

ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)



Вестник

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

ФИЗИКА-
МАТЕМАТИКА

2016 / № 2

1931

МОПИ - МПУ - МГОУ

2016



развитие с опорой на традицию

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print)

2016 / № 2

ISSN 2310-7251 (online)

серия

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

Научный журнал основан в 1998 г.

«Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика» включён в «Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание учёной степени доктора и кандидата наук» Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России) по группе специальностей «Математика» (01.01.00), «Физика» (01.04.00), «Педагогические науки» (13.00.00).

The academic journal is established in 1998

«Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation into “the List of leading reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree” (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation) in Mathematics (01.01.00), Physics (01.04.00), Pedagogical Sciences (13.00.00).

ISSN 2072-8387 (print)

2016 / № 2

ISSN 2310-7251 (online)

series

PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW STATE
REGIONAL UNIVERSITY

Учредитель журнала «Вестник МГОУ»: Московский государственный областной университет

Выходит 4 раза в год

Редакционно-издательский совет «Вестника МГОУ»

Хроменков П.Н. — к.филол.н., проф., ректор МГОУ (председатель совета)

Ефремова Е.С. — к. филол. н., и.о. проректора по научной работе МГОУ (зам. председателя);

Клычников В.М. — к.ю.н., к.и.н., проф., проректор по учебной работе и международному сотрудничеству МГОУ (зам. председателя)

Антонова Л.Н. — д.пед.н., проф., академик РАО, Комитет Совета Федерации по науке, образованию и культуре

Асмолов А.Г. — д.псх.н., проф., академик РАО, директор Федерального института развития образования

Климов С.Н. — д.ф.н., проф., Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ)

Клобуков Е.В. — д. филол. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Манойло А.В. — д.пол.н., проф., МГУ им. М.В. Ломоносова

Новоселов А.Л. — д.э.н., проф., Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова

Пасечник В.В. — д.пед.н., проф., МГОУ

Поляков Ю.М. — к. филол. н., главный редактор «Литературной газеты»

Рюмцев Е.И. — д.ф.-м.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет

Хухуни Г.Т. — д.филол.н., проф., МГОУ

Чистякова С.Н. — д. пед. н., проф., Российская академия образования (г. Москва)

Редакционная коллегия серии «Физика-Математика»

Ответственный редактор серии:

Бугаев А.С. — д. ф.-м. н., академик РАН, МФТИ

Заместитель ответственного редактора:

Жачкин В.А. — д.ф.-м.н., проф. МГОУ

Ответственный секретарь:

Васильчикова Е.Н. — к. ф.-м. н., доц., МГОУ

Члены редакционной коллегии:

Беляев В.В. — д.т.н., проф., МГОУ;

Богданов Д.Л. — д. ф.-м. н., проф., МГОУ;

Бугримов А.Л. — д. т. н., проф., МГОУ;

Латышев А.В. — д. ф.-м. н., проф., МГОУ;

Рассудовская М.М. — к.п.н., проф., МГОУ;

Осипов М.А. — д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

Чигринов В.Г. — д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-Математика». 2016. № 2. М.: ИИУ МГОУ. 130 с.

Журнал «Вестник МГОУ» серия «Физика-Математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС77-26136

Индекс серии «Физика-Математика»

по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

© МГОУ, 2016.

© Издательство МГОУ, 2016.

**Адрес Отдела по изданию научного журнала
«Вестник МГОУ»**

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98

тел. (499) 261-43-41; (495) 723-56-31

e-mail: vest_mgou@mail.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru)

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника МГОУ» обязательна. Воспроизведение материалов в печатных, электронных или иных изданиях без разрешения редакции запрещено. Опубликованные в журнале материалы могут использоваться только в некоммерческих целях. Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение редколлегии серии может не совпадать с точкой зрения автора. Рукописи не возвращаются.

The founder of journal «Bulletin of the MSRU»: Moscow State Regional University

Issued 4 times a year

Series editorial board «Physics and Mathematics»

Editor-in-chief:

A.S. Bugaev – Doctor of Physics and Mathematics, Academician of RAS, MIPT

Deputy editor-in-chief:

V.A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, MSRU

Executive secretary:

E.N. Vasilchikova – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, MSRU

Members of Editorial Board:

V.V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, MSRU

D.L. Bogdanov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, MSRU

A.L. Bugrimov – Doctor of Technical Sciences, Professor, MSRU

A.V. Latyshev – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, MSRU

M.M. Rassudovskaya – Ph.D. in Pedagogical Sciences, Professor, MSRU

M.A. Osipov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (UK)

V.G. Chigrinov – University of Science and Technology (Hong Kong, China)

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary.ru), as well as at the site of the Moscow State Regional University (www.vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow State Regional University» is obligatory. The reproduction of materials in printed, electronic or other editions without the Editorial Board permission, is forbidden. The materials published in the journal are for non-commercial use only. The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

The Editorial Board address: Moscow State Regional University

10A Radio st., office 98, Moscow, Russia

Phones: (499) 261-43-41; (495) 723-56-31

e-mail: vest_mgou@mail.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

Publishing council «Bulletin of the MSRU»

P.N. Khromenkov – Ph. D. in Philology, Professor, Principal of MSRU (Chairman of the Council)

E.S.Yefremova – Ph. D. in Philology, Acting Vice-Principal for scientific work of MSRU (Vice-Chairman of the Council)

V.M. Klychnikov – Ph.D. in Law, Ph. D. in History, Professor, Vice-Principal for academic work and international cooperation of MSRU (Vice-Chairman of the Council)

L.N. Antonova – Doctor of Pedagogics, Professor, Member of the Russian Academy of Education, The Council of the Federation Committee on Science, Education and Culture

A.G. Asmolov – Doctor of Psychology, Professor, Member of the Russian Academy of Education, Principal of the Federal Institute of Development of Education

S.N. Klimov – Doctor of Philosophy, Professor, Moscow State University of Railway Engineering

E.V. Klobukov – Doctor of Philology, Professor, Lomonosov Moscow State University

A.V. Manoylo – Doctor of Political Science, Professor, Lomonosov Moscow State University

A.L. Novosjolov – Doctor of Economics, Professor, Plekhanov Russian University of Economics

V.V. Pasechnik – Doctor of Pedagogics, Professor, MSRU

Yu. M. Polyakov – Ph.D. in Philology, Editor-in-chief of "Literaturnaya Gazeta"

E.I. Rjuntsev – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Saint Petersburg State University

G. T. Khukhuni – Doctor of Philology, Professor, MSRU

S.N. Chistyakova – Doctor of Pedagogics, Professor, the Russian Academy of Education

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series «Physics and Mathematics». 2016. № 2. M.: MSRU Publishing house. 130 p.

The series «Physics and Mathematics» of the Bulletin of the Moscow State Regional University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate ПИ № 0С77-26136

Index of the series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

© MSRU, 2016.

© MSRU Publishing house, 2016.

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

<i>Бугримов А.Л., Зверев Н.В.</i> ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ.....	8
<i>Бедрикова Е.А., Латышев А.В.</i> ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА О ГЕНЕРИРОВАНИИ СДВИГОВЫХ ВОЛН КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ В ГАЗАХ БОЗЕ.....	18

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

<i>L. Bogomolova, V. Zhachkin</i> ELECTRON PARAMAGNETIC RESONANCE OF SILICA GLASS IMPLANTED WITH TUNGSTEN	29
<i>Соломатин А.С., Беляев В.В.</i> ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО И ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА НА ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГИБРИДНЫХ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЯЧЕЕК С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ ПРЕДНАКЛОНА НА ОРИЕНТИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ.....	37
<i>Калашников Е.В., Бугаев А.А., Кантор М.Ю.</i> ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ И СВОЙСТВ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ПРОБОЯ СКВОЗНОГО ПОРОГОВОГО ОТВЕРСТИЯ. (ЧАСТЬ 2)	51
<i>Завитаев Э.В., Русаков О.В., Харитонов К.Е.</i> РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ВНУТРИ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ МЕТАЛЛА	74
<i>Маркеев Б.М.</i> ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В СЛАБОМ СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ	85

РАЗДЕЛ III. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ

Харыбина И.Н., Холина С.А. ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА В ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЫ 91

Казначеева Т.А. ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ И КОНСТРУКТОРСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПРИ РАССМОТРЕНИИ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО МЕТОДА ПО ФИЗИКЕ 101

Власова Е.А., Латышев А.В., Попов В.С., Солдатенко И.Г. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ 111

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Беляев В.В., Зверев Н.В., Бедрикова Е.А. МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ И ДИСПЕРСНЫХ СРЕД ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ, НАНОЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И ЭКОЛОГИЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»..... 125

CONTENTS

SECTION I. MATHEMATICS

- A. Bugrimov, N. Zverev* FEATURES OF THE COMPUTATIONAL TECHNIQUES IN THE QUANTUM FIELD THEORY 8
- E. Bedrikova, A. Latyshev* THE BOUNDARY PROBLEM ABOUT GENERATION OF SHIFT WAVES BY OSCILLATING SURFACE IN BOSE GASES 18

SECTION II. PHYSICS

- L. Bogomolova, V. Zhachkin.* ELECTRON PARAMAGNETIC RESONANCE OF SILICA GLASS IMPLANTED WITH TUNGSTEN 29
- A. Solomatin, V. Belyaev* OPTICAL PROPERTIES OF LIQUID CRYSTAL CELLS WITH OBLIQUE PRETILT ANGLE IN THE SPLAY AND BEND CASES OF DIRECTOR CONFIGURATION DEFORMATIONS 37
- E. Kalashnikov, A. Bugayev, M. Kantor* SUSCEPTIBILITY. STATES AND PROPERTIES OF METALLIC SYSTEMS AT A THRESHOLD BREAKDOWN OF THE THROUGH HOLES UNDER POWER LASER ACTION. (PART 2)..... 51
- E. Zavitaev, O. Rusakov, K. Kharitonov.* THE CALCULATION OF THE MAGNETIC INDUCTION IN A THIN CYLINDRICAL METAL WIRE..... 74
- B. Markeev* HYDRODYNAMIC QUASI-LINEAR THEORY OF COLLISIONAL PLASMA IN A WEAK MICROWAVE ELECTRIC FIELD 85

SECTION III. THEORY AND METHODS OF TEACHING AND EDUCATION

- I. Kharybina, S. Kholina* STUDYING ROTATIONAL MOTION RIGID BODY IN PROFILE SCHOOL ELECTIVE COURSES..... 91

T. Kaznacheeva RESEARCH AND DEVELOPMENT ACTIVITIES IN THE
CONSIDERATION OF SCIENTIFIC METHOD IN PHYSICS 101

E. Vlasova, A. Latyshev, V. Popov, I. Soldatenko METHODOLOGICAL
ASPECTS OF THE SUBJECT «ANALYTIC GEOMETRY» AT THE
TECHNICAL UNIVERSITY..... 111

SCIENTIFIC LIFE

V. Belyaev, N. Zverev, E. Bedrikova INTERNATIONAL CONFERENCE
“PHYSICAL PROPERTIES OF MATERIALS AND DISPERSION MEDIA
FOR ELEMENTS OF INFORMATION SYSTEMS, NANOELECTRONIC
DEVICES AND ENVIRONMENTALLY FRIENDLY TECHNOLOGIES” 125

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

УДК 530.145:530.12; 537.8:530.145; 517.958:530.145

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-08-17

ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Бугримов А.Л., Зверев Н.В.

Московский государственный областной университет

105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация

Аннотация. Выполнено сравнение вычислительных методов в квантовой теории поля и обычных численных методов в задачах системного анализа, управления и обработки информации. В ходе сравнения найдены совпадающие и частично совпадающие положения и методы вычислений в этих областях наук, выявлен ряд особенностей вычислительных методов, характерных только для квантовой теории поля. При этом отмечено, что данные особенности методов отражают основные принципы квантовой теории поля и физики элементарных частиц.

Ключевые слова: квантовая теория поля, решётка пространства-времени, численные методы

FEATURES OF THE COMPUTATIONAL TECHNIQUES IN THE QUANTUM FIELD THEORY

A. Bugrimov, N. Zverev

Moscow State Region University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia

Abstract. The computational techniques in the quantum field theory are compared with the ordinary numerical methods in the system analysis, information management and processing. In the course of comparison, coinciding and partially coinciding computational principles and techniques in these sciences have been found. In addition, a number of features of the computational methods related only to the quantum field theory are observed. These features are noted to reflect the basic principles of the quantum field theory and the physics of elementary particles.

Keywords: quantum field theory, space-time lattice, numerical simulations.

1. Введение

Компьютерное моделирование в последнее время произвело революцию в науке, став по существу мощным направлением между экспериментальными и теоретическими частями разных отраслей науки. Весьма важное значение имеют компьютерные вычисления и в теоретической физике, в частности, в квантовой теории поля. Ряд важнейших задач данной области науки, таких, как невыелет кварков из адронов или эффекты с участием нейтрино при сверхбольших энергиях, на данный момент не могут быть решены строго аналитически. И для решения подобных задач приходится применять методы компьютерных вычислений [1; 2; 3].

Однако в ходе использования компьютерных методов в квантовой теории поля, описанных в литературе [2; 3], выявляется множество особенностей, существенно отличающих данные методы от известных численных методов [4] решения задач системного анализа, управления и обработки информации. В то же время есть и ряд сходств моделирования в квантовой теории поля и обычных численных методов.

Вопрос об особенностях и приёмах вычислительных методов в квантовой теории поля с целью их использования в области системного анализа, управления и обработки информации является достаточно важным и своевременным. Данная работа посвящена описанию особенностей положений

и методов компьютерных вычислений в квантовой теории поля в сравнении с обычными численными методами системного анализа.

2. Совпадающие положения и методы

Отметим вначале совпадающие положения и методы вычислений в квантовой теории поля и в системном анализе.

Во-первых, в квантовой теории поля непрерывные координаты пространства и времени заменяют дискретными величинами – точками решётки или сетки:

$$x = (an_1, an_2, an_3, an_4), \quad n_\mu = -N_\mu/2+1, \dots, N_\mu/2-1, N_\mu/2.$$

Здесь a – шаг решётки или сетки, $\mu = 1, 2, 3, 4$ – направление пространства-времени, а N_μ – число точек решётки или сетки вдоль μ -го направления. В обычных численных методах выполняется аналогичная замена непрерывного пространства или времени на дискретные величины.

Во-вторых, как в квантовой теории поля, так и в системном анализе непрерывные функции координат заменяют дискретными функциями точек решётки или сетки. Такими функциями в квантовой теории поля являются волновые функции (поля) частиц φ_x , ψ_x и переносчиков взаимодействий $A_{x,\mu}$.

И, в-третьих, в квантовой теории поля и в обычных численных методах интегрирование заменяется суммированием:

$$\int f_x d^4x \longrightarrow a^4 \sum_x f_x.$$

Чтобы результаты численных расчётов достаточно хорошо описывали соответствующие непрерывные теории, числа точек решётки или сетки вдоль каждого направления N_μ стараются взять достаточно большими, а шаг решётки a – как можно меньше.

3. Частично совпадающие положения и методы

Теперь выясним, какие положения и методы вычислений в квантовой теории поля и в области системного анализа частично совпадают.

Во-первых, при решении задач, как в квантовой теории поля, так и в системном анализе, непрерывные производные заменяют конечными разностями. Но в квантовой теории поля используют ковариантные производные, обобщающие стандартные частные производные и включающие

волновые функции переносчиков взаимодействий [1]. Эти ковариантные производные в непрерывном пространстве-времени заменяют соответствующими разностными производными следующим образом [2; 3]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + iA_{x,\mu} \right) \psi_x \longrightarrow \frac{1}{a} (U_{x,\mu} \psi_{x+a\mu} - \psi_x),$$

где унитарное поле

$$U_{x,\mu} = \exp(iaA_{x,\mu}).$$

А в численных методах системного анализа ковариантные производные отсутствуют, то есть рассматривают обычные частные производные (когда $A_{x,\mu} = 0$).

Во-вторых, при математическом моделировании в квантовой теории поля часто решают системы линейных алгебраических уравнений конечного порядка:

$$\mathbf{M}\xi = \eta,$$

с использованием больших разреженных матриц частиц $\mathbf{M}$. При этом обычно используют хорошо известный метод сопряжённых градиентов [3; 4; 5]:

$$\begin{aligned} \lim_n \mathbf{x}_n &= \xi: & \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n + \alpha_n \mathbf{g}_n, \\ \mathbf{g}_{n+1} &= \mathbf{r}_{n+1} + \beta_n \mathbf{g}_n, & \mathbf{r}_n &= \mathbf{M}^+ (\eta - \mathbf{M}\mathbf{x}_n), \\ \alpha_n &= \|\mathbf{r}_n\|^2 / \|\mathbf{M}\mathbf{g}_n\|^2, & \beta_n &= \|\mathbf{r}_{n+1}\|^2 / \|\mathbf{r}_n\|^2. \end{aligned}$$

В системном анализе также решают данным методом большие системы линейных уравнений. Но в отличие от системного анализа, в теории поля количество элементов матриц частиц определяется числом точек решётки пространства-времени и является достаточно большим. Поэтому для увеличения производительности метода сопряжённых градиентов данные матрицы частиц раскладывают на две подматрицы $\mathbf{M}_{eo}$ и $\mathbf{M}_{oe}$ по чётным (e) и нечётным (o) точкам решётки [5].

В-третьих, для вычислений в квантовой теории поля средних значений функций полей переносчиков взаимодействий $O[U_{x,\mu}]$ используют статистический метод Монте-Карло [2,3]. В этом методе среднее значение функции представляет собой среднее арифметическое значение данной функции $\langle O \rangle$ при большом количестве случайных полей переносчиков взаимодействий $U_{x,\mu}^{(\alpha)}$

$$\langle O \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n O[U_{x,\mu}^{(\alpha)}].$$

Поля $U_{x,\mu}^{(\alpha)}$ генерируют с определённым весом $p[U_{x,\mu}^{(\alpha)}]$. И в итоге вычисляют континуальный (функциональный) интеграл для $\langle O \rangle$ по полям $U_{x,\mu}$:

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int O[U_{x,\mu}] p[U_{x,\mu}] \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu},$$

где Z – нормировочный множитель.

В системном анализе также используют метод Монте-Карло для вычислений средних значений функций большого количества координат [4]. Однако методы генерирования случайных полей переносчиков взаимодействия с определённым весом в квантовой теории поля существенно сложнее методов генерирования случайных координат в системном анализе.

В-четвёртых, в теории поля для получения новых полей переносчиков взаимодействий с весом, учитывающим определитель матрицы фермионных частиц $\det \mathbf{M}$, в методе Монте-Карло используют процедуру «молекулярной динамики» [3; 5]:

$$U_{x,\mu}^{(k+1)} = U_{x,\mu}^{(k)} \exp(i\Delta\tau P_{x,\mu}^{(k)}), \quad P_{x,\mu}^{(k+1)} = P_{x,\mu}^{(k)} + \Delta\tau F_{x,\mu}[U_{y,\nu}^{(k)}].$$

Эта процедура является методом третьего порядка решения дифференциальных уравнений «движения» поля $U_{x,\mu}$ с сопряжённым «импульсом» $P_{x,\mu}$.

В системном анализе подобным методом решают дифференциальные уравнения [4]. Однако порядок аппроксимации производных там гораздо более высокий. А в квантовой теории поля малость порядка аппроксимации производных обусловлена большим количеством значений полей в каждой дискретной точке пространства-времени и для каждого направления. Тем самым уменьшается точность получения нового поля $U_{x,\mu}'$ по предыдущему полю $U_{x,\mu}$. Но эта малая точность затем компенсируется процедурой принятия или отвержения полученного поля.

В-пятых, для существенного ускорения вычислений при достаточно высокой точности часто используют аппроксимирующие многочлены. В теории поля аппроксимируют определитель матрицы фермионных частиц $\det \mathbf{M}$, входящий в вес полей переносчиков взаимодействий, согласно формуле:

$$\det^2 \mathbf{M} \cong \det^{-1} P_n(\mathbf{M}^+ \mathbf{M}),$$

где $P_n(x)$ – многочлен n -й степени, аппроксимирующий функцию x^{-1} на некотором положительном отрезке, содержащем средние минимальное и максимальное значения матрицы $\mathbf{M}^+ \mathbf{M}$ [5]. Затем обратный определитель $\det^{-1} P_n(\mathbf{M}^+ \mathbf{M})$ вычисляют методом Монте-Карло. А в системном анализе многочленами аппроксимируют функции, которые необходимо либо интерполировать или экстраполировать, либо проинтегрировать [4].

4. Положения и методы вычислений в квантовой теории поля

И наконец, выявим те положения и методы вычислений, которые характерны только для квантовой теории поля.

Во-первых, волновые функции (поля) переносчиков взаимодействий $A_{x,\mu}$ и частиц ψ_x или φ_x предполагаются зависимыми не только от точек решётки пространства-времени x , но и от направлений пространства μ и индексов r ориентации спинов частиц и античастиц и/или цветовых степеней свободы [2; 3]. Это обусловлено принципом существования различных дискретных характеристик частиц в квантовой теории поля. Поскольку для расчётов физических величин необходимо хранить значения всех полей в каждой точке дискретного пространства-времени, для каждого направления пространства-времени и для каждой ориентации спинов и/или цветовых степеней свободы, вычисления в квантовой теории поля являются достаточно затратными по компьютерной памяти. Из-за этого расчёты выполняют для достаточно небольших чисел точек решётки по каждому направлению: обычно $N_\mu = 6 - 24$ для каждого направления пространства-времени.

Во-вторых, при вычислении средних значений величин выполняется интегрирование по унитарным полям переносчиков взаимодействий, имеющим вид

$$U_{x,\mu} = \exp(iaA_{x,\mu}).$$

От этих полей зависят значения действия S переносчиков взаимодействия и определитель матрицы фермионных частиц $\det \mathbf{M}$, входящие в вес $p[U_{x,\mu}]$ интеграла для средних значений. Действие и определитель должны быть инвариантными при следующих калибровочных преобразованиях волновых функций частиц и переносчиков взаимодействий [1–3]:

$$U_{x,\mu} \rightarrow g_x U_{x,\mu} g_{x+a\mu}^{-1}, \quad \psi_x \rightarrow g_x \psi_x, \quad \varphi_x \rightarrow g_x \varphi_x,$$

где $|g_x| = 1$. Такая инвариантность обусловлена принципом наличия законов сохранения различных зарядов в квантовой теории поля. Этим объясняется необходимость введения ковариантных производных и использования унитарных матричных волновых функций $U_{x,\mu}$ переносчиков взаимодействий в численных расчётах в квантовой теории поля.

В-третьих, для правильного описания элементарных частиц методом решётки иногда необходимо в действие частиц S вводить дополнительные слагаемые, зависящие как от полей физических частиц [2; 3], так и от полей вспомогательных нефизических частиц [1; 6]. Введение таких слагаемых вызвано существованием в квантовой теории поля расходимостей корреляционных функций виртуальных частиц как при больших, так и при малых переданных импульсах. Слагаемые, зависящие от этих полей в непрерывном пределе шага решётки пространства-времени $a \rightarrow 0$ исчезают, если в этом пределе массы нефизических частиц M удовлетворяют условиям:

$$M \rightarrow \infty, \quad aM \rightarrow 0.$$

Наконец, в-четвёртых, при вычислениях средних значений величин $\langle O \rangle$ методом Монте-Карло для генерации полей переносчиков взаимодействий $U_{x,\mu}$ с заданным весом $p[U_{x,\mu}]$ осуществляется многократное использование следующих процедур, алгоритмов и методов. Это алгоритм «тепловой бани» и процедура стохастического вектора для генерации полей $U_{x,\mu}$, входящих в генерируемый вес $p[U_{x,\mu}]$ (см. [5]):

$$\Phi'_{x,r} = -V_{x,r} / B_{x,r} + \xi_{x,r},$$

$$U'_{x,\mu} = (F_{x,\mu} / |F_{x,\mu}|)^{-1} \exp(i\eta_{x,\mu}).$$

И кроме того, применяется метод «точечных источников» для вычисления элементов обращённой фермионной матрицы:

$$\chi = M^{-1}\eta.$$

В этих формулах индексы r обозначают номера вспомогательных полей $\Phi_{x,r}$ для интегрального представления обратного определителя матричного многочлена $\det^{-1}P_n(M^+M)$, аппроксимирующего определитель матрицы фермионов $\det^2 M$. $\xi_{x,r}$ – числа, генерируемые случайным образом с весом $\exp(-B_{x,r} |\xi_{x,r}|^2)$. $\eta_{x,\mu}$ – числа, лежащие на отрезке $[-\pi, \pi]$ и генерируемые случайным образом с весом

$\exp(|F_{x,\mu}| \cos \eta_{x,\mu})$. $B_{x,r}$, $F_{x,\mu}$ и $V_{x,r}$ – величины, зависящие от предыдущих значений полей $U_{x,\mu}$ и $\Phi_{x,r}$. А ненулевой элемент вектора η равен 1 только для определённой точки пространства-времени x_0 и для определённого индекса r_0 ориентации спинов частиц и античастиц и/или цветовых степеней свободы. При этом рассматривают все индексы r_0 . Тем самым получаемые векторы χ дают ряд элементов обращённой матрицы фермионов, которых достаточно для вычислений средних значений физических величин фермионных частиц [3; 5]. Необходимость таких сложных процедур, алгоритмов и методов вычислений обусловлена применением континуального интегрирования для вычисления различных функций и величин элементарных частиц, а также неизбежностью использования детерминанта матрицы фермионных частиц в этом интеграле для согласования с принципом Паули. Это отражает важнейшие принципы и особенности квантовой теории поля и физики элементарных частиц.

Заключение

В данной работе приведён анализ и сравнение вычислительных методов в квантовой теории поля теоретической физики и численных методов системного анализа, управления и обработки информации.

На основе анализа установлено, что совпадающими положениями и методами в теории поля и в системном анализе являются замена непрерывных координат и непрерывных функций дискретными значениями, а также замена интегрирования суммированием. А частично совпадающими являются замена непрерывных производных конечными разностями, решение систем линейных алгебраических уравнений, аппроксимация интеграла дискретной суммой методом Монте-Карло, процедура «молекулярной динамики» для вычисления новых величин и использование аппроксимирующих многочленов.

Показано, что положениями и методами, характерными только для квантовой теории поля, являются зависимость волновых функций (полей) физических частиц от узлов решётки пространства-времени, направлений пространства, ориентации спинов частиц и античастиц и/или цветовых степеней свободы; инвариантность действия и детерминанта фермионной матрицы относительно калибровочных преобразований волновых функций частиц и переносчиков взаимодействий; введение в действия частиц определённых дополнительных слагаемых; а также использование алгоритмов

«тепловой бани», стохастического вектора и «точечных источников» при вычислениях средних значений физических величин. Отмечено, что все эти положения и методы отражают основные принципы и особенности квантовой теории поля и физики элементарных частиц.

В результате выполненного исследования продемонстрирована целесообразность использования указанных вычислительных методов квантовой теории поля в численных методах системного анализа, управления и обработки информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988. 272 с.
2. Кройц М. Кварки, глюоны и решётки. М.: Мир, 1987. 192 с.
3. Montvay I., Muenster G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge University Press, 1994. 500 p.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учеб. пособие. М.: Наука, 1987. 600 с.
5. Зверев Н.В. Векторная $U(1)$ модель фермионов на решётке и алгоритмы её исследования. М.: Прометей, 2003. 112 с.
6. Зверев Н.В. Регуляризованные $U(1)$ модели фермионов на решётке. М.: Прометей, 2004. 126 с.

REFERENCES

1. Slavnov A.A., Faddeev L.D. Vvedenie v kvantovuyu teoriyu kalibrovichnykh polei [Introduction to quantum theory of gauge fields]. M., Nauka, 1988. 272 p.
2. Creutz M. Quarks, gluons and lattices. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1987. 192 p.
3. Montvay I., Muenster G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge: University Press, 1983. 169 p.
4. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. Chislennyye metody: Ucheb. posobie [Numerical methods: textbook]. M., Nauka, 1987. 600 p.
5. Zverev N.V. Vektornaya $U(1)$ model' fermionov na reshetke i algoritmy ee issledovaniya [Vector $U(1)$ model of fermions on the lattice and algorithms of its investigation]. M., Prometei, 2003. 112 p.
6. Zverev N.V. Regularizovannyye $U(1)$ modeli fermionov na reshetke [Regularized $U(1)$ model of fermions on the lattice]. M., Prometei, 2004. 126 p.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Бугримов Анатолий Львович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московский государственный областной университет;

e-mail: al.bugrimov@mgou.ru

Зверев Николай Витальевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;

e-mail: zverev_nv@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Bugrimov Anatolii L'vovich – doctor of technical sciences, professor, head of the Chair of the Department of Computational Mathematics and Methodology of Teaching Informatics at the Moscow State Regional University;

e-mail: al.bugrimov@mgou.ru

Zverev Nikolai Vital'evich – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of Theoretical Physics at the Moscow State Regional University;

e-mail: zverev_nv@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Бугримов А.Л., Зверев Н.В. Особенности вычислительных методов в квантовой теории поля // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 08–17.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-08-17.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

A. Bugrimov, N. Zverev Features of the computational techniques in the quantum field theory // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 08–17.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-08-17.

УДК 533.72

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-18-28

ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА О ГЕНЕРИРОВАНИИ СДВИГОВЫХ ВОЛН КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ В ГАЗАХ БОЗЕ

Бедрикова Е.А., Латышев А.В.

*Московский государственный областной университет, 105005, Москва, ул. Радио,
10А, Российская Федерация*

Аннотация. Найдено аналитическое решение второй задачи Стокса для бозе-газа. Получено основное кинетическое уравнение и для него выведены граничные условия. В пространстве обобщенных функций находится решение характеристического уравнения. Исследована структура дискретного и непрерывного спектров характеристического уравнения. Изучены свойства дисперсионной функции. Найдены собственные решения кинетического уравнения. Построено общее решение граничной задачи в виде спектрального разложения по собственным решениям.

Ключевые слова: Вторая задача Стокса, бозе-газ, собственные решения кинетического уравнения, характеристическое уравнение, дисперсионная функция.

BOUNDARY PROBLEM ON GENERATION OF SHIFT WAVES BY AN OSCILLATING SURFACE IN BOSE GASES

E. Bedrikova, A. Latyshev

Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia

Abstract. The analytical solution of the second Stokes problem for a Bose gas is found. The basic kinetic equation is obtained and its boundary conditions are derived. In the space of the generalized functions, there lies a solution of the characteristic equation. The structure of discrete and continuous spectra of the characteristic equation is investigated. Properties of the dispersion function are studied. Eigen solutions of the kinetic equation are found. The generalized solution of the boundary problem in the form of spectral decomposition under eigen solutions is constructed.

Keywords: second Stokes problem, Bose gas, eigen solutions of kinetic equation, characteristic equation, dispersion function.

В последнее время, в связи с развитием современных технологий и нанотехнологий, задача о поведении газа над движущейся поверхностью вызывает большой интерес [1–7]. Множество работ посвящено решению второй задачи Стокса численными методами [4–7]. В настоящей работе показано, что эта задача допускает аналитическое решение и для квантовых газов. Данная работа является продолжением работы Акимовой В.А., Латышева А.В. и Юшканова А.А. [1], в которой вторая задача Стокса была решена аналитически для классических газов.

В настоящей работе вторая задача Стокса рассматривается в квантовых бозе-газах. Нелинейное модельное кинетическое уравнение для бозе-газа линеаризуется по малому параметру. Малым параметром задачи является безразмерная скорость газа. Формулируется линейная граничная задача. Разделение переменных приводит к характеристическому уравнению. Решение последнего находится в пространстве обобщенных функций. Исследована структура дискретного и непрерывного спектров граничной задачи. Найдены классические собственные решения дискретного спектра и обобщенные собственные решения непрерывного спектра. По этим решениям составляется общее решение граничной задачи.

Пусть разреженный одноатомный бозе-газ находится над твердой поверхностью в полупространстве $x > 0$. Задана система координат таким образом, что плоская поверхность, ограничивающая газ, совпадает с плоскостью (y, z) , а ось Ox перпендикулярна поверхности. При этом поверхность, ограничивающая газ, в своей плоскости совершает гармонические колебания вдоль оси y по закону:

$$u_s(t) = u_0 e^{-i\omega t},$$

где u_0 – амплитуда колебаний газа, которая является постоянной величиной. Требуется найти отклик газа на движение ограничивающей его поверхности, то есть построить функцию распределения газовых молекул.

Рассмотрим кинетическое уравнение с интегралом столкновений БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{eq} - f}{\tau},$$

где τ – время между двумя последовательными столкновениями газовых молекул, $\nu = 1/\tau$ – частота столкновений молекул бозе-газа, f_{eq} – локально-равновесная функция распределения Бозе:

$$f_{eq} = \frac{1}{-1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_* - \mu}{kT}\right)}, \quad \varepsilon_* = \frac{m}{2}(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2, \quad -\infty < \mu < 0,$$

где m – масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – температура газа, $\mathbf{u}(t, \mathbf{x})$ – массовая скорость газа, μ – химический потенциал газа.

