ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)

Вестник

Московского государственного областного университета

Серия

Физика-математика

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЕ

К МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ В ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

К ВОПРОСУ О МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ ЗЕМЛИ В УСЛОВИЯХ ЕЁ ВРАЩЕНИЯ

2019/ № 4

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print) 2019 / № 4 ISSN 2310-7251 (online)

серия

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён Высшей аттестационной комиссией при Министерстве образования и науки Российской Федерации в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» по следующим научным специальностям: 01.04.02 – Теоретическая физика (физико-математические науки); 01.04.07 – Физика конденсированного состояния (физико-математические науки) (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России).

The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation into "the List of leading reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree" on the following scientific specialities: 01.04.02 – Theoretical physics (physical-mathematical sciences); 01.04.07 – Physics of the condensed state (physical-mathematical sciences) (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation).

ISSN 2072-8387 (print) 2019 / № 4 ISSN 2310-7251 (online)

series

PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION
STATE UNIVERSITY

Учредитель журнала
«Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика»
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
Московский государственный областной университет
Выходит 4 раза в год

Редакционная коллегия

Главный редактор серии:

Бугаев А. С. – д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-техничекий институт (Государственный университет)

Заместитель главного редактора:

Жачкин В. А. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет

Ответственный секретарь:

Васильчикова Е. Н. – к. ф.-м. н., доц., Московский государственный областной университет

Члены редакционной коллегии:

Беляев В. В. – д. т. н., проф., Московский государственный областной университет;

Бугримов А. Л. – д. т. н., проф., Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

Геворкян Э. В. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет;

Калашников Е. В. – д. ф.-м. н., Московский государственный областной университет;

Осипов М. А. – д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

Смирнова И. М. – д. п. н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Чаругин В. М. – д. ф.-м. н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Чигринов В. Г. – д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)

Рецензируемый научный журнал «Вестник московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» публикует статьи по математическим проблемам термодинамики, кинетики и статистической физики; теории конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем; изучению различных состояний вещества и физических явлений в них; статистической физике и кинетической теории равновесных и неравновесных систем; теоретическому и экспериментальному исследованию физических свойств неупорядоченных неорганических систем; изучению экспериментального состояния конденсированных веществ и фазовых переходов в них. Журнал адресован ученым, докторантам, аспирантам и всем, интересующимся достижениями физико-математических наук.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

Индекс серии «Физика-математика» по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (https://cyberleninka.ru), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru).

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. – 2019. – № 4. – 98 с.

© МГОУ, 2019.
© ИИУ МГОУ, 2019.

Адрес Отдела по изданию научного журнала «Вестник Московского государственного областного университета»
г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98
тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101)
e-mail: info@vestnik-mgou.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

Founder of journal
«Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics»
Moscow Region State University

Issued 4 times a year

Editorial board

Editor-in-chief :

A. S. Bugaev – Doctor of Physics and Mathematics, Academican of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

Deputy editor-in-chief:

V. A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

Executive secretary:

E. N. Vasilchikova – Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor, Moscow Region State University

Members of Editorial Board:

V. V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

A. L. Bugrimov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kosygin State University of Russia;

E. V. Gevorkyan – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

E. V. Kalashnikov – Doctor of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;

I. M. Smirnova – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Moscow State Pedagogical University;

M. A. Osipov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

V. M. Charugin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

V. G. Chigrinov – Hong Kong University of Science and Technology (China)

ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)

The reviewed scientific journal "Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics" publishes articles on mathematical problems of thermodynamics, kinetics and statistical physics; the theory of the condensed state of classical and quantum, macroscopic and microscopic systems; the study of various states of substance and physical phenomena in them; statistical physics and the kinetic theory of equilibrium and non-equilibrium systems; theoretical and experimental research of physical features of disordered inorganic systems; the study of the experimental state of condensed substances and phase transitions in them. The journal is addressed to scientists, doctoral students, PhD students and everyone interested in the achievements of physical and mathematical sciences.

The series «Physics and Mathematics» of the Bulletin of the Moscow Region State University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate ПИ № ФС 77 - 73344.

Index series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary.ru), and from August 2017 on the platform of the Scientific Electronic Library "CyberLeninka" (https://cyberleninka.ru), as well as at the site of the Moscow Region State University (www.vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. – 2019. – № 4. – 98 p.

© MRSU, 2019.
© Moscow Region State University Editorial Office, 2019.

The Editorial Board address:
Moscow Region State University
10A Radio st., office 98, Moscow, Russia
Phones: (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (add. 6101)
e-mail: info@vestnik-mgou.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

Ищенко О. С., Матвеев О. А. О ЛОКАЛЬНЫХ 3-ТКАНЯХ, ПРИСОЕДИНЁННЫХ К ГАМИЛЬТОНОВЫМ СИСТЕМАМ НА КОКАСАТЕЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ НАД ГЛАДКИМ МНОГООБРАЗИЕМ 8

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

Соколов В. В. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП ВИРТУАЛЬНЫХ РАБОТ 17

Лам Тхи Ньюнг, Юшканов А. А. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЕ 22

Ушаков И. В., Симонов Ю. В. УПРАВЛЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ПОВЕРХНОСТИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ КОРОТКОИМПУЛЬСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ 30

Жачкин В. А. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ СПЕКТРОВ ЭПР СО СВЕРХТОНКОЙ СТРУКТУРОЙ 43

Геворкян Э. В., Хотькин С. О. К МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ В ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ 51

Курилов А. Д., Соколов В. В., Эминов П. А. ВЯЗКОСТНЫЙ МЕХАНИЗМ В ТЕОРИИ АНИЗОТРОПИИ ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА МАГНИТНЫМИ ЖИДКОСТЯМИ 60

Гладков С. О. К ВОПРОСУ О МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ ЗЕМЛИ В УСЛОВИЯХ ЕЁ ВРАЩЕНИЯ. 70

Бычков В. Л., Бикмухаметова А. Р., Дешко К. И., Михайловская Т. О., Черников В. А., Шваров А. П. ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ НА СВОЙСТВА ДИСПЕРСНЫХ СРЕД С ОРГАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ. 77

Зиборов В. С., Ростилов Т. А. СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ В ПОЛИМЕРИЗОВАННОЙ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЕ 90

CONTENTS

SECTION I. MATHEMATICS

O. Ishchenko, O. Matveyev. LOCAL THREE-WEBS ADDED TO HAMILTON SYSTEMS ON A COTANGENT BUNDLE ABOVE A SMOOTH MANIFOLD 8

SECTION II. PHYSICS

V. Sokolov. ISOTHERMAL PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK 17

Lam Thi Nhung, A. Yushkanov. LINEARIZATION OF THE KINETIC EQUATION FOR ELECTRONS IN A DEGENERATE PLASMA 22

I. Ushakov, Yu. Simonov. CONTROL OF PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF THE TITANIUM ALLOY SURFACE BY SHORT LASER PULSES 30

V. Zhachkin. COMPUTER MODELING OF ANISOTROPIC ESR SPECTRA WITH A HYPERFINE STRUCTURE 43

E. Gevorkyan, S. Khotkin. A METHOD FOR INVESTIGATING THE BEHAVIOR OF LIQUID CRYSTALS IN VARIABLE ELECTROMAGNETIC FIELDS 51

