension on a power-law fluid flowing down a wavy incline. In: *International Journal of Multiphase Flow*, 2010, vol. 36, iss. 11–12, pp. 847–857.
- 10. Manevich A.I, Manevitch L.I. The mechanics of nonlinear systems with internal resonances. London, Imperial College Press Publ., pp. 3–5.
- 11. Matthews M.T., James M.H. A note on the boundary layer equations with linear slip boundary condition. In: *Applied Mathematics Letters*, 2008, vol. 21, iss. 8, pp. 810–813.
- 12. Ogden K.A., D'Alessio S.J.D., Pascal J.P. Gravity-driven flow over heated, porous, wavy surfaces. In: *Physics of Fluids*, 2011, vol. 23, iss. 12, pp. 122102.
- 13. Oron A., Heining C. Weighted-residual integral boundary-layer model for the nonlinear dynamics of thin liquid films falling on an undulating vertical wall. In: *Physics of Fluids*, 2008, vol. 20, iss. 8, pp. 082102.
- 14. Pascal J.P. Linear stability of fluid flow down a porous inclined plane. In: *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1999, vol. 32, no. 4, pp. 417–422.
- 15. Pozrikidis C. Effect of surfactants on film flow down a periodic wall. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, vol. 496, pp. 105–127.
- Ruyer-Quil C., Manneville P. Improved modeling of flow down inclined planes. In: *The European Physical Journal B Condensed Matter and Complex Systems*, 2000, vol. 15, iss. 2, pp. 357–369.
- 17. Samanta A., Ruyer-Quil C., Goyeau B. A falling film down a slippery inclined plane. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 2011, vol. 684, pp. 353–383.
- Saprykin S., Koopmans R.J., Kalliadasis S. Free-surface thin-film flows over topography: influence of inertia and viscoelasticity. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, vol. 578, pp. 271–293.

- 19. Thiele U., Goyeau B., Velarde M.G. Stability analysis of thin film flow along a heated porous wall. In: *Physics of Fluids*, 2009, vol. 21, iss. 1, pp. 014103.
- 20. Trifonov Yu.Ya. Stability of a viscous liquid film flowing down a periodic surface. In: *International Journal of Multiphase Flow*, 2007, vol. 33, pp. 1186–1204.
- 21. Tseluiko D., Blyth M.G., Papageorgiou D.T., Vanden-Broeck J.M. Electrified viscous thin film flow over topography. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, vol. 597, pp. 449–475.
- 22. Weinstein S.J., Ruschak K.J. Coating flows. In: Annual Review of Fluid Mechanics, 2004, vol. 36, pp. 29–53.
- Wierschem A., Aksel N. Hydraulic jumps and standing waves in gravity-driven flows of viscous liquids in wavy open channels. In: *Physics of Fluids*, 2004, vol. 16, iss. 11, pp. 3868– 3877.
- 24. Wierschem A., Aksel N. Influence of inertia on eddies created in films creeping over strongly undulated substrates. In: *Physics of Fluids*, 2004, vol. 16, iss. 12, pp. 4566–4574.
- 25. Wierschem A., Bontozoglou V., Heining C., Uecker H., Aksel N. Linear resonance in viscous films on inclined wavy planes. In: *International Journal of Multiphase Flow*, 2008, vol. 34, iss. 6, pp. 580–589.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Селим Рами Салах Сабер* – аспирант кафедры компьютерного моделирования Факультет аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института (государственного университета);

e-mail: selim.rs@phystech.edu.

### **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

Ramy Salah Saber Selim – post-graduate student at the Department of Computer Modelling, Department of Aeromechanics and Flight Engineering, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);

e-mail: selim.rs@phystech.edu.

### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Селим Р.С. Резонансный гравитационный поток степенной жидкости над скользкой топографической подложкой // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 4. С. 178–190. DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-178-190

### FOR CITATION

Selim R.S. A resonant gravity-driven flow of a power-law fluid over the slippery topography substrate. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 4, pp. 178–190.

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-4-178-190

**、190** /



# ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рецензируемый научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г. Выпускается десять серий журнала: «История и политические науки», «Экономика», «Юриспруденция», «Философские науки», «Естественные науки», «Русская филология», «Физика-математика», «Лингвистика», «Психологические науки», «Педагогика». Все серии включены в составленный Высшей аттестационной комиссией Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук по наукам, соответствующим названию серии. Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатная версия журнала зарегистрирована в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Полнотекстовая версия журнала доступна в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), а также на сайте журнала www.vestnik-mgou.ru.

## ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

## СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА 2018. № 4

Над номером работали:

Литературный редактор М.С. Тарасова Переводчик И.А. Улиткин Корректор М.С. Тарасова Компьютерная верстка Н.Н. Жильцов

Отдел по изданию научного журнала «Вестник Московского государственного областного университета» Информационно-издательского управления МГОУ 105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98 тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101) e-mail: vest\_mgou@mail.ru caйт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70х108/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro». Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 12,25, усл. п. л. 12,0. Подписано в печать: 28.12.2018. Дата выхода в свет: 04.02.2019. Заказ № 2018/12-11. Отпечатано в ИИУ МГОУ 105005, г. Москва, ул. Радио, 10А