Концентрацию газа и его температуру будем считать постоянными. Предположим, что величина скорости движения колеблющейся поверхности много меньше тепловой скорости частиц газа. В этих условиях задачу можно линеаризовать. Линеаризуем локально-равновесную функцию распределения относительно абсолютного распределения Бозе $f_B(\mathbf{v})$:

$$f_B(\mathbf{v}) = \frac{1}{-1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{kT}\right)}, \quad \varepsilon = \frac{mv^2}{2}, \quad -\infty < \mu < 0.$$

Получаем, что

$$f_{eq} = f_B(\mathbf{v}) + g_B(\mathbf{v}) \frac{mv_y}{kT} u_y, \quad (1)$$

где

$$f_B(\mathbf{v}) = \frac{1}{-1 + \exp\left(\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\mu}{kT}\right)}, \quad g_B(\mathbf{v}) = \frac{\exp\left(\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\mu}{kT}\right)}{-1 + \exp\left(\frac{mv^2}{2kT} - \frac{\mu}{kT}\right)}$$

Линеаризацию задачи проводим по массовой скорости $u_y(t_1, x_1)$ при условии, что $u_y(t_1, x_1) \ll v_T$, где $v_T = 1/\sqrt{\beta}$ – тепловая скорость молекул, имеющая порядок скорости звука.

Далее перейдем к безразмерным параметрам, а именно к безразмерной скорости молекул: $\mathbf{C} = \sqrt{\beta} \mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}}{v_T}$, $\beta = \frac{m}{2kT}$, безразмерной массовой скорости $U_y(t, x) = \sqrt{\beta} u_y(t, x)$, безразмерному времени $t_1 = tv$ и безразмерной координате $x_1 = xv\sqrt{\beta}$.

Учитывая формулу (1), функцию распределения будем искать в виде:

$$f = f(t, x, C) = f_B(C) + g_B(C) C_y H(t, x, \mu)$$

$$f_B(C) = \frac{1}{-1 + \exp(C^2 - \alpha)}, \quad g_B(C) = \frac{\exp(C^2 - \alpha)}{[-1 + \exp(C^2 - \alpha)]^2}.$$

Здесь $H(t, x, \mu)$ – искомая функция, μ – проекция на ось x безразмерной скорости молекулы, α – безразмерный химический потенциал газа.

Опуская вычисления, получаем кинетическое уравнение:

$$\frac{\partial H}{\partial t_1} + \mu \frac{\partial H}{\partial x_1} + H(t_1, x_1, \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_B(\mu', \alpha) H(t_1, x_1, \mu') d\mu', \quad (2)$$

где $K_B(\mu, \alpha) = \frac{\ln(1 - \exp(\alpha - \mu^2))}{\int_{-\infty}^{\infty} \ln(1 - \exp(\alpha - \tau^2)) d\tau}$ – ядро кинетического уравнения

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} H(t_1, 0, \mu) &= 2qU_y(t_1) + (1 - q)[H(t_1, 0, -\mu)], \quad \mu > 0 \\ H(t_1, x_1 \rightarrow \infty, \mu) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Выделяя временную переменную, функцию $H(t_1, x_1, \mu)$ можно представить в виде:

$$H(t_1, x_1, \mu) = e^{-i\omega_1 t_1} h(x_1, \mu)$$

Следовательно, уравнение (2) относительно функции $h(x_1, \mu)$ будет иметь вид:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial x_1} + z_0 h(x_1, \mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_B(\mu', \alpha) h(x_1, \mu') d\mu', \quad z_0 = 1 - i\omega_1 \quad (4)$$

а граничные условия (3) переходят в следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} h(0, \mu) &= 2qU_0 + (1 - q)h(0, -\mu), \quad \mu > 0 \\ h(x_1 \rightarrow \infty, \mu) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Решение кинетического уравнения (4) будем искать в виде соотношения:

$$h_\eta(x_1, \mu) = \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\eta}\right) \Phi(\eta, \mu), \quad \frac{1}{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} K_B(\mu', \alpha) \Phi(\eta, \mu') d\mu' = 1, \quad (6)$$

где η – параметр разделения, или спектральный параметр (комплексный). Подставляя соотношение (6) в кинетическое уравнение (4) и разделяя переменные, получаем характеристическое уравнение: $(\eta - \mu)\Phi(\eta, \mu) = \eta$, где η – комплексный, вообще говоря, параметр.

Находим собственные функции характеристического уравнения:

$$\Phi(\eta, \mu) = \eta P \frac{1}{\eta - \mu} + \frac{\lambda(\eta) \delta(\eta - \mu)}{K_B(\eta, \alpha)},$$

где $-\infty < \eta, \mu < +\infty$, $\delta(x)$ – дельта функция Дирака, $\lambda(z)$ – дисперсионная функция задачи, символ $P(1/x)$ означает главное значение интеграла от $(1/x)$,

$$\lambda(z) = 1 - i\omega_1 + z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_B(\tau, \alpha) d\tau}{\tau - z} = -i\omega_1 + \lambda_0(z),$$

где

$$\lambda_0(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_B(\tau, \alpha) \tau d\tau}{\tau - z}.$$

Применяя формулы Сохоцкого [8], находим граничные значения дисперсионной функции:

$$\lambda^{\pm}(\mu) = \pm \pi i \mu K_B(\mu, \alpha) - i \omega_1 + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_B(\tau, \alpha) \tau d\tau}{\tau - z}.$$

Выделим действительную и мнимую части граничных значений дисперсионной функции на действительной оси (рис. 1; 2):

$$\operatorname{Re} \lambda^{\pm}(\mu) = \lambda_0(\mu), \quad \operatorname{Im} \lambda^{\pm}(\mu) = -\omega_1 \pm s(\mu),$$

$$s(\mu) = \pi \mu K_B(\mu, \alpha), \quad \lambda_0(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_B(\tau, \alpha) \tau d\tau}{\tau - z}.$$

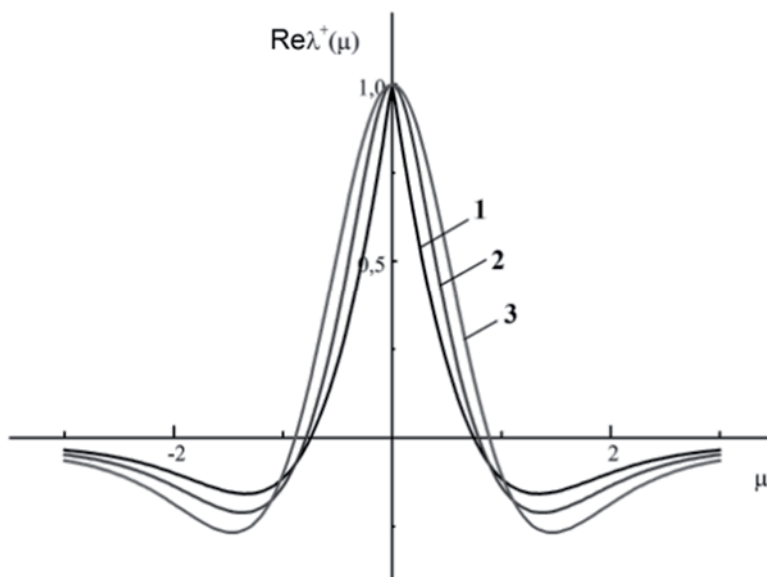


Рис. 1. Действительная часть дисперсионной функции $\lambda^+(\mu)$ на действительной оси. Кривые 1, 2, 3 отвечают значениям параметра $\alpha = 0, -0.1, -1$.

Легко заметить, что действительная часть дисперсионной функции $\lambda_0(\mu)$ имеет два нуля $\pm\mu_0$. Эти два нуля в силу четности функции $\lambda_0(\mu)$ различаются лишь знаками.

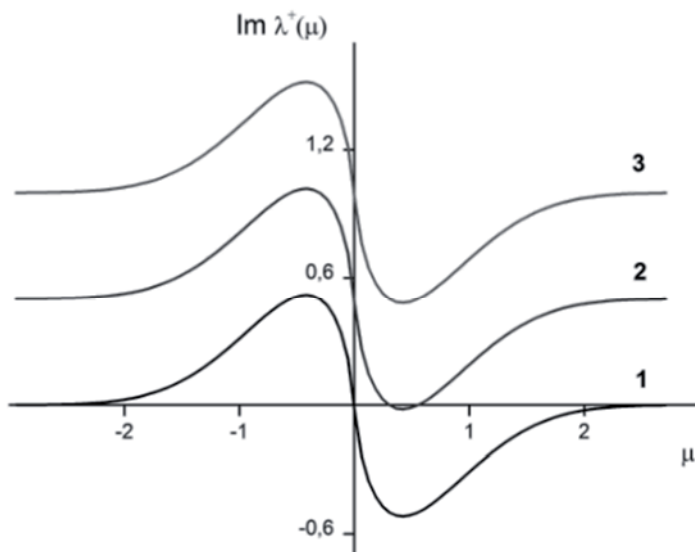


Рис. 2. Мнимая часть дисперсионной функции $\lambda^+(\mu)$ на действительной оси.

Кривые 1, 2, 3 отвечают значениям параметра $\omega_1 = 0, 0.5, 1$ и $\alpha = 0$.

Разложим дисперсионную функцию в ряд Лорана по отрицательным степеням переменного z в окрестности бесконечно удаленной точки:

$$\lambda(z) = -i\omega_1 - \frac{1}{z^2} l_2^B - \frac{1}{z^4} l_4^B - \frac{1}{z^6} l_6^B - \dots, \quad z \rightarrow \infty \quad (7)$$

где

$$l_n^B(\alpha) = \int_0^\infty \tau^n \ln(1 - \exp(\alpha - \tau^2)) d\tau = \\ = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \tau^n \ln(1 - \exp(\alpha - \tau^2)) d\tau, \quad n = 0, 2, 4, 6, \dots$$

Из разложения (7) видно, что при малых значениях ω_1 дисперсионная функция имеет два отличающиеся лишь знаками нуля:

$$\pm \eta_0^{(0)}(\omega_1) = \sqrt{\frac{l_2^B(\alpha)}{l_0^B(\alpha)}} \frac{1+i}{2\sqrt{\omega_1}}$$

На комплексной плоскости рассмотрим семейство кривых:

$$\Gamma = \Gamma(\omega_1): G(\mu) = \frac{\lambda^+(\mu)}{\lambda^-(\mu)}, \quad 0 \leq \mu < +\infty.$$

Нетрудно проверить, что $G(0) = 1$, $\lim_{\mu \rightarrow \infty} G(\mu) = 1$. Эти равенства означают, что кривые $\Gamma(\omega_1)$ являются замкнутыми, то есть они выходят из точки $z = 1$ и заканчиваются в этой же точке.

Для нахождения нулей дисперсионной функции применим принцип аргумента. Рассуждая так же, как и в [1], получаем, что

$$N = \frac{1}{\pi} [\arg G(\mu)]_0^{+\infty} = 2\chi(G).$$

Здесь $\chi = \chi(G)$ – индекс функции $G(\mu)$ или индекс задачи, который показывает число оборотов кривой $\Gamma(\omega_1)$ относительно начала координат, совершаемых в положительном направлении.

Далее построим линию предельных (или критических) частот (рис. 3):

$$\omega_1^* = \max_{\mu} \sqrt{\{s^2(\mu) - \lambda_0^2(\mu)\}}.$$

Если $0 \leq \omega_1 < \omega_1^*$, то индекс функции $G(\mu)$ равен единице, то есть дисперсионная функция имеет два комплекснозначных нуля. Если $\omega_1 > \omega_1^*$, то индекс функции $G(\mu)$ равен нулю, то есть дисперсионная функция нулей не имеет.

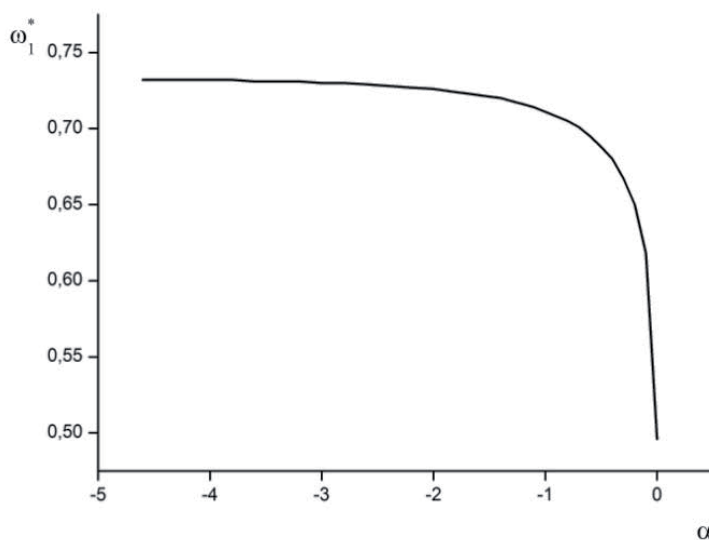


Рис. 3. Линия критических частот: зависимость критической частоты ω_1^* от скачка химического потенциала α .

Выделим действительную и мнимую части функции $G(\mu)$ и построим кривые $\Gamma(\omega_1)$ на комплексной плоскости (рис. 4; 5), которые определяются параметрическими уравнениями:

$$\Gamma(\omega_1): x = \operatorname{Re}G(\mu), \quad y = \operatorname{Im}G(\mu), \quad 0 \leq \mu < +\infty$$

$$\operatorname{Re}G(\mu) = \frac{\lambda_0^2(\mu) - s^2(\mu) + \omega_1^2}{\lambda_0^2(\mu) + [\omega_1 + s(\mu)]^2}$$

$$\operatorname{Im}G(\mu) = \frac{2\lambda_0(\mu)s(\mu)}{\lambda_0^2(\mu) + [\omega_1 + s(\mu)]^2},$$

где

$$s(\mu) = \pi\mu K_B(\mu, \alpha), \quad \lambda_0(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{K_B(\tau, \alpha)\tau d\tau}{\tau - \mu}$$

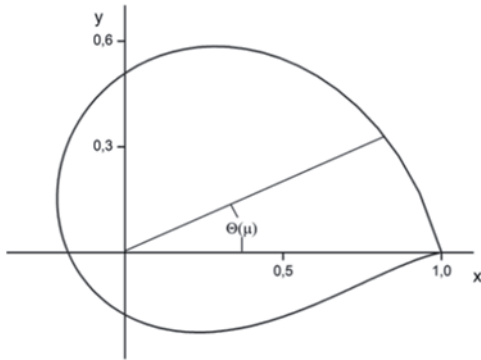


Рис. 4. Кривая $\Gamma(\omega_1)$ является замкнутой и охватывает начало координат, случай $0 \leq \omega_1 < \omega_1^*$. Индекс функции $G(\mu)$ равен единице, дисперсионная функция имеет два нуля.

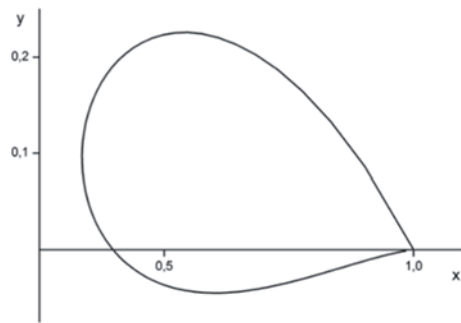


Рис. 5. Кривая $\Gamma(\omega_1)$ не охватывает начало координат, случай $\omega_1 > \omega_1^*$. Индекс функции $G(\mu)$ равен нулю. Дисперсионная функция не имеет нулей в верхней и нижней полуплоскостях.

Таким образом, если $\omega_1 > \omega_1^*$, то дискретный спектр является пустым множеством. Если $0 \leq \omega_1 < \omega_1^*$, тогда можно найти собственные функции характеристического уравнения:

$$\Phi(\pm\eta_0(\omega_1), \mu) = \frac{\pm\eta_0(\omega_1)}{\pm\eta_0(\omega_1) - \mu}$$

и два соответствующих собственных решения исходного кинетического уравнения:

$$h_{\pm\eta_0(\omega_1)}(x_1, \mu) = \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\pm\eta_0(\omega_1)}\right) \frac{\pm\eta_0(\omega_1)}{\pm\eta_0(\omega_1) - \mu}.$$

Теорема: Граничная задача (4), (5) имеет единственное решение в виде разложения по собственным решениям характеристического уравнения:

$$h(x_1, \mu) = \frac{a_0 \eta_0}{\eta_0 - \mu} \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\eta_0}\right) + \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\eta_0}\right) \Phi(\eta, \mu) a(\eta) d\eta \quad (8)$$

Здесь $a(\eta)$ – неизвестная функция (коэффициент непрерывного спектра), a_0 – неизвестная постоянная (коэффициент дискретного спектра).

Доказательство теоремы и вычисление коэффициентов непрерывного и дискретного спектров будет приведено в следующих работах.

Подставляя собственные функции в разложение (8) можно представить его в классическом виде:

$$h(x_1, \mu) = \frac{\eta_0 a_0}{\eta_0 - \mu} \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\eta_0}\right) + \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\eta}\right) \frac{\eta a(\eta) d\eta}{\eta - \mu} + \exp\left(-\frac{x_1 z_0}{\mu}\right) \frac{\lambda(\mu)}{K_B(\mu, \alpha)} a(\mu) \theta_+(\mu),$$

где $\theta_+(\mu)$ – функция Хэвисайда: $\theta_+(\mu) = 1, \mu > 0, \theta_+(\mu) = 0, \mu < 0$.

Заключение. В работе сформулирована вторая задача Стокса для бозе-газа. Рассмотрен случай постоянной амплитуды колебания поверхности. Найдены и исследованы нули дисперсионной функции. Выделена область критических частот. Если частота колебания поверхности больше критической, то дисперсионная функция нулей не имеет. В случае если частота колебания поверхности находится в пределах от нуля до критической частоты, то дисперсионная функция имеет два нуля, которые отличаются лишь знаками. Найдены собственные решения кинетического уравнения и показано, что общее решение задачи с граничными условиями можно представить в виде разложения по собственным решениям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов В.А., Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решение второй задачи Стокса о поведении газа над колеблющейся поверхностью // Известия РАН. Серия "Механика жидкости газов". 2013. № 1. С. 125–140.
2. Stokes G.G. On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Cambr. Phil. IX, 8 A851), Math, and Phys. Papers III, 1–141, Cambridge, 1901.

3. Asghar S., Nadeem S., Hanif K., Hayat T. Analytic solution of Stokes second problem for second grade fluid // Math. Probl. Eng. Vol. 2006, Article ID 72468, 8 p.
4. Siewert C.E., Sharipov F. Model equations in rarefied gas dynamics: viscous-slip and thermal-slip coefficients // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14, No. 12, 4123–4129.
5. Дудко В.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Влияние свойств поверхности на характеристики сдвиговых волн // Журнал технической физики. 2005. Т. 75, Вып. 4, С. 134–135.
6. Дудко В.В., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Генерация колеблющейся поверхностью сдвиговых волн в газе // Теплофизика высоких температур. 2009. Т. 47. № 2. С. 262–268.
7. Дудко В.В. Скольжение разреженного газа вдоль неподвижных и колеблющихся поверхностей: дисс., М., 2010. 108 с.
8. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитические методы в кинетической теории: монография. Изд-во МГОУ, М., 2008, 280 с.

REFERENCES

1. Akimova V.A., Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Analiticheskoe reshenie vtoroi zadachi Stoksa o povedenii gaza nad koleblyushcheisya poverkhnost'yu [Analytical solution of the second Stokes problem on the behavior of a gas over an oscillating surface] // Izv Ross. Akad. Nauk, Ser. Mekh. Zhidk. Gazov. 2013. no. 1. pp. 125–140.
2. Stokes G.G. On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Cambr. Phil. IX, 8 A851, Math, and Phys. Papers III, 1–141, Cambridge, 1901.
3. Asghar S., Nadeem S., Hanif K., Hayat T. Analytic solution of Stokes second problem for second grade fluid // Math. Probl. Eng. Vol. 2006, Article ID 72468, 8 p.
4. Siewert C.E., Sharipov F. Model equations in rarefied gas dynamics: viscous-slip and thermal-slip coefficients // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14, no. 12, pp. 4123–4129.
5. Dudko V.V., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. Vliyanie svoistv poverkhnosti na kharakteristiki sdvigovykh voln [Influence of surface properties on the characteristics of shear waves // Zh. Tekh. Fiz. 2005. Vol. 75. no. 4. pp. 134–135.
6. Dudko V.V., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. Generatsiya koleblyushcheisya poverkhnost'yu sdvigovykh voln v gaze [Generation of shear waves in gas by a vibrating surface] // Teplofiz. Vysok. Temp. 2009. Vol. 47. no. 2. pp. 262–268.
7. Dudko V.V. Skol'zhenie razrezhennogo gaza vdol' nepodvizhnykh i koleblyushchikhsya poverkhnostei: diss. [Slipping of a rarefied gas along fixed and vibrating surfaces: thesis]. M., 2010. 108 p.
8. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Analiticheskie metody v kineticheskoi teorii: monografiya [Analytical methods in kinetic theory: a monograph]. M., Izd-vo MGOU, 2008. 280 p.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Бедрикова Екатерина Алексеевна – старший преподаватель кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;
e-mail: bedrikova@mail.ru

Латышев Анатолий Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета, заслуженный деятель науки РФ;
e-mail: avlatyshev@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Bedrikova Ekaterina Alekseevna – head lecturer of the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow State Regional University; e-mail: bedrikova@mail.ru

Latyshev Anatoly Vasilyevich – doctor of physical and mathematical sciences, full professor of the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow State Regional University, Honored Worker of Science of the Russian Federation; e-mail: avlatyshev@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Бедрикова Е.А., Латышев А.В. Граничная задача о генерировании сдвиговых волн колеблющейся поверхностью в газах Бозе // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. №2. С. 18–28.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-18-28.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

E. Bedrikova, A. Latyshev Boundary problem on generation of shift waves by an oscillating surface in bose gases // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 18–28.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-18-28.

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

УДК 537.635+537.9

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-29-36

ELECTRON PARAMAGNETIC RESONANCE OF SILICA GLASS IMPLANTED WITH TUNGSTEN

L. Bogomolova¹, V. Zhachkin²

*¹Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, 1(2)
Leninskie gory, GSP-1, 119991 Moscow, Russia;*

²Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia

Abstract. One-millimeter thick discs of Russian commercial silica glasses of KV type are implanted with W^+ ions at an energy of 200 keV and a fluency density from 10^{15} to 2×10^{17} ions/ cm^2 . RBS shows a Gaussian distribution of W ions with a maximum concentration at 80 nm from the surface. In the optical spectrum of the silica glass studied in the present work, the absorption bands at 710 nm and 1100 nm are observed. They can be assigned to W^{6+} ions as well as the EPR spectrum consisting of the asymmetric line with $g_{||}=1.593$ and $g_{\perp}=1.754$. TEM data indicate the formation of almost spherical particles about 3 nm in diameter for the sample implanted at 10^{16} ions/ cm^2 .

Keywords: electron paramagnetic resonance, optical spectra, silica glasses, implantation with W^+ ions.

Богомолова Л.Д.¹, Жачкин В.А.²

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС КВАРЦЕВОГО СТЕКЛА, ИМПЛАНТИРОВАННОГО ВОЛЬФРАМОМ

¹Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В.Скобельцына, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119991 г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д.1, с.2, Российская Федерация

²Московский государственный областной университет, 105005 г. Москва, ул. Радио, д.10А, Российская Федерация

Аннотация. В диски из российских коммерческих кварцевых стекол KV-типа толщиной 1 мм были имплантированы ионы W^+ с энергией 200 кэВ и плотностью потока от 10^{15} до $2 \cdot 10^{17}$ ионов/см². Данные RBS свидетельствуют о гауссовом распределении ионов W при максимальной их концентрации в 80 нм от поверхности. В оптическом спектре исследованного в настоящей работе кварцевого стекла наблюдаются полосы поглощения на 710 и 1100 нм. Они могут быть приписаны, также, как и спектр ЭПР из асимметричной линии с параметрами $g_{\parallel}=1,593$ и $g_{\perp}=1,754$, иону W^{5+} . Данные ТЕМ указывают на образование почти сферических частиц около 3 нм в диаметре в образце, облученном потоком плотностью 10^{16} ионов/см².

Ключевые слова: электронный парамагнитный резонанс, оптические спектры, кварцевые стекла, имплантация ионов W^+ .

1. Introduction

It is expected that an implantation of transition metal (TM) ions which have partially filled d-electron shells can be used to modify optical, magnetic and electric properties of near-surface layers of glasses. These properties are determined by valence and coordination states of implanted ions as well as of their local environment (for example, [1]).

In this work silica glasses implanted with W^+ ions are studied. Earlier the properties of W^+ -implanted silica glasses ($E = 200$ keV) have been investigated in Ref [2]. It has been shown by means of X-ray photoelectron spectroscopy that in these glasses metallic W, WO_2 and mixed $WO-SiO_2$ oxides are formed. The present work aims to study the evolution of W states depending on the fluence (F) of implanted

ions and heat treatment of the samples. We investigated silica glasses implanted with W^+ by means of electron paramagnetic resonance (EPR), optical absorption spectroscopy, Rutherford backscattering (RBS) spectroscopy and transmission electron microscopy (TEM).

The information concerning the valence and coordination states of TM, their local environment, concentration and cluster formation in implanted layers can be extracted from EPR spectra. Optical absorption spectroscopy is useful in the determination of valence state of TM.

2. Experimental procedures

Disks 1 mm thick of Soviet commercial silica glasses of KV type, obtained by gas-flame fusion of natural quartz crystal and contained ~23 ppm metallic impurities (Al, Ge and alkali) and approximately 82 ppm of OH groups, were irradiated with W^+ ions at the energy $E = 200$ keV to fluences (F) from 10^{15} to $2 \cdot 10^{17}$ ions/cm². Current densities were about $0.3 \mu A/cm^2$. The EPR spectra of samples co-implanted with W^+ ($E = 200$ keV) and O^+ ($E = 25$ keV at different fluences) were also studied. The temperature of substrates during the implantation process measured by a thermocouple was about 330 K. Some samples were annealed at 800°C for 1h in the H_2 -Ar atmosphere.

Optical spectra in wavelength region from 200 to 1200 nm were measured with an SP-8 spectrophotometer.

After implantations and optical measurements some slabs were crushed and used for EPR measurements which were performed using a modified spectrometer RE-1306 operating at X-band frequency. EPR spectra were recorded at room temperature (RT) and 77K (LNT).

Concentration and depth profiles of implanted ions were determined by means of RBS using 2 MeV He^+ ions at scattering angle 160°. Scanning TEM with bright field imaging was used for the study colloids produced in implanted layer.

3. Results and Discussion

Fig 1 shows the EPR spectrum recorded at LNT and microwave power $P = 40$ mW for the sample implanted with W^+ at energy $E=200$ keV. This spectrum contains the narrow intense signal. Its g -values ($g_1 = 2.069$, $g_2 = 2.0074$ and $g_3 = 2.0009$) are

similar to those for peroxyradical (POR) in ion implanted glasses [3], i.e. this signal can be assigned to POR.

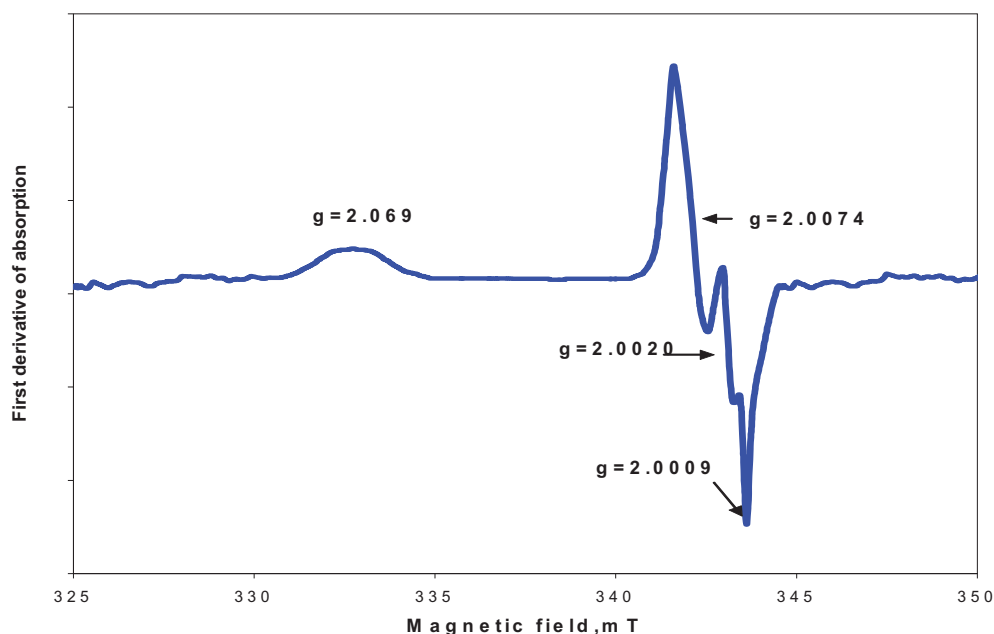


Fig. 1. EPR spectrum recorded at 77K and microwave power $P = 40$ mW for the sample implanted with W^+ at energy $E = 200$ keV.

The second signal with $g \sim 2.0020$ is presumably due to E' -type center. The structural defects (E' -center, E' -type center and POR) in ion-implanted silica glasses have been discussed in many papers (for example, [3–5]). Here, we consider only EPR signals related to W ions.

Depth profiles of W in the silica glass obtained by means of RBS indicates that W ions enters into implantation layer. However, no EPR spectra related to W were observed for the samples implanted to $F \leq 10^{16}$ ions/cm². In the sample firstly implanted with W^+ ($F = 10^{17}$ ions/cm²) and then O^+ optical spectrum (Fig. 2) at 295K contains absorption bands typical of W^{5+} ion (at 700 and 1100 nm) and EPR spectrum of W^{5+} appears for this sample (Fig.3).

The absorption bands at 213 and 236 nm are seen in Fig.2. They are typical for E' center and diamagnetic oxygen deficient defect, respectively [6]).

Fig.3 shows experimental (1) and calculated (2) EPR spectrum of W^{5+} recorded at room temperature for the sample implanted at $F = 10^{17}$ ions/cm². This is asymmetric

line. Computer calculation of this spectrum made under assumption of its axial symmetry [7] gives $g_{\parallel} = 1.593$ and $g_{\perp} = 1.754$. This line becomes more symmetric with base-crossing $g = 1.72 \pm 0.02$ and its width decreases from 40 to 15 mT with increasing fluence of O^+ . Co-implantation of W and O can be accompanied by the appearance of tungsten in high valence states.

The W^{6+} ions with $5d^0$ configuration give no EPR spectra. The W^{5+} ($5d^1$) ions give an EPR signal due to their unpaired electrons. This signal centered at $g \sim 1.7$ is due to W^{5+} ions located in axially distorted octahedral position. These locations are characterized by short W–O bond. There is a large displacement of W atoms from the center of octahedron [8].

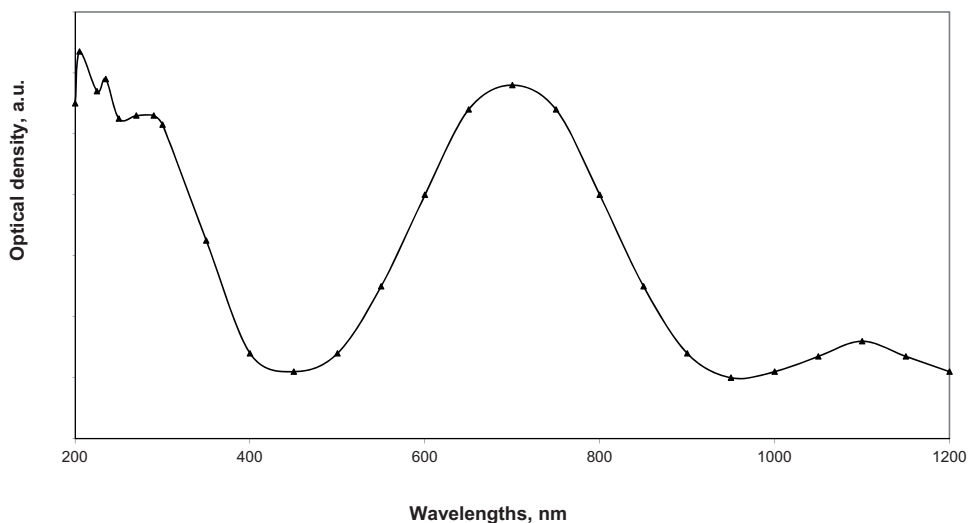


Fig. 2. Optical spectrum in the sample firstly implanted with W^+ ($F = 10^{17}$ ions/cm 2) and then O^+ .

The free W^{5+} ion has 2D ground state with fivefold orbital degeneracy which in octahedral field splits into 2T_2 ground state and 2E excited state. In tetragonally distorted octahedron 2T_2 state is further split into 2B_2 $|x_y\rangle$ and $(|y_z\rangle, |z_x\rangle)$ states. Which of orbital doublet or singlet $|x_y\rangle$ is the lower is determined by whether the octahedron is elongated or compressed, respectively, along z -axis. For $|x_y\rangle$ ground state $g_{\parallel} = g_e - 8\Lambda/\Delta E_1$, $g_{\perp} = g_e - 2\Lambda/\Delta E_2$, where Λ is constant of spin-orbit

interaction, g_e is g -value of free electron, ΔE_i are separations between the ground and excited states. The g -value obtained for W^{5+} correspond to ground state $B_2 |xy\rangle$.

Fig. 4 shows TEM micrograph of the sample implanted at $F = 10^{16}$ ions/cm². Almost spherical particles are seen with diameter up to ~ 3 nm. They belong presumably to metallic W [2].