A. Kurilov, V. Sokolov, P. Eminov. VISCOUS MECHANISM IN THE THEORY OF ULTRASOUND ATTENUATION ANISOTROPY BY MAGNETIC FLUIDS 60

S. Gladkov. MAGNETIC FORCE LINES OF THE EARTH UNDER THE CONDITIONS OF ITS ROTATION 70

V. Bychkov, A. Bikmukhametova, K. Deshko, T. Mikhailovskaya, V. Chernikov, A. Shvarov. INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF PLASMA ON THE PROPERTIES OF DISPERSED MEDIA WITH ORGANIC OBJECTS 77

V. Ziborov, T. Rostilov. DEFORMATION RATE UNDER SHOCK COMPRESSION IN POLYMERIZED EPOXY RESIN 90

РАЗДЕЛ I.
МАТЕМАТИКА

УДК 519.47
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-8-16

О ЛОКАЛЬНЫХ 3-ТКАНЯХ, ПРИСОЕДИНЁННЫХ К ГАМИЛЬТОНОВЫМ СИСТЕМАМ НА КОКАСАТЕЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ НАД ГЛАДКИМ МНОГООБРАЗИЕМ

Ищенко О. С., Матвеев О. А.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. Гамильтоновой системе дифференциальных уравнений, заданной на кокасательном расслоении $T^*(M)$ гладкого многообразия M размерности n, соответствующей функции Гамильтона H и имеющей n первых интегралов ставится в соответствие однопараметрическое семейство три-тканей, определенных (локально) на кокасательном расслоении $T^*(M)$. Дифференциально-алгебраические свойства построенного семейства три-тканей отражают свойства исходной гамильтоновой системы.

Ключевые слова: три-ткань, кокасательное расслоение дифференцируемого многообразия, гамильтонова система дифференциальных уравнений

LOCAL THREE-WEBS ADDED TO HAMILTON SYSTEMS ON A COTANGENT BUNDLE ABOVE A SMOOTH MANIFOLD

O. Ishchenko, O. Matveyev

Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

Abstract. A one-parameter family of three-webs is put in accordance with the Hamilton system of differential equations on a cotangent bundle T^* (M) above ат n dimensional differentiable manifold M, corresponding a Hamiltonian H, having n first integrals. The differentially algebraic properties of the constructed family of three-webs reflect the properties of the initial Hamilton system.

© CC BY Ищенко О. С., Матвеев О. А., 2019.

***Keywords**:* three-web, cotangent bundle of a differentiable manifold, Hamilton system of differential equations

Теория три- и многомерных тканей, пограничная территория между дифференциальной геометрией и алгеброй, имеет давнюю историю. Хорошо известны её тесные связи с геометрической теорией пространств аффинной связности и алгебраической теорией квазигрупп и луп. В настоящий временной период развитие этой перспективной области математики связано, прежде всего, с такими выдающимися исследователями, как М. А. Акивис, А. М. Шелехов, В. В. Гольдберг (см., например, [1; 2; 7; 9]). Научная школа профессора А. М. Шелехова (Тверь, Москва) привнесла существенный вклад и в теорию неассоциативных универсальных алгебр, и в теорию тканей.

Идея приложений теории тканей к исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений не нова. Известно, например, совместное рассмотрение свойств интегральных кривых дифференциального уравнения Риккати и три-тканей специального вида [9]. С другой стороны, предпринят подход применения методов теории гладких локальных квазигрупп и алгебраической теории аффинной связности [6] к исследованию Лагранжевых механических систем [4; 5]. В замечательной книге [8] систематически рассматривается алгебраическая и геометрическая составляющие в теории интегрируемых гамильтоновых дифференциальных уравнений, на первое место ставится теория групп и алгебр Ли, однако значение квазигрупп и луп явно не выявляется.

В настоящей работе гамильтоновой системе, заданной на кокасательном расслоении $T^*(M)$ гладкого многообразия M размерности n, имеющей n первых интегралов $\varphi_1, ..., \varphi_n$, ставится в соответствие однопараметрическое семейство три-тканей $W_\tau(H; \varphi_1, ..., \varphi_n)$, $\tau \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, определённых (локально) на касательном расслоении $T^*(M)$. Дифференциально-алгебраические свойства построенного семейства три-тканей $W_\tau(H; \varphi_1, ..., \varphi_n)$ отражают, как нам представляется, некоторые свойства исходной гамильтоновой системы дифференциальных уравнений.

Пусть M – гладкое многообразие размерности n, $T^*(M)$ – его касательное расслоение, ω^2 – естественная симплектическая структура на $T^*(M)$. В локальных координатах $(q^i, p_i)\omega^2$ задаётся формулой:

$$\omega^2 = \sum_{i=1}^{n} dp_i \wedge dq^i. \qquad (1)$$

Приведём некоторые стандартные определения гамильтонова формализма, см., например, [3; 8].

Определение 1. Пусть f – некоторая гладкая функция на $T^*(M)$. Кососимметрическим градиентом $sgradf$ функции f называется гладкое векторное поле на $T^*(M)$, однозначно определяемое соотношением:

$$\omega^2\left(v, sgradf\right) = v\left(f\right),$$

где v пробегает множество всех гладких векторных полей на $T^*(M)$, а $v(t)$ – значение дифференциального оператора (векторного поля) на функции f.

В локальных координатах (q^i, p_i) векторное поле $sgradf$ имеет вид:

$$sgrad\, f = \left(\frac{\partial f}{\partial p_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial p_n}, -\frac{\partial f}{\partial q_1}, \ldots, -\frac{\partial f}{\partial q_n} \right). \tag{2}$$

Определение 2. Гладкое векторное поле v на $T^*(M)$ называется гамильтоновым, если оно имеет вид $v = sgradH$, где H – некоторая гладкая функция на $T^*(M)$, называемая гамильтонианом.

В локальных координатах (q^i, p_i) интегральные траектории $\gamma(t) = (q^i(t), p_i(t))$ гамильтонова векторного поля v удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dq^i}{dt} = \dfrac{\partial H}{\partial p_i}, \\ \dfrac{dp_i}{dt} = -\dfrac{\partial H}{\partial q^i}, \end{cases} \quad i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Определение 3. Пусть $\overline{q}, \hat{q}$ – некоторые точки многообразия M, τ – некоторое действительное число. Известно [3] (гл. 9 §46 B), что найдутся такая окрестность $U \subset M$ и такое достаточно малое положительное действительное число ε, что при $\overline{q} \in U$, $\hat{q} \in U$, $|\tau| < \varepsilon$ существует единственная интегральная траектория $\gamma(t) = (q^i(t), p_i(t))$ гамильтонова поля, такая что:

$$\begin{cases} q^i(0) = \overline{q}^{\,i}, \\ q^i(\tau) = \hat{q}^{\,i}, \end{cases} \quad i = \overline{1,n}. \tag{4}$$

Следовательно, при $\overline{q}, \hat{q} \in U$, $|\tau| < \varepsilon$ корректно определена функция $S(\overline{q}, \hat{q}, \tau)$ следующим равенством:

$$S(\overline{q}, \hat{q}, \tau) \overset{def}{=} \int_{\gamma} \left(\sum_{i=1}^{n} p_i dq^i - Hdt \right), \tag{5}$$

где H – гамильтониан, и интеграл берётся вдоль отрезка интегральной кривой $\gamma(t) = (q^i(t), p_i(t))$, $0 \le t \le \tau$, удовлетворяющей условиям (4). Функция $S(\overline{q}, \hat{q}, \tau)$ называется функцией действия гамильтонова поля v.

Введём обозначения:

$$\begin{aligned} \overline{p}_i &= p_i(0), \\ \hat{p}_i &= p_i(\tau), \end{aligned} \quad i = \overline{1,n}. \tag{6}$$

Лемма. Для функции действия $S(\overline{q}, \hat{q}, \tau)$ гамильтонова поля v с гамильтонианом $H(q, p)$ справедливы соотношения:

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{q}^i}\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right) = \hat{p}_i, \quad i = \overline{1,n}. \tag{7}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \overline{q}^i}\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right) = -\overline{p}_i, \quad i = \overline{1,n}. \tag{8}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau}\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right) = -H. \tag{9}$$

Соотношения (7), (9) доказаны в [3] (гл. 9 §46), где рассматривается дифференциал функции действия при фиксированной начальной точке $\overline{q}$. Равенства (8) доказываются аналогичным образом, если фиксировать не начальную точку $\overline{q}$, а конечную точку $\hat{q}$.

Следствие. Функция действия $S\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right)$ гамильтонова поля v с гамильтонианом $H(q, p)$ удовлетворяет уравнениям Гамильтона-Якоби:

$$\frac{\partial S}{\partial \tau}\left(\overline{q},\hat{q},\tau\right) + H\left(\hat{q}, \frac{\partial S}{\partial \hat{q}}\left(\overline{q},\hat{q},\tau\right)\right) = 0. \tag{10}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \tau}\left(\overline{q},\hat{q},\tau\right) + H\left(\overline{q}, -\frac{\partial S}{\partial \overline{q}}\left(\overline{q},\hat{q},\tau\right)\right) = 0. \tag{11}$$

Введём следующие обозначения, пусть:

$$\begin{cases} q^i = \mu^i\left(\overline{q},\overline{p},t\right), \\ p_i = \nu_i\left(\overline{q},\overline{p},t\right), \end{cases} \quad i = \overline{1,n}. \tag{12}$$

является решением системы (3) при начальных условиях:

$$\begin{cases} q^i\left(0\right) = \overline{q}^i, \\ p_i\left(0\right) = \overline{p}_i, \end{cases} \quad i = \overline{1,n}. \tag{13}$$

Ясно, что

$$\hat{q}^i = \mu^i\left(\overline{q},\overline{p},\tau\right), \quad i = \overline{1,n}, \tag{14}$$

$$\hat{p}_i = \nu_i\left(\overline{q},\overline{p},\tau\right), \quad i = \overline{1,n}. \tag{15}$$

Подставляя равенства (14) в соотношение (8), получаем тождества:

$$\frac{\partial S}{\partial \overline{q}^i}\left(\overline{q},\mu\left(\overline{q},\overline{p},\tau\right),\tau\right) \equiv -\overline{p}_i, \quad i = \overline{1,n}. \tag{16}$$

Дифференцируя тождества (16) по $\overline{p}_k$, имеем:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \overline{q}^i \partial \hat{q}^i}\frac{\partial \mu^i}{\partial \overline{p}_k} = -\delta_{ik}. \tag{17}$$

Следовательно,

$$\det\left[\frac{\partial^2 S}{\partial \overline{q}^i \partial \hat{q}^i}\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right)\right] \neq 0, \tag{18}$$

$$\det\left[\frac{\partial \mu^i}{\partial \overline{p}_k}\left(\overline{q}, \overline{p}, \tau\right)\right] \neq 0. \tag{19}$$

Так как функция действия $S\left(\overline{q}, \hat{q}, \tau\right)$ удовлетворяет условию (18), то по теореме о неявной функции равенства (7) разрешимы относительно переменных $\overline{q}^i$, $i = \overline{1,n}$:

$$\overline{q}^i = \lambda^i\left(\hat{q}, \hat{p}, \tau\right), \quad i = \overline{1,n}. \tag{20}$$

Приступим к построению локальной 3-ткани на кокасательном расслоении $T^*(M)$. Определения и первоначальные конструкции теории тканей приведены, например, в [9].

Определение 4. Определим $M_{\overline{q},\tau}$ как совместную поверхность уровня функций $\lambda_i(q, p, \tau)$ при фиксированном $t = \tau$, то есть:

$$M_{\overline{q},\tau} = \left\{\left(q, p\right) \in T^*\left(M\right) : \lambda^i\left(q, p, \tau\right) = \overline{q}^i, \quad i = \overline{1,n}\right\}. \tag{21}$$

Предложение 1. Существует такое положительное число ε, что при $|\tau| < \varepsilon$ поверхность $M_{\overline{q},\tau}$ является гладким n-мерным подмногообразием в $T^*(M)$.

Доказательство. Так как согласно определению функций λ^i, μ^i:

$$\mu^i\left(\hat{q}, \hat{p}, -\tau\right) = \lambda^i\left(\hat{q}, \hat{p}, \tau\right), \quad i = \overline{1,n} \tag{22}$$

то $\lambda^i(q, p, 0) \equiv q^i$, и, следовательно,

$$\left.\frac{\partial \lambda^i\left(q, p, \tau\right)}{\partial q_j}\right|_{\tau=0} \equiv \delta^i_j. \tag{23}$$

Из (23) следует, что существует такое положительное число ε, что при $|\tau| < \varepsilon$ функции $\lambda^i(q, p, \tau)$ функционально независимы (при фиксированном τ) на $T^*(M)$, то есть градиенты $grad\ \lambda^i$, $i = \overline{1,n}$, линейно независимы на $T^*(M)$. Следовательно, в силу теоремы о неявных функциях, поверхность $M_{\overline{q},\tau}$ является гладким n-мерным подмногообразием в $T^*(M)$.

Предложение 2. Пусть G – одномерная группа диффеоморфизмов кокасательного расслоения $T^*(M)$, представленная сдвигами вдоль интегральных траекторий гамильтонова поля v, то есть если $g_\tau \in G$, то:

$$g_\tau = \left(\overline{q}^{\,i}, \overline{p}_i\right) = \left(\mu^i\left(\overline{q}, \overline{p}, \tau\right), \nu_i\left(\overline{q}, \overline{p}, \tau\right)\right).$$

Тогда справедливо равенство:

$$M_{\overline{q},\tau} = g_\tau\left(T^*_{\overline{q}}\left(M\right)\right). \tag{24}$$

Доказательство. Пусть $\left(\overline{q}^{\,i}, \overline{p}_i\right) \in T^*_{\overline{q}}\left(M\right)$, и пусть $g_\tau\left(\overline{q}^{\,i}, \overline{p}_i\right) = \left(\hat{q}^{\,i}, \hat{p}_i\right)$, тогда $g_{-\tau}\left(\hat{q}^{\,i}, \hat{p}_i\right) = \left(\overline{q}^{\,i}, \overline{p}_i\right)$, то есть:

$$\mu^i\left(\hat{q}^{\,i}, \hat{p} - \tau\right) = \overline{q}^{\,i}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{25}$$

Следовательно, в силу равенства (22) $\lambda^i\left(\hat{q}, \hat{p}, \tau\right) = \overline{q}^{\,i}$, $i = \overline{1,n}$, то есть $\left(\hat{q}, \hat{p}\right) \in M_{\overline{q},\tau}$. Таким образом, доказано, что $g_\tau\left(T^*_{\overline{q}}\left(M\right)\right) \subset M_{\overline{q},\tau}$, но так как g_τ – диффеоморфизм, а размерности $T^*_{\overline{q}}\left(M\right)$ и $M_{\overline{q},\tau}$ в силу предложения 1 совпадают, то $M_{\overline{q},\tau} = g_\tau\left(T^*_{\overline{q}}\left(M\right)\right)$.