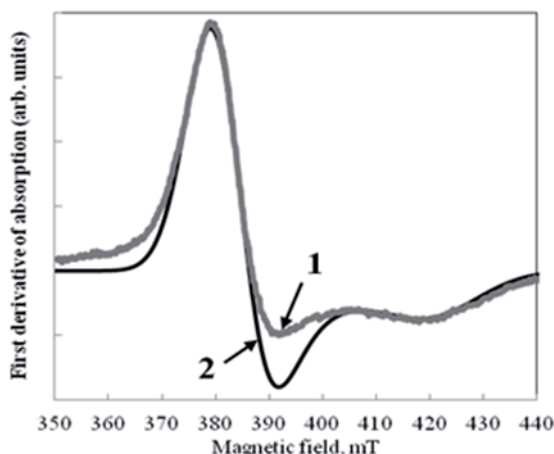


Fig. 3. Experimental (1) and calculated (2) EPR spectrum of W^{5+} recorded at 300 K for the sample implanted at $F = 10^{17}$ ions/cm².

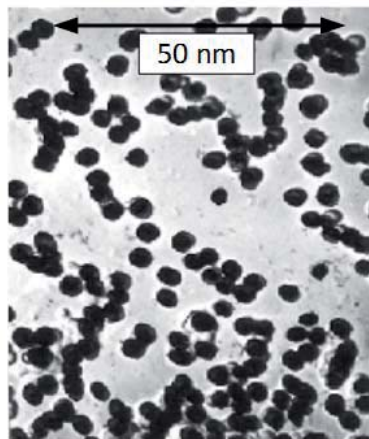


Fig. 4. TEM micrograph of the sample implanted at $F = 10^{16}$ ions/cm².

Conclusion

The silica samples implanted by W^+ ions with energy $E = 200$ keV to fluence $F \leq 10^{16}$ ions/cm² give EPR spectra associated only with native defects of silica (POR, E' -type center). Heat treatment of these samples leads to formation of colloid metallic particles. EPR signals of W^{5+} are observed for the samples implanted to $F > 5 \cdot 10^{16}$ ions/cm² and co-implanted with O^+ . The ion W^{5+} is located in tetragonally compressed octahedral oxygen environment.

REFERENCES

1. Bogomolova L.D. Paramagnetic species in ion-implanted phosphate glasses // Phosphorus Res. Bull. 2004. Vol. 15. pp. 143–154.
2. Bertonello R. Glisenty A., Granozzi G., Battaglin G., Caccavale F., Cattaruzza T., Mazzoldi P. Silica glass implanted with tungsten // J. Non-Cryst. Solids. 1993. Vol. 162. pp. 205–216.

3. Hosono H., Weeks R.A. Structural defects in chromium-ion-implanted vitreous silica // *Phys. Rev.* 1989. Vol. 40. pp. 10543–10549.
4. Devin R.A.B., Golanski A. Creation and annealing kinetics of magnetic oxygen vacancy centers in SiO_2 // *J. Appl. Phys.* 1983. Vol. 54. pp. 3833–3836.
5. Dooryhee E., Langevin Y., Borg J., Duraud J.-P., Balanzat E. Formation of paramagnetic defects in high-purity silica by high-energy ions // *J. Appl. Phys.* 1988. Vol. 63. pp. 1399–1407.
6. Stark J.D., Weeks R.A., Whichard G., Kinser D.L., Zuhr R.A. The effects of ion implantation on optical spectra of SiO_2 glass // *J. Non-Cryst. Solids.* 1987. Vol. 95&96. pp. 685–692.
7. Богомолова Л.Д., Жачкин В.А. Парамагнитные центры в ион-имплантированных неорганических стеклах // *Физика и химия стекла.* 1998. Т. 24. № 1. С. 3–38.
8. Rada S., Rada M., Kulea E. Structure and molecular modeling of tungsten borotellurite glasses // *J. Alloys and compounds.* 2013. Vol. 552. pp. 10–13.

REFERENCES

1. Bogomolova L.D. Paramagnetic species in ion-implanted phosphate glasses // *Phosphorus Res. Bull.* 2004. Vol. 15. pp. 143–154.
2. Bertoniello R., Glisenty A., Granozzi G., Battaglin G., Caccavale F., Cattaruzza T., Mazzoldi P. Silica glass implanted with tungsten // *J. Non-Cryst. Solids.* 1993. Vol. 162. pp. 205–216.
3. Hosono H., Weeks R.A. Structural defects in chromium-ion-implanted vitreous silica // *Phys. Rev.* 1989. Vol. 40. pp. 10543–10549.
4. Devin R.A.B., Golanski A. Creation and annealing kinetics of magnetic oxygen vacancy centers in SiO_2 // *J. Appl. Phys.* 1983. Vol. 54. pp. 3833–3836.
5. Dooryhee E., Langevin Y., Borg J., Duraud J.-P., Balanzat E. Formation of paramagnetic defects in high-purity silica by high-energy ions // *J. Appl. Phys.* 1988. Vol. 63. pp. 1399–1407.
6. Stark J.D., Weeks R.A., Whichard G., Kinser D.L., Zuhr R.A. The effects of ion implantation on optical spectra of SiO_2 glass // *J. Non-Cryst. Solids.* 1987. Vol. 95&96. pp. 685–692.
7. Bogomolova L.D., Zhachkin V.A. Paramagnitnye tsentry v ion-implantirovannykh neorganicheskikh steklakh [Paramagnetic centers in ion-implanted inorganic glasses] // *Fiz. Khim. Stekla.* 1998. Vol. 24. no. 1. pp. 3–38.
8. Rada S., Rada M., Kulea E. Structure and molecular modeling of tungsten borotellurite glasses // *J. Alloy Compd.* 2013. Vol. 552. pp. 10–13.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Богомолова Лидия Дмитриевна – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова;

e-mail: klide1995@mail.ru

Жачкин Владимир Арефьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики, Московский государственный областной университет;

e-mail: V_Zhachkin@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Bogomolova Lidia Dmitrievna – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, senior researcher of the D.V. Skobel'tsyn Research Institute of Nuclear Physics at the M.V. Lomonosov Moscow State University;

e-mail: klide1995@mail.ru

Zhachkin Vladimir Arefevich – doctor of physical and mathematical sciences, full professor of the Department of General Physics at the Moscow State Regional University;

e-mail: V_Zhachkin@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

L. Bogomolova, V. Zhachkin. Electron paramagnetic resonance of silica glass implanted with tungsten // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 29–36.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-29-36.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

L. Bogomolova, V. Zhachkin. Electron paramagnetic resonance of silica glass implanted with tungsten // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 29–36.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-29-36.

УДК 535.012.2

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-37-50

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО И ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА НА ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГИБРИДНЫХ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЯЧЕЕК С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ ПРЕДНАКЛОНА НА ОРИЕНТИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Соломатин А.С., Беляев В.В.

*Московский государственный областной университет,
Учебно-научная лаборатория теоретической и прикладной нанотехнологии.
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация*

Аннотация. Изложены результаты моделирования зависимости ориентационно-оптических свойств ЖК ячеек от деформации поперечного и продольного изгиба. Рассмотрены ЖК ячейки с произвольными приповерхностными углами и различными типами распределения директора ЖК для случая нематических ЖК с разными коэффициентами упругости ($K_{11} \neq K_{33}$). Уточнена, для многих практически важных случаев ЖК ячеек различной ориентационной конфигурации, применимость одноконстантного приближения ($K_{11} = K_{33}$).

Ключевые слова: оптические свойства, жидкокристаллические ячейки, фазовая задержка, упругие свойства.

OPTICAL PROPERTIES OF LIQUID CRYSTAL CELLS WITH OBLIQUE PRE-TILT ANGLE IN THE SPLAY AND BEND CASES OF DIRECTOR CONFIGURATION DEFORMATIONS

A. Solomatin, V. Belyaev

Education & Research Lab of Theoretical and Applied Nanotechnology, Moscow State Region University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia

Abstract. We report the results of simulation of the dependence of the orientation-optical properties of liquid-crystal (LC) cells on splay and bend configuration deformations. We

consider LC cells with arbitrary pre-tilt angles and different types of LC director distributions for the case of nematic LCs with different elasticity coefficients ($K_{11} \neq K_{33}$). For many practically important cases of nematic LC cells with various K_{33}/K_{11} ratios, the applicability of the one-constant approximation ($K_{11} = K_{33}$) is specified.

Keywords: optical properties, liquid-crystal cells, phase retardation, elastic properties.

1. Введение

Во многих типах современных ЖК дисплеев используется наклонное и/или неоднородное распределение ЖК директора [1; 2]. Это может улучшить время электрооптического отклика или диапазон углов обзора дисплея [3]. Следовательно, актуальны исследования оптических свойств и, в частности, двулучепреломления, в зависимости от распределения директора ЖК в ячейке. Двулучепреломление, в зависимости от распределения директора ЖК в ячейке, определяет разность фазовой задержки обыкновенного и необыкновенного лучей при их прохождении через ячейку, расположенную между скрещенными поляризаторами. Данная зависимость хорошо исследована для однородных планарно или гомеотропно ориентированных ячеек. Однако нет достаточных данных по ячейкам с неоднородным распределением директора ЖК. Расчет зависимости разности фазовой задержки от угла преднаклона директора ЖК как в однородно, так и в неоднородно распределенных ячейках является одной из целей данной работы. В данной работе представлены результаты компьютерного моделирования зависимости нормированной фазовой задержки $\Phi(\theta_0)$ от угла преднаклона для различных типов двулучепреломляющих слоев с неоднородным распределением угла наклона директора ЖК или эквивалентного ему двулучепреломляющего материала (например, в полимерах).

Структура типичной жидкокристаллической ячейки описана в [6–9]. Она состоит из верхней и нижней подложек и ориентирующих слоев, задающих ориентацию различных типов (гибридной с несимметричными углами НубН, поперечного изгиба НубS, продольного изгиба НубВ). Изготовление ЖК ячеек, нанесение полиимидных пленок для ориентации ЖК, наклонная ориентация ЖК на ориентирующих поверхностях и способы получения таких ориентирующих покрытий описаны в [10–14]. Гибридная ориентация ЖК ячеек описана в [4–8]. Она обеспечивается созданием различных

приповерхностных углов наклона директора ЖК путем нанесения различных ориентирующих покрытий и/или различной их поверхностной обработкой, формирующей различные типы ориентирующего микрорельефа. У [15] решена задача расчета распределения директора ЖК при двух фиксированных углах. Разработан электрооптический метод определения отношения K_{33}/K_{11} . В [4–9] решена задача моделирования оптических свойств гибридных ячеек без учета K_{33}/K_{11} , в связи с чем актуальной задачей является определить влияние деформации поперечного и продольного изгиба на оптические свойства ЖК ячеек при произвольном ориентационном распределении. Ни в [15], ни в [4–9] не учитывается эффект хиральности, так как по [16] им можно пренебречь. В [17–21] показана востребованность исследований оптических свойств гибридных ЖК ячеек в различных прикладных аспектах.

2. Распределение угла наклона директора ЖК по толщине ячейки

В теоретической модели, как излагалось в [9], использовалось одноконстантное приближение (константы упругости Франка для нематических ЖК $K_{11}=K_{33}$) для упрощения расчетов. Условие $K_{11}=K_{33}$ означает линейное распределение угла наклона директора ЖК по оси координат, перпендикулярной поверхностям ЖК ячейки. При одноконстантном приближении, упругая энергия ЖК не зависит от локального угла наклона директора, и угол линейно зависит от координаты по толщине ячейки. Углы рассматривались в диапазоне от 0° до 90° . Однако в практическом применении важен случай нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$. Поэтому задачей работы является установление влияния анизотропии коэффициентов упругости ЖК на их оптический отклик и уточнение диапазонов параметров ячеек нематических ЖК, при которых актуальны разработанные модели и методики с $K_{11}=K_{33}$.

Рассматриваемые в [4–9] ячейки с линейным (при одноконстантном приближении) S (splay, HybS, поперечный изгиб) распределением и симметричными приповерхностными углами характеризуются углом наклона директора ЖК, равным нулю при координате по толщине ячейки, равной половине от толщины слоя ЖК в ячейке. Смоделированное для случая нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$ распределение директора ЖК по толщине S ячейки с симметричными краевыми углами показано на рис. 1 при краевых углах, изменяющихся от 15° до 90° . Показаны случаи с $K_{33}/K_{11}=0,5$ и $K_{33}/K_{11}=3$.

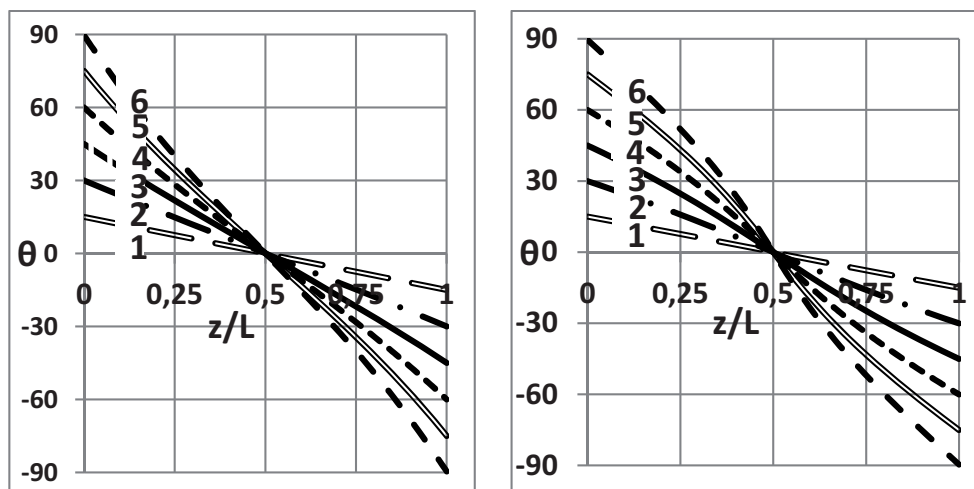


Рис. 1. Распределение директора ЖК по толщине S ячейки с симметричными краевыми углами, при краевых углах от 15° до 90° .

Слева $K_{33}/K_{11}=0,5$. Справа $K_{33}/K_{11}=3$.

Условные обозначения на рис 1:

- 1) $S15/0/15$ ячейка S типа, указаны углы краевые и посередине ячейки.
 2) $S30/0/30$; 3) $S45/0/45$; 4) $S60/0/60$; 5) $S75/0/75$; 6) $S90/0/90$

Рассматриваемые в [4–9] ячейки с В (bend, НубВ, продольный изгиб) распределением и симметричными приповерхностными углами характеризуются углом наклона директора ЖК, равным $\pi/2$ при координате по толщине ячейки, равной половине от толщины слоя ЖК в ячейке. Смоделированное для случая нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$ распределение директора ЖК по толщине В ячейки с симметричными приповерхностными углами показано на рис. 2 при приповерхностных углах, изменяющихся от 15° до 90° . Показаны случаи с $K_{33}/K_{11}=0,5$ и $K_{33}/K_{11}=3$.

Рассматриваемые в [4–9] ячейки с Нуб90 (НубН, гибридные) распределением и несимметричными приповерхностными углами характеризуются изменяющимся по толщине ячейки углом наклона директора ЖК. Смоделированное для случая нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$ распределение директора ЖК по толщине Нуб90 ячейки с несимметричными углами показано на рис. 3 при углах, изменяющихся от 0° до 90° . Показаны случаи с разными приповерхностными углами и соотношениями коэффициентов упругости $K_{33}/K_{11}=0,5$ (слева) и $K_{33}/K_{11}=3$ (справа).

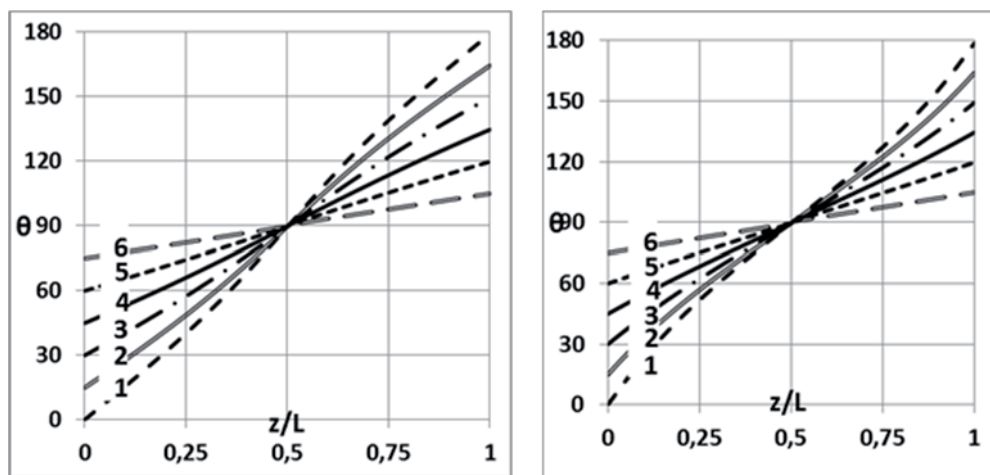


Рис. 2. Распределение директора ЖК по толщине В ячейки с симметричными приповерхностными углами от 15° до 90° . Слева $K_{33}/K_{11}=0,5$. Справа $K_{33}/K_{11}=3$
Условные обозначения на рис. 2.

- 1) В0/90/0 ячейка В типа, указаны углы краевые и посередине ячейки.
2) В15/90/15; 3) В30/90/30; 4) В45/90/45; 5) В60/90/60; 6) В75/90/75

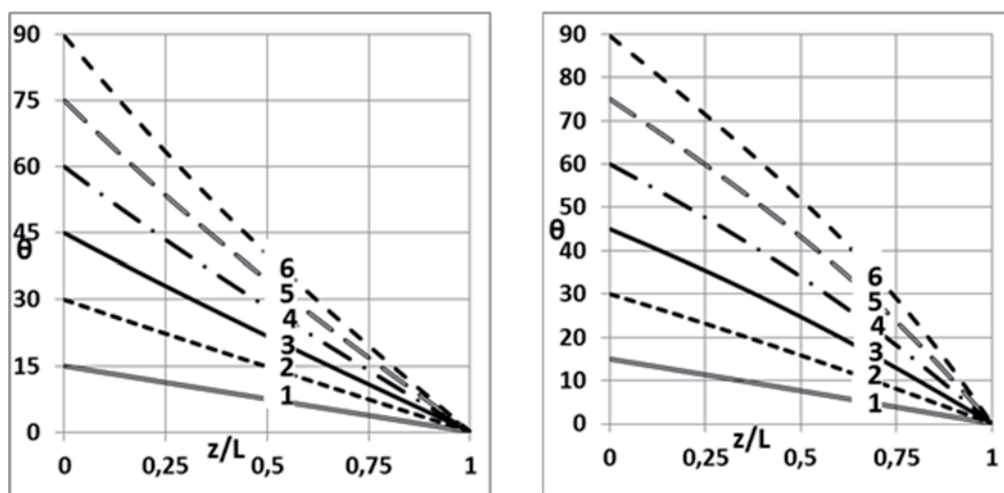


Рис. 3. Распределение директора ЖК по толщине Нуб90 ячейки с несимметричными приповерхностными углами от 15° до 90° . Слева $K_{33}/K_{11}=0,5$. Справа $K_{33}/K_{11}=3$.
Условные обозначения на рис. 3.

- 1) Н15/0 ячейка Нуб90 типа (НубН), указаны углы краевые
2) Н30/0 3) Н45/0 4) Н60/0 5) Н75/0 6) Н90/0

На рис. 4а показано распределение директора ЖК по толщине Нуб90 ячейки с несимметричными приповерхностными углами 0° и 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3. На рис. 4б показано распределение директора ЖК по толщине НубS ячейки с симметричными приповерхностными углами 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3. На рис. 4в показано распределение директора ЖК по толщине НубВ ячейки с симметричными приповерхностными углами 0° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

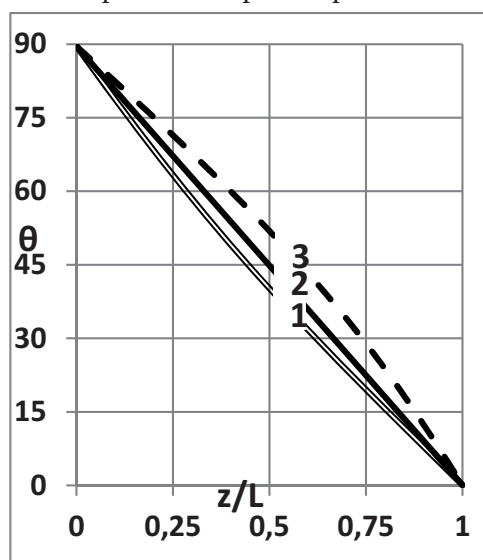


Рис. 4а. Распределение директора ЖК по толщине Нуб90 ячейки с несимметричными приповерхностными углами, при краевых углах 0° и 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

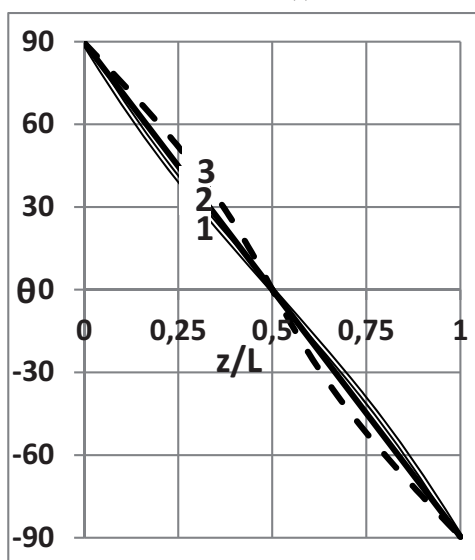


Рис. 4б. Распределение директора ЖК по толщине НубS ячейки с симметричными приповерхностными углами 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

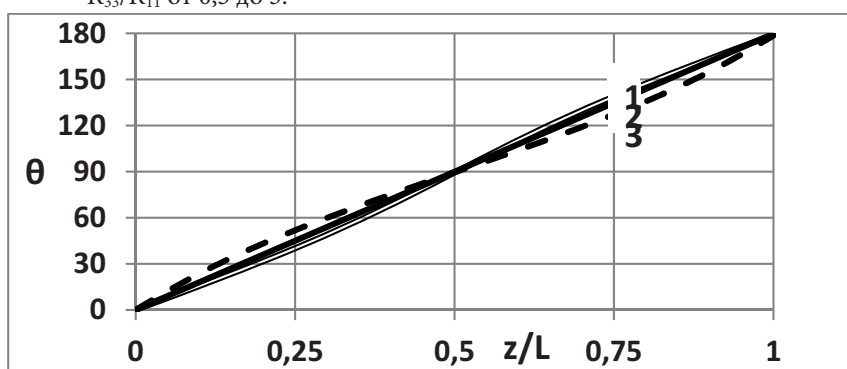


Рис. 4в. Распределение директора ЖК по толщине НубВ ячейки с симметричными приповерхностными углами, при приповерхностных углах 0° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

Условные обозначения на рис. 4.

1) $K_{33}/K_{11}=0.5$;

2) $K_{33}/K_{11}=1$;

3) $K_{33}/K_{11}=3$

3. Зависимость нормированной разности фазовых задержек $\Phi(\theta_0)$ от угла приповерхностного наклона для ячеек с различными типами неоднородных распределений угла наклона директора ЖК

Для ячеек с произвольным распределением угла наклона в слое ЖК введен, как было описано в [4], такой параметр, как нормированная разность фазовых задержек $\Phi = \Delta\Phi / \Delta\Phi_{\max}$. Разность фазовых задержек $\Delta\Phi$ отнесена к ее максимальному значению $\Delta\Phi_{\max} = 2\pi\Delta n L / \lambda$, где $\Delta n = n_e - n_o$ двулучепреломление ЖК. Максимальная величина $\Delta\Phi_{\max}$ практически достижима в ячейках с планарной ориентацией ($\theta_0^{(1)} = \theta_0^{(2)} = 0$). Зависимость разности фазовых задержек $\Delta\Phi$ от угла приповерхностного наклона θ_0 была количественно определена в [4] для ЖК ячеек с различными законами распределения угла наклона по толщине ячейки. Для ячеек с симметричными граничными условиями были исследованы два типа ячеек: S «splay» или HybS, он же поперечный изгиб; B «bend» или HybB, он же продольный изгиб. Типичная зависимость $\Phi(K_{33}/K_{11})$ для S, B и Hyb90 распределений изображена на рис. 5, рис. 6 и рис. 7 соответственно.

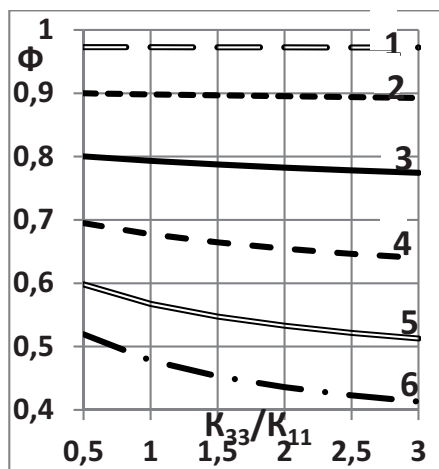


Рис. 5. Зависимость $\Phi(K_{33}/K_{11})$ для S распределения с симметричными приповерхностными углами от 15° до 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

Условные обозначения на рис. 5.

- 1) S15/0/15; 2) S30/0/30; 3) S45/0/45;
4) S60/0/60; 5) S75/0/75; 6) S90/0/90

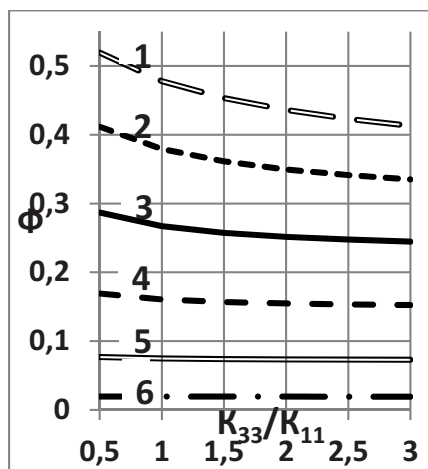


Рис. 6. Зависимость $\Phi(K_{33}/K_{11})$ для B распределения с симметричными приповерхностными углами от 0° до 75° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

Условные обозначения на рис. 6.

- 1) B0/90/0; 2) B15/90/15; 3) B30/90/30;
4) B45/90/45; 5) B60/90/60; 6) B75/90/75

Хорошо видно из распределений, изображенных на рис. 5; 6, что нормированная разность фазовых задержек остается близка к случаю $K_{33}/K_{11}=1$ для многих смоделированных распределений, например, S15/0/15, S30/0/30, B60/90/60, B75/90/75. В этих обозначениях сначала указан тип (S или B), потом краевой угол, потом угол в слое ЖК, характерный для типа распределения (0 для S и 90 для B), и, наконец, второй краевой угол. Из этого можно сделать вывод, что при разнице приповерхностных углов и угла посередине до 30° , использованная в [4–9] модель (одноконстантная) вполне пригодна. А, как известно, и S-, и B- распределения в основном характеризуются именно такой разностью приповерхностных углов. В то же время необходимо отметить, что при большой разнице приповерхностных углов и угла посередине, например, S90/0/90, B0/90/0, изменение нормированной разности фазовых задержек может быть (между образцами с $K_{33}/K_{11}=0,5$ и $K_{33}/K_{11}=3$) до 30%, и с учетом того, что нормированная разность фазовых задержек при изменении ее на 20-30% может означать переход, например, от максимума пропускания до минимума, то полученные данные важны при проектировании различных оптических ЖК систем (например, в составе ЖК дисплеев).

Из рис. 7 хорошо видно, что нормированная разность фазовых задержек остается близка к случаю $K_{33}/K_{11}=1$ для многих смоделированных Нуб90 распределений, например, Н15/0, Н30/0, Н30/15, Н45/15, Н45/30, Н60/30, Н60/45, Н75/45, Н75/60, Н90/60, Н90/75. В этих обозначениях сначала указан тип (Н означает НубН или Нуб90), потом краевой угол, и, наконец, второй краевой угол. Из рис. 7 можно сделать вывод, что при разнице приповерхностных углов до 30° , предложенная в [4–9] модель (одноконстантная) вполне пригодна. В то же время необходимо отметить, что для случаев с большой разницей приповерхностных углов (например, Н90/0) изменение нормированной разности фазовых задержек (для образцов с отношением $K_{33}/K_{11}=0,5$ и $K_{33}/K_{11}=3$) достигает 30%.

Следовательно, полученные результаты актуальны для определения оптических свойств ЖК систем с такими пространственными распределениями угла наклона директора (с большой разницей приповерхностных углов).

В сочетании с аналогичными по величине зависимостями разности фазовых задержек для S и B ячеек, рассмотренными выше для того же диапазона

упругих свойств ЖК, полученные результаты моделирования свойств Нуб90 ячеек позволяют провести аналогию между Нуб90 и S, В ячейками.

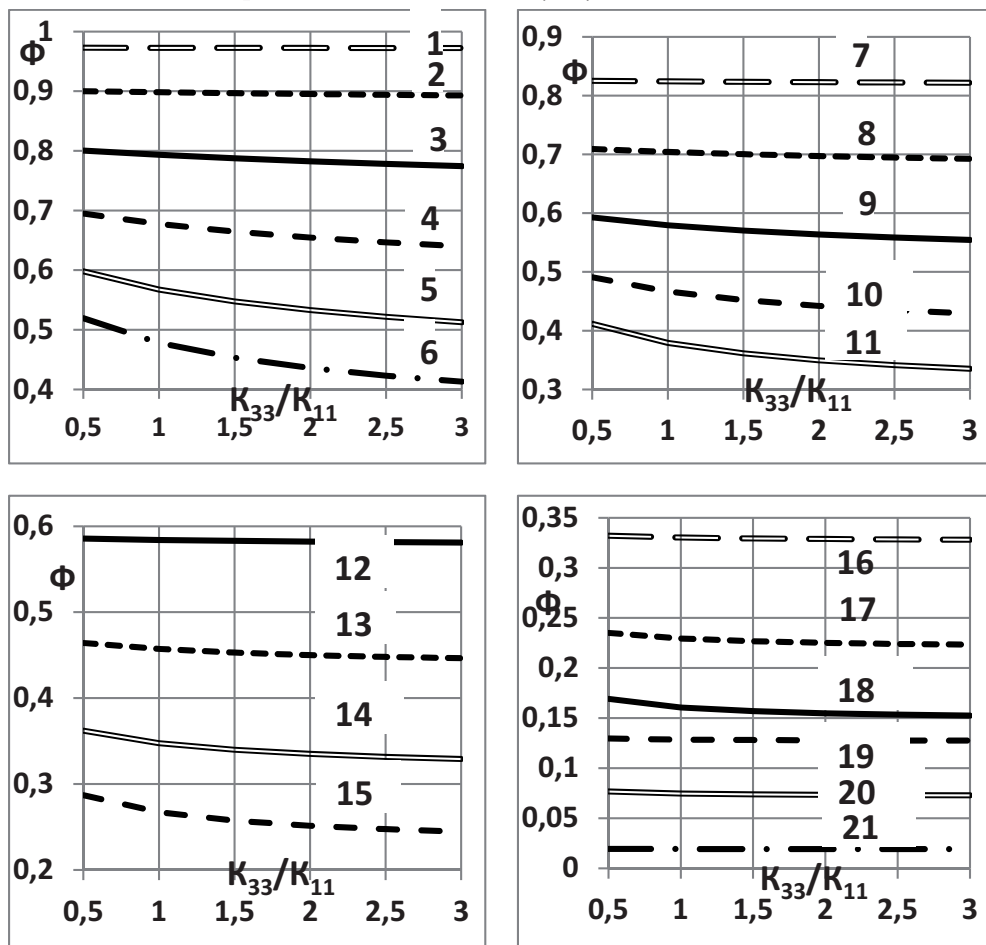


Рис. 7. Зависимость $\Phi(K_{33}/K_{11})$ для Нуб90 распределения с несимметричными приповерхностными углами от 0° до 90° и K_{33}/K_{11} от 0,5 до 3.

Условные обозначения на рис. 7. 1) H15/0; 2) H30/0; 3) H45/0;
 4) H60/0; 5) H75/0; 6) H90/0; 7) H30/15; 8) H45/15; 9) H60/15;
 10) H75/15; 11) H90/15; 12) H45/30; 13) H60/30; 14) H75/30; 15) H90/30;
 16) H60/45; 17) H75/45; 18) H90/45; 19) H75/60; 20) H90/60; 21) H90/75

Можно на основании полученных данных рассматривать слой ЖК в S, В ячейках как оптически аналогичный паре Нуб90 ячеек, на одной стороне которых угол, равный приповерхностному углу для S, В ячеек, а на другой стороне угол 0 или 90° (в соответствии с углом посередине S или В ячейки). В [7] были смоделированы оптические свойства двулучепреломляющих систем с большими угловыми диапазонами.

Выводы

Смоделированы ориентационные и ориентационно-оптические свойства ЖК ячеек в зависимости от деформации поперечного и продольного изгиба, с произвольными приповерхностными углами для случая нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$. Выявлены диапазоны параметров ячеек нематических ЖК с $K_{11} \neq K_{33}$, при которых актуальны разработанные в [1] модели, основанные на одноконстантном приближении $K_{11} = K_{33}$.