Следствие. Совместная поверхность $M_{\overline{q},\tau}$ не зависит от выбора локальных координат (q^i, p_i).

Суммируя полученные выше результаты, приходим в следующей теореме.

Теорема. Пусть на кокасательном расслоении $T^*(M)$ определено гамильтоново векторное поле v и заданы n первых интегралов $\varphi_1, ..., \varphi_n$ гамильтонова поля $v(n = dimM)$, подчиняющихся условию:

$$det\left[\frac{\partial \varphi_i}{\partial p_i}\left(q, p\right)\right] \neq 0, \tag{26}$$

где (q^i, p_i) – локальные координаты на $T^*(M)$.

Пусть N_a – совместная поверхность уровня функций φ_i, то есть:

$$N_a \overset{def}{=} \left\{\left(q, p\right) \in T^*\left(M\right) : \varphi_i\left(q, p\right) = a_i, \quad i = \overline{1,n}\right\}. \tag{27}$$

Тогда существует такое положительное число ε, что при $0 < |\tau| < \varepsilon$ на кокасательном расслоении $T^*(M)$ определена (локально) три-ткань, слоями которой являются $T^*_{\overline{q}}\left(M\right)$, $M_{\overline{q},\tau}$, N_a.

Построенную таким образом 3-ткань, присоединённую к гамильтонову векторному полю v посредством первых интегралов $\varphi_1, ..., \varphi_n$, будем обозначать $W_\tau(H, \varphi_1, ..., \varphi_n)$, где $H = H(p, q)$ – функция Гамильтона.

Пример. На кокасательном расслоении $T^*(M)$ гладкого многообразия M размерности n рассмотрим функцию Гамильтона $H = K(p)$. Уравнения Гамильтона в локальной системе координат имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dq^i}{dt} = K'(p) = \dfrac{dK(p)}{dp}, \\ \dfrac{dp_i}{dt} = 0. \end{cases} \tag{28}$$

Имеем n первых интегралов $p_1 = a_1, \ldots, p_n = a_n$, $a_i = \text{const}$, $i = \overline{1,n}$.

Решение системы (28) в соответствии с (4) имеет вид:

$$p_i = a_i; \quad q^i(t) = q^i(0) + tK'(a_1, \ldots, a_n); \quad q^i(t) = \overline{q}^i + \frac{(\hat{q}^i - \overline{q}^i)t}{\tau}.$$

Функция действия имеет вид:

$$S(\overline{q}, \hat{q}, \tau) = \frac{(\hat{q}^i - \overline{q}^i)^2}{2\tau},$$

$$\frac{\partial S}{\partial \hat{q}^i} = \frac{\hat{q}^i - \overline{q}^i}{\tau} = \hat{p}_i, \quad \overline{q}^i = \hat{q}^i - a_i\tau.$$

Слоями 3-ткани $W_\tau(K, p_1, \ldots, p_n)$ являются $T_q^*(M)$; $N_a = \{(q,p) \in T^*(M);$ $p_i = a_i,\ i = \overline{1,n}\}$; $M_{\overline{q},\tau} = \{(\overline{q}^1 + a_1\tau, \ldots, \overline{q}^n + a_n\tau\ ; a_1, \ldots, a_n) \subset T(M)\}$.

Предложение 3. Ткань $W_\tau(K, p_1, \ldots, p_n)$ – параллелезуема.

Следствие. Пусть размерность многообразия M равна 1, в локальных координатах гамильтониан имеет вид:

$$H(q,p) = \frac{1}{2}p^2 + U(q). \tag{29}$$

3-ткань $W_\tau(H, H)$ является параллелизуемой тогда и только тогда, когда $U(q) = \text{const}$.

Замечание. Первое слагаемое в равенстве (29) в теоретической механике интерпретируют как кинетическую энергию, а второе как потенциальную.

Статья поступила в редакцию 23.05.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акивис М. А., Шелехов А. М. Метод Картана-Лаптева в теории многомерных тканей // Фундаментальная и прикладная математика. 2010. Т. 16. № 1. С. 13–38.
2. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Дифференциальная геометрия тканей типа Лагранжа // Известия высших учебных заведений. Математика. 2007. № 12. С. 19–32.
3. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1979. 432 с.

4. Матвеев О. А., Матвеева Н. В., Паншина А. В. О квазигрупповой теории абелевых и симметрических механических систем // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. Выпуск 9. М.: МГТУ СТАНКИН, Институт математического моделирования Российской академии наук, 2005. С. 22–25.
5. Матвеев О. А., Паншина А. В. Геометрические и алгебраические свойства систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика–математика. 2011. № 3. С. 31–40.
6. Sabinin L., Sbitneva L., Shestakov I. Non-Associative Algebra and its Applications. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC, 2006. 516 p. (Series: Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics. Vol. 246).
7. Tolstikhina G. A., Shelehov A. M. Left Bol three-webs with the IC-property // Russian Mathematics. 2013. Vol. 57. Iss. 5. P. 20–28.
8. Трофимов В. В., Фоменко А. Т. Алгебра и геометрия интегрируемых гамильтоновых дифференциальных уравнений. М.: Факториал, 1995. 448 с.
9. Шелехов А. М., Лазарева В. Б., Уткин А. А. Криволинейные три-ткани: монография. Тверь: Тверской государственный университет, 2013. 232 с.

REFERENCES

1. Akivis M. A., Shelekhov A. M. [Cartan–Laptev method in the theory of multidimensional three-webs]. In: *Fundamental'naya i prikladnaya matematika* [Fundamental and Applied Mathematics], 2010, vol. 16, no. 1, pp. 13–38.
2. Akivis M. A., Gol'dberg V. V. [Differential geometry of Lagrange-like webs]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Matematika* [Russian Mathematics], 2007, no. 12, pp. 19–32.
3. Arnol'd V. I. *Matematicheskie metody klassicheskoi mekhaniki* [Mathematical methods of classical mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 432 p.
4. Matveyev O. A., Matveyeva N. V., Panshina A. V. [About quasi-group theory of Abelian and symmetric mechanical systems]. In: *Fundamental'nye fiziko-matematicheskie problemy i modelirovanie tekhniko-tekhnologicheskikh sistem. Vypusk 9* [Fundamental physical and mathematical problems and modeling of technical and technological systems. Issue 9]. Moscow, MSTU STANKIN, Institute for Mathematical Modelling RAS Publ., 2005, pp. 22–25.
5. Matveyev O. A., Panshina A. V. [The geometric and algebraic properties of the systems of ordinary differential equations]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika–matemati*ka [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2011, no. 3, pp. 31–40.
6. Sabinin L., Sbitneva L., Shestakov I. Non-Associative Algebra and its Applications. Boca Raton, FL, Chapman & Hall/CRC Publ., 2006. 516 p. (Series: Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics. Vol. 246).
7. Tolstikhina G. A., Shelehov A. M. Left Bol three-webs with the IC-property. In: *Russian Mathematics*, 2013, vol. 57, iss. 5, pp. 20–28.
8. Trofimov V. V., Fomenko A. T. *Algebra i geometriya integriruemykh gamil'tonovykh differentsial'nykh uravnenii* [Algebra and geometry of integrable Hamiltonian differential equations]. Moscow, Faktorial Publ., 1995. 448 p.
9. Shelekhov A. M., Lazareva V. B., Utkin A. A. *Krivolineinye tri-tkani* [Curvilinear three-webs]. Tver, Tver State University Publ., 2013. 232 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ищенко Ольга Сергеевна – студент физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: mospretty@gmail.com;

Матвеев Олег Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;
e-mail: matveyevoa@mail.ru;

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Olga S. Ishchenko – student at the Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: mospretty@gmail.com;

Oleg A. Matveyev – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University;
e-mail: matveyevoa@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Ищенко О. С., Матвеев О. А. О локальных 3-тканях, присоединённых к гамильтоновым системам на кокасательном расслоении над гладким многообразием // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика и математика. 2019. № 4. С. 8–16.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-8-16

FOR CITATION

Ishchenko O. S., Matveyev O. A. On local three-webs added to Hamilton systems on a cotangent bundle above a smooth manifold. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics.* 2019, no. 4, pp. 8–16.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-8-16

РАЗДЕЛ II.
ФИЗИКА

УДК 538.951
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-17-21

ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРИНЦИП ВИРТУАЛЬНЫХ РАБОТ

Соколов В. В.

МИРЭА – Российский технологический университет
119454, г. Москва, проспект Вернадского, д. 78, Российская Федерация

Аннотация. В рамках равновесной термодинамики получен изотермический принцип виртуальных работ для сжимаемого жидкого сплошного тела. Выведены условия механического равновесия внутри и на поверхности сжимаемого жидкого сплошного тела. Полученный изотермический принцип виртуальных работ представляет основу для описания динамики баротропной магнитной жидкости.

Ключевые слова: сжимаемое жидкое сплошное тело, виртуальная работа, виртуальное смещение, лагранжева вариация, удельная свободная энергия, соотношение Гиббса, условие равновесия

ISOTHERMAL PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK

V. Sokolov

MIREA – Russian Technological University
prosp. Vernadskogo 78, 119454 Moscow, Russian Federation

Abstract. The isothermal principle of virtual work for a compressible liquid continuum is derived using the equilibrium thermodynamics. The conditions for a mechanical equilibrium in the volume and on the surface of a compressible liquid continuum are obtained.

Keywords: compressible liquid continuum, virtual work, virtual displacement, Lagrangian variation, free energy density, Gibbs relation, equilibrium condition

Различные модели сплошных сред построены на базе принципа виртуальных работ. Этот принцип широко используется в современных исследованиях для решения различных проблем физики, материаловедения и других. Новый этап

© CC BY Соколов В. В., 2019.

применения принципа виртуальных работ связан с применением методов современной геометрии [1-4].

В монографии [5] представлен вывод термодинамического принципа виртуальных работ для общего случая, когда необходимо было получить условие и механического и теплового равновесия одновременно, при этом рассматривалось жидкое или твёрдое сплошное тело объёма V с поверхностью Σ, помещённое в термостат с температурой T_0. Тело подвергается действию заданных внешних сил с объёмной плотностью $\vec{f}$ и с поверхностной плотностью $\vec{F}$.

Целью данной работы является вывод изотермического принципа виртуальных работ, когда выполнено условие теплового равновесия, то есть температура во всех точках тела одинакова и остаётся всё время неизменной. Изотермический принцип виртуальных работ в такой ограниченной ситуации формулируется следующим образом:

Если изотермическое сплошное тело находится в состоянии механического равновесия, то для любого виртуального смещения тела из этого состояния виртуальная работа внешних сил меньше или равна виртуальной свободной энергии тела, то есть:

$$\delta A^{(e)} \le \delta\Phi,$$

где $\Phi = E - TS$ – свободная энергия тела, E, S – внутренняя энергия и энтропия тела, T – постоянная по всему телу температура. Если изотермическое сплошное тело находится в состоянии, не являющемся состоянием механического равновесия, то найдётся виртуальное смещение из этого неравновесного состояния, для которого:

$$\delta A^{(e)} > \delta\Phi.$$

Виртуальная работа внешних сил $\vec{F}, \vec{f}$ определяется выражением

$$\delta A^{(e)} = \int_V \rho\left(f_k \delta^* q_k\right) dV + \int_\Sigma \left(F_k \delta^* q_k\right) d\Sigma, \qquad (1)$$

в котором виртуальное смещение индивидуальных точек сплошного тела из начального состояния описывается лагранжевой вариацией координат $\delta^*\vec{q}$, где ρ – плотность массы тела.

Рассмотрим сжимаемое жидкое сплошное тело. Свободная энергия Φ такого тела определяется как интеграл, берущийся по объёму V тела от удельной плотности свободной энергии $\varphi(\rho, T)$:

$$\Phi = \int_V \rho\varphi(\rho, T) dV.$$

Согласно выше сформулированному изотермическому принципу виртуальных работ, для всех обратимых виртуальных смещений из состояния равновесия должно выполняться вариационное равенство:

$$\int_V \rho\delta^*\varphi dV = \int_V \rho\left(f_k\delta^* q_k\right)dV + \int_\Sigma \left(F_k\delta^* q_k\right)d\Sigma\ , \qquad (2)$$

где $\delta^*\varphi$ – лагранжева вариация удельной свободной энергии, которая определяется следующим выражением:

$$\delta^*\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\delta^*\rho = -\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\rho\nabla\cdot\delta^*\vec{q}.$$

Здесь мы использовали уравнение непрерывности, записанное в лагранжевых вариациях, то есть $\delta^*\rho = -\rho\nabla\cdot\delta^*\vec{q}$. Теперь преобразуем интеграл в левой части уравнения (2):

$$\int_V \rho\delta^*\varphi dV = -\int_V \rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\nabla\cdot\delta^*\vec{q}dV = -\int_\Sigma \rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\delta^* q_n d\Sigma + \int_V\left(\delta^*\vec{q}\nabla\left(\rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)\right)dV.$$

В результате основное вариационное равенство (2) примет вид:

$$\int_\Sigma \rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\delta^* q_n d\Sigma - \int_V\left(\delta^*\vec{q}\nabla\left(\rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)\right)dV + \int_V \rho\left(\vec{f}\delta^*\vec{q}\right)dV + \int_\Sigma\left(\vec{F}\delta^*\vec{q}\right)d\Sigma = 0. \qquad (3)$$