Получены данные об оптических характеристиках (нормированная разность фазовых задержек) ЖК ячеек с различными типами распределений директора ЖК по толщине ячейки и различным отношением K_{33}/K_{11} (от 0,5 до 3), в том числе ячеек, для которых непригодно одноконстантное приближение. Они могут быть использованы для разработки элементов ЖК индикаторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hanaoka K., Nakanishi Y., Inoue Y., Tanuma S., Koike Y. A New MVA-LCD by Polymer Sustained Alignment Technology // SID'04 Digest. 2004. pp. 1200–1203.
2. Mi X.-D., Xu M., Yang D.-K., Bos P.J. Effects of Pretilt Angle on Electro-Optical Properties of Pi-Cell LCDs // SID'99 Digest. 1999. pp. 24–27.
3. Yang D.K., Wu S.T. Fundamentals of Liquid Crystal Devices. NY.: Wiley. 2006.
4. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chaurov D.N. Phase retardation vs. pretilt angle in liquid crystal cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Optics Express. 2013. Vol.21. pp. 4244–4249.
5. Беляев В.В., Соломатин А.С., Чаусов Д.Н. Оптические свойства ЖК ячеек с произвольным краевым углом наклона директора // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2013. № 1. С. 32–41.
6. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chaurov D.N. Measurement of the liquid crystal pretilt angle in cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Applied Optics. 2013. Vol. 52. Issue 13. pp. 3012–3019.
7. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Kurilov A.D., Chaurov D.N., Mazaeva V.G. Optical Properties of Hybrid Aligned Nematic (HAN) Cells with Different Pretilt Angles // Applied Optics. 2014. Vol. 53. Issue 29. pp. H51–H57.
8. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chaurov D.N. Phase retardation difference of liquid crystal cells with symmetric and asymmetric boundary conditions // Molecular Crystals & Liquid Crystals. 2014. Vol.596. Issue 1. pp. 22–29.

9. Беляев В.В., Соломатин А.С. Оптические свойства гибридных жидкокристаллических ячеек при различных углах падения света // Оптический Журнал. 2015. Т.82. №1. С.41-48.
10. Мазаева В.Г., Беляев В.В., Нацюк С.Н., Скворцова Л.В., Соломатин А.С. Способ изготовления жидкокристаллической ячейки. Патент РФ №2491316 от 27.08.2013. Заявка на Патент РФ №2011154168 от 30.12.2011.
11. Belyaev V.V., Mazaeva V.G., Sobolevskii M.V., Kokaulina I.G., Solomatin A.S. Liquid crystal alignment on Langmuir-Blodgett organosilicon films // Molecular Crystals & Liquid Crystals. 2011. Vol. 546, pp. 17/[1487]-25/[1495].
12. Беляев В.В., Соломатин А.С., Чаусов Д.Н., Мазаева В.Г., Нацюк С.Н., Горбунов А.А., Шошин В.М., Бобылев Ю.П. Угол наклона и энергия сцепления в ЖК ячейках с кремнийорганической ориентирующей пленкой // Первая Всероссийская Конференция по Жидким Кристаллам (РКЖК-2012) Иваново. 17 –21 сентября 2012 г. Тез. докл. С. 106.
13. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N., Shoshin V.M., Bobylev Y.P., Muravskii A.A., Muravskii A.A., Mazaeva V.G., Natsyuk S.N., Gorbunov A.A. Different Polarity NLC Alignment on Organosilicon Films of Varying Molecular Structure // Proc. XXXI IDRC Eurodisplay 2011 (Arcachon, France, 19–22 September 2011), pp. 17-19.
14. Беляев В.В., Муравский Ал.Ан., Соломатин А.С., Мазаева В.Г., Нацюк С.Н., Чаусов Д.Н., Горбунов А.А., Муравский Ан.Ал., Шошин В.М., Бобылев Ю.П. Ориентация НЖК различной полярности на пленках кремнийорганических соединений различного молекулярного строения // Доклады БГУИР (Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники). 2011. С. 4.
15. Beresnev G.A. Chigrinov V.G., Grebenkin M.F. New method to determine K33/K11 ratio in nematic liquid crystals // Crystallography Reports. 1982. Vol.27. pp.1019-1021.
16. Gerritsma C.J., Lorteye J.H.J. A hybrid liquid-crystal display with a small number of interconnections // Proceedings of the IEEE. 1973. Vol.61. pp.829-832.
17. Гвоздарев А.Ю., Невская Г.Е. Оптические характеристики жидкокристаллических микролинз с планарной и гибридной гомеотропной ориентацией нематика // Оптический журнал. 2001. Т. 68. № 9. С. 61–65.
18. Гвоздарев А.Ю., Невская Г.Е., Юдин И.Б. Перестраиваемые жидкокристаллические микролинзы с гомеотропной ориентацией. // Оптический журнал. 2001. Т. 68. № 9. С. 55–60.
19. Невская Г.Е., Томилин М.Г., Адаптивные линзы на основе жидких кристаллов // Оптический журнал. 2008. Т. 75. № 9. С. 35–48.

20. Амосова Л.П., Парфенов П.С., Исаев М.В. Ориентация жидких кристаллов на наклонно напыленных слоях SiO₂ и CeO₂ // Оптический журнал. 2014. Т. 81. № 11. С. 88–95.
21. Коншина Е.А., Федоров М.А. Влияние граничных условий на фазовую модуляцию света в случае S-эффекта нематика // Письма в ЖТФ. 2006. Т.32. Вып. 22. С. 15–21.

REFERENCES

1. Hanaoka K., Nakanishi Y., Inoue Y., Tanuma S., Koike Y. A New MVA-LCD by Polymer Sustained Alignment Technology // SID'04 Digest. 2004. pp. 1200–1203.
2. Mi X.-D., Xu M., Yang D.-K., Bos P.J. Effects of Pretilt Angle on Electro-Optical Properties of Pi-Cell LCDs // SID'99 Digest. 1999. pp. 24–27.
3. Yang D.K., Wu S.T. Fundamentals of Liquid Crystal Devices. N.Y.: Wiley. 2006.
4. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N. Phase retardation vs. pretilt angle in liquid crystal cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Opt. Express. 2013. Vol.21. pp. 4244–4249.
5. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N. Opticheskie svoystva ZhK yacheek s proizvol'nym kraevym uglom naklona direktora [Optical properties of LCD cells with an arbitrary boundary angle of the director] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika. 2013. no. 1. pp. 32–41.
6. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N. Measurement of the liquid crystal pretilt angle in cells with homogeneous and inhomogeneous LC director configuration // Appl. Opt. 2013. Vol. 52. Issue 13. pp. 3012–3019.
7. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Kurilov A.D., Chausov D.N., Mazaeva V.G. Optical Properties of Hybrid Aligned Nematic (HAN) Cells with Different Pretilt Angles // Appl. Opt. 2014. Vol. 53. Issue 29. pp. H51–H57.
8. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N. Phase retardation difference of liquid crystal cells with symmetric and asymmetric boundary conditions // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 2014. Vol.596. Issue 1. pp. 22–29.
9. Belyaev V.V., Solomatin A.S. Opticheskie svoystva gibridnykh zhidkokristallicheskich yacheek pri razlichnykh uglakh padeniya sveta [Optical properties of hybrid liquid crystal cells at various angles of incidence of light] // Opt. Zh. 2015. Vol. 82. no. 1. pp. 41–48.
10. Mazaeva V.G., Belyaev V.V., Natsyuk S.N., Skvortsova L.V., Solomatin A.S. Sposob izgotovleniya zhidkokristallicheskoj yacheiki. Patent RF №2491316 ot 27.08.2013. Zayavka na Patent RF [A method of manufacturing a liquid crystal cell. RF patent №2491316 dated 27.08.2013. The application for the Patent of the Russian Federation] no. 2011154168 dated 30.12.2011.

11. Belyaev V.V., Mazaeva V.G., Sobolevskii M.V., Kokaulina I.G., Solomatin A.S. Liquid crystal alignment on Langmuir-Blodgett organosilicon films // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 2011. Vol. 546, pp. 17/[1487]–25/[1495].
12. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N., Mazaeva V.G., Natsyuk S.N., Gorbunov A.A., Shoshin V.M., Bobylev Yu.P. Ugol naklona i energiya stsepleniya v ZhK yacheikakh s kremniorganicheskoi orientiruyushchei plenkoi [Angle of incidence and energy of adhesion in LCD cells with a silicon-organic orienting film] // *Pervaya Vserossiiskaya Konferentsiya po Zhidkim Kristallam (RKZHK-2012) Ivanovo. 17 –21 sentyabrya 2012 g. Tez. dokl. [The first all-Russian Conference on Liquid Crystals (RCLC-2012) Ivanovo. 17–21 September 2012. Report topics].* P. 106.
13. Belyaev V.V., Solomatin A.S., Chausov D.N., Shoshin V.M., Bobylev Y.P., Muravskii A.A., Muravskii A.A., Mazaeva V.G., Natsyuk S.N., Gorbunov A.A. Different Polarity NLC Alignment on Organosilicon Films of Varying Molecular Structure // *Proc. XXXI IDRC Eurodisplay 2011 (Arcachon, France, 19–22 September 2011)*, pp. 17–19.
14. Belyaev V.V., Muravskii A.A., Solomatin A.S., Mazaeva V.G., Natsyuk S.N., Chausov D.N., Gorbunov A.A., Muravskii A.A., Shoshin V.M., Bobylev YU.P. Orientatsiya NZhK razlichnoi polyarnosti na plenkakh kremniorganicheskikh soedinenii razlichnogo molekulyarnogo stroeniya [Orientation of nematic liquid crystals of different polarity on films of organosilicon compounds of different molecular structure] // *Dokl. Belorus. Gos. Univer. Inform. Radioelectron. (Belorusskii gosudarstvennyi universitet informatiki i radioelektroniki) [Reports BSUIR (Belarusian state University of Informatics and Radioelectronics)]*. 2011. P. 4.
15. Beresnev G.A. Chigrinov V.G., Grebenkin M.F. New method to determine K33/K11 ratio in nematic liquid crystals // *Crystallogr. Rep.* 1982. Vol. 27. pp. 1019–1021.
16. Gerritsma C.J., Lorteye J.H.J. A hybrid liquid-crystal display with a small number of interconnections // *Proc. IEEE.* 1973. Vol.61. pp. 829–832.
17. Gvozdev A.Yu., Nevskaya G.E. Opticheskie kharakteristiki zhidkokristallicheskich mikrolinz s planarnoi i gibridnoi gomeotropnoi orientatsiei nematika [Optical characteristics of liquid crystal microlenses with planar and hybrid homeotropic orientation of nematic] // *Opt. Zh.* Vol. 68. 2001. no. 9. pp. 61–65.
18. Gvozdev A.YU., Nevskaya G.E., Yudin I.B. Perestraivaemye zhidkokristallicheskie mikrolinzy s gomeotropnoi orientatsiei. [Tunable liquid-crystal microlenses with homeotropic orientation.] // *Opt. Zh.* Vol. 68. 2001. no. 9. pp. 55–60.
19. Nevskaya G.E., Tomilin M.G. Adaptivnye linzy na osnove zhidkikh kristallov [Adaptive lenses based on liquid crystals] // *Opt. Zh.* Vol. 75. 2008. no. 9. pp. 35–48.

20. Amosova L.P., Parfenov P.S., Isaev M.V. Orientatsiya zhidkikh kristallov na naklonno napylennykh sloyakh SiO[2] i CeO[2] [Orientation of liquid crystals on oblique deposited layers of SiO[2] and CeO[2]] // Opt. Zh. Vol. 81. 2014. no. 11. pp. 88-95.
21. Konshina E.A., Fedorov M.A. Vliyanie granichnykh uslovii na fazovuyu modulyatsiyu sveta v sluchae S-effekta nematika [Influence of boundary conditions on phase modulation of light in the case of the S-effect of the nematic] // Pis'ma Zh. Teor. Fiz. 2006. Vol. 32. no. 22. pp. 15–21.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Соломатин Алексей Сергеевич – кандидат физико-математических наук, инженер учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии, Московский государственный областной университет;

e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики, Московский государственный областной университет;

e-mail: vic_belyaev@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Solomatin Aleksei Sergeevich – candidate of physical and mathematical sciences, engineer of the Education & Science Lab for Theoretical and Applied Nanotechnology at the Moscow State Regional University;

e-mail: Sotrudnica_UNC@mail.ru;

Belyaev Victor Vasilyevich – doctor of technical sciences, professor, head of the Chair of the Department of Theoretical Physics at the Moscow State Regional University;

e-mail: vic_belyaev@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Соломатин А.С., Беляев В.В. Влияние деформации поперечного и продольного изгиба на оптические свойства гибридных жидкокристаллических ячеек с произвольным углом преднаклона на ориентирующей поверхности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 37–50.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-37-50.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

A. Solomatin, V. Belyaev. Optical properties of liquid crystal cells with oblique pre-tilt angle in the splay and bend cases of director configuration deformations // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 37–50.

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-37-50.

УДК 535.212+533.9.082.5+536.42+536.45+536.44+536.453+537.874.72+538.915

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-51-73

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ.

Определение состояний и свойств металлической системы в условиях пробоя сквозного порогового отверстия (Часть 2)

Калашников Е.В.¹, Бугаев А.А.², Кантор М.Ю.³

¹Московский государственный областной университет, ул. Радио, 10 А, Москва 105005, Россия;

²Центр прикладных исследований, Олд Доминьон Университет, 12050 Джефферсон Авеню, Ньюпорт Ньюс, штат Вирджиния, VA 23606, США;

³Физико-технический институт им А.Ф. Иоффе, РАН, ул. Политехническая, 26, Санкт-Петербург, 194021, Россия;

Аннотация. Возникновение порогового отверстия при лазерном пробое металлических фольг рассматривается как отклик системы на внешнее воздействие поля лазерного излучения. Привязка экспериментально определяемого отклика к шкале абсолютной температуры позволяет определить значение мнимой части обобщённой восприимчивости в зависимости от температуры, значение критической температуры в переходе «жидкий металл - газ», состояния электронной подсистемы при этой температуре, а также значения коэффициента отражения.

Ключевые слова: отклик, мнимая часть восприимчивости, флуктуационно-диссипативная теорема, критические явления, коэффициент отражения.

SUSCEPTIBILITY.

States and properties of metallic systems at a threshold breakdown of through holes under high-power laser action (Part 2)

E. Kalashnikov¹, A. Bugayev², M. Kantor³

¹Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia;

²Applied Research Center, Old Dominion University, 12050 Jefferson Avenue, Newport News, VA 23606, USA;

³Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Politekhnicheskaya 26, 19402 1Sankt-Petersburg, Russia

Abstract. Threshold breakdown of through holes upon irradiation of metallic foils by high-power laser radiation is considered as a response of the metallic system to laser radiation. Binding the experimentally determined response to the absolute temperature scale allows one to determine the value of the imaginary part of the generalized susceptibility as a function of temperature, the critical temperature of the 'liquid metal – gas' transition, the states of the electronic subsystems at this temperature, and the reflectance coefficient.

Keywords: response, imaginary part of the generalized susceptibility, critical temperature of second order 'liquid metal – gas' phase transition, reflectance coefficient.

Введение

Одной из измеряемых величин в эксперименте по пороговому пробую металлических фольг под воздействием мощного лазерного излучения является диаметр выходного (порогового) отверстия [1]. Его нет, если нет внешнего воздействия (поля лазерного излучения) или это воздействие оказывается недостаточным. Другими словами, минимальное выходное отверстие есть не что иное, как отклик системы на внешнее воздействие [2]. Размер отверстия, в созданных условиях, является флуктуирующей величиной под воздействием внешнего поля. Наш случай как раз предоставляет возможность связать свойства флуктуирующей величины с величинами, характеризующими поведение тела под влиянием внешних воздействий [2]. Эта связь выражается через обобщённую восприимчивость. Обобщённая восприимчивость α является фундаментальной величиной, позволяющей находить основные свойства (характеристики) вещества, на которое действует какое-то внешнее воздействие. Эта величина связывает отклик системы с внешним воздействием (обобщённой силой).

Ситуация, когда среднее (квантовомеханическое) значение d отлично от нуля, если есть возмущение, и равно нулю, если возмущения нет, записывается через оператор восприимчивости $\hat{a}$ в виде [2]:

$$d = \hat{a}f \quad (1)$$

здесь f - обобщённая сила, функция от времени. Так что сопряжённая пара $d \cdot f(t) = -V$ описывает ту часть гамильтониана (энергии), которая ответственна

за изменение во времени поглощаемой внешней энергии $\mathcal{E}$ и её превращением в тепло (диссипацией) в теле [2]:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -d \cdot \frac{df}{dt} \quad (2)$$

Это же соотношение позволяет найти вид обобщённой силы f , сопряжённой величине d и выразить диссипацию через мнимую часть обобщённой восприимчивости [2].

1. Модель

Падающее на мишень электромагнитное поле лазерного излучения (с периодом колебаний для рубинового лазера $\tau=23 \cdot 10^{-16}$ с,) за время электрон-электронного взаимодействия ($\tau_{e-e} \sim \omega_p^{-1}=2.32 \cdot 10^{-16}$ с, где ω_p – плазменная частота) меняется слабо. Это предполагает, что электронная подсистема будет успевать отслеживать изменение внешнего поля. В таком случае электромагнитное поле лазерного излучения, падающее на мишень, взаимодействуя с электронной подсистемой металла, повышает в области этого взаимодействия химический потенциал μ_e электронов. (Пондермотивный потенциал [3] $V = (q^2/4\epsilon_0 \cdot m \cdot \omega^2) \cdot E^2$ оказывается порядка $10^{-6} \div 10^{-4}$ eV при выбранных в [1] условиях: $\lambda=694$ nm и интенсивности $J \sim 10^6 \div 10^{10}$ W/cm²). Поэтому электроны начнут перемещаться в те области, где их химический потенциал меньше, или туда (что одно и то же), где их число (плотность) меньше. Внутри металла их плотность остаётся прежней. Поэтому электроны начнут своё движение туда, где их меньше всего – из металла к границе раздела «металл-газ». Такое движение, в частности, возникает, когда первоначально твёрдое тело быстро нагревается до очень высоких температур [4]. Кинетическая энергия движения электронов и ионов при этих плотностях (плотностях металлов в твёрдом и жидком состояниях) оказывается сопоставимой с кулоновской энергией их взаимодействия. Электроны концентрируются у границы раздела «газ-металл». Это приводит к своеобразной поляризации у «границы раздела», выражающейся в возникновении разности химических потенциалов:

$$(\mu_{e_interface} - \mu_{e_volume}) = e \cdot (\varphi_{interface} - \varphi_{volume}), \quad (3)$$

здесь $\mu_{e_interface}$ и μ_{e_volume} – химический потенциал электронов на «границе раздела» и в объёме. Поэтому, возникающее при этом электрическое поле E

($\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{e} \cdot \frac{\partial \mu_e}{\partial r} = -E$; $\mu_e = \mathcal{E}_{Fermi}$, для меди $\mathcal{E}_{Fermi} = 7eV$; так что порядок величины напряжённости электрического поля $-E \sim 7 \cdot 10^8 \text{ V/cm}$) вытаскивает положительные ионы из разогретого объёма. Разогнавшиеся ионы, проходя через границу раздела «газ-металл» и, благодаря сопоставимости кинетической энергии движения и кулоновской энергии взаимодействия, захватывают электроны и покидают металл. Таким образом, ион, проходящий через границу раздела, участвует в её формировании, увеличивая (или уменьшая) площадь поверхности (Рис. 1). Тем самым, ион, проходя через границу раздела и превращаясь в атом, составляет ту самую флуктуирующую часть поверхности, которая и является откликом системы на внешнее поле f (приложение А). Поэтому элементарный акт смещения (пересечения границы раздела) можно рассматривать как акт удаления (присоединения) элемента площади поверхности раздела в единицу времени. Этот элемент площади σ приблизительно равен «площади поверхности» тени атома (приложение А).

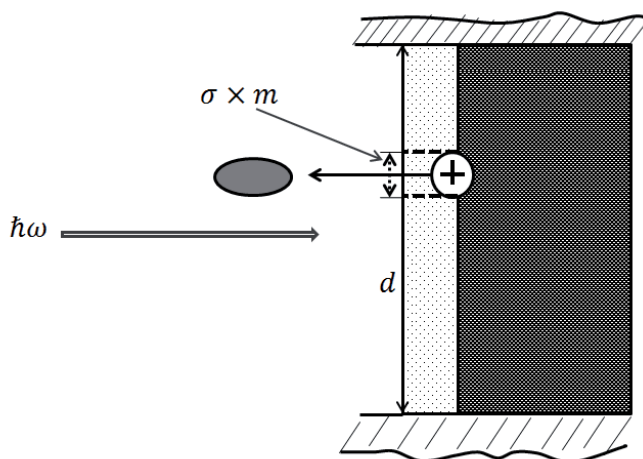


Рис. 1. Рождение (уничтожение) элемента границы раздела σ при выходе иона из объёма металла

При этом нам неизвестна плотность вещества, сама площадь поверхности границы раздела и её конфигурация (это может быть область «толщиной» в несколько сотен атомных слоёв, захватывающая весь возникший объём

жидкого металла). Кроме того, удаляется (присоединяется) в единицу времени не просто кусочек поверхности, а кусочек поверхности с массой атома m . Поэтому можно говорить об удалении (образовании) в единицу времени области в границе раздела, характеризуемой величиной равной $N \times \sigma \times m$, где N – количество атомов в этой области. Тогда измеряемая величина z в эксперименте по пробоему порогового отверстия [1] связана со средним значением d (приложение А):

$$N \times \sigma \times m = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot m = \frac{\pi}{4} \times (z \times \sqrt{m})^2 \quad (4)$$

Эффективный диаметр порогового отверстия, $d = z \times \sqrt{m}$, является откликом системы на внешнее воздействие f . Поскольку пороговый диаметр z развивается во времени, то, в общем случае, d является функцией времени t :

$$d = d(t) \quad (4a)$$

(По заданному d , пользуясь выражением (2), согласно [2], можно построить обобщённую силу f , сопряжённую выбранному отклику d из (4). В нашем случае $f \sim \sqrt{(V \cdot \mathcal{E}/\omega)}$. Здесь $\mathcal{E} = (1/c) \cdot \sqrt{\xi \cdot \mu} \cdot (E \cdot H)$ – плотность электромагнитной энергии. E и $H \sim e^{+j\omega t}$ (или $e^{-j\omega t}$) – напряжённости электромагнитного поля с циклической частотой ω ; V – объём, принявший $\mathcal{E}$).

Опуская промежуточные выкладки [2] и учитывая, что внешнее возмущение монохроматично, запишем соотношение между откликом системы $d(t)$ и внешним возмущением f в фурье-компонентах:

$$d_\omega = \alpha(\omega) \cdot f_\omega. \quad (5)$$

Здесь $\alpha(\omega)$ – обобщённая восприимчивость. Знак ω означает, что взята Фурье-компонента величины, например,

$$d_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} d(t) e^{j\omega t} dt$$

Тогда флуктуационно-диссипативная теорема [2] позволяет записать Фурье-компоненту квадрата диаметра (площади) (4a) возникающего отверстия в виде:

$$\langle d^2 \rangle_\omega = 2 \cdot \hbar \alpha_2 \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \right] \quad (6)$$

здесь α_2 – мнимая часть из восприимчивости (1) и (5):

$$\alpha(\omega) = \alpha_1 + j\alpha_2$$

$\hbar, k$ – постоянные Планка и Больцмана, соответственно, T – абсолютная температура. Важная особенность $\langle d^2 \rangle_\omega$ состоит в том, что она практически

является произведением площади порогового отверстия, как функции температуры, на дельта-функцию $\delta(\omega)$ (приложение В).

2. Определение критической температуры

Обращая выражение (6), найдём температуру электронно-ионной системы в зависимости от «диаметра» порогового отверстия

$$T = \frac{\frac{\hbar\omega}{k}}{\ln \left[\frac{1 + \frac{\hbar\alpha_2}{d^2}}{1 - \frac{\hbar\alpha_2}{d^2}} \right]} \quad (7)$$

Особенность выражения (7) в том, что оно распадается на «пучок» линий – зависимостей температуры от мнимой части восприимчивости для различных диаметров (Рис. 2) Кривые этого пучка нигде не пересекаются, и каждая начинается со своего минимального, действительного значения. Каждая из кривых соответствует только одному определённому диаметру выходного отверстия. Анализ поведения этих кривых позволяет найти реальное значение критической температуры (в рамках выбранного приближения), а также значения мнимой части восприимчивости α_2 при разных температурах.

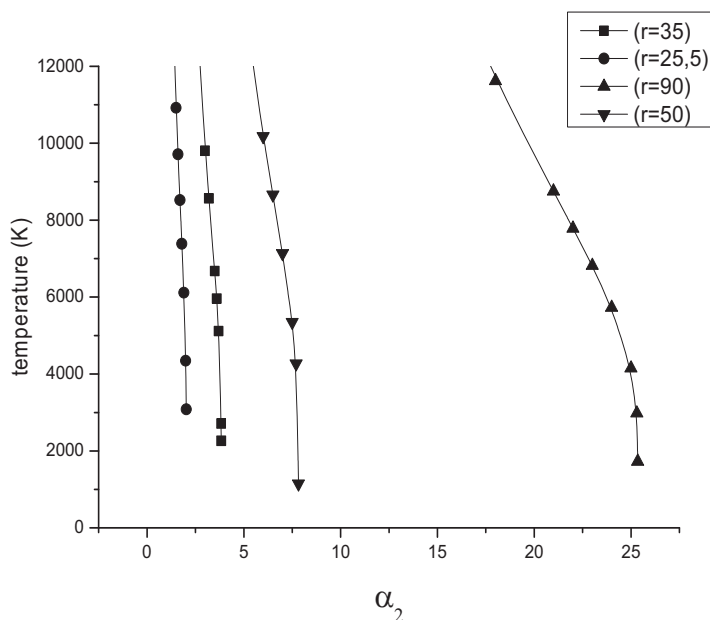


Рис. 2. Температура электронно-ионной системы в зависимости от α_2 представлена в виде пучка линий для четырёх диаметров из полного пучка.

Исследование каждой из линий пучка (Рис. 2) обнаруживает на них точки перегиба (Рис. 3). Точка перегиба на зависимости $dT/d\alpha_2$ указывает на то, как энергия только одного кванта $\hbar\omega$ усваивается системой при температуре T , равной критической температуре T_{cr} . Величина, обратная к $dT/d\alpha_2$, то есть $\frac{d\alpha_2}{dT} \sim \left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) \cdot \frac{1}{T}$, есть аналог теплоёмкости при постоянном давлении [5]. Характерный пик или точка перегиба на зависимости T от α_2 определяют значение критической температуры (Рис. 3). Таким образом, критическая температура для меди равна $T_{cr} = 8522K$.

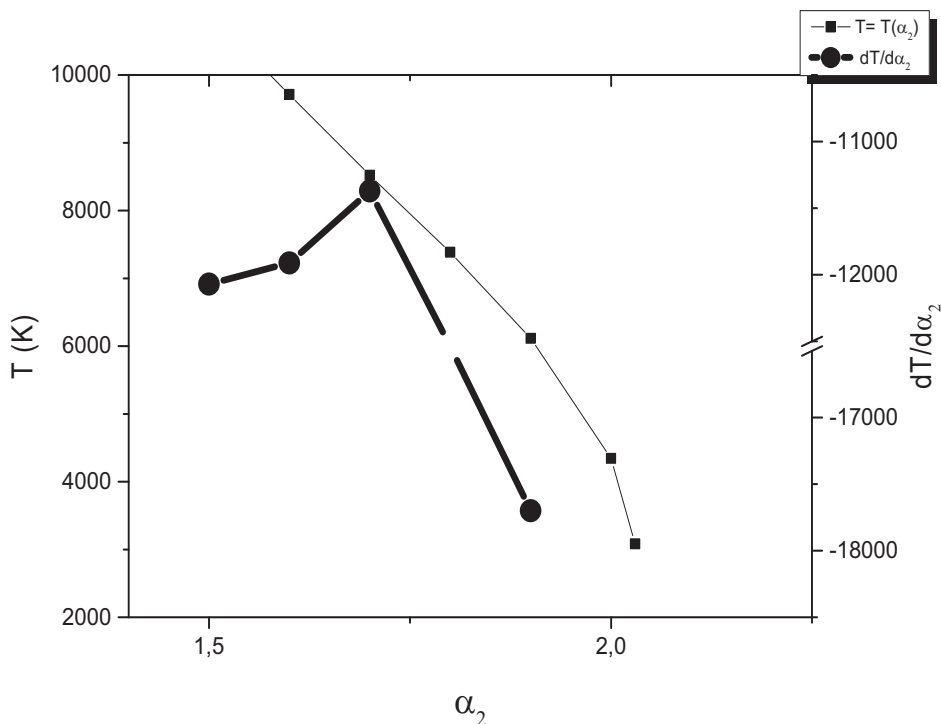


Рис. 3. Точка перегиба на производной $\frac{dT}{d\alpha_2}$. Квадратики обозначают зависимость T от α_2 для $d \sim 25,5 \mu m$. Круги – первая производная $\frac{dT}{d\alpha_2}$.

3. Состояние электронно-ионной системы

Мнимая часть восприимчивости α_2 полностью определяется состоянием электронной подсистемы и её взаимодействием с ионной подсистемой. Поведение этих двух подсистем зависит от количества сообщённой им энергии, которая, в свою очередь, зависит от коэффициента отражения (поглощения).

Теперь, зная зависимость (7) и рис. 2, 3, можно уточнить поведение электронно-ионной системы при критической и близкой к ней температурах.

Примем во внимание, что даже при низких температурах основную часть энергии, получаемую электронной подсистемой от внешнего поля, можно выразить в рамках приближения (почти свободных) электронов – в рамках приближения Друде [6–8]. Хотя электронная подсистема остаётся вырожденной (для меди $T_{\text{вырождения}} = 81.6 \cdot 10^3$ K). В рамках приближения Друде удаётся достаточно точно определять коэффициент отражения металлов [7; 9]. При высоких температурах, когда энергия движения электронов становится большой и начинает превосходить кулоновскую энергию, и их движение гораздо ближе по своим свойствам к свободному движению, модель Друде оказывается тем более естественной.

Температурный диапазон исследования коэффициентов отражения металлов достаточно ограничен как в теоретическом, так и в экспериментальном плане [10–12]. В связи с этим мы нигде не используем коэффициент отражения. Он вычисляется из наших измерений по измеряемой в эксперименте восприимчивости при помощи (7).

В рамках приближения Друде диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ выражается через частоту внешнего поля ω , плазменную частоту ω_p и частоту электронно-ионных столкновений ν [6–13]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega \cdot (\omega + j\nu)} = \varepsilon_1(\omega) + j\varepsilon_2(\omega) \quad (8)$$

(в рамках модели Друде, величина ν в зависимости от контекста также упоминается и как среднее время релаксации электронного распределения [11] или ν^{-1} , и как время релаксации электронов при взаимодействии и с электронами, и с ионами [6]). С другой стороны, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega)$ и восприимчивость $\alpha(\omega)$ связаны между собой [11]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + 4\pi \cdot \alpha(\omega) = 1 + 4\pi(\alpha_1 + j\alpha_2) \quad (9)$$

Поэтому из (8) и (9) находим, что ε_1 и ε_2 :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 1 + 4\pi \cdot \alpha_1(\omega) \\ \varepsilon_2 = 4\pi \cdot \alpha_2(\omega) \end{cases} \quad (10)$$

Возвращаясь к (8), находим:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + \nu^2)} \\ \varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \cdot \nu}{\omega(\omega^2 + \nu^2)} \end{cases} \quad (10a)$$

Здесь ω – частота внешнего поля излучения (излучения лазера), для рубинового лазера равна $27 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$, ω_p – плазменная частота; ν – частота электрон-ионного взаимодействия.

В условиях порогового пробоя [1] температуры, развиваемые в эксперименте, оказываются порядка нескольких тысяч градусов Кельвина, так что $\hbar\omega \sim kT$. В таком случае $|\varepsilon_1| \sim |\varepsilon_2|$ и все приложения и вычисления, обычно применяемые для электропроводности, коэффициента отражения, связанные с приближением $|\varepsilon_1| \ll |\varepsilon_2|$, [14], не применимы.

Из второго уравнения системы (10a) выразим частоту электрон-ионного взаимодействия ν :

$$\nu^2 - \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_2 \cdot \omega} \cdot \nu + \omega^2 = 0 \quad (11)$$

$$\nu_{(+),(-)} = \frac{\omega_p^2}{2\varepsilon_2 \cdot \omega} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^4 \cdot (\varepsilon_2)^2} \right) \quad (11a)$$

Отсюда следует, что частота электронно-ионных взаимодействий имеет два корня. Эти два корня свидетельствуют о двух принципиально разных состояниях электронной подсистемы.

Первый из корней (+ перед корнем) говорит о том, что электроны проводимости с повышением температуры чаще сталкиваются с ионами (время «свободного пробега» этих электронов резко уменьшается). Система при этом остаётся металлической. Второй корень говорит о том, что частота столкновений падает. А это возможно (при температурах ниже критической, когда объём, занимаемый системой также ниже, чем при критической температуре) только при уменьшении числа электронов, участвующих в проводимости. Уменьшение числа электронов проводимости говорит о том, что они (электроны) локализуются на ионах (или своеобразных ионных пузырях). При этом металл переходит в диэлектрическое состояние.

Так как эти оба корня равноправны и сосуществуют при одинаковых температурах, то остаётся предположить, что мы находимся при

сосуществовании двух состояний: жидкого металлического и диэлектрического. При этом существует единственное условие – критическая температура, давление и объём – критическое состояние вещества или критическая точка, при которой эти два корня совпадают:

$$v_{(+)} = v_{(-)} \quad (12)$$

Равенство (12) означает, что подкоренное выражение равно нулю. Условие равенства корней (12) сводится к равенству нулю подкоренного выражения в (11a):

$$\omega_p^4 - (2\varepsilon_2\omega^2)^2 = 0$$

или

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \quad (13)$$

Значение ε_2 находим по мнимой части восприимчивости α_2 из (10), которая соответствует критической температуре (Рис. 3). Из (11a) при условии (12), учитывая (13), находим частоту электрон-ионных соударений при искомой критической температуре $v_{(+)} = v_{(-)} = v$:

$$v = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon_2 \cdot \omega} = \omega \quad (14)$$

Такая ситуация подразумевает, что внешнее возмущение при критической температуре распределяет электроны и ионы так, что частота их взаимодействия становится равной частоте внешнего воздействия. Под воздействием поля излучения рубинового лазера ($\omega = 27 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$) на металл при критической температуре эта частота $v = 27 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

4. Температурное поведение параметров электронно-ионной системы

а) Коэффициент отражения. Для определения коэффициента отражения (приложение С) и его температурной зависимости необходимо знать температурное поведение диэлектрической проницаемости, плазменной частоты, частоты электрон-ионного взаимодействия. Эти величины связаны между собой стандартным набором соотношений (8)–(10), в который входит мнимая часть восприимчивости $\alpha_2(\omega)$. Поэтому по экспериментальной взаимосвязи температуры и мнимой части восприимчивости, (рис. 2, рис. 3), определяем температурную зависимость ε_2 , ω_p (рис. 4), v (рис. 5) и коэффициент отражения (рис. 6).