Полученное равенство должно выполняться при произвольных смещениях $\delta^*\vec{q}$. Приравнивая нулю коэффициенты при вариации в объёмных интегралах, приходим к следующему условию объёмного изотермического механического равновесия:

$$\rho\vec{f} - \nabla\left(\rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right) = 0. \qquad (4)$$

Приравнивая нулю коэффициенты при вариации в поверхностных интегралах, получим следующее условие поверхностного изотермического механического условия равновесия:

$$\rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\vec{n} + \vec{F} = 0. \qquad (5)$$

Здесь $\vec{n}$ означает внешнюю нормаль к поверхности Σ объёма V. Полученные условия механического равновесия (4) и (5) показывают, что давлением p внутри рассматриваемого жидкого тела является величина

$$p = \left(\rho^2\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)_T. \qquad (6)$$

Согласно основному термодинамическому соотношению Гиббса [6], для дифференциала удельной внутренней энергии ε имеем соотношение:

$$d\varepsilon = Tds + \frac{p}{\rho^2}d\rho.$$

Здесь s – удельная энтропия. Удельная свободная энергия, определяемая соотношением $\varphi = \varepsilon - Ts$, позволяет основное термодинамическое тождество Гиббса представить в виде:

$$d\varphi = -sdT + \frac{P}{\rho^2}d\rho,$$

из которого следует формула для термодинамического давления

$$p = \left(\rho^2 \frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)_T,$$

совпадающая с формулой (6), полученной из условия механического равновесия в объёме.

В заключение приведём полную формулировку задачи на определение равновесного напряжённого состояния изотермического, с заданной температурой T, жидкого тела, находящегося под действием произвольных внешних сил $\rho\vec{f}$ и $\vec{F}$.

Внутри объёма жидкого тела выполняется условие механического равновесия:

$$\nabla p = \rho\vec{f},$$

в котором

$$p = \left(\rho^2 \frac{\partial\varphi(\rho, T)}{\partial\rho}\right)_T,$$

причём удельная свободная энергия φ считается известной функцией.

На поверхности Σ жидкого тела выполняется граничное условие:

$$p|_\Sigma = -F_n.$$

Полученный изотермический принцип виртуальных работ представляет основу для описания динамики баротропной магнитной жидкости.

Статья поступила в редакцию 11.10.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Como M. Virtual displacements principle, existence and uniqueness for elastic no tension bodies // Meccanica. 2017. Vol. 52. Iss. 6. P. 1397–1405.
2. Eugster S., Glocker C. Determination of the Transverse Shear Stress in an Euler-Bernoulli Beam Using Non-Admissible Virtual Displacements // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. 2014. Vol. 14. Iss. 1. P. 187–188.
3. Freund J., Salonen E.-M. Sensitized principle of virtual work and the single-element strain energy test // Rakenteiden Mekaniikka (Journal of Structural Mechanics). 2016. Vol. 49. Iss. 1. P. 1–13.
4. Iurato G., Ruta G. On the role of virtual work in Levi-Civita's parallel transport // Archive for History of Exact Sciences. 2016. Vol. 70. Iss 5. P. 553–565.
5. Толмачев В. В., Головин А. М., Потапов В. С. Термодинамика и электродинамика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1988. 232 с.

6. Базаров И. П., Геворкян Э. В., Николаев П. Н. Термодинамика и статистическая физика. М.: Изд-во МГУ, 1986. 312 с.

REFERENCES

1. Como M. Virtual displacements principle, existence and uniqueness for elastic no tension bodies. In: *Meccanica*, 2017, vol. 52, iss. 6, pp. 1397–1405.
2. Eugster S., Glocker C. Determination of the Transverse Shear Stress in an Euler-Bernoulli Beam Using Non-Admissible Virtual Displacements. In: *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, vol. 14, iss. 1, pp. 187–188.
3. Freund J., Salonen E.-M. Sensitized principle of virtual work and the single-element strain energy test. In: *Rakenteiden Mekaniikka (Journal of Structural Mechanics)*, 2016, vol. 49, iss. 1, pp. 1–13.
4. Iurato G., Ruta G. On the role of virtual work in Levi-Civita's parallel transport. In: *Archive for History of Exact Sciences*, 2016, vol. 70, iss 5, pp. 553–565.
5. Tolmachev V. V., Golovin A. M., Potapov V. S. *Termodinamika i elektrodinamika sploshnoi sredy* [Thermodynamics and electrodynamics of continuous media]. Moscow, Moscow State University Publ., 1988. 232 p.
6. Bazarov I. P., Gevorkyan E. V., Nikolaev P. N. *Termodinamika i statisticheskaya fizika* [Thermodynamics and statistical physics]. Moscow, Moscow State University Publ., 1986. 312 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Соколов Виктор Васильевич – доктор физико-математических наук, советник по научной работе МИРЭА – Российского технологического университета;
e-mail: v_sokolov@mirea.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Viktor V. Sokolov – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Science Advisor, MIREA – Russian Technological University;
e-mail: v_sokolov@mirea.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Соколов В. В. Изотермический принцип виртуальных работ // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 4. С. 17–21.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-17-21

FOR CITATION

Sokolov V. V. Isothermal principle of virtual work. In: *Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 17–21.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-17-21

УДК 533.72
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-22-29

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ВЫРОЖДЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Лам Тхи Ньюнг, Юшканов А. А.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. Рассматривается поведение вырожденной электронной плазмы под действием электрического поля слабой интенсивности. Проведена линеаризация кинетического уравнения. Приведены аналитические выражения для всех входящих в линеаризованное кинетическое уравнение параметров. Показано, что линеаризованное уравнение описывает отклик плазмы на внешнее электрическое поле.

Ключевые слова: кинетическое уравнение, электрическое поле, линеаризация, электрон, вырожденная плазма

LINEARIZATION OF THE KINETIC EQUATION FOR ELECTRONS IN A DEGENERATE PLASMA

Lam Thi Nhung, A. Yushkanov

Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

Abstract. The behavior of a degenerate electron plasma under the action of a weak electric field is considered. The linearization of the kinetic equation is performed. Analytical expressions are presented for all input parameters in the linearized kinetic equation. It is shown that the linearized equation describes the response of a plasma to an external electric field.

Key words: kinetic equation, electric field, linearization, electron, degenerate plasma

Введение

Рассматривается кинетическое уравнение для вырожденной электронной плазмы и уравнение для напряжённости электрического поля. Поле считается достаточно слабым для возможности линеаризации имеющихся уравнений. При этом будет рассмотрен случай, когда электроны после рассеяния в той или иной степени сохраняют информацию о своей первоначальной скорости. Это происходит при учёте электрон-электронного рассеяния, а также при рассмотрении сильно гранулированных сред. В последнем случае существенно рассеяние элек-

© CC BY Лам Тхи Ньюнг, Юшканов А. А., 2019.

тронов на границе зерен, когда требуется учесть эффект отражения электронов от этих границ.

Линеаризованное кинетическое уравнение для вырожденного электронного газа широко используется для исследования различных явлений в металлах, например, для исследования скин-эффекта [1–5]. Также линеаризованное кинетическое уравнение используется для описания колебания электронной плазмы под действием электрического поля [6; 7].