б) Плазменная частота. Температурное поведение плазменной частоты ω_p играет важную роль при рассмотрении коэффициента отражения. Оказалось, что плазменная частота, как функция температуры, претерпевает существенное изменение (Рис. 4). Причём от комнатных до температуры кипения эта частота меняется достаточно круто, так что при использовании данных о плотности из [15] это привело бы к уменьшению ω_p на порядок по достижении критической температуры. Рассмотрим температурное поведение ω_p (Рис. 4). Считаем, что атомы меди во всём температурном диапазоне от температуры плавления до критической температуры однократно ионизованы, (валентность $Z = 1$). Тогда принимаем:

$$\omega_p = \frac{4\pi \cdot n \cdot e^2}{m} = 31,80795 \cdot 10^{-8} \cdot n,$$

где $n = 6,022 \cdot 10^{23} \cdot \frac{Z \cdot \rho}{A}$, $A = 64$.

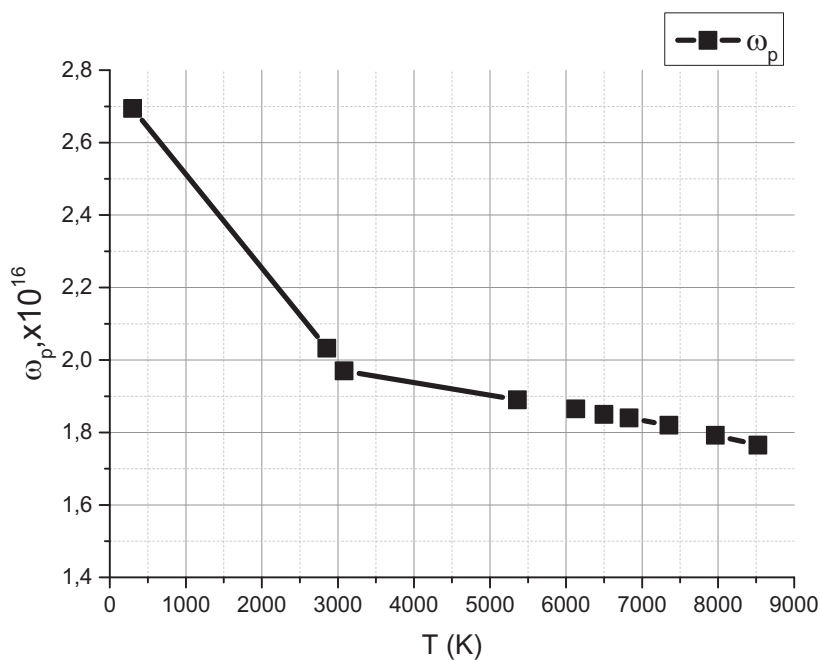


Рис. 4. Температурное поведение плазменной частоты ω_p .

Температурная зависимость плотности ρ для меди заимствована из [15]. Учитывали только измеренные значения плотности металла, то есть до

температуры кипения, включительно. Экстраполяционные значения плотности выше температуры и до критической температуры (9000 К [15]) не принимались во внимание. При критической температуре $T_{cr}=8522$ К, полученной из наших результатов, значение ω_p определяли из (13), предварительно определив ε_2 по α_2 из рис.3. Кроме того, определяемые из эксперимента мнимая часть восприимчивости и, соответственно, диэлектрической проницаемости, а также значение критической температуры не позволяют флуктуаций плазменной частоты благодаря соотношению (11).

с) Электрон-ионная частота взаимодействия. Электрон-ионная частота ν состоит из двух ветвей $\nu_{(+)}$ и $\nu_{(-)}$ (Рис. 5). Первая из ветвей соответствует «металлической» части, а вторая – «диэлектрической» части электронно-ионной системы в рассматриваемых условиях. $\nu_{(+)}$ иллюстрирует рост частоты электрон-ионных столкновений, а $\nu_{(-)}$ – уменьшение частоты электрон-ионных столкновений за счёт локализации электронов путём захвата их на ионных пузырях и увеличения диэлектрической составляющей в металле.

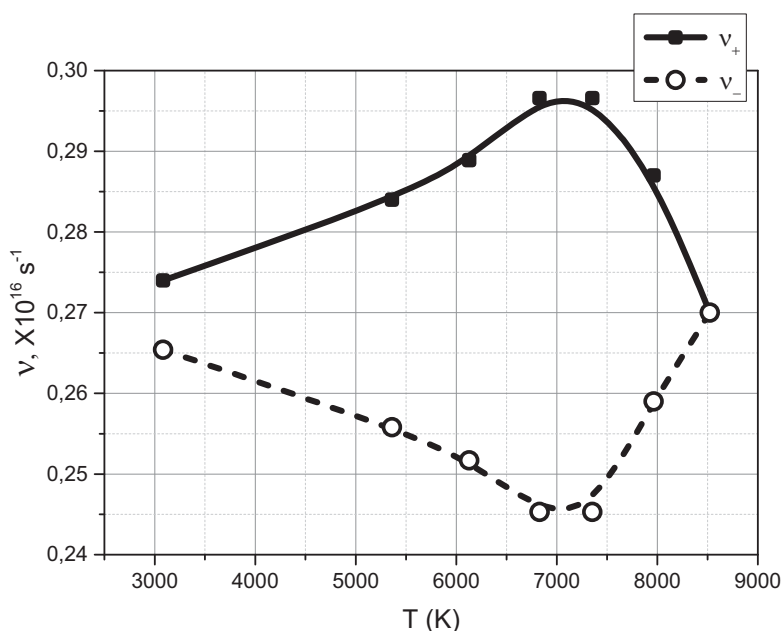


Рис. 5. Температурная зависимость электрон-ионной частоты взаимодействия ν . Верхняя кривая соответствует $\nu_{(+)}$ – металлической составляющей электрон-ионной системы, $\nu_{(-)}$ – соответствует «диэлектрической» части электрон-ионной системы.

d) Критическая температура. В литературе нашлось несколько различных значений критических температур для меди. В [16] измерена такая температура методом взрыва проволоки при большом токе: $T_{cr}=8390$ К. [17] отмечается теоретическое значение, полученное из расчётов моделирующих фазовую диаграмму $T_{cr}=7800$ К. Но в таких расчётах, если бы использовались коэффициенты отражения (поглощения), то для таких температур они могли бы быть получены только путём экстраполяции на высокие температуры, поскольку прямых измерений этих коэффициентов при высоких температурах (выше 3000К) в литературе не встречались. В [15] была получена $T_{cr}=9000$ К, но путём экстраполяции плотности газового состояния меди от температуры кипения.

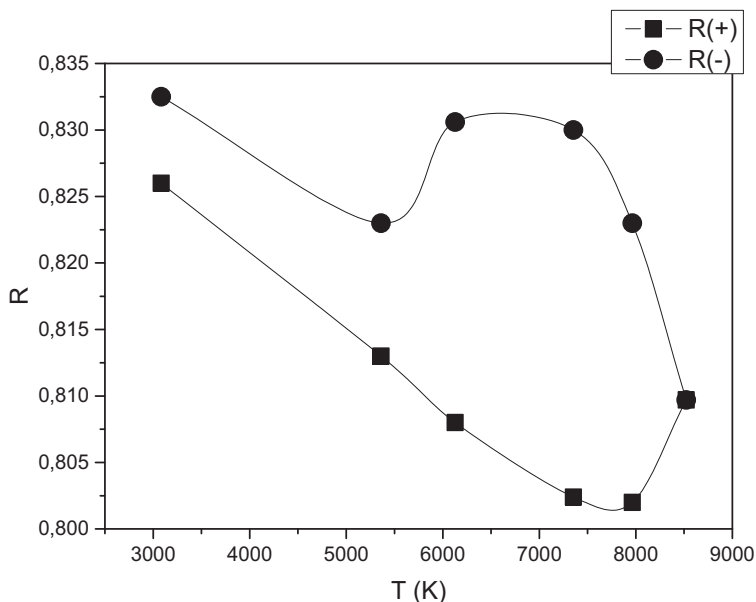


Рис. 6. Коэффициент отражения $R_{(+)}$ и $R_{(-)}$ для металлической и диэлектрической составляющих электронно-ионную систему.

е) Коэффициент отражения R. R вычисляли в соответствии с приложением С. Рис. 6 демонстрирует сложность поведения коэффициента отражения в интервале температур от температуры кипения и до критической температуры перехода жидкого металла в газообразное состояние. При этом в отражении существенную роль играет диэлектрическая составляющая. В жидком металле

вблизи критической температуры R_- оказывается более существенным, чем отражение R_+ , вызванное металлической составляющей. Вполне возможно, что такая ситуация вызвана не просто появлением связанных, локализованных состояний электронов на ионах или ионных пузырях, но и возникновением между такими связанными состояниями перекрытий [18; 19], ведущих к обобщению (делокализации) локализованных состояний. В таких областях электроны опять же работают, как в металле. В этом, по-видимому, и проявляется суть критического явления, при котором различие между жидким металлом и газообразным состоянием исчезает.

Заключение

Идея порогового пробоя сквозного отверстия и применение флуктуационно-диссипативной теоремы позволили найти значение критической температуры, а также температурные зависимости обобщённой восприимчивости системы. Это сочетание открывает перспективы более тонких и детальных высокотемпературных измерений, и возможностей управления электронно-ионной системой при высоких температурах.

Приложение А.

Чтобы оценить среднее (квантовомеханическое) значение d из (1) и (4), примем во внимание следующие моменты:

1. При плотностях жидкого металла и температурах в тысячи Кельвина, кулоновская энергия взаимодействия электронов и ионов сопоставима с их кинетической энергией движения [4]. В этих условиях жидкий металл представляет собой электрон-ионную систему, являющуюся смесью электрон-ионного газа (связанных электрон-ионных пар) и электрон-ионной жидкости. Такое состояние является существенно неоднородным и неидеальным. Последние свойства предполагают наличие как разобшённых электронов и ионов, обеспечивающих металлическое состояние («зону проводимости» и уровень Ферми в ней), так и образующиеся электрон-ионные пары (атомарный металлический газ), которые в следующие моменты могут распасться. А при приближении жидкого металлического состояния к критическому состоянию (к критической температуре) частота возникновения таких виртуальных пар растёт (см., например, поведение $\nu_{(-)}$ на рис. 5)

2. В такой электронно-ионной системе электроны можно рассматривать как электроны сильно возбуждённого состояния атома, при котором электроны оказываются далеко удалёнными от ядра [20]. Эта ситуация эквивалентна тому, что состоянию электрона, находящемуся на большом расстоянии от ядра, можно приписать большое главное квантовое число n и, для определённости, орбитальное число $l = 0$ (электрон соответствует возбуждённому S -состоянию). Движение такого электрона (или такого иона в поле электрона) можно рассматривать как взаимное движение в кулоновском поле атомного остатка (иона) с эффективным зарядом Z , равным единице [20]: напряжённость электрического поля в таком случае, возникающая между зарядами $\sim E_{n,l,m}/(ae)$, ($E_{n,l,m}$ - собственная энергия электрона, e - заряд электрона, a - радиус Бора).

3. Зона проводимости в меди образуется в результате гибридизации $4s$ и $3d$ оболочек атома [21]. Так что волновая функция электрона в зоне проводимости может быть разложена по шаровым функциям с определёнными квантовыми числами (n, l, m) [20–22] в том числе и тем, которые соответствуют состояниям электронов, участвующих во взаимодействии с внешним полем. Во взаимодействии электронов в зоне проводимости с внешним полем частотой ω будут работать механизмы рассеяния и те из состояний, которые отличаются по главному квантовому и орбитальному числам. Например, оптическим переходам в меди соответствуют переходы $3d^{10}5s - 3d^{10}4p$, $3d^{10}6s - 3d^{10}4p$, $3d^{10}5,6,7d - 3d^{10}4p$ [23]. Учитывая эти факты (1)–(3), можем сделать следующие оценки.

(а). Удалённость электрона от ядра в приближении водородоподобного атома [20, 21] определяется средним квантовомеханическим расстоянием электрона в атоме:

$$\langle r \rangle_{n,l} = \frac{a}{2 \cdot Z} \cdot [3n^2 - l \cdot (l + 1)] \sim d/2.$$

Тогда, например, в $5s$ - состоянии (при $Z = 1$, см. выше, пункт (2))

$\langle r \rangle_{5,l=0} = 19,838 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, то есть электрон оказывается удалённым от ядра на среднее расстояние $19,838 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. (Это расстояние в приближении Томаса-Ферми оказывается меньше [24], $r = \frac{a}{(q^{2/3} \cdot Z^{1/3})} \cong 3,3 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, где $q =$

$(2S + 1)$. По табличным данным «радиус» атома меди примерно $14,5 \cdot 10^{-9} \text{ см}$. Это равно $\langle r \rangle_{n,l} = \langle r \rangle_{5,0} = 14,5 \cdot 10^{-9} \text{ см}$ при $Z=29$.) Напряжённость

электрического поля такого электрона, действующего на остальной атом (ион) $E_{n,l,m}/(e \cdot \langle r \rangle_{5,0})$ такая же, что и $\frac{1}{e} \cdot \frac{\partial \mu_e}{\partial r} \approx 3,5 \cdot 10^7 \text{ V/cm} = -E$.

(b). Электромагнитное поле лазерного излучения, падающего на мишень, меняется слабо за время электрон-электронного взаимодействия (τ_{e-e}) (период колебаний для рубинового лазера $\tau=23 \cdot 10^{-16} \text{ s}$, а $\tau_{e-e} \sim \omega_p^{-1} = 2,32 \cdot 10^{-16} \text{ s}$, где ω_p – плазменная частота). Такая ситуация предполагает, что электронная подсистема будет успевать отслеживать изменение внешнего поля. Таким образом, электрическое поле взаимодействия между заряженными частицами будет выглядеть слабо меняющимся. Атом меди в возбуждённом состоянии рассматриваем в приближении водородоподобного атома. В адиабатическом приближении характер (потенциальный) электрического поля позволяет произвести расщепление волновой функции атома $\Psi(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha; X, Y, Z) = \varphi_e(x, y, z) \cdot \Phi(X, Y, Z)$ на волновую функцию электрона $\varphi_e(x, y, z)$ (здесь α – нумерует электроны в атоме; (x, y, z) – координаты относительного движения электрона, (X, Y, Z) – координаты центра масс атома) и волновую функцию остова атома $\Phi_n(X, Y, Z)$ так, что уравнение Шредингера для остова атома запишется, как

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_n = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_{X,Y,Z} \Phi_n + [\mathcal{U}(X, Y, Z) + E_{n,l,m}(X, Y, Z)] \Phi_n \quad (\text{A1})$$

Так как дебройлевская длина волны для остова атома очень мала, то волновая функция для него ищется в виде [20]:

$$\Phi_n = A \cdot \exp\left(-iS/\hbar\right), \quad (\text{A2})$$

где S – действие [25], равное:

$$S = H \cdot t - P_X \cdot X - P_Y \cdot Y - P_Z \cdot Z \quad (\text{A3})$$

Подставим (A2), с учётом (A3) в (A1), получим гамильтониан:

$$H = \vec{P}^2/2M + \mathcal{U}(X, Y, Z) + E_{n,l,m}(X, Y, Z), \quad (\text{A4})$$

соответствующий классическому поведению остатка (иона) атома меди во внешнем поле, созданном окружением иона, $\mathcal{U}(X, Y, Z)$, полем $E_{n,l,m}(X, Y, Z)$, далеко удалённого от него валентного электрона. К этому полю теперь добавляется высокочастотное поле, рассмотренное Капицей П.Л. [25] и, позже, Гапоновым А.В., и Миллером М.А. [26] (его можно было учесть и раньше): $V = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\omega^2} E^2$, действующее с силой $F \sim -\frac{q^2}{m\omega^2} \nabla J$ на каждую из (заряженных) частиц обратно пропорционально их массам, движущихся в поле излучения

как классические [26], но в наших условиях сила, действующая на остаток атома бесконечно мала. Считаем, что $E_{n,l,m}(X,Y,Z)$ при перемещении центра масс не меняется. Внешнее поле для иона $\mathcal{U}(X,Y,Z)$ выражается через разность химических потенциалов электронов в границе раздела и в «объёме»:

$$\mathcal{U}(X,Y,Z) = (\mu_{e_interface} - \mu_{e_volume}) = e \cdot (\varphi_{interface} - \varphi_{volume}).$$

Примем (для простоты), что вектор напряжённости электрического поля направлен по нормали к «границе раздела» (Рис. 1). Тогда уравнения движения центра масс остова атома меди примут вид:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 X}{dt^2} = 0 \\ M \frac{d^2 Y}{dt^2} = 0 \\ M \frac{d^2 Z}{dt^2} = -\frac{\partial}{\partial Z} \left(\mathcal{U}(X,Y,Z) + E_{n,l,m}(X,Y,Z) + \frac{q^2}{4mc\omega^2} J \right) \end{cases}$$

Величина $|V| \ll |\mathcal{U}(X,Y,Z)|$. Принимаем, что начальное значение скорости остова в момент времени $t = 0$ равно нулю $\left(\frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt}, \frac{dZ}{dt}\right) = 0$. Получаем, что сохраняющимися величинами являются $X - X_0, Y - Y_0 \sim \langle r \rangle_{n,l}$ и $(X - X_0) \cdot (Y - Y_0)$. Другими словами, площадь $(X - X_0) \cdot (Y - Y_0) = \sigma$, равная площади, образованной проекцией атома на нормальную к перемещению атома плоскости, сохраняется. Величины $M \cdot \sigma$, и $N \cdot M \cdot \sigma$ также являются инвариантами движения в процессе перехода остатка атома из одного положения в другое.

Расстояние, преодолеваемое остатком атома:

$$Z - Z_0 = -\frac{1}{2M} \left[\frac{\partial}{\partial Z} \left(\mathcal{U}(X,Y,Z) + E_{n,l,m}(X,Y,Z) \right) \right] \cdot \tau^2.$$

Если принять, что $Z - Z_0 = \langle r \rangle_{4,l=1} - \langle r \rangle_{5,l=0} = |7,671 \cdot 10^{-8}| \text{ см}$, то остаток атома преодолеет это расстояние за $\tau \sim 10^{-14} \text{ с}$, прежде чем перейдёт из состояния $|n = 5, l = 0\rangle$ в $|n = 4, l = 1\rangle$. Отметим, что это время соответствует зарождению нового (фазового или агрегатного) состояния вещества [1].

Приложение В

Вычисление спектральной плотности квадрата диаметра порогового отверстия $\langle d^2 \rangle_\omega$.

Образование отверстия – временное явление. И диаметр минимального выходного отверстия зависит от диаметра в момент времени, предшествующий пробой. Так что можно говорить о временной корреляционной функции

$$\langle d(t) \cdot d(t') \rangle, \quad (B1)$$

в которой t' - момент времени сквозного пробоя минимального выходного отверстия диаметром d . Выберем $t = 0$ – предшествующий момент времени за начало отсчёта. Тогда выходное отверстие возникает при $t' - 0 = \tau$. Спектральная плотность квадрата диаметра порогового отверстия согласно [2] запишется:

$$\langle d^2 \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle d(0) \cdot d(\tau) \rangle e^{j\omega\tau} d\tau \quad (B2)$$

Считая, что за время τ диаметр меняется слабо, разложим $d(\tau)$:

$$d(\tau) = d(0) + \dot{d} \cdot \tau \quad (B3)$$

Выражение (B2) с учётом (B3) принимает вид:

$$\begin{aligned} \langle d^2 \rangle_\omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle d(0) \cdot (d(0) + \dot{d} \cdot \tau) \rangle e^{j\omega\tau} d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \langle d(0) \cdot d(0) \rangle e^{j\omega\tau} d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \langle d(0) \cdot \dot{d} \cdot \tau \rangle e^{j\omega\tau} d\tau = \\ &= \langle d(0) \cdot d(0) \rangle \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega\tau} d\tau + \tau \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (d(0) \cdot \dot{d}(0)) e^{j\omega\tau} d\tau = \\ &= \langle d(0) \cdot d(0) \rangle \cdot \delta(\omega) + \tau \cdot \langle d(0) \cdot \dot{d}(0) \rangle. \end{aligned} \quad (B4)$$

Отметим, что в (B4) учтено:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega\tau} d\tau = \delta(\omega) \quad (B5)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (d(0) \cdot \dot{d}(0)) e^{j\omega\tau} d\tau = \langle d(0) \cdot \dot{d}(0) \rangle \quad (B6)$$

Считаем, что скорость изменения диаметра $\dot{d}$ и сам размер диаметра d в один и тот же момент времени не коррелированы. Тогда последнее слагаемое в (B4) равно нулю. Так что окончательно:

$$\langle d^2 \rangle_\omega = d^2(0) \cdot \delta(\omega).$$

Приложение С

Коэффициент отражения (соотношение Френеля для нормально падающего на границу раздела электромагнитного излучения) имеет вид:

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1} \right|^2 = \left| \frac{n - j \cdot k - 1}{n + j \cdot k + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + k^2}{(n + 1)^2 + k^2};$$

$$\varepsilon^{\frac{1}{2}} = n - j \cdot k;$$

$$n = \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left[\varepsilon_1 + (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{\frac{1}{2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$k = \left\{ \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{\frac{1}{2}} - \varepsilon_1 \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + j \cdot \varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} + j \cdot \frac{\omega_p^2 \nu}{(\omega^2 + \nu^2) \cdot \omega} =$$

$$= 1 - \frac{\omega_p^2 \cdot \omega - j \omega_p^2 \cdot \nu}{(\omega^2 + \nu^2) \cdot \omega} = 1 - \frac{\omega_p^2 \cdot (\omega - j\nu)}{(\omega + j\nu) \cdot (\omega - j\nu) \cdot \omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega \cdot (\omega + j\nu)};$$

$$\varepsilon_2 = 4\pi \cdot \alpha_2.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Калашников Е.В., Бугаев А.А., Кантор М.Ю., Куприенко Д.В., Чикиряка А.В. Порог пробоя сквозных отверстий в металлических фольгах мощным лазерным излучением. Часть 1 // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 1. С. 44–59.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть 1. М.: Наука, 1976. 584 с.
3. Bauer D. Theory of intense laser-matter interaction. Heidelberg Germany: Max-Planck-Institute für Kernphysik, 2006. 106 p.
4. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
5. Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления. М.: Мир, 1973. 419 с.
6. Arovas D. Lecture Notes on Condensed Matter Physics. San Diego: Departm. of Physics. University of California, 2010. 179 p.
7. Dresselhaus M.S. Optical Properties of Solids // Solid State Physics. Part II. 1985. 194 p.
8. Fleischer K., Chandola S., Hermann Th., Esser N., Richter W., McGilp J.F. Free-electron response in reflectance anisotropy spectra // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74. pp. 195432–195443.
9. Vaculenco O.V., Severin V.S. Calculation of metal reflectivity with taking polarization into consideration // Semiconductor Physics, Quantum Electronics and Optoelectronics. 2007. Vol.10. no 1. pp. 55–59.
10. Walter William T. Change in reflectivity of Metals under intense Laser Radiation // New York: Polytechnic Institute of New York. 1981. pp. 1–35.

11. Ujihara Kikuo. Reflectivity of metals at high temperatures // Journ. Appl. Phys. 1972. Vol.43. no 5. pp. 2376–2383.
12. Schmid M., Zehnder S., Schwaller P., Neuenschwander B., Held M., Hunziker U., Zürcher J. Measuring optical properties on rough and liquid metal surfaces // Advanced Laser Technologies (ALT 12). 2012. pp. 2–6 September, Thun, Switzerland. 8 p.
13. Ильинский Ю.А., Келдыш Л.В. Взаимодействие излучения с веществом. М.: МГУ, 1989. 304 с.
14. Введёнов А.А., Гладуш Г.Г. Физические процессы при лазерной обработке материалов. М.: Энергоиздат, 1985. 206 с.
15. Cahill J.A., Kirshenbaum A.D. The density of liquid copper from its melting point (1356 K) to 2500 K and an estimation of its critical constants // Journ. Physical Chemistry. 1962. Vol. 66. no. pp. 1080–1082.
16. Фортов В.Е., Дрёмин А.Н., Леонтьев А.А. Оценка параметров критической точки // Теплофизика высоких температур. 1975. Т. 13. № 5. С. 1072–1075.
17. Autique D., Clair G., L'Hermite D., Alexiades V., Bogaerts A., Rethfeld B. The role of mass removal mechanisms in the onset of ns-laser induced plasma formation // Journ. Appl. Physics. 2013. Vol. 114. pp. 023301–10.
18. Ликальтер А.А. Электропроводность вырожденного квазиатомного газа // Теплофизика высоких температур. 1987. Т. 25. № 3. С. 424–429.
19. Ликальтер А.А. Критические точки конденсации в кулоновских системах // Успехи физических наук. 2000. Т. 170. № 8. С. 831–854.
20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Т. 3. М.: Наука, 1973. 751 с.
21. Фридель Ж. Переходные металлы. Электронная структура d-зоны. Её роль в кристаллической и магнитной структурах // Физика металлов. 1. Электроны. Под ред. Займана Дж. М.: Мир, 1972. С. 373–443.
22. Бете Г. Квантовая механика простейших систем. Л.-М.: ОНТИ, Главная редакция общетехнической литературы, 1935. 399 с.
23. Lewis C.L., Jackson G.P., Stephen K.D., Majidi V., King F.L. Spectral, spatial and temporal characterization of a millisecond pulsed glow discharge: copper analyte emission and ionization // Spectrochimica Acta. Part B. 2001. Vol. 56. pp. 481–501.
24. Spruch L. Pedagogic notes on Thomas-Fermi theory (and on some improvements): atoms, stars and the stability of bulk matter // Rev. Mod. Phys. 1991. Vol. 63. no. 1 pp. 151–209.
25. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Классическая механика. Т.1. М.: Наука, 1988. 215 с.
26. Гапонов А.В., Миллер М.А. О потенциальных ямах для заряженных частиц в высокочастотном электромагнитном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1958. Т. 34. № 1. С. 242–243.

REFERENCES

1. Kalashnikov E.V., Bugaev A.A., Kantor M.Yu., Kuprienko D.V., Chikiryaka A.V. Porog proboya skvoznykh otverstii v metallicheskih fol'gakh moshchnym lazernym izlucheniem. Chast'1 [Breakdown threshold of through holes in metal foils exposed to high-power laser radiation. Part1] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika. 2016. no. 1. pp. 44–59.
2. Landau L.D., Lifshits E.M. Statistical physics. Part 1. Oxford: Pergamon Press, 1980. 544 p.
3. Bauer D. Theory of intense laser-matter interaction. Heidelberg Germany: Max-Planck-Institute für Kernphysik, 2006. 106 p.
4. Zel'dovich Ya.B., Raizer Yu.P. Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena. N.Y., Acad. Press, 1967. 451 p.
5. Stanley H.E. Introduction to phase transitions and critical phenomena. Oxford: Oxford Univ. Press, 1987, 336 p.
6. Arovas D. Lecture Notes on Condensed Matter Physics. San Diego: Departm. of Physics. University of California, 2010. 179 p.
7. Dresselhaus M.S. Optical Properties of Solids // Solid State Physics. Part II. 1985. 194 p.
8. Fleischer K., Chandola S., Hermann Th., Esser N., Richter W., McGilp J.F. Free-electron response in reflectance anisotropy spectra // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 74. pp. 195432–195443.
9. Vaculenco O.V., Severin V.S. Calculation of metal reflectivity with taking polarization into consideration // Semicond. Phys. Quantum Electron. Optoelectron. 2007. Vol.10. no 1. pp. 55–59.
10. Walter William T. Change in reflectivity of Metals under intense Laser Radiation // New York: Polytechnic Institute of New York. 1981. pp. 1–35.
11. Ujihara Kikuo. Reflectivity of metals at high temperatures // Journ. Appl. Phys. 1972. Vol.43. no 5. pp. 2376–2383.
12. Schmid M., Zehnder S., Schwaller P., Neuenschwander B., Held M., Hunziker U., Zürcher J. Measuring optical properties on rough and liquid metal surfaces // Advanced Laser Technologies (ALT 12). 2012. pp. 2–6 September, Thun, Switzerland. 8 p.
13. Il'inskii Yu.A., Keldysh L.V. Vzaimodeistvie izlucheniya s veshchestvom [The interaction of radiation with matter]. M., MGU, 1989. 304 p.
14. Vvedenov A.A., Gladush G.G. Fizicheskie protsessy pri lazernoi obrabotke materialov [Physical processes in laser treatment of materials]. M., Energoizdat, 1985. 206 p.
15. Cahill J.A., Kirshenbaum A.D. The density of liquid copper from its melting point (1356 K) to 2500 K and an estimation of its critical constants // J. Phys. Chem. 1962. Vol. 66. no. pp. 1080–1082.

16. Fortov V.E., Dremin A.N., Leont'ev A.A. Otsenka parametrov kriticheskoi tochki [Estimation of the critical point parameters] // *Teplofiz. Vysok. Temp.* 1975. Vol. 13. no. 5. pp. 1072–1075.
17. Autique D., Clair G, L'Hermite D., Alexiades V., Bogaerts A., Rethfeld B. The role of mass removal mechanisms in the onset of ns-laser induced plasma formation // *J. Appl. Physics.* 2013. Vol. 114. pp. 023301–10.
18. Likal'ter A.A. Elektroprovodnost' vyrozhdennogo kvaziatomnogo gaza [The electrical conductivity of the degenerate quasiautomic gas] // *Teplofiz. Vysok. Temp.* 1987. Vol. 25. no. 3. pp. 424–429.
19. Likal'ter A.A. Kriticheskie tochki kondensatsii v kulonovskikh sistemakh [Critical points of condensation in Coulomb systems] // *Usp. Fiz. Nauk.* Vol. 170. 2000. no. 8. pp. 831–854.
20. Landau L.D., Lifshits E.M. Quantum mechanics. Vol. 3. Oxford: Pergamon Press, 1965.
21. Friedel J. Transition metals. Electronic structure of the d-band. Its role in the crystalline and magnetic structures // *Physics of Metals. Vol 1 - Electrons.* / Ed. by J.M. Ziman. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1969. p. 340.
22. Bethe H. Quantenmechanik der Ein- und Zwei-Elektronenprobleme. Handbook of Physics, Bd. XXIV, Kap. 3, Julius Springer (Berlin), 1933. pp. 273-560.
23. Lewis C.L., Jackson G.P., Stephen K.D., Majidi V., King F.L. Spectral, spatial and temporal characterization of a millisecond pulsed glow discharge: copper analyte emission and ionization // *Spectrochimica Acta. Part B.* 2001. Vol. 56. pp. 481–501.
24. Spruch L. Pedagogic notes on Thomas-Fermi theory (and on some improvements): atoms, stars and the stability of bulk matter // *Rev. Mod. Phys.* 1991. Vol. 63. no. 1 pp. 151–209.
25. Landau L.D., Lifshits E.M. Classical mechanics. Vol. 1. Oxford: Pergamon Press, 1969.
26. Gaponov A.V., Miller M.A. O potentsial'nykh yamakh dlya zaryazhennykh chastits v vysokochastotnom elektromagnitnom pole [On the potential well for charged particles in a high-frequency electromagnetic field] // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* Vol. 34. 1958. no. 1. pp. 242–243.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Калашников Евгений Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московский государственный областной университет;
e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

Бугаев Алексей Алексеевич – доктор физико-математических наук, академик РАН, профессор Центра прикладных исследований, Олд Доминьон Университет;
e-mail: bugayev@jlab.org

Кантор Михаил Юльевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории физики высокотемпературной плазмы Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук;
e-mail: m.kantor@mail.ioffe.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Kalashnikov Evgenii Vladimirovich – doctor of physical and mathematical sciences, professor of the Department of Computational Mathematics and Methodology of Teaching Informatics at the Moscow State Regional University;
e-mail: ekevkashnikov1@gmail.com

Bugayev Aleksei Alekseevich – doctor of physical and mathematical sciences, academician of the Russian Academy of Sciences, professor of the Applied Research Center at Old Dominion University;
e-mail: bugayev@jlab.org

Kantor Mikhail Yul'evich – candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher of the Laboratory of High-Temperature Plasma Physics at the Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences;
e-mail: m.kantor@mail.ioffe.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Калашников Е.В., Бугаев А.А., Кантор М.Ю., ВОСПРИИМЧИВОСТЬ. Определение состояний и свойств металлической системы в условиях пробоя сквозного порогового отверстия. (Часть 2) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 51–73.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-51-73.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

E. Kalashnikov, A. Bugayev, M. Kantor SUSCEPTIBILITY. States and properties of metallic systems at a threshold breakdown of through holes under high-power laser action (part 2) // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 51–73.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-51-73.

УДК 539.23+539.216.1+537.311.31

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-74-84

РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ ВНУТРИ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ МЕТАЛЛА

Завитаев Э.В., Русаков О.В., Харитонов К.Е.

*Государственный гуманитарно-технологический университет (ГГТУ)
164010, Московская обл., г. Орехово-Зуево, ул. Зелёная, д. 22.*

Аннотация. Выполнен расчет магнитной индукции внутри прямой металлической проволоки круглого сечения. Рассмотрен общий случай, когда отношение длины свободного пробега электронов к радиусу проволоки может принимать произвольные значения. В качестве граничных условий задачи принято условие зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности проволоки. Рассмотрен предельный случай и проведено обсуждение полученных результатов.

Ключевые слова: тонкая проволока, плотность тока, магнитная индукция.

CALCULATION OF THE MAGNETIC INDUCTION IN A THIN CYLINDRICAL METAL WIRE

E. Zavitaev, O. Rusakov, K. Kharitonov

Moscow Regional Institution of Higher Education 'University for Humanities and Technologies', ul. Zelenaya 22, 164010 Orekhovo-Zuyevo, Moscow region, Russia

Abstract. The magnetic induction in a direct metal wire of round section is calculated. The general case is considered when the relation of a free run length of electrons to the radius of a wire can accept arbitrary values. As boundary conditions of the problem, we accept the condition of mirror and diffusion reflection of electrons from the internal surface of the wire. The limiting case is considered and the obtained results are discussed.

Keywords: thin wire, current density, magnetic induction.

Введение

Электрические и магнитные свойства проводников, линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега электронов Λ , существенно отличаются от свойств «массивных» проводящих объектов [1].

Вопросы, касающиеся расчета электрической проводимости тонких проволок, обсуждались в работах [2–7]. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов в металле или полупроводнике.

В настоящей работе кинетическим методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов в цилиндрической проволоке из металла на переменное электрическое поле, ориентированное вдоль её оси симметрии. По найденной функции распределения удастся рассчитать зависимость магнитной индукции внутри проволоки как функцию текущего расстояния, отсчитываемого от оси симметрии.

Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая проволока из немагнитного металла (относительная магнитная проницаемость $\mu \approx 1$) радиуса R и длины L (считаем, что $L \gg R$), к концам которой приложено переменное электрическое напряжение частоты ω . Принимается, что направление электрического поля совпадает с осью цилиндра. Скин-эффект не учитывается (предполагается, что $R < \gamma$ – глубины скин-слоя).

Однородное периодическое по времени электрическое поле, вектор напряженности которого:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

воздействует на электроны проводимости внутри проволоки и вызывает появление внутри неё высокочастотного тока с плотностью $\mathbf{j}$.

Связь между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ в случае, когда радиус проволоки R сравним с длиной свободного пробега электронов в металле Λ или меньше её: $R < \Lambda$, оказывается существенно нелокальной. Для описания этой связи применим кинетическое уравнение (в приближении времени релаксации) к вырожденному ферми-газу электронов, находящемуся внутри проволоки.

Для достаточно слабых внешних полей это уравнение можно линеаризовать по внешнему полю $\mathbf{E}$ и по малым отклонениям $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесной фермиевской функции распределения f_0 [8–10]:

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (2)$$

Здесь e и $\mathbf{v}$ – соответственно, заряд и скорость электронов; τ – электронное время релаксации.

Далее рассматривается квадратичная зависимость энергии электронов ε от скорости: $\varepsilon = mv^2/2$ (m – эффективная масса электрона) и используется ступенчатая аппроксимация для равновесной функции распределения электронов по энергиям $f_0(\varepsilon)$ [8]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases}$$

где $\varepsilon_F = mv_F^2/2$ – энергия Ферми (v_F – скорость Ферми). Предполагается, что поверхность Ферми имеет сферическую форму.

Функция распределения электронов

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varepsilon = \frac{m v^2}{2}.$$

Отклонение $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ функции распределения электронов $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ от равновесного значения $f_0(\varepsilon)$, возникающее под действием электрического поля (1), позволяет рассчитать плотность высокочастотного тока внутри проволоки:

$$\mathbf{j} = en\langle \mathbf{v} \rangle = en \left[\int f_0 d^3v \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3v. \quad (3)$$

Концентрация электронов n в проволоке определяется по стандартной формуле, согласно которой:

$$n = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3v = 2 \frac{m^3}{h^3} \frac{4\pi v_F^3}{3}, \quad (4)$$

где h – постоянная Планка.

Взяв в уравнении (2) поле $\mathbf{E}$ в виде (1), найдём $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ как решение этого уравнения. Затем, используя выражение (3), определим плотность тока и стандартным образом рассчитаем магнитную индукцию внутри проволоки.

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия для неизвестной функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ на цилиндрической

поверхности металлической проволоки. В качестве такового принимаем условие зеркально-диффузного отражения электронов от поверхности [8]:

$$f_i(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, v_z) = q f_i(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, v_z) \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}_\perp| = R, \\ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp < 0 \end{cases},$$

где $\mathbf{v}_\perp$ и $\mathbf{r}_\perp$ – соответственно, компоненты радиус-вектора электрона $\mathbf{r}$ и его скорости $\mathbf{v}$ в плоскости перпендикулярной оси симметрии проволоки:

$$\mathbf{v}'_\perp = \mathbf{v}_\perp - \frac{2\mathbf{r}_\perp(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{v}_\perp)}{R^2},$$

вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней поверхности проволоки в точке $\mathbf{r}_\perp (|\mathbf{r}_\perp| = R)$ переходит в вектор $\mathbf{v}_\perp$; $\mathbf{v}_z$ – составляющая скорости электрона вдоль оси симметрии проволоки; q – коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения): $0 \leq q \leq 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности металлической проволоки, а при $q = 1$ условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного (зеркально-диффузного) отражения электронов.

Расчет магнитной индукции

Решение кинетического уравнения (2) и расчёт плотности тока (3) проведены в работе [3].

При вычислении интеграла (3) и расчете магнитной индукции удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат ($r_\perp, \varphi, Z$; полярная ось – ось Z ; вектор $\mathbf{E}_0$ параллелен оси Z), так и в пространстве скоростей ($v_\perp, \alpha, v_z$; полярная ось – ось v_z). Ось симметрии проволоки совпадает с осью Z .

Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z; \quad E_z = E_0 \exp(-i \omega t).$$

Соответственно, и плотность тока (3) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми параллельными оси Z) и вычисляется по формуле [3]:

$$j_z = \frac{3n e^2 R E_z}{\pi v_F m} \int_0^1 \int_0^\pi \frac{\rho \sqrt{1-\rho^2}}{v} \left\{ \frac{(q-1) \exp(-v \eta / \rho)}{1-q \exp(-v \eta_0 / \rho)} + 1 \right\} d\rho d\alpha, \quad (5)$$

где

$$\rho = \frac{v_{\perp}}{v_F}, \quad v = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) \frac{R}{v_F}, \quad \eta_0 = 2\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha},$$

$$\eta = \xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} \cdot \xi = \frac{r_{\perp}}{R}$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов проводимости в металлах определяется выражением (4).

Для расчёта вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$ внутри тонкой цилиндрической проволоки будем применять теорему о циркуляции с учётом того факта, что распределение тока по поперечному сечению является неоднородным (линии индукции являются замкнутыми окружностями, лежащими в плоскостях, перпендикулярных к оси симметрии проволоки, поэтому $\mathbf{B} = B_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi}$):

$$\oint_L B_{\varphi} dl = \mu_0 \int_S j_z dS$$

(μ_0 – магнитная постоянная вакуума).

После применения теоремы к контуру в виде окружности, получаем:

$$B_{\varphi} = \frac{\mu_0}{r_{\perp B}} \int_0^{r_{\perp B}} j_z r_{\perp} dr_{\perp}.$$

Для дальнейших вычислений и анализа результатов, введём новые переменные:

$$\delta = \frac{r_{\perp B}}{R}, \quad x = \frac{R}{\tau v_F} = \frac{R}{\Lambda}, \quad y = \omega \frac{R}{v_F},$$

где δ – «безразмерный радиус индукции», x – безразмерная обратная длина свободного пробега электронов, y – безразмерная частота электрического поля.

Тогда магнитную индукцию можно рассчитать по формуле:

$$B_{\varphi} = \frac{\mu_0 R}{\delta} \int_0^{\delta} j_z \xi d\xi$$

или, с учетом (5),

$$B_{\varphi} = \frac{3 \mu_0 n e^2 R^2 E_z}{\pi v_F m \delta} \int_0^{\delta} \int_0^1 \int_0^{\pi} \frac{\rho \sqrt{1 - \rho^2}}{\nu} \left\{ \frac{(q - 1) \exp(-\nu \eta / \rho)}{1 - q \exp(-\nu \eta_0 / \rho)} + 1 \right\} \xi d\xi d\rho d\alpha. \quad (6)$$

Магнитную индукцию (6) (заметим, что она является комплексной величиной) представим в виде:

$$B_{\varphi} = B_0 N(\delta, x, y, q),$$

где

$$B_0 = \frac{3 \mu_0 n e^2 R^2 E_z}{\pi v_F m},$$

$$N(\delta, x, y, q) = \int_0^\delta \int_0^1 \int_0^\pi \frac{\rho \sqrt{1-\rho^2}}{v \delta} \left\{ \frac{(q-1) \exp(-v \eta / \rho)}{1 - q \exp(-v \eta_0 / \rho)} + 1 \right\} \xi d\xi d\rho d\alpha.$$

Численный расчет модуля $M(\delta, x, y, q)$ и аргумента $A(\delta, x, y, q)$ (фазы) безразмерной магнитной индукции $N(\delta, x, y, q)$ вытянутой цилиндрической проволоки представлен на рисунках ниже.

Обсуждение результатов

В пределе чисто зеркального отражения электронов на границе металлической проволоки ($q=1$) для расчета магнитной индукции получаем выражение:

$$B_{\text{мак}} = \frac{\mu_0 n e^2 R^2 E_z \delta}{2 v_F m v}. \quad (7)$$

Выражение (7) соответствует классическому макроскопическому результату для цилиндрической проволоки, когда при расчете магнитной индукции применяется локальный закон Ома, в котором удельная проводимость проволоки определяется по формуле Друде [3]. Это связано с тем, что при $q=1$ граница проволоки не оказывает влияния на функцию распределения электронов $f(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z)$. Высокочастотный ток внутри зеркально отражающей металлической проволоки удовлетворяет локальному закону Ома при любом соотношении между радиусом проволоки R и длиной свободного пробега электронов Λ . Таким образом, при зеркальном отражении отсутствуют нелокальные (поверхностные) эффекты.

Независимо от характера отражения электронов на границе (при любых q) с ростом размера проволоки (при $x \gg 1$) (в этом случае в формуле (6) можно пренебречь членами с экспонентами в виду их быстрого затухания) также имеет место макроскопическая асимптотика (7).

На рис. 1 приведено сравнение результатов численного расчёта магнитной индукции внутри тонкой цилиндрической проволоки, выполненного с применением кинетического (6) и макроскопического (7) подходов.

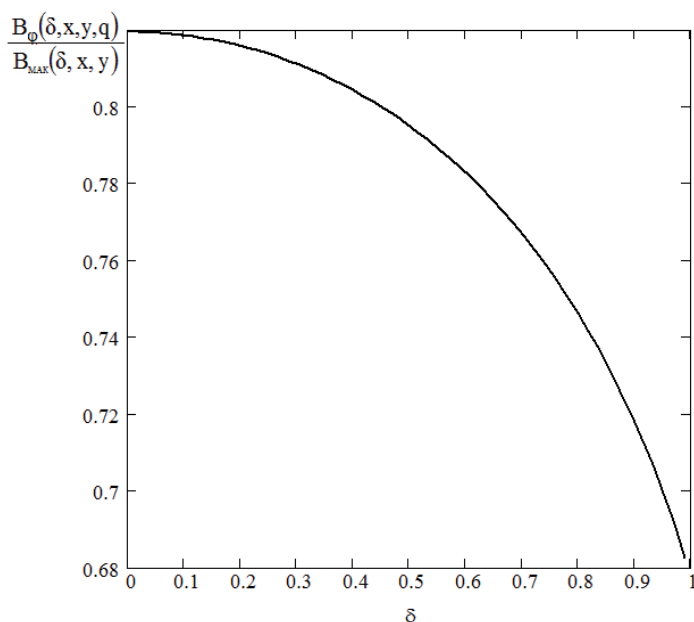


Рис. 1. Зависимость отношения модуля магнитной индукции к модулю магнитной индукции от «безразмерного радиуса индукции» δ при постоянных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x , безразмерной частоты электрического поля y и коэффициента зеркальности электронов q : ($x = 1$, $y = 0.1$, $q = 0$).

Отношение модуля магнитной индукции $B_\phi(\delta, x, y, q)$, вычисленной с помощью кинетической модели, к модулю магнитной индукции $B_{\max}(\delta, x, y, q)$, вычисленной в рамках классической электродинамики, определялось при постоянных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x , безразмерной частоты электрического поля y и коэффициента зеркальности электронов q . Из анализа хода кривой можно сделать вывод о том, что отличие модуля магнитной индукции, рассчитанной с использованием кинетической модели, и модуля магнитной индукции, рассчитанной в рамках классической электродинамики, при фиксированных значениях параметров расчета составляет от 18 до 32 %.

Это обстоятельство подтверждает существенное влияние на абсолютную величину магнитной индукции вклада поверхностных механизмов рассеяния в случае, когда радиус проволоки будет одного порядка с длиной свободного пробега электронов.

На рис. 2 и 3 представлены графики зависимости модуля $M(\delta, x, y, q)$ и аргумента $A(\delta, x, y, q)$ (фазы) безразмерной магнитной индукции цилиндрической проволоки $N(\delta, x, y, q)$ от «безразмерного радиуса индукции» δ для случая, когда все кривые построены при одинаковом значении безразмерной частоты электрического поля y и коэффициента зеркальности электронов q . Безразмерная обратная длина свободного пробега электронов x варьируется для каждой кривой.

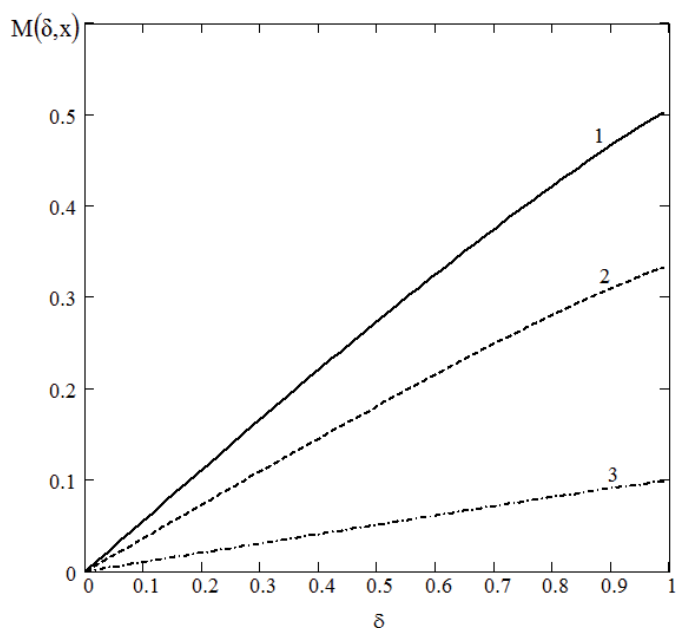


Рис. 2. Зависимость модуля $M(\delta, x, y, q)$ безразмерной магнитной индукции от «безразмерного радиуса индукции» δ при фиксированном значении безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и постоянных значениях безразмерной частоты электрического поля y и коэффициента зеркальности электронов q :

1 – ($x = 0.1, y = 1, q = 0.5$), 2 – ($x = 1, y = 1, q = 0.5$), 3 – ($x = 5, y = 1, q = 0.5$).

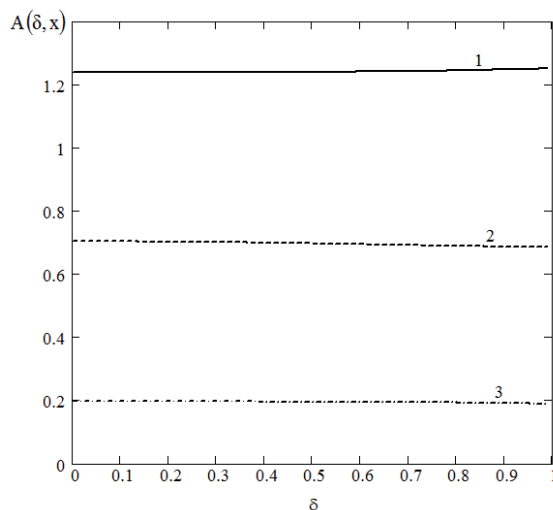


Рис. 3. Зависимость аргумента $A(\delta, x, y, q)$ (фазы) безразмерной магнитной индукции от «безразмерного радиуса индукции» δ при фиксированном значении безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и постоянных значениях безразмерной частоты электрического поля y и коэффициента зеркальности электронов q :

1 – ($x = 0.1, y = 1, q = 0.5$), 2 – ($x = 1, y = 1, q = 0.5$), 3 – ($x = 5, y = 1, q = 0.5$).

Из хода кривых на рисунках видно, что модуль безразмерной магнитной индукции в значительной степени зависит от текущего расстояния, отсчитываемого от оси симметрии проволоки, тогда как на аргумент (фазу) безразмерной индукции этот параметр практически не влияет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Ю.И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1982. 360 с.
2. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой проволоки из металла прямоугольного сечения // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2006. Т. 129. № 5. С. 938–944.
3. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой цилиндрической проволоки из металла // Микроэлектроника. 2008. Т. 37. № 6. С. 429–438.
4. Кузнецова И.А., Юшканов А.А., Хадчукаев Р.Р. Высокочастотная проводимость тонкой полупроводниковой цилиндрической проволоки при произвольной температуре // Физика и техника полупроводников. 2009. Т. 43. Вып. 5. С. 645–650.
5. Кузнецова И.А., Хадчукаев Р.Р., Юшканов А.А. Влияние поверхностного рассеяния носителей заряда на высокочастотную проводимость тонкой цилиндрической

- полупроводниковой проволоки // Физика твердого тела. 2009. Т. 51. Вып. 10. С. 2022–2027.
6. Кузнецова И.А., Чапкин А.В., Юшканов А.А. Влияние механизма поверхностного рассеяния электронов на высокочастотную проводимость тонкой металлической проволоки // Микроэлектроника. 2011. Т. 40. № 1. С. 45–51.
 7. Русаков О.В., Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла // Физика твёрдого тела. 2012. Т. 54. Вып. 6. С. 1041–1047.
 8. Харрисон У. Теория твердого тела. М.: Мир, 1972. 616 с.
 9. Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
 10. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971. 415 с.

REFERENCES

1. Petrov Yu.I. Fizika malykh chastits [Physics of small particles]. M., Nauka, 1982. 360 p.
2. Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi provoloki iz metalla pryamougol'nogo secheniya [High-frequency conductivity of a thin metal wire of rectangular cross section] // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 2006. Vol. 129. no. 5. pp. 938–944.
3. Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi tsilindricheskoi provoloki iz metalla [High-frequency conductivity of a thin cylindrical metal wire] // Mikroelektron. 2008. Vol. 37. no. 6. pp. 429–438.
4. Kuznetsova I.A., Yushkanov A.A., Khadchukaev R.R. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi poluprovodnikovoi tsilindricheskoi provoloki pri proizvol'noi temperature [High conductivity semiconductor thin cylindrical wire at an arbitrary temperature] // Fiz. Tekhn. Poluprovodn. 2009. Vol. 43. no. 5. pp. 645–650.
5. Kuznetsova I.A., Khadchukaev R.R., Yushkanov A.A. Vliyanie poverkhnostnogo rasseyaniya nositelei zaryada na vysokochastotnuyu provodimost' tonkoi tsilindricheskoi poluprovodnikovoi provoloki [The effect of surface scattering of charge carriers on the high-frequency conductivity of a thin cylindrical semiconductor wire] // Fiz. Tverd. Tela. 2009. Vol. 51. no. 10. pp. 2022–2027.
6. Kuznetsova I.A., Chapkin A.V., Yushkanov A.A. Vliyanie mekhanizma poverkhnostnogo rasseyaniya elektronov na vysokochastotnuyu provodimost' tonkoi metallicheskoj provoloki [The influence of the mechanism of surface scattering of electrons on high-frequency conductivity of a thin metal wire] // Mikroelektron. 2011. Vol. 40. no. 1. pp. 45–51.
7. Rusakov O.V., Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Skin-effekt v tonkoi tsilindricheskoi provoloke iz metalla [The skin effect in a thin cylindrical wire of metal] // Fiz. Tverd. Tela. 2012. Vol. 54. no. 6. pp. 1041–1047.

8. Harrison W.A. Solid State Theory. N.Y., McGraw-Hill, 1970.
 9. Ziman J.M. Electrons and Phonons. Oxford: Clarendon Press, 1960.
 10. Lifshits I.M., Azbel' M.Ya., Kaganov M.I. Electron theory of metals. N.Y.: Consultants Bureau, 1973.
-

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Завитаев Эдуард Валерьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

Русаков Олег Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры математики и физики, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: olegrusmail@mail.ru

Харитонов Кирилл Евгеньевич – лаборант кафедры математики и физики, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: kirillharitonov1@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Zavitaev Eduard Valerjevich – doctor of physical and mathematical sciences, professor of the Department of Mathematics and Physics at the University for Humanities and Technologies;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

Rusakov Oleg Vladimirovich – candidate of physical and mathematical sciences, head lecturer of the Department of Mathematics and Physics at the University for Humanities and Technologies;
e-mail: olegrusmail@mail.ru;

Kharitonov Kirill Evgenjevich – laboratory assistant of the Department of Mathematics and Physics at the University for Humanities and Technologies;
e-mail: kirillharitonov1@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Завитаев Э.В., Русаков О.В., Харитонов К.Е. Расчет магнитной индукции внутри тонкой цилиндрической проволоки из металла // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 74–84.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-74-84.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

E. Zavitaev, O. Rusakov, K. Kharitonov. Calculation of the magnetic induction in a thin cylindrical metal wire // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 74–84.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-74-84.

УДК 533.9(075.8)

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В СЛАБОМ СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Маркеев Б.М.

Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация

Аннотация. В работе развивается квазилинейная гидродинамическая теория неізотермической ($T_e \gg T_i$) столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Предполагается, что время квазилинейного рассмотрения не превосходит времени обмена энергией электронной компоненты с нейтралами и джоулевого нагрева. В этом смысле основное состояние системы является «квазиравновесным».

Используя усреднение по хаотическим фазам, обоснованы квазилинейные гидродинамические уравнения для неустойчивой слабоионизированной неізотермической плазмы, помещенной в СВЧ электрическое поле. Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. Получены уравнения для квазилинейных моментов в условиях, когда функция распределения электронов близка к максвелловской.

Ключевые слова: хаотические фазы, гидродинамические уравнения, СВЧ электрическое поле.

HYDRODYNAMIC QUASI-LINEAR THEORY OF COLLISIONAL PLASMA IN A WEAK MICROWAVE ELECTRIC FIELD

B. Markeev

Moscow State Region University,
ul. Radio 10A, 105005 Moscow, Russia

Abstract. We have developed a quasi-linear hydrodynamic theory of non-isothermal ($T_e \gg T_i$) collisional plasma placed in weak microwave electric field. It is assumed that the time of

quasi-linear consideration does not exceed the time of the energy exchange of electronic components with the neutrals and Joule heating. In this sense the ground state of the system is 'quasi-equilibrium'. Using the averaging over random phases, we have proved quasi-linear hydrodynamic equations for unsteady weakly ionized non-isothermal plasma placed in a microwave electric field. Collisions are taken into account through the Boltzmann collision integral. The equations are obtained for quasi-linear moments under conditions when the electron distribution function is close to Maxwellian.

Keywords: chaotic phases, hydrodynamic equations, microwave electric field

Различные частицы при своем тепловом движении имеют различные по величине и направлению скорости. В кинетической теории плазмы основным объектом исследования является функция распределения скоростей f . Функция распределения скоростей f показывает, какое среднее по времени и объему число частиц данного сорта лежит в данном единичном шестимерном объеме. Иными словами, функция распределения есть плотность частиц на единицу шестимерного пространства. Поэтому описание состояния с помощью функции распределения имеет статистический характер, а функция распределения есть среднее значение указанной плотности в шестимерном пространстве. Тепловое движение приводит к непрерывным случайным флуктуациям числа частиц в элементе шестимерного пространства. Функцию распределения при этом определяют следующим соотношением:

$$dn = f dr dv$$

где dn – плотность частиц со скоростями в интервале скоростей от v до $v+dv$ и объеме dr .

Реальное движение происходит в трехмерном пространстве, и скорость частицы определяется вектором $\mathbf{v}$, для определения которого необходимо задать три составляющих этого вектора вдоль осей координат. Проще всего пользоваться декартовой системой координат, тогда этими составляющими будут проекции v_x , v_y , v_z . В трехмерном случае функция распределения представляет собой плотность частиц в данной точке шестимерного фазового пространства. Она определяется формулой:

$$dn = f dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

При решении уравнения Больцмана для малых возмущений парциальной функции распределения заряженных частиц по скоростям используем

моментный метод. В моментном методе функция распределения α -ого сорта принимается в виде конечного разложения по полиномам Грета-Эрмита возле парциальной максвелловской функции распределения. При этом уравнение переноса можно получить, умножая левую и правую части кинетического уравнения на величины $\psi = 1, m_\alpha \mathbf{v}, (m_\alpha/2)(\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)^2$. Правые части будут представлять собой среднее изменение импульса и энергии частиц сорта α при столкновениях. Кроме того, уравнения переноса помимо обычных гидродинамических параметров (парциальные числовые плотности частиц, гидродинамические скорости, давления) содержат парциальные тензор напряжений и вектор потока тепла. Для замыкания системы уравнений переноса в приближении тринадцати моментов, ее дополняют уравнениями парциального тензора напряжений и парциального вектора потока тепла для чего умножают кинетическое уравнение на $\psi = m_\alpha (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)_k (\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)_l, (m_\alpha/2)(\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)(\mathbf{v} - \mathbf{u}_\alpha)^2$. После интегрирования по скоростям приходим к уравнениям переноса для парциального потока вязкого импульса и парциального вектора теплового потока, которые замыкают систему. Особенностью плазмы, состоящей из легких электронов и тяжелых ионов и нейтралов, является то, что из-за малой доли передачи энергии при столкновениях электронов с нейтральными атомами, пропорциональной отношению масс этих частиц, время релаксации каждой компоненты плазмы в отдельности оказывается значительно меньше полного времени релаксации всей плазмы как целого. Благодаря этому в такой плазме устанавливается равновесное состояние каждой компоненты в отдельности и происходит медленная релаксация к общему тепловому равновесию. Это обстоятельство позволяет говорить о так называемой «квазиравновесной» плазме.

В работе развивается квазилинейная гидродинамическая теория неизотермической ($T_e \gg T_i$) столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Предполагается, что время квазилинейного рассмотрения не превосходит времени обмена энергией электронной компоненты с нейтрами и джоулевого нагрева. В этом смысле основное состояние системы является «квазиравновесным».

При определенных значениях параметров ν_{en}/ω_0 и $(\omega_0 - \omega_{Le})/\omega_0$ и напряженностях внешнего СВЧ электрического поля выше пороговой в

системе развивается столкновительная ионно-звуковая неустойчивость. Когда энергия ионно-звуковых колебаний превосходит энергию тепловых шумов, для адекватного описания состояния плазмы необходим учет взаимодействия между модами неустойчивых колебаний, а также их влияние на основное состояние плазмы.

В работе сформулированы гидродинамические квазилинейные уравнения для столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. Получены уравнения для квазилинейных моментов, в условиях, когда функция распределения электронов близка к максвелловской.

Рассмотрим пространственно изотропную плазму, помещенную в однородное электрическое СВЧ поле $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin \omega_0 t$ [1]. Скорость осцилляции электронов мала по сравнению с их тепловой скоростью, частота ω_0 близка к электронной ленгмюровской частоте ω_{Le} и значительно превосходит частоты столкновений заряженных частиц. Пусть в начальный момент плазма была слабоионизированной, неизотермической, а величина внешнего электрического поля превосходила пороговое значение. Для определенности рассмотрим слабоионизированную плазму, для которой имеет место соотношение:

$$\frac{m_i T_e}{m_e i} b^2 \gg \lambda = \frac{\omega_0 - \omega_{Le}}{\omega_0} \gg \max \left\{ \frac{m_i}{m_e} b^3, b \right\}. \quad (1)$$

В такой системе возникает столкновительная нераспадная ионно-звуковая неустойчивость с инкрементом

$$\gamma(x) = \frac{\vartheta_{in}}{2} \left\{ 1 - 2 \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{r_E}{r_{De}} \right)^2 \cos^2 \theta \frac{x^2 (\lambda - x^2)}{[(\lambda - x^2)^2 + b^2]^2} \right\}, \quad (2)$$

где

$$x_i = \sqrt{\frac{3}{2}} k; \quad \lambda = 1 - \frac{\omega_{Le}}{\omega_0}; \quad b = \frac{\vartheta_{en}}{\omega_0}; \quad r_{De} = (T_e / 4\pi n_e l_e^2)^{1/2};$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{k} \vec{E}_0}{k E_0}.$$

$\vec{k}$ – волновой вектор нарастающих колебаний.

В условиях (1) максимальным инкрементом обладают колебания, распространяющиеся вдоль внешнего поля с длиной волны, определяемой соотношением:

$$x_{max}^2 = \lambda - \frac{b}{\sqrt{3}}.$$

Неравенство (1) обеспечивает возможность пренебрежения процессами обмена энергии между частицами плазмы и джоулевым нагревом электронов СВЧ полем. Ионно-звуковая диссипативная неустойчивость (2), обусловленная СВЧ электрическим полем, приводит к турбулизации системы. Задача состоит в исследовании такой системы. Поэтому для анализа квазилинейной релаксации ионно-звуковой неустойчивости при решении уравнения воспользуемся методом моментов. Проинтегрировав кинетическое уравнение по скорости, получим закон сохранения плотности в квазилинейных процессах.

Взяв первый и второй момент от кинетического уравнения, находим уравнение для импульса и изменения температуры электронов:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vartheta_{en} \right) (n_e \vec{u}_e)^{(n)} - \frac{l_e}{m_e} n_e \vec{E}_0 \sin \omega_0 t + i n_e v_{Te} * \\ & * \sum_s \int d\vec{k} \frac{k^2}{4\pi} \vec{k} \frac{|\Phi_k^{(0)}|^2}{n_e T_e} J_{n-s}(a) J_{-s}(a) * \\ & * \frac{\delta \varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k) |\delta \varepsilon_i^{(0)}(\omega_k, k)|^2}{[1 + \delta \varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k)] [1 + \delta \varepsilon_e^{(s)}(\omega_{-k}, -k)]} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} n_e T_e + 3 \frac{m_e}{m_n} \vartheta_{en} n_e (T_e - T_n) - \frac{1}{2} m_e \vartheta_{en} v_E^2 - n_e T_e * \\ & * \sum_s \int d\vec{k} \frac{k^2}{4\pi} \frac{|\Phi_k^{(0)}|^2}{n_e T_e} J_s^2(a) \frac{s\omega_0 + \omega_k}{\omega_{Le}^2} |\delta \varepsilon_e^{(s)}|^2 |\delta \varepsilon_e^{(s)}|^2 \\ & * \frac{[(s\omega_0 + \omega_k) \vartheta_{en} - i(k v_{Te})^2]}{|1 + \delta \varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k)|^2} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Как известно, метод моментов подразумевает близость функции распределения к максвелловской. В нашем случае это обеспечивается условиями (1). Сходимость разложения, которым аппроксимируется функция распределения, обуславливается малым параметром ($\omega/kv_{Te} \ll 1$). Кроме того, при выводе уравнений (3); (4) существенно использовалась малость столкновительного члена, который учитывался по теории возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ender A., Ender I., Bakaleinikov L., Flegontova E. Recurrence relations between kernels of the nonlinear Boltzmann collision integral // *Europ. J. Mech.– B/Fluids* 36. 2012. pp. 17–24.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2008. 280с.

REFERENCES

1. Ender A., Ender I., Bakaleinikov L., Flegontova E. Recurrence relations between kernels of the nonlinear Boltzmann collision integral // *Europ. J. Mech.– B/Fluids* 36. 2012. pp. 17–24.
2. Frank-Kamenetskii D.A. *Lektsii po fizike plazmy [Lectures on plasma physics]*. Dolgoprudnyi: Izd. Intellect, 2008. 280 p.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Маркеев Борис Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московский государственный областной университет, ул. Радио, 10 А, Москва 105005, Россия;
e-mail: markeevb@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Markeev Boris Mikhajlovich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, of the Department of Computational Mathematics and Methodology of Teaching Informatics at the Moscow State Regional University;
e-mail: markeevb@gmail.com

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Маркеев Б. М. Гидродинамическая квазилинейная теория столкновительной плазмы в слабом СВЧ электрическом поле // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика*. 2016. № 2. С. 85–90.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

B. Markeev Hydrodynamic quasi-linear theory of collisional plasma in a weak microwave electric field // *Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics*. 2016. no. 2. pp. 85–90.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90.

РАЗДЕЛ III. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ

УДК 37.016:53

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-91-100

ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА В ЭЛЕКТИВНОМ КУРСЕ ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Харыбина И.Н.¹, Холина С.А.²

¹*Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
127055, г. Москва, Вадковский переулок, д. 3а, Российская Федерация*

²*Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация*

Аннотация. В статье рассматривается проблема изучения вращательного движения твёрдого тела в курсе физики в профильной школе. Предлагается дополнить изучение данной темы элективным курсом, в котором особое внимание уделено решению задач по кинематике, динамике, законам сохранения для описания плоскопараллельного движения твердого тела. Приводятся примеры решения заданий, отражающих этапы формирования метода нахождения мгновенного центра скоростей. Представлены способы деятельности обучающихся на уровне учебных действий.