Кинетическое уравнение и его линеаризация

Рассмотрим кинетическое уравнение для электронов Власова-Больцмана с интегралом столкновений БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук) для функции распределения электронов $f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$ [1; 8]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{E}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \nu\left(f_{eq} - f\right). \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{v}$, e – скорость и заряд электронов, ν – частота рассеяния электронов, $\mathbf{E}$ – напряжённость электрического поля.

Функция f_{eq} описывает локально равновесное распределение вырожденного Ферми-газа электронов:

$$f_{eq}\left(\mathbf{v},\mathbf{r},t\right) = \Theta\left[\mu\left(\mathbf{r},t\right) - \varepsilon\left(\mathbf{v} - \mathbf{u}\left(\mathbf{r},t\right)\right)\right].$$

Здесь

$$\varepsilon\left(\mathbf{v} - \mathbf{u}\left(\mathbf{r},t\right)\right) = \frac{m}{2}\left[\mathbf{v} - \mathbf{u}\left(\mathbf{r},t\right)\right]^2,$$

$\mu(\mathbf{r}, t)$ – химический потенциал электронного газа. Функция $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ учитывает тот факт, что равновесная скорость электронного газа при наличии явлений переноса может быть отлична от нуля.

Функция $\Theta(x)$ – единичная ступенька Хэвисайда:

$$\Theta\left(x\right) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Рассмотрим линеаризацию кинетического уравнения (1). Химический потенциал линеаризуем относительно некоторого его значения μ_0:

$$\mu\left(x,t\right) = \mu_0 + \delta\mu\left(\mathbf{r},t\right), \quad \mu_0 = \text{const}.$$

Равновесную функцию распределения линеаризуем относительно абсолютного (независящего от координат) распределения Ферми:

$$f_F\left(\mathbf{v}\right) \equiv f_0\left(\mathbf{v}\right) = \Theta\left[\mu_0 - \varepsilon\left(\mathbf{v}\right)\right].$$

При линеаризации локально равновесной функции распределения получаем:

$$f_{eq}\left(\mathbf{v}\right) = f_0\left(\mathbf{v}\right) + \delta\left(\varepsilon_F - \varepsilon\right)\left[m\mathbf{v}\mathbf{u}\left(\mathbf{r},t\right) + \delta\mu\left(\mathbf{r},t\right)\right].$$

Здесь $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

Для вырожденного Ферми-газа электронов в металле:

$$\mu_0 = \varepsilon_F = \frac{m\upsilon_F^2}{2} = \frac{p_F^2}{2}, \quad \varepsilon(\mathbf{v}) = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

υ_F – скорость электронов на поверхности Ферми, которая считается сферической, ε_F – энергия электронов на поверхности Ферми, $\varepsilon(\mathbf{v})$ – кинетическая энергия электронов.

Для вырожденного Ферми-газа электронов имеем:

$$\delta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \delta\left[\frac{m\upsilon^2}{2} - \frac{m\upsilon_F^2}{2}\right] = \delta\left(\frac{m}{2}(\upsilon - \upsilon_F)(\upsilon + \upsilon_F)\right) =$$

$$= \frac{1}{m\upsilon_F}\delta(\upsilon - \upsilon_F) = \frac{1}{m\upsilon_F^2}\delta\left(\frac{\upsilon}{\upsilon_F} - 1\right) = \frac{1}{2\varepsilon_F}\delta\left(\frac{\upsilon}{\upsilon_F} - 1\right).$$

Импульс электрона равен $p = m\upsilon$. На поверхности Ферми $p_F = m\upsilon_F$.

Введём безразмерный импульс (скорость) электронов и безразмерный (приведённый) химический потенциал:

$$P = \frac{p}{p_F} = \frac{\upsilon}{\upsilon_F}, \quad \alpha(x,t) = \frac{\mu(x,t)}{m\upsilon_F^2},$$

тогда:

$$\delta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon_F}\delta\left(\frac{\upsilon}{\upsilon_F} - 1\right) = \frac{1}{2\varepsilon_F}\delta(P - 1)$$

и линеаризованная локально равновесная функция распределения записывается в виде:

$$f_{eq} = \Theta(1 - P^2) + \delta(P - 1)\left[\delta\alpha(\mathbf{r},t) + P\mathbf{U}(\mathbf{r},t)\right]. \qquad (2)$$

Здесь

$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{u}}{\upsilon_F}.$$

Рассмотрим уравнение Гаусса для напряжённости электрического поля:

$$\mathrm{div}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 4\pi\rho(\mathbf{r},t),$$

где $\rho(\mathbf{r}, t)$ – плотность заряда.

Перепишем уравнение для напряжённости электрического поля в виде:

$$\mathrm{div}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 4\pi\left[\rho_0 + \delta\rho(\mathbf{r},t)\right].$$

Здесь ρ_0 – равновесное распределение заряда, равное нулю по причине электронейтральности материала, $\delta\rho(\mathbf{r}, t)$ – отклонение плотности заряда решётки

от равновесной. Поэтому уравнение для напряжённости электрического поля можно переписать в виде:

$$\mathrm{div}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 4\pi\delta\rho(\mathbf{r},t). \tag{3}$$

При этом:

$$\delta\rho = \int (f - f_0)\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{4}$$

Рассмотрим уравнение непрерывности плотности заряда [8]:

$$\frac{\partial\rho(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \mathrm{div}\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = 0.$$

Здесь $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ – плотность электрического тока:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = e\int f\mathbf{v}\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}.$$

Равновесную концентрацию электронов N можно представить в следующем виде:

$$\int f_0\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3} = N.$$

При этом:

$$\int f_0(P)d^3P = \int\Theta(1-P^2)d^3P = \int\limits_{p^2<1} d^3P = \frac{4\pi}{3}.$$

Это – объём шара единичного радиуса. Тогда:

$$\int f_0\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3}\int f_0 d^3p = \frac{2p_F^3}{(2\pi\hbar)^3}\int f_0 d^3P = \frac{8\pi p_F^3}{3(2\pi\hbar)^3}.$$

Поэтому

$$N = \frac{8\pi p_F^3}{3(2\pi\hbar)^3}.$$

Данное соотношение позволяет найти связь между равновесной концентрацией электронов N и величинами p_F и μ_0.

В линейном приближении функцию распределения электронов можно искать в виде:

$$f = \Theta(1-P^2) + h(\mathbf{r},P,t)\delta(P-1). \tag{5}$$

Здесь $f_0 = \Theta(1 - P^2)$ – абсолютный фермиан, $h(\mathbf{r}, P, t)$ – функция, описывающая отклонение функции распределения от равновесного значения.