Ключевые слова: элективный курс, вращательное движение твёрдого тела, плоскопараллельное движение, мгновенный центр скоростей, кинематический анализ.

STUDYING ROTATIONAL MOTION OF A SOLID BODY IN PROFILE SCHOOL ELECTIVE COURSES

I. Kharybina¹, S. Kholina²

¹Moscow State Technological University 'STANKIN', Vadkovsky pereulok 3a, 127055 Moscow, Russia;

²Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia

Abstract. The problem of studying the rotational motion of a solid body in the physics course at a profile school is considered. It is proposed to supplement the study of the topic by elective courses in which special attention is paid to the solution of problems on kinematics, dynamics, and conservation laws for the description of plane motion of a solid body. Examples are given of solutions of problems, reflecting the stages of the formation of the method for finding an instantaneous center of velocities. We present ways of the students' activity at the educational level of action.

Keywords: elective course, rotational motion of a solid body, plane-parallel movement, instantaneous velocity center, kinematic analysis.

Дифференциация школьного образования призвана удовлетворить потребность обучающихся в преемственности среднего и высшего образования. Обучение в высшей школе технического направления предполагает изучение таких дисциплин как общая физика, теоретическая механика, теория машин и механизмов, и т.д. В этих курсах движение механических узлов рассматривают как плоскопараллельное движение, которое представляют в виде его частных случаев: поступательного и вращательного. Основой изучения этих дисциплин должны служить знания, полученные в курсе физики профильной школы. Если изучению поступательного движения отводится достаточное количество времени, то изучение вращательного движения твёрдого тела осуществляется только на углублённом уровне.

Для успешного обучения в высшей школе необходимо ознакомить обучающихся с вращательным движением твёрдого тела с закреплённой осью, равноускоренным движением тела по окружности, с основным уравнением динамики вращательного движения твёрдого тела, законами сохранения, выполняющимися при вращательном и плоскопараллельном движении твердого тела. Эти вопросы включены в программу курса физики профильной

школы [6] и могут быть дополнены учебным материалом элективного курса, основное содержание которого отражено в учебниках физики углублённого уровня В.А. Касьянова, Г.Я. Мякишева, Л.С. Хижняковой [3; 5; 7].

Концепция профильного обучения определяет цель элективного курса – подготовка обучающихся к осознанному выбору будущей профессиональной деятельности [4]. Реализация такого курса осуществляется за счет школьного компонента и позволяет выполнять следующие функции: дополнить содержание профильного курса физики, выстроить индивидуальную образовательную траекторию обучающегося, обеспечить выбор будущей профессии, формировать познавательный интерес к физике.

Концепция профильного образования определяет критерии оценки программы элективного курса, одним из таких служит степень новизны для обучающихся. Его содержание включает в себя понятия: плоскопараллельное движение, мгновенный центр скоростей, кинетический момент. В курсе физики понятие «мгновенный центр скоростей» определяется как «мгновенная ось». Представляется целесообразным в элективном курсе определить точку, относительно которой твердое тело совершает вращательное движение в данный момент времени, как мгновенный центр скоростей, что отражает содержание курса теоретической механики.

Классификация задач в курсе механики по содержанию выделяет основные темы: кинематика, динамика, законы сохранения. Большая часть задач начинается с проведения кинематического анализа. Кинематический анализ необходим для нахождения соотношений линейных, угловых скоростей, ускорений и перемещений, что важно при решении любых задач по механике. Освоение такого методического приема позволит обучающимся применять единый подход при решении механических задач на движение не только в курсе физики профильной школы, но и в курсе теоретической механики, теории машин и механизмов высшей школы.

Особенно важен кинематический анализ в решении задач при изучении вращательного движения твёрдого тела. Обучающийся, который выбирает техническую направленность вуза, на занятиях элективного курса знакомится с единым подходом к решению задач по механике. Данный элективный курс может служить пропедевтическим для изучения теоретической механики, деталей машин и механизмов в вузе.

Содержание элективного курса в профильной школе включает следующие понятия: элементы плоскопараллельного движения (нахождение мгновенного центра скоростей и вычисление скорости любой точки твердого тела); распределенная масса твердого тела (осевой момент инерции); кинетическая энергия вращающегося твердого тела; кинетический момент вращающегося тела; закон сохранения кинетического момента.

Особый интерес представляет изучение элементов плоскопараллельного движения твердого тела на примере качения колеса по ровной поверхности, где центр масс колеса движется поступательно, а само колесо в каждый момент времени поворачивается относительно точки контакта с поверхностью. Скорость этой точки равна нулю, и она носит название мгновенный центр скоростей.

Начальным этапом при решении задач на динамику, законы сохранения является кинематический анализ, в ходе которого обучающиеся должны определить характер движения твердого тела и найти соотношения скоростей различных точек.

Выделим основные этапы формирования метода определения скоростей точек через мгновенный центр скоростей при решении задач у обучающихся. Первый этап – кинематический анализ плоского движения твердого тела. Второй этап – кинематический анализ системы плоских тел. Третий этап – выражение связи между кинематическими величинами, характеризующими движение системы плоских твердых тел (ускорения, перемещения). Рассмотрим каждый этап более подробно.

На первом этапе обучающиеся определяют условия движения твердого тела, выбирают систему отсчета. Обучающиеся должны понимать, что при отсутствии проскальзывания мгновенным центром скоростей является точка контакта твердого тела с поверхностью.

Следующий шаг в решении – определение угловой скорости вращения твердого тела относительно мгновенного центра скоростей при известной линейной скорости центра масс. Рассматривая движение твердого тела как его вращение вокруг мгновенного центра скоростей, можно вычислить линейную скорость исследуемой точки, определив при этом расстояние от точки до мгновенного центра скоростей. Интерпретация полученных результатов

предполагает нанесение вектора линейной скорости на рисунок. Рассмотрим этот этап на примере 1 [2].

Пример 1:

Зная скорость центра масс колеса V_C , движущегося равномерно по горизонтальной поверхности без проскальзывания, определить скорости точек A, B, D в данный момент времени, угловую скорость колеса ω , если его радиус равен R (рис. 1).

Качение колеса рассмотрим как непрерывную последовательность поворотов относительно точки его соприкосновения с поверхностью. То есть точка O является мгновенной осью и скорость этой точки равна нулю, поэтому она называется мгновенный центр скоростей (рис. 2).

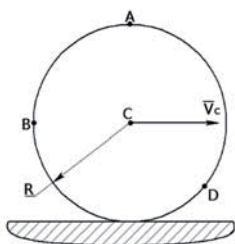


Рис. 1

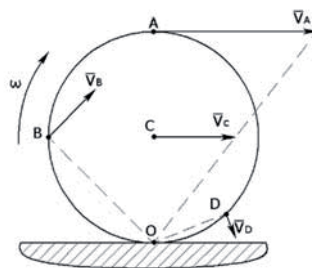


Рис. 2

Для нахождения скоростей точек A, B, D введем угловую скорость вращения колеса $\omega = \frac{V_C}{R}$, тогда скорость любой точки на колесе определяется через угловую скорость вращения колеса и расстояние от мгновенного центра скоростей до этой точки. Скорость точки A равна $V_A = \omega \cdot OA = \frac{V_C}{R} \cdot 2R = 2V_C$, аналогично, для точек B и D : $V_B = \omega \cdot OB, V_D = \omega \cdot OD$.

Линейные скорости V_A, V_B, V_D направлены перпендикулярно отрезку, соединяющему мгновенный центр скоростей (точка O) и соответствующую точку (A, B, D). Направление вектора линейной скорости должно быть согласовано с направлением угловой скорости.

Решение такой задачи на нахождение угловой и линейных скоростей при плоскопараллельном движении позволяет обучающимся получить представление об одном из наиболее удобных способов описания движения твердого тела.

На втором этапе формирования метода происходит его обобщение для системы плоских тел, тем самым совершенствуются знания обучающихся. На данном этапе важно выяснить начальное и конечное положение системы твердых тел, определить вид движения каждого тела и их мгновенные центры скоростей и записать формулы, связывающие угловые и линейные скорости точек тела относительно мгновенных центров скоростей. Рассмотрим движение твердого тела на примере 2 [1].

Пример 2:

Определить скорость точки **A** в устройстве, изображенном на рис. 3, если скорость точки **B** равна V_B .

Для решения задачи воспользуемся определением мгновенного центра скоростей. Так как нить нерастяжима, то скорости точек **A** и **D**, а также **B** и **C**, равны по модулю (рис. 4).

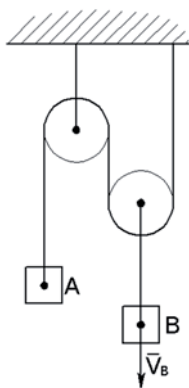


Рис. 3

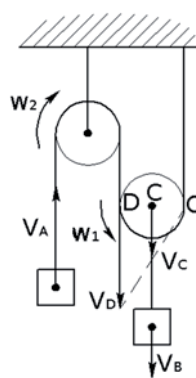


Рис. 4

Подвижный блок совершает плоскопараллельное движение: он поворачивается относительно точки **O** и его центр (точка **C**) опускается вниз.

При вращении этого блока для всех его точек угловая скорость будет одинакова и равна $\omega_1 = V_C/CO = V_B/R$. Следовательно, скорость $V_A = V_D = \omega_1 \cdot DO = (V_B/R) \cdot 2R = 2V_B$.

Как видим, применение понятия мгновенного центра скоростей позволяет на основе физических закономерностей найти отношение скоростей.

Третий, более сложный, этап в формировании метода – определение связи кинематических величин, характеризующих движение системы твердых тел, необходимой для составления второго закона Ньютона в векторной форме и в проекциях на оси координат. Обучающиеся должны понимать, что

соотношение скоростей, тангенциальных ускорений и перемещений точек при плоскопараллельном движении одинаково. Приведем пример решения задачи на динамику [2].

Пример 3:

Найти натяжение нити T в устройстве, изображенном на рис. 5. Массы тел соответственно равны $m_1=0,1$ кг, $m_2=0,3$ кг. Весом блоков можно пренебречь. Нить считать невесомой и нерастяжимой.

Как видно из рис. 6, ускорение центра масс первого тела отличается от ускорения центра масс второго тела.

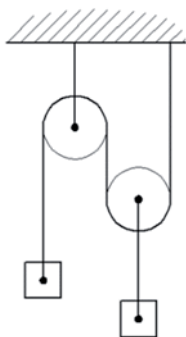


Рис. 5

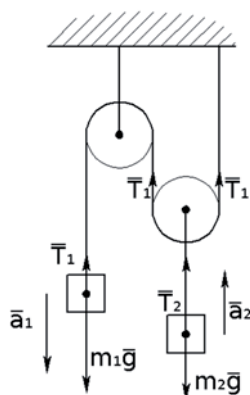


Рис. 6

Поэтому проведем кинематический анализ: определим характер движения тел; выразим отношение скоростей центра масс первого и второго тел. Первое тело движется поступательно, второе – плоскопараллельно.

В предыдущей задаче это соотношение было найдено, и, используя его результат для выражения скоростей, отношение ускорений имеет вид: $a_1 = 2a_2$.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси для первого и второго тел:

$$m_1 a_1 = m_1 g - T_1,$$

$$m_2 a_2 = 2T_1 - m_2 g.$$

Решая систему уравнений, найдем натяжение нити $T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2} \approx 1,3\text{Н}$.

Таким образом, в решении динамических задач на вращательное движение твердого тела кинематический анализ необходим не только для определения характера движения системы твердых тел, но и для установления соотношений между кинематическими величинами центров масс тел системы.

Пример 4:

Найти зависимость скорости центра масс блока массой m и радиуса R , опускающегося на нити, от проходимого центром расстояния h (рис. 7) [2].

Проведем кинематический анализ: твердое тело движется плоскопараллельно. Следовательно, характеристикой его поступательного движения является скорость центра масс (точки C) V_C , а характеристикой вращательного движения – угловая скорость тела (рис. 8).

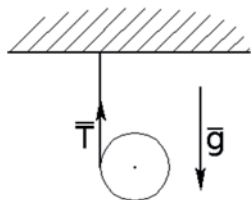


Рис. 7

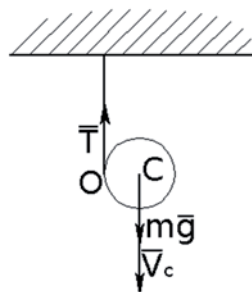


Рис. 8

Вычислим угловую скорость вращения диска. Точка C в данный момент времени вращается относительно точки O – мгновенного центра скоростей с линейной скоростью V_C , тогда угловая скорость диска равна $\omega = V_C/R$.

Для решения воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии: $E_K - E_{K0} = A$, где E_{K0} – кинетическая энергия в начальный момент времени равная нулю.

Поскольку блок совершает плоскопараллельное движение, то его кинетическая энергия рассчитывается как сумма кинетических энергий поступательного и вращательного движений: $E_K = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, где $I = \frac{mR^2}{2}$ – момент инерции диска. Таким образом, кинетическая энергия $E_K = 3mV_C^2/4$.

Работу совершает сила тяжести $A = mgh$. Натяжение нити работу не совершает, поскольку сила приложена в мгновенном центре скоростей.

Применяя теорему, имеем: $3mV_C^2/4 = mgh$ и зависимость значения скорости центра масс от проходимого им расстояния имеет вид: $V_C = \sqrt{4gh/3}$.

Используемый метод определения скоростей точек твердого тела можно освоить посредством решения задач не только кинематики, но и применить его в динамике, и изучая теорему об изменении кинетической энергии для системы твердых тел. При этом у обучающихся вырабатывается общая схема решения

задач на вращательное движение. Освоение данного метода в элективном курсе профильной школы позволит осуществлять эффективную подготовку обучающихся к решению олимпиадных заданий по физике, а также итоговой государственной аттестации в форме Единого государственного экзамена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бендриков Г.А., Буховцев Б.В., Керженцев В.В., Мякишев Г.Я. Задачи по физике для поступающих в вузы: Учебное пособие: М.: Физматлит, 2013. 344 с.
2. Задачи по физике: учебное пособие / Под ред. Савченко О.А. М.: Наука, 2011. 416 с.
3. Касьянов В.А. Физика. 10 класс. Учебник. М.: Дрофа, 2013. 298 с.
4. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования (Приложение к приказу Министерства образования России от 18.07.02. №2783) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.eidos.ru/> (дата обращения: 25.04.2016).
5. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.В., Чаругин В.М. Физика. 10 класс. Учебник. М.: Просвещение, 2010. 399 с.
6. Хижнякова Л.С. Синявина А.А., Кудрявцев В.В., Холина С.А. Физика: программы: 7-9 классы, 10-11 классы. М.: Вентана-Граф, 2014. 288 с.
7. Хижнякова Л.С., Синявина А.А., Холина С.А., Кудрявцев В.В. Физика. 10 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровни. ФГОС. М.: Вентана-Граф, 2014. 400 с.

REFERENCES

1. Bendrikov G.A., Bukhovtsev B.V., Kerzhentsev V.V., Myakishev G.YA. Zadachi po fizike dlya postupayushchikh v vuzy: Uchebnoe posobie [Problems in physics for students of higher education: textbook]. M., Fizmatlit, 2013. 344 p.
2. Zadachi po fizike: uchebnoe posobie [Problems in physics: textbook]. M., Nauka, 2011. 416 p.
3. Kas'yanov V.A. Fizika. 10 klass. Uchebnik [Physics. Grade 10. Textbook]. M., Drofa, 2013. 298 p.
4. Kontseptsiya profil'nogo obucheniya na starshei stupeni obshchego obrazovaniya (Prilozhenie k prikazu Ministerstva obrazovaniya Rossii ot 18.07.02. №2783) [Elektronnyi resurs]. [The concept of profile training at the senior stage of General education (Annex to the order of Ministry of education of Russia dated 18.07.02. No. 2783) [E-source].] - URL: <http://www.eidos.ru/> (request date 25.04.2016)
5. Myakishev G.YA., Bukhovtsev B.B., Charugin V.M. Fizika. 10 klass. Uchebnik [Physics. Grade 10. Textbook]. M., Prosveshchenie, 2010. 399 p.
6. Khizhnyakova L.S., Sinyavina A.A., Kudryavtsev V.V., Kholina S.A. Fizika: programmy: 7-

9 klassy, 10-11 klassy [Physics: programs: 7-9 grades and 10-11 grades]. M., Ventana-Graf, 2014. 288 p.

7. Khizhnyakova L.S., Sinyavina A.A., Kholina S.A., Kudryavtsev V.V. Fizika. 10 klass. Uchebnik. Bazovyi i uglublennyyi urovni. FGOS [Physics. Grade 10. Textbook. Basic and advanced levels.]. M., Ventana-Graf, 2014. 400 p.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Харыбина Ирина Николаевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры теоретической механики и сопротивления материалов, Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»;
e-mail: irina_stan@mail.ru;

Холина Светлана Александровна – кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой методики преподавания физики, Московский государственный областной университет;
e-mail: svetaholina@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Kharybina Irina Nikolaevna – candidate of pedagogical sciences, assistant professor of the Department of Theoretical Mechanics and Strength of Materials, Moscow State Technological University 'STANKIN';
e-mail: irina_stan@mail.ru;

Kholina Svetlana Aleksandrovna – candidate of pedagogical sciences, head of the Department of Methodology of Teaching Physics, Moscow State Regional University;
e-mail: svetaholina@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Харыбина И.Н., Холина С.А. Изучение вращательного движения твёрдого тела в элективном курсе профильной школы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 91–100.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-91-100.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

I. Kharybina, S. Kholina Studying rotational motion of a solid body in profile school elective courses // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 91–100.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-91-100.

УДК 37.016:53

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-101-110

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ И КОНСТРУКТОРСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПРИ РАССМОТРЕНИИ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО МЕТОДА ПО ФИЗИКЕ

Казначеева Т.А.*ГБОУ Школа № 64**121351 Москва, Партизанская улица, дом 30, корпус 2, строение 1*

Аннотация. В статье рассмотрена методика изучения естественнонаучного метода познания природы и результаты экспериментальной практики в пропедевтическом курсе физики. В ней также изложено описание видов работ разного типа, к каждой из которых есть характеристика. Цель естественнонаучного метода заключается в получении научных знаний о природных объектах и явлениях. Также представлены примеры из цикла заданий некоторых исследовательских и конструкторских работ, в которых показаны этапы их проведения и виды деятельности обучающего в ходе их исполнения.

Ключевые слова: исследование, учебная деятельность, конструирование.

RESEARCH AND DEVELOPMENT ACTIVITIES IN THE CONSIDERATION OF THE SCIENTIFIC METHOD IN PHYSICS

T. Kaznacheeva*GBOU School No. 64, Partizanskaya ul. 30, Korpus. 2, Stroenie 1, 121351 Moscow, Russia*

Abstract. We consider the methods of studying the scientific method of cognition of nature and the results of experimental practice in the propaedeutic course in physics. We describe works of different types, each of which has a characteristic. The purpose of the scientific method is to obtain scientific knowledge about natural objects and phenomena. Examples from the series of tasks of some research and development work are presented, which show their stages and activities of training during their execution.

Key words: research, educational activities, designing.

Научный метод познания стал формироваться ещё в начале XVII в. Начиная с этого времени, он стал использоваться в естественных науках. Познание включает в себя: наблюдение, выдвижение гипотезы, эксперимент, моделирование.

Методы познания природы были определены к XVIII веку. Значительный вклад в решение проблемы формирования метода познания внёс Мултановский М. М. [1]. Им разработана методика формирования теоретических обобщений. По его мнению, теория познания есть общая теория, уясняющая саму природу познавательной деятельности человека в различных областях деятельности.

В основу изложения метода практических заданий положен метод Галилея [2]. Цель естественнонаучного метода заключается в получении научных знаний о природных объектах и явлениях и методика его освоения необходима при изучении систематического курса физики. Д. И. Писарев утверждал, что именно естественные науки способны развивать детей и формировать у них глубокие и прочные знания: «знания о природе вполне соответствуют естественным потребностям детского ума. Первые проблески ребяческой любознательности направляются прямо на окружающие впечатления» [1]. Основная идея пропедевтического курса – это освоение естественнонаучного метода через решение творческих заданий, в которых можно проследить следующие этапы: подготовительный, включающий в себя объект исследования, теорию материала, вопросы и задания; основной этап, состоящий из цели исследования, гипотезы и порядка его выполнения; заключительный этап предполагает наличие вывода, выполнение заданий на заполнение пропусков или выполнение задач. Качество усвоения знаний определяется многообразием и характером универсальных действий.

Отличительной особенностью методики освоения естественнонаучного метода является ступенчатость его изучения, то есть задания выстроены по мере их усложнения в деятельности обучающего. Первая ступень предполагает наблюдение явлений, выдвижение гипотезы и формулировки выводов, на второй ступени в процесс освоения включены простейшие приборы, отрабатываются умения построения таблиц и графиков зависимости, и последний этап рассматривает уже самостоятельное конструирование

приборов с последующим их применением для объяснения и исследования определенного явления.

Изучение естественнонаучного метода познания природы осуществляется посредством внедрения в учебный процесс пропедевтического курса в пятых – шестых классах. К началу обучения обучающийся должен уметь составлять план рассказа; структурировать, создавать, применять и преобразовывать тексты в модели и схемы для решения поставленных задач; решать уравнения.

Последовательность задач подчиняется определенной логике, основанной на разделении заданий по способу деятельности обучающего. Для активизации познавательной деятельности предлагаются задания разных типов. Первый тип заданий – исследовательские. Исследование явлений начинается с наблюдения. Оно выражается во многих случаях умением предсказать результат. Исследовательские задания требуют аргументированного ответа на поставленный вопрос. Здесь обучающийся не может оставаться в роли пассивного наблюдателя, он находится в позиции исследователя, чтобы открыть новое явление [3–5]. Исследовательская деятельность обучающихся одна из актуальных проблем нашего современного образования. Успешное ее осуществление требует наличия у обучающихся исследовательских способностей. Для такого вида деятельности характерно внимательность, ответственность выполнения заданий, умение прийти к правильному выводу и подтвердить или опровергнуть гипотезу, использование приобретенных знаний и умений для решения поставленных задач, развитие у обучающихся исследовательских умений (проводить эксперимент, обобщать, анализировать). При этом обучающийся выделяет и фиксирует в памяти те общие черты из наблюдения, которые важны для проведения эксперимента. Это ведет к образованию понятий, которые являются первым шагом на пути познания природы. Все операции, за исключением формулировки гипотезы, обучающиеся выполняют самостоятельно.

Рассмотрим более подробно работу исследовательского характера.

Пример задания: «Температура предметов, удаленных от Солнца».

Исследование начинается с изучения теоретического материала о планетах Солнечной системы, о температуре планет, удаленных от Солнца на разные расстояния. Формулируется цель исследования, которая обосновывает

представление о результате работы: «Измерить температуру предметов, удаленных от источника света». Для выполнения исследования использовались термометр, лампа, линейка. Важным моментом исследования являлось выдвижение гипотезы и ее проверка: «Термометр, который расположен ближе к источнику света будут показывать более _____ температуру». Так как работа проводилась с обучающимися пятых классов, то при формулировке гипотезы обучающиеся вместо пропусков в представленную гипотезу, вставляли слова, что позволяло им на начальном этапе обучения правильно ее формулировать. При выполнении работы нужно было поместить один термометр на расстоянии 10 см от лампы, а другой около 100 см. Лампа ставилась около нулевой отметки линейки. Спустя 10 минут снимались показания термометров. На основании полученных данных, были сделаны выводы о распределении тепла на планетах по мере их удаленности от Солнца.

Пример задания: «Почему небо имеет голубой цвет?».

В начале исследования обучающиеся знакомятся со строением земной атмосферы. На основе предложенных им теорий, описывающих оптические явления в атмосфере, предлагается ответить, почему Землю называют голубой планетой. В ходе выполнения работы обучающиеся знакомятся с понятием «рассеяние света». Для этого они пропускают луч света через стакан с чистой водой и водой с молоком. Обучающиеся видят, что луч света проходит только через чистую воду, а в воде, разбавленной молоком, приобретает голубовато – серый оттенок. На основе данного наблюдения обучающиеся делают вывод о том, что голубой цвет неба обусловлен рассеянием света в атмосфере.

Второй тип исследовательских заданий сопровождается измерениями физических величин, составлением таблиц, построением графиков. Такие задания заставляют обучающего анализировать результаты, приучают творчески подходить к решению задачи. Они работают с измерительными приборами, определяют цену деления и погрешность измерения. Обучающиеся получают возможность посмотреть на свои исследования с позиции ученого и ощутить все требования к таким заданиям.

Пример задания. «Измерить площадь фигуры на рисунке с помощью палетки».

Используя иллюстрацию, вводится понятие «палетка», обсуждается способ измерения с ее помощью площади фигуры. Внимание обучающихся обращается на единицы измерения площади. Используя формулу:

$$S = m + \frac{n}{2},$$

где m – число полных клеток внутри фигуры, а n – число клеток, входящих в фигуру частично, S – площадь фигуры, обучающимся предлагается измерить площадь Каспийского моря по физической карте. Задание направлено на отработку умений работать с палеткой, применения формулы для расчета площади.

Пример задания. «Определение пройденного пути от дома до школы».

Обучающиеся выбирают маршрут своего движения, например, дорогу от дома до школы.

С помощью рулетки или сантиметровой ленты, обучающиеся измеряют длину одного шага. Затем считают количество шагов, сделанных при движении по выбранному маршруту. Все измерения заносятся в таблицу в соответствующих единицах измерения. При выполнении этого исследования у обучающихся формируются и отрабатываются умения пользования масштабом на практике, навыки работы с измерительными инструментами; умение продумывать алгоритм действий для получения результата.

По данным исследования нужно заполнить таблицу, вычислив путь по формуле $S = L \cdot n$, и выразить полученное значение в указанных единицах измерения.

Таблица 1.

L , см	n , шт.	S , см	S , м	S , км

L – длина одного шага, n – количество шагов, S – длина пути.

Полученный результат сравнивается с расстоянием, определенным по карте, для чего можно распечатать файл с маршрутом, используя карту из любой поисковой системы в интернете. В ходе выполнения задания обучающиеся осваивают такие способы действий, как вычисление длины пути с использованием формулы, представление полученного результата в различных

единицах измерения, сравнение результатов, полученных различными способами.

Пример задания. «Изучение простейшего подъемного механизма – полиспаста».

Полиспаст представляет собой комбинацию n блоков (подвижных и неподвижных) (Рис. 1а). Вес поднимаемого груза $P = F_{\text{тяж}}$ распределяется на несколько ветвей каната, поэтому к тяговому концу каната прикладывается усилие в $2n$ раз меньшее веса груза $F = F_{\text{тяж}}/2n$. (Рис. 1б). Давая выигрыш в силе, полиспаст соответственно уменьшает скорость подъема груза.

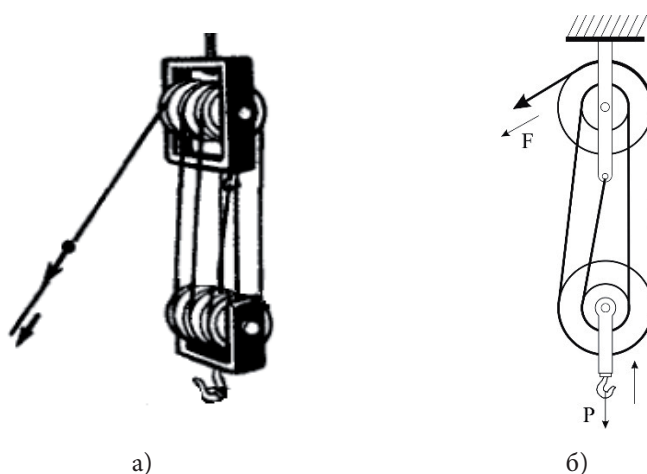


Рис. 1. Полиспаст: общий вид устройства (а) и принцип работы (б).

В процессе проведения эксперимента обучающиеся привязывают один конец веревки к ручке одной из палок, помещая палки на расстоянии 50 см друг от друга, а другим концом обматывают палки несколько раз. В то время как двое обучающихся пытаются развести палки в стороны, другой в одиночку сдвигает палки вместе за свободный конец веревки. В результате они убеждаются в том, что палки и веревка ведут себя как полиспаст, выигрыш в силе получается благодаря веревке, намотанной на палки. Практическое применение механизма иллюстрирует следующая задача: В 1344 г. настоятель одного из афинских монастырей Койновитис перебрался со своей общиной в Метеору. Здесь на просторной плоской вершине одной из скал монахи построили Большой Метеорский монастырь. Монашеская обитель на скале

надёжно защищала обитателей от любых незваных гостей, поскольку добраться до неё можно было только по верёвочной лестнице, поднимавшейся в случае опасности. Поскольку взбираться по лестницам, а тем более поднимать грузы было непросто, впоследствии для подъёма наверх стали использовать сети на блоках. Какую силу необходимо прикладывать к сети, чтобы поднять груз массой 40 кг на высоту 20 м, используя неподвижный блок? Как изменится сила, если неподвижный блок заменить на подвижный [2]?

Выполненная работа предполагает формирование у обучающихся умений анализировать полученные знания, позволяет проверить уровень вычислительных умений.

Задания третьего типа – конструкторские.

В конструкторской деятельности заложены возможности формирования умения думать, использовать теоретический материал, работать с наглядным материалом. Они также требуют от обучающихся творческого подхода и развёрнутого решения. Такая деятельность призвана решать не только познавательные задачи, но и ориентировать обучающихся на ключевые проблемы исследования.

Пример задания. «Изготовление оптического прибора: камеры-обскуры».

Гипотеза исследования: Если поместить непрозрачную диафрагму с небольшим отверстием на пути световых лучей, то отдельные световые лучи от каждой части наблюдаемого объекта попадут на разные части экрана, расположенного _____ диафрагмой. В результате можно получить действительное, _____, перевернутое, а также относительно четкое изображение наблюдаемого _____ [6].

Обучающимся в ходе беседы рассказывается об этом оптическом устройстве, о его конструкции и изобретении. Выполняется конструирование прибора из простых материалов. Обучающиеся выполняют заготовки подвижных частей из плотной бумаги, экран из кальки, и путем перемещения этих частей друг относительно друга получают изображение освещенного предмета. Кроме этого при конструировании использовался метод моделирования.

Пример задания. «Получение изображения ночного неба».

Цель исследования: показать, как в планетарии получают изображение ночного неба. Чтобы показать ночное небо, в планетарии используют шар, в

котором сделаны отверстия, соответствующие отдельным звездам и созвездиям. Экспериментальная установка обучающихся состояла из прямоугольной картонки с небольшим отверстием круглой формы, фонарика и куска черной бумаги с семью отверстиями. Свет от источника, попадая на круглое отверстие, позволял получить на стене отчетливо видные светлые точки. В заключительной части работы обучающиеся выступали с докладами на тему «Созвездия». Такой вид деятельности предвещает проработку научной информации, умение работать с текстом, выделение главной мысли, умение ее излагать. У обучающихся формируется правильно построенная речь, лаконичность и четкость изложения.

Экспериментальная работа по предложенным заданиям из учебно-методического пособия [6] проводилась на базе Центра образования № 1488 и ГБОУ СОШ № 64, в которых кабинеты физики оснащены необходимым оборудованием, техническими средствами обучения, дополнительной и учебной литературой. Обучающиеся выступали с защитой проектов по проделанной работе, учитель награжден дипломом III степени в номинации "Лучший учительский опыт по организации учебной деятельности развивающего типа". При дальнейшем изучении курса физики в средней школе обучающиеся, которые выполняли исследовательские и конструкторские задания на пропедевтическом курсе, демонстрировали высокое качество усвоения понятий, законов, применение их в решении задач, а также охотно принимали участие в олимпиадах и конференциях, занимая призовые места.

Рассмотренные задания разного типа взаимно дополняют друг друга. Каждый вид работы способствует формированию определенных навыков и умений. Успешное выполнение исследовательских и конструкторских работ, освоение представленного материала, выступление перед аудиторией на открытых мероприятиях по физике с демонстрацией результатов выполнения заданий и дальнейшем рассказе о проделанной работе и ее смысле, а также активное участие в олимпиадах служит основанием необходимости внедрения данного пропедевтического курса с представленными видами деятельности на начальных этапах изучения физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мултановский В.В. Физические взаимодействия и картина мира в школьном курсе: Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1977. 168 с.
2. Синявина А.А. Методы познания природы как системообразующие факторы конструирования содержания курса физики основной школы (на примере электрического поля) // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2012. № 2. С. 72–81.
3. Холина С.А. Требования к достижениям учащихся при изучении механического движения в курсе физики основной школы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2012. № 1. С.115–121.
4. Хижнякова Л.С., Синявина А.А., Холина С.А. и др. Физика. 7 класс: рабочая тетрадь № 1 для учащихся образовательных учреждений. М.: Вентана-Граф, 2012. с. 80.
5. Резников Л. И. Перестройка курса физики средней школы в свете современных достижений науки // Известия АПН РСФСР выпуск 141. М.: Просвещение, 1965. 168 с.
6. Казначеева Т.А. Методика ознакомления учащихся 5-6 классов с исследовательскими методами физики: учебно-методическое пособие. М.: ИИУ МГОУ, 2013. 98 с.