С помощью (5) запишем кинетическое уравнение (1) в виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\upsilon_F P\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}}+\frac{e}{m\upsilon_F}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\frac{\partial f}{\partial P}=$$

$$=\nu\delta(P-1)\left[\delta\alpha(\mathbf{r},t)+P\mathbf{U}(\mathbf{r},t)-h(\mathbf{r},P,t)\right]. \qquad (6)$$

Очевидно, что:

$$\frac{\partial f_0}{\partial t}=\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}}=0.$$

В линейном приближении по электрическому полю можно записать:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\frac{\partial f}{\partial P}=\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\frac{\partial f_0}{\partial P}=-P\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\delta(P-1).$$

При выводе этого уравнения было учтено, что

$$\frac{\partial f_0}{\partial P}=\Theta'(1-P^2)(-2P)=-P\delta(P-1).$$

Учитывая эти соотношения, кинетическое уравнение (6) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\upsilon_F P\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}}+\frac{e}{m\upsilon_F}\mathbf{P}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\nu\left[\delta\alpha(\mathbf{r},t)+P\mathbf{U}(\mathbf{r},t)-h(\mathbf{r},P,t)\right]. \qquad (7)$$

Для нахождения безразмерного отклонения химического потенциала от равновесного значения воспользуемся законом сохранения числа частиц (концентрации):

$$\int(f_{eq}-f)\frac{2d^3p}{(2\pi\hbar)^3}=0.$$

Из этого равенства получаем:

$$\int\delta(P-1)\left[\delta\alpha(\mathbf{r},t)+P\mathbf{U}(\mathbf{r},t)-h(\mathbf{r},P,t)\right]d^3P=0.$$

Отсюда получаем:

$$\delta\alpha(\mathbf{r},t)=\int\delta(P-1)h(\mathbf{r},P,t)d^3P.$$

Величина $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ связана с дрейфовой скоростью электронов $\mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t)$ соотношением:

$$\mathbf{U}(\mathbf{r},t)=\beta\mathbf{u}_d(\mathbf{r},t), \qquad (8)$$

где β – некоторый коэффициент. Впервые такая модель была предложена для учета электрон-электронных столкновений в [9]. Для электрон-электронных столкновений $\beta > 0$. Для поликристаллических (сильно гранулированных) материалов $\beta > 0$.

Величина $\mathbf{u}_d(\mathbf{r}, t)$ связана с плотностью тока $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ соотношением:

$$\mathbf{u}_d\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{\mathbf{j}\left(\mathbf{r},t\right)}{eN}.$$

Или

$$\mathbf{u}_d\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{1}{N}\int f\mathbf{v}\frac{2d^3p}{\left(2\pi\hbar\right)^3}.$$

В линейном приближении отсюда получаем:

$$\mathbf{u}_d\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{1}{N}\int \mathbf{v}h\left(\mathbf{r},P,t\right)\delta\left(P-1\right)\frac{2d^3p}{\left(2\pi\hbar\right)^3}.$$

Данное выражение можно представить в виде:

$$\mathbf{u}_d\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{2p_F^4}{Nm\left(2\pi\hbar\right)^3}\int Ph\left(\mathbf{r},P,t\right)\delta\left(P-1\right)d^3P.$$

Учитывая связь между величинами N и p_F, получаем:

$$\mathbf{u}_d\left(\mathbf{r},t\right)=\frac{2p_F^4}{m\left(2\pi\hbar\right)^3}\frac{3\left(2\pi\hbar\right)^3}{8\pi p_F^3}\int Ph\left(\mathbf{r},P,t\right)\delta\left(P-1\right)d^3P= \tag{9}$$

$$=\frac{3p_F}{4m\pi}\int Ph\left(\mathbf{r},P,t\right)\delta\left(P-1\right)d^3P.$$

Заключение

1. Проведена линеаризация кинетического уравнения для вырожденного электронного газа и уравнения Гаусса для электрического поля. Все выражения представлены в виде соотношений для функции, описывающей отклонение функции распределения электронов от равновесной функции распределения.

2. Проведён учёт возможности того, что после столкновения электроны частично сохраняют информацию о своей скорости до столкновения.

3. Отдельно рассмотрены случаи электрон-электронных столкновений и сильно гранулированных сред, когда необходимо учитывать эффект рассеяния электронов от границ зерен этих сред.

Статья поступила в редакцию 14.05.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрикосов А. А. Основы теории металла. М.: Наука, 1977. 520 с.
2. Reuter G. E. H., Sondheimer E. H. Theory of the anomalous skin effect in metals // Proceedings of the Royal Society A. 1948. Vol. 195. Iss. 1042. P. 336–352.
3. Латышев А. В., Юшканов А. А. Применение метода Кейза к аналитическому решению обобщенной задачи о скин-эффекте в металле // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1999. Т. 39. № 6. С. 989–1005.

4. Латышев А. В., Юшканов А. А. Аналитическое решение задачи о скин-эффекте при произвольном коэффициенте аккомодации тангенциального импульса электронов // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. Вып. 8. С. 1–7.
5. Kliewer K. L., Fuchs R. Anomalous skin effect for specular electron scattering and optical experiments at non–normal angles of incidence // Physical Review. 1968. Vol. 172. Iss. 3. P. 607–624.
6. Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердых тел. М.: Мир, 1975. 436 с.
7. Латышев А. В., Юшканов А. А. Вырожденная плазма в полупространстве во внешнем электрическом поле вблизи резонанса // Физика твердого тела. 2006. Т. 48. Вып. 12. С. 2113–2118.
8. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 536 с.
9. De Gennaro S., Rettory A. The low-temperature electrical resistivity of potassium: size and role of normal electron-electron scattering // Journal of Physics F: Metal Physics. 1984. Vol. 14. No. 12. P. 237–242.

REFERENCES

1. Abrikosov A. A. *Fundamentals of the Theory of Metals*. Amsterdam, North Holland, 1988. 640 p.
2. Reuter G. E. H., Sondheimer E. H. Theory of the anomalous skin effect in metals. In: *Proceedings of the Royal Society A*, 1948, vol. 195, iss. 1042, pp. 336–352.
3. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [Application of the case method in the analytical solution of a generalized problem of skin effect in a metal]. In: *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1999, vol. 39, no. 6, pp. 989–1005.
4. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [Analytical solution to the skin-effect problem for an arbitrary accommodation coefficient of electron tangential momentum]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics. The Russian Journal of Applied Physics], 2000, vol. 70, iss. 8, pp. 1–7.
5. Kliewer K. L., Fuchs R. Anomalous skin effect for specular electron scattering and optical experiments at non-normal angles of incidence. In: *Physical Review*, 1968, vol. 172, iss. 3, pp. 607–624.
6. Plattsman F., Vol'f P. *Volny i vzaimodeistviya v plazme tverdykh tel* [Waves and interactions in plasma of solids]. Moscow, Mir Publ., 1975. 436 p.
7. Latyshev A. V., Yushkanov A. A. [Degenerate plasma in a half-space under an external alternating electric field near resonance]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2006, vol. 48, iss. 12, pp. 2113–2118.
8. Lifshits E. M., Pitaevskii L. P. *Physical Kinetics*. Oxford, Pergamon Press, 1981. 452 p.
9. De Gennaro S., Rettory A. The low-temperature electrical resistivity of potassium: size and role of normal electron-electron scattering. In: *Journal of Physics F: Metal Physics*, 1984, vol. 14, no. 12, pp. 237–242.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Лам Тхи Ньюнг – аспирант кафедры математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета;
e-mail: nhunglam279@gmail.com

Юшканов Александр Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: yushkanov@inbox.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Lam Thi Nhung – Postgraduate Student at the Department of Mathematical Analysis and Geometry, Moscow Region State University;
e-mail: nhunglam279@gmail.com

Aleksandr A. Yushkanov – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: yushkanov@inbox.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Лам Тхи Ньюнг, Юшканов А. А. Линеаризация кинетического уравнения для электронов