REFERENCES

1. Multanovskii V.V. Fizicheskie vzaimodeistviya i kartina mira v shkol'nom kurse: Posobie dlya uchitelya [Physical interaction and world view in school course: a Guide for teachers]. M., Prosveshchenie, 1977. 168 p.
2. Sinyavina A.A. Metody poznaniya prirody kak sistemoobrazuyushchie faktory konstruirovaniya soderzhaniya kursa fiziki osnovnoi shkoly (na primere elektricheskogo polya) [Methods of cognition of nature as system-forming factors of developing the content of the physics course for the basic school (for example, electric field)] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika. 2012. no. 2. pp. 72–81.
3. Kholina S.A. Trebovaniya k dostizheniyam uchashchikhsya pri izuchenii mekhanicheskogo dvizheniya v kurse fiziki osnovnoi shkoly [Requirements for students] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika. 2012. no. 1. pp. 115–121.
4. Khizhnyakova L.S., Sinyavina A.A., Kholina S.A., et al. Fizika. 7 klass: rabochaya tetrad' № 1 dlya uchashchikhsya obrazovatel'nykh uchrezhdenii [Physics. 7 grade: workbook no. 1

- for students of educational institutions]. M., Ventana-Graf, 2012. p. 80.
5. Reznikov L. I. Perestroika kursa fiziki srednei shkoly v svete sovremennykh dostizhenii nauki // Izvestiya APN RSFSR. Vypusk 141 [The restructuring of the physics course of secondary school in the light of modern science // Izv. Akad. Ped. Nauk RSFSR. Issue 141]. M., Prosveshchenie, 1965. 168 p.
 6. Kaznacheeva T.A. Metodika oznakomleniya uchashchikhsya 5-6 klassov s issledovatel'skimi metodami fiziki: uchebno-metodicheskoe posobie [The technique of acquaintance of pupils of 5-6 classes with the research methods of physics: textbook]. M., IPU MGOU, 2013. 98 p.
-

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Казначеева Татьяна Александровна – учитель, Москва, ГБОУ Школа № 64;
e-mail: kaa0505@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Kaznacheeva Tatiana Aleksandrovna – teacher, GBOU School No. 64;
e-mail: kaa0505@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Казначеева Т.А. Исследовательская и конструкторская деятельность при рассмотрении естественнонаучного метода по физике // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 101–110.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-101-110.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

T. Kaznacheeva Research and development activities in the consideration of the scientific method in physics // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 101–110.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-101-110.

УДК 378

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-111-124

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ» В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Власова Е.А.¹, Латышев А.В.², Попов В.С.¹, Солдатенко И.Г.¹

¹ *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, Российская Федерация*

² *Московский государственный областной университет
105005, Москва, ул. Радио, д. 10а, Российская Федерация*

Аннотация. Обобщен опыт преподавания дисциплины «Аналитическая геометрия» студентам технического университета. Описаны место и назначение курса в рамках профессионального инженерного образования. Указана важность дисциплины в формировании у студента познавательных, творческих и общепрофессиональных компетенций. Представлены методические проблемы преподавания дисциплины, основные идеи их разрешения, методы и приемы обучения, организации самостоятельной работы студентов, педагогические инструменты достижения поставленных целей. Обозначены наиболее важные проблемы, возникающие при переходе к модульно-рейтинговой системе оценивания учебных достижений, указаны возможные пути их преодоления.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, методические проблемы преподавания, приемы обучения, оценочные средства, модульно-рейтинговая система

METHODOLOGICAL ASPECTS OF THE SUBJECT 'ANALYTIC GEOMETRY' AT THE TECHNICAL UNIVERSITY

E. Vlasova¹, A. Latyshev², V. Popov¹, I. Soldatenko¹

¹ *Bauman Moscow State Technical University, ul. 2-ya Baumanskaya 5, 105005 Moscow, Russia;*

² *Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia*

Abstract. This paper summarizes the experience of teaching the course of 'Analytic geometry' to students of a Technical University. The purpose and the application area of the course within the professional education are described. We show the importance of the discipline in the formation of a student's cognitive, creative and professional competencies. We present the methodological problems of teaching, the main ideas of their resolution, methods and techniques of teaching, organization of students' independent work, and pedagogical tools for goal achievement. We describe the most important issues arising as a result of the transition to the rating system of evaluation of educational achievements and possible ways of overcoming them.

Keywords: analytic geometry, methodological problems of teaching, teaching techniques, assessment tools, module-rating system.

Введение

Аналитическая геометрия – раздел математики, где исследование геометрических объектов происходит с помощью алгебраического анализа. Аналитический метод в геометрии был создан в 17 в. благодаря работам Ферма, Декарта, Лейбница, Ньютона, Эйлера и др. Разнообразие геометрических объектов выдвигает требование принятия одного из них за первичный, с помощью которого можно образовывать все остальные. За такой первичный объект принята точка. Всякий другой геометрический объект, например, линия или же поверхность, рассматривается как геометрическое место точек, обладающих некоторым общим свойством. Числа, определяющие положение точки на плоскости или в пространстве, называют ее координатами. Общее свойство всех точек геометрического места позволяет связать координаты с уравнением геометрического объекта. И обратно, всякому уравнению в некоторой системе координат сопоставляется геометрическое место точек плоскости или пространства, координаты которых удовлетворяют этому уравнению. Таким образом, изучение геометрических объектов сводится к изучению уравнений.

Остановимся на особенностях преподавания этой дисциплины, учитывая опыт изложения аналитической геометрии в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Цели и задачи дисциплины

Аналитическая геометрия играет важную роль в формировании строго математического мышления, прививает навыки наглядного представления

результатов исследований в различных областях знаний с помощью геометрических образов. Она является одной из основополагающих наук в познании Вселенной: многие математические и физические понятия тесно связаны с геометрией и могут быть представлены визуально на плоскости или в обычном трехмерном пространстве. Аналитическая геометрия – математическая дисциплина, которая расширяет кругозор, формирует мировоззрение, позволяет понять многообразие и единство окружающего нас мира, оценить его красоту.

Дисциплина «Аналитическая геометрия» входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла учебного плана студентов. Продолжительность изучения – семестр. Трудоемкость дисциплины – 4 зачётные единицы. На аудиторную работу отводится около 60 процентов времени, остальное – для самостоятельной работы.

Основными целями изучения дисциплины являются приобретение теоретических знаний основ аналитической геометрии и практических навыков по использованию стандартных методов решения типовых задач.

Главные задачи освоения дисциплины – ознакомить студентов с основами векторной алгебры; уравнениями прямой на плоскости; прямой и плоскости в пространстве; уравнениями кривых и поверхностей второго порядка; теорией решения однородных и неоднородных систем линейных алгебраических уравнений, с приложением этой теории к различным задачам геометрии и физики; привить умение самостоятельно изучать литературу; развивать логическое и алгоритмическое мышление.

Изучение дисциплины «Аналитическая геометрия» должно способствовать формированию навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении дисциплин математического, естественнонаучного и профессионального циклов образовательной программы.

Дисциплина имеет два модуля: 1. «Векторная алгебра. Прямые и плоскости», 2. «Кривые и поверхности второго порядка. Матрицы и системы линейных алгебраических уравнений». В состав каждого модуля входит самостоятельная работа студентов, которая предусматривает выполнение домашнего задания и рубежного контроля. Оценка результатов освоения каждого модуля и

дисциплины в целом проводится на основе модульно-рейтинговой системы [1; 2].

Результаты освоения дисциплины

Важность изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» состоит в формировании у студентов познавательных, творческих и общепрофессиональных компетенций (в частности, способности к саморазвитию, творческому применению полученных знаний). В результате изучения дисциплины у обучающихся на основе полученных знаний и приобретенных умений, и навыков должны быть сформированы следующие профессиональные компетенции.

Студент должен:

- владеть терминологией основных разделов дисциплины: векторной алгебры, метода координат, прямой на плоскости, прямой и плоскости в пространстве, теории кривых и поверхностей второго порядка, теории матриц и определителей, систем линейных алгебраических уравнений;
- иметь представление об основных источниках информации по дисциплине, самостоятельно работать со справочной и учебно-методической литературой;
- освоить основные понятия и теоремы дисциплины, быть готовым к применению полученных теоретических и практических навыков для поиска и решения стандартных и нестандартных задач аналитической геометрии;
- иметь представление и применять основные пакеты прикладных математических программ для численных и аналитических расчетов (Maple, Mathematica, MATLAB, MATHCad и др.).

В результате изучения дисциплины «Аналитическая геометрия» формируются компетенции: системного аналитического мышления – способность к системному мышлению и анализу, к аналитической оценке событий и процессов в природе, технике и обществе; креативности – способность к творчеству, генерации новых идей, созданию нового знания; обобщения – способность к самостоятельному формированию выводов и подготовке научных и аналитических отчётов, публикаций и презентаций.

Проблемы обучения

В начале изучения дисциплины обобщаются школьные знания геометрии, повторяются основные понятия (точка, отрезок, координаты точки, системы координат и т.д.), а затем идет процесс ввода новой информации и специфичной терминологии. Здесь появляются трудности в освоении дисциплины, и поэтому следует разработать компактный и удобный справочный материал в виде методических пособий, содержащих теоретический материал и подробные решения большого количества задач по каждой изучаемой теме.

Оценочные средства

Оценка результатов освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» проводится на основе модульно-рейтинговой системы [2; 3]. Эта система предполагает непрерывность контроля работы и успеваемости студентов в течение всего срока обучения, способствует активизации, систематичности работы студентов, повышает мотивацию студентов к получению знаний. Проведение промежуточных рейтинговых аттестационных оценок полученных знаний способствует равномерному освоению дисциплин, снижает перегрузки и напряженность в работе студентов.

Модульно-рейтинговая система предполагает, что учебная дисциплина (курс) делится на модули, состоящие из логически завершенных частей курса. Модуль (блок) содержит набор контрольных мероприятий, каждое из которых оценивается некоторым числом баллов, называемое рейтингом. Суммарный балл по всем отдельным модулям, входящим в состав учебного курса, определяет рейтинг студента за работу в течение семестра (промежуточный рейтинг). Итоговый рейтинг за изучение дисциплины складывается из промежуточных рейтингов и рубежного рейтинга – баллов, набранных студентом за сдачу экзамена (зачета). В дальнейшем итоговый рейтинг переводится согласно принятой таблицы в пятибалльную оценку [3; 4].

Программа дисциплины «Аналитическая геометрия» предусматривает в каждом из двух модулей проведение двух контрольных мероприятий в форме домашнего задания и рубежного контроля [1]. Рубежный контроль проходит в письменной форме, обязательно включает теоретические вопросы (несколько

вопросов на определения основных понятий, формулировки теорем, один вопрос с доказательством) и практические задания.

Положительную роль в вопросе улучшения успеваемости студентов играет введение в расписание занятий самостоятельной работы (КСР) [5].

В течение изучения курса на занятиях, проводимых под контролем преподавателя (КСР), можно проводить консультации по теоретическим и практическим вопросам, а также устраивать тестирование студентов. Такой контроль в форме тестирования позволяет выявить уровень усвоения материала, скорректировать методику и технологию преподавания. Тестовый контроль позволяет оперативно проверить знания студентов, психологически меньше нагружает и студентов, и преподавателей. Тестовый материал должен содержать задания, проверяющие знание и понимание определений и теорем, предлагающие устанавливать причинно-следственные отношения, позволяющие проводить сравнения, сопоставления, распознавать противоречия в предлагаемых вариантах решений. Тестовые задания должны быть наглядными и несложными для выполнения. Для проверки терминологии это могут быть задания *открытой формы* с пропусками слов. Знание определений можно эффективно проверить с помощью заданий *закрытого типа* с большим набором ответов. Понять, как идет процесс освоения теоретического материала – осознанно или чисто механически, помогут задания *на соответствие*. Для диагностирования причинно-следственных знаний и умений можно конструировать *цепные задания*, в которых правильный ответ на последующее задание зависит от ответа на предыдущее. Для формирования навыков сравнения геометрических объектов, сопоставления, соотнесения, представления объекта в разных формах используются тестовые задания *идентификации*, содержащие графические элементы.

В Таблицах 1, 2, 3 представлены тестовые задания для проверки и закрепления знаний, полученных студентами по разделам «Векторная алгебра», «Матрицы», «Кривые второго порядка».

Тестовая проверка способствует формированию у студента постоянной проработки теоретического материала и выполнения текущих практических

задач. При этом студента, правильно выполнявшего тестовые задания в течение семестра, можно поощрить дополнительными рейтинговыми баллами.

Заключение

Преподавание в техническом университете дисциплины «Аналитическая геометрия» требует особого методического обеспечения, включающего справочную литературу, методические пособия и указания к решению задач, комплекты тестовых заданий, а также четко продуманной модульно-рейтинговой системы оценки знаний учащихся.

Таблица 1.

Тест по разделу «Векторная алгебра»

А. В следующих заданиях вставьте пропущенные слова или выражения.
1. Систему векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_k$ называют _____, если существует такой набор коэффициентов $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, одновременно не равных нулю, что $\lambda_1 \vec{a}_1 + \lambda_2 \vec{a}_2 + \dots + \lambda_k \vec{a}_k = \vec{0}$
2. Два вектора линейно зависимы тогда и только тогда, когда они _____.
3. Для того, чтобы два вектора были ортогональны, необходимо и достаточно чтобы их _____ равнялось нулю.
4. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны, то модуль их векторного произведения равен _____, построенного на этих векторах как на смежных сторонах.
5. Смешанное произведение трех некомпланарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равно _____, построенного на этих векторах как на ребрах, выходящих из одной вершины, взятого со знаком _____, если тройка векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – правая, и взятого со знаком _____ если эта тройка левая.
Б. В следующих заданиях выберите правильный ответ.
1. Система векторов $\vec{a} = \{1, 2, 3\}$, $\vec{b} = \{-2, 1, 0\}$, $\vec{c} = \{0, 3, 6\}$ а) линейно зависима, б) линейно независима.
2. Косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если векторы $\vec{m} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и $\vec{n} = 4\vec{a} + \vec{b}$ ортогональны, $ \vec{a} = 2$; $ \vec{b} = 3$ равен: а) $\frac{12}{19}$, б) $\frac{12}{13}$, в) $-\frac{12}{13}$, г) $-\frac{12}{19}$
3. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{-1, 1, 2\}$ и $\vec{b} = \{1, 1, -1\}$ как на сторонах равна: а) 14, б) 6, в) $\sqrt{14}$, г) $\sqrt{6}$.
4. Объем треугольной пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = \{1, -1, 2\}$; $\vec{b} = \{0, -2, 4\}$; $\vec{c} = \{-3, 1, 4\}$ как на ребрах, выходящих из одной вершины равен а) 10, б) 12, в) 4, г) 6, д) 3.

Таблица 2.

Тест по разделу «Матрицы»

А. В следующих заданиях вставьте пропущенные слова или выражения.	
1. Пусть A квадратная матрица порядка n . Квадратную матрицу B того же порядка называют _____ к A , если $AB = BA = E$, где E – единичная матрица порядка n .	
2. Для того, чтобы квадратная матрица A порядка n имела обратную, необходимо и достаточно, чтобы _____.	
3. Рангом матрицы называют число, которое равно _____.	
4. Базисные строки (столбцы) матрицы A , соответствующие любому ее базисному минору M , _____. Любые строки (столбцы) матрицы A , не входящие в M , являются _____ базисных строк (столбцов).	
5. Для совместности неоднородной СЛАУ необходимо и достаточно, чтобы _____ ее матрицы был равен _____ ее _____ матрицы.	
Б. В следующих заданиях выберите правильный ответ.	
1. Матрица A^{-1} , обратная к матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ равна:	
а) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, г) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.	
2. Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -4 & -2 & -4 & 6 \\ 4 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ равен: а) 1, б) 2, в) 3, г) 4.	
3. Решением матричного уравнения, $A \cdot X = B$ является матрица X , равная:	
а) $X = B \cdot A^{-1}$, б) $X = B^{-1} \cdot A$, в) $X = A^{-1} \cdot B$, г) $X = A \cdot B^{-1}$	
4. Система неоднородных СЛАУ	
$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$	
а) совместна, б) несовместна.	

Таблица 3.

Тест по разделу «Кривые второго порядка»

А. В следующих заданиях вставьте пропущенные слова или выражения.
1. Геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых <i>фокусами</i> , есть постоянная величина, большая, чем расстояние между фокусами, называется _____.
2. Геометрическое место точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний каждой из которых до двух данных точек этой плоскости, называемых <i>фокусами</i> , есть постоянная величина, меньшая, чем расстояние между фокусами, называется _____.
3. Геометрическое место точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от фиксированной точки, называемой <i>фокусом</i> , и фиксированной прямой, называемой <i>директрисой</i> , называют _____.
4. _____ называют геометрическое место точек плоскости, равноотстоящих от одной данной точки этой плоскости, называемой <i>центром</i> .
Б. В следующих заданиях выберите правильный ответ.
1. Какой тип кривой определяет следующее уравнение второго порядка $3x^2 - 2y^2 + 5x - y + 1 = 0$? а) эллиптический; б) гиперболический; в) параболический.
2. Какой тип кривой определяет следующее уравнение второго порядка $3x^2 + 2y^2 + 5x - y + 1 = 0$? а) эллиптический; б) гиперболический; в) параболический.
3. Какой тип кривой определяет следующее уравнение второго порядка $3x^2 + 5x - y + 1 = 0$? а) эллиптический; б) гиперболический; в) параболический.

В. В следующих заданиях выберите правильный ответ.

1. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис. 1

а) $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1;$

б) $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1;$

в) $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1;$

г) $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1.$

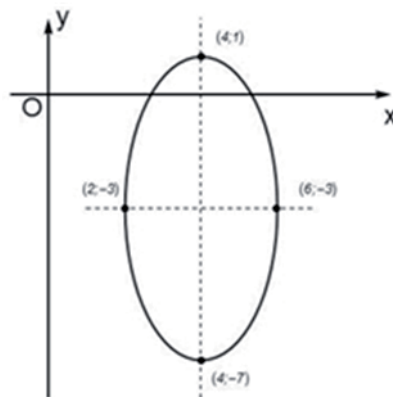


Рис. 1

2. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис 2

а) $\frac{(x-4)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1;$

б) $\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1;$

в) $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{16} = 1;$

г) $\frac{(x+4)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1.$

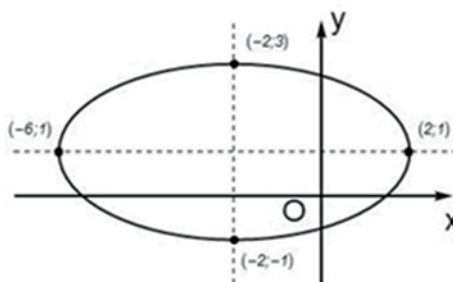


Рис. 2

3. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис 3

а) $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = -1;$

б) $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1;$

в) $\frac{(x+2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1;$

г) $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1.$

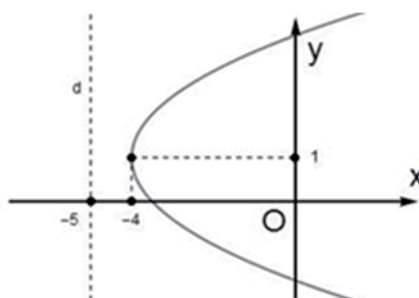


Рис. 3

4. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис. 4

- а) $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$;
 б) $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = -1$;
 в) $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = -1$;
 г) $\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = -1$.

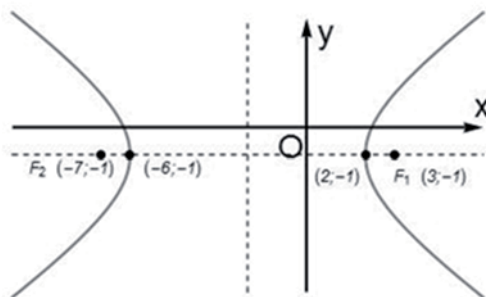


Рис. 4

5. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис 5

- а) $(y+1)^2 = 4(x-4)$;
 б) $(y-1)^2 = -4(x+4)$;
 в) $(y-1)^2 = 4(x+4)$;
 г) $(x+4)^2 = 4(y-1)$.

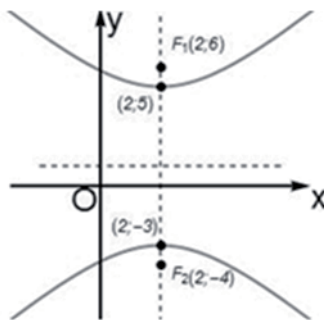


Рис. 5

6. Выберите уравнение, которое описывает кривую, изображенную на рис 6

- а) $(y+3)^2 = 8(y-2)$;
 б) $(y-2)^2 = -8(x+3)$;
 в) $(x+3)^2 = -8(y-2)$;
 г) $(x-3)^2 = -8(y+2)$.

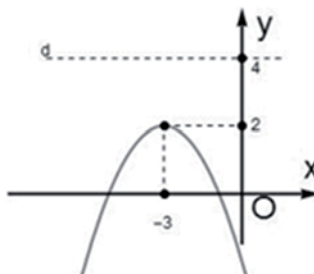


Рис. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова Е.А., Попов В.С. О разработке вузовских учебных программ математических дисциплин // Проблемы совершенствования качества образования: материалы четвертой международной научно-практической конференции, Орехово-Зуево, 17 февраля 2012 г. Орехово-Зуево: Изд-во Орехово-Зуевского филиала института экономики и предпринимательства, 2012. С. 52–57.
2. Власова Е.А., Попов В.С. Блочно-модульная система преподавания: разработка учебных программ // Проблемы совершенствования качества образования: материалы пятой международной научно-практической конференции. Орехово-Зуево: Изд-во Орехово-Зуевского филиала института экономики и предпринимательства, 2013. С. 83–90.
3. Власова Е.А., Грибов А.Ф., Попов В.С., Латышев А.В. Принципы модульно-рейтинговой системы преподавания высшей математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия Физика-математика. 2013. № 3. С. 93–99.
4. Власова Е.А., Грибов А.Ф., Попов В.С., Латышев А.В. Развитие мотивационных стимулов обучения в рамках модульно-рейтинговой системы организации учебного процесса // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2014. № 1. С. 48–53.
5. Власова Е.А., Попов В.С., Латышев А.В. Методические аспекты обеспечения дисциплины «Линейная алгебра» в техническом университете // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2015. № 3. С. 69–85.

REFERENCES

1. Vlasova E.A., Popov V.S. O razrabotke vuzovskikh uchebnykh programm matematicheskikh distsiplin [On the development of undergraduate curricula in mathematical disciplines] Problemy sovershenstvovaniya kachestva obrazovaniya: materialy chetvertoi mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Orekhovo-Zuevo, 17 fevralya 2012 g [Problems of improving the quality of education: materials of the fourth international scientific-practical conference, Orekhovo-Zuevo, 17 Feb 2012]. Orekhovo-Zuevo, Izd-vo Orekhovo-Zuevskogo filiala instituta ekonomiki i predprinimatel'stva, 2012. pp. 52–57.
2. Vlasova E.A., Popov V.S. Blochno-modul'naya sistema prepodavaniya: razrabotka uchebnykh programm [Modular system of teaching: curriculum development] Problemy sovershenstvovaniya kachestva obrazovaniya: materialy pyatoi mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii [Problems of improving the quality of education: materials of

- the fifth international scientific-practical conference]. Orekhovo-Zuyevo, Izd-vo Orekhovo-Zuevskogo filiala instituta ekonomiki i predprinimatel'stva, 2013. pp. 83–90.
3. Vlasova E.A., Gribov A.F., Popov V.S., Latyshev A.V. Printsipy modul'no-reitingovoi sistemy prepodavaniya vysshei matematiki [Principles of module-rating system of teaching mathematics] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya Fizika-matematika. 2013. no. 3. pp. 93–99.
 4. Vlasova E.A., Gribov A.F., Popov V.S., Latyshev A.V. Razvitie motivatsionnykh stimulov obucheniya v ramkakh modul'no-reitingovoi sistemy organizatsii uchebnogo protsessa [The development of motivational incentives for learning within module-rating system of organization of educational process] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika. 2014. no. 1. pp. 48–53.
 5. Vlasova E.A., Popov V.S., Latyshev A.V. Metodicheskie aspekty obespecheniya distsipliny «Lineinaya algebra» v tekhnicheskoy universitete [Methodological aspects of the discipline "Linear algebra" at the technical University] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika. 2015. no. 3. pp. 69–85.
-

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Власова Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана;
e-mail: elena.a.vlasova@yandex.ru;

Попов Владимир Семенович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана;
e-mail: vspopov@bk.ru;

Солдатенко Ирина Геннадьевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана;
e-mail: igsoldatenko@mail.ru;

Латышев Анатолий Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математический анализ и геометрия», Московский государственный областной университет;
e-mail: avlatyshev@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Dr. Vlasova Elena – candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor of the Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: elena.a.vlasova@yandex.ru;

Dr. Popov Vladimir – candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor of the Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: vspopov@bk.ru;

Dr. Soldatenko Irina – candidate of physical and mathematical sciences, assistant professor of the Applied Mathematics Department, Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: igsoldatenko@mail.ru;

Prof. Latyshev Anatoly – doctor of physical and mathematical sciences, professor of the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow State Regional University;
e-mail: avlatyshev@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Власова Е.А., Латышев А.В., Попов В.С., Солдатенко И.Г. Методические аспекты обеспечения дисциплины «Аналитическая геометрия» в техническом университете // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 111–124.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-111-124.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

E. Vlasova, A. Latyshev, V. Popov, I. Soldatenko Methodological aspects of the subject ‘Analytic geometry’ at the Technical University // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 111–124.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-111-124.

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ И ДИСПЕРСНЫХ СРЕД ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ, НАНОЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И ЭКОЛОГИЧНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

Беляев В.В., Зверев Н.В., Бедрикова Е.А.

*Московский государственный областной университет, 105005, Москва, ул. Радио,
10А, Российская Федерация*

14 и 21 апреля 2016 года на физико-математическом факультете в Московском государственном областном университете состоялась ежегодная международная научная конференция «Физические свойства материалов и дисперсных сред для элементов информационных систем, нанoeлектронных приборов и экологичных технологий». С каждым годом размах конференции растёт. В этом году в конференции приняли участие преподаватели, ведущие учёные, а также студенты и аспиранты из разных городов России – Санкт-Петербурга, Новосибирска, Махачкалы, Ярославля, Раменского, Троицка, из университетов, институтов РАН, промышленных НИИ и компаний. Среди авторов докладов – сотрудники организаций Белоруссии и Гонконга. Один выступивший аспирант является гражданином Республики Кот д'Ивуар. Проведение данной конференции уже стало приятной традицией.

14 апреля в конференции приняли участие преподаватели и научные работники ведущих вузов и научных организаций страны.

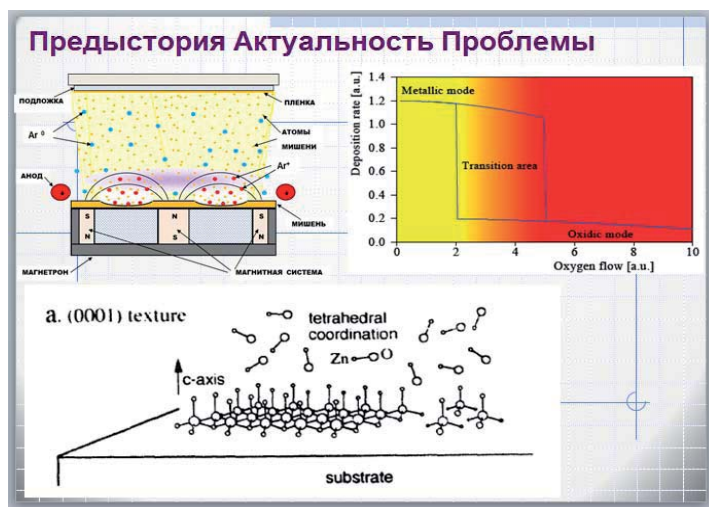
Доклады были представлены на русском и английском языках. Выступления всех докладчиков прошли на высоком профессиональном уровне и вызвали большой интерес и бурную дискуссию.



Участники международной конференции преподавателей и научных сотрудников

Первая часть данного мероприятия была посвящена физике газодисперсных сред и плотных систем. Следует особо отметить доклады М.М. Сычёва по декорированию наполнителя для управления структурой и свойствами нанокompозитов и А.Х. Абдуева по процессам газофазной кластеризации при магнетронном распылении цинка. Доклады вызвали большой интерес в связи с актуальностью тем и использованием полученных результатов в нанотехнологиях.

Во второй части были представлены доклады по физике конденсированных сред и жидких кристаллов. Актуальность данной тематики также связана с бурным развитием современных информационных технологий и физики низкоразмерных систем. Особо отмечены доклады А.С. Подгородней по анализу причин неравномерности цветности изображения на авиационных экранных модулях, Г.М. Жарковой по полимерно-дисперсным жидким кристаллам с неорганическими нанодобавками и К.Д. Нессемона по экономичному управлению светодиодным светильником.



А.Х. Абдуев, А.Ш. Асваров, Н.М. Алиханов, А. Ахмедов, В.В. Беляев, Ф.И. Высыкайло, Р.М. Эмиров «Процессы газофазной кластеризации при магнетронном распылении цинка»

После докладов состоялось заседание Российского отделения Дисплейного общества SID. На этом заседании были обсуждены проблемы, особенности и перспективы дальнейшего развития средств отображения информации.

Подводя итоги международной научной конференции, председатель Оргкомитета профессор, д.т.н. В.В. Беляев поблагодарил всех участников за работу и предоставленные материалы, которые будут включены в сборник тезисов докладов конференции.

21 апреля состоялась конференция студентов и аспирантов. Были представлены доклады по вопросам и проблемам математики, а также математической и теоретической физики. Доклады носили как научно-популярный, так и исследовательский характер, и вызвали живой интерес слушателей. Не только преподаватели, но и студенты принимали активное участие в обсуждении рассматриваемых вопросов и задач.

В первой части данной конференции выступили студенты и аспиранты с докладами по ведущим исследованиям. Среди этих докладов можно отметить доклады В.И. Аскеровой по возникновению поперечного и продольного тока в плазме под действием электромагнитной волны, А.И. Уткина по влиянию неоднородности электромагнитного поля на взаимодействие Н-волны с тонким металлическим слоем и А.Д. Курилова по низкотемпературному гранулометрическому анализу магнитной жидкости на основе керосина.

Вторая часть была посвящена защите бакалаврских работ по теоретической физике. Студенты успешно справились с поставленными перед ними задачами. Они в достаточной степени раскрыли суть изучаемых проблем и грамотно сформулировали полученные в ходе исследований результаты. Следует особо отметить выступления И.Е. Есиповой по теореме вириала и её применению в задачах статистической физики, а также А.Н. Потемкина по поступательной неравновесности смесей газов в ударных волнах.



А.Д. Курилов, Л.Ю. Фетисов, «Магнитогранулометрический анализ магнитной жидкости на основе керосина в области низких температур»

В заключении конференции председатель Оргкомитета профессор В.В. Беляев поблагодарил всех участников за интересные и полезные доклады и пожелал им успехов в научно-исследовательской деятельности.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Беляев Виктор Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики, Московский государственный областной университет;
e-mail: vic_belyaev@mail.ru

Зверев Николай Витальевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: zverev_nv@mail.ru

Бедрикова Екатерина Алексеевна – старший преподаватель кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;
e-mail: bedrikova@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Belyaev Victor V. – doctor of technical sciences, professor, head of the Chair of the Department of Theoretical Physics at the Moscow State Region University;
e-mail: vic_belyaev@mail.ru

Zverev Nikolai V. – candidate of physical and mathematical sciences, Moscow State Region University;
e-mail: zverev_nv@mail.ru

Bedrikova Ekaterina A. – head lecturer of the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow State Region University;
e-mail: bedrikova@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Беляев В.В., Зверев Н.В., Бедрикова Е.А. Международная конференция «Физические свойства материалов и дисперсных сред для элементов информационных систем, наноэлектронных приборов и экологических технологий» // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С. 125–129.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-125-129.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

V. Belyaev, N. Zverev, E. Bedrikova International conference “Physical properties of materials and dispersion media for elements of information systems, nanoelectronic devices and environmentally friendly technologies” // Bulletin of Moscow State Region University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 125–129.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-125-129.



ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Научный журнал «Вестник МГОУ» основан в 1998 г. На сегодняшний день выходят десять серий «Вестника»: «История и политические науки», «Экономика», «Юриспруденция», «Философские науки», «Естественные науки», «Русская филология», «Физика-математика», «Лингвистика», «Психологические науки», «Педагогика». Все серии включены в составленный Высшей аттестационной комиссией Перечень ведущих рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора и кандидата наук по наукам, соответствующим названию серии. Журнал включен в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатная версия журнала зарегистрирована в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Полнотекстовая версия журнала доступна в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik.mgou.ru).

ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ «ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА»
2016. N 2

Над номером работали:

менеджер Отдела по изданию журнала «Вестник МГОУ» И.А. Потапова
литературный редактор Д.Д. Дрошнев
переводчик И.А. Улиткин
корректор Д.Д. Дрошнев
компьютерная верстка Е.Н. Васильчикова

Отдел по изданию научного журнала «Вестник МГОУ»
105005, г. Москва, ул. Радио, д.10а, офис 98
тел. (499) 261-43-41; (495) 723-56-31
e-mail: vest_mgou@mail.ru
Сайт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70x108/₁₆. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro».

Тираж 500 экз. Уч.-изд. л. 5,5, усл. п. л. 8.

Подписано в печать: 30.06.2016. Дата выхода в свет: 14.07.2016. Заказ № 2016/06-12.

Отпечатано в типографии МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, 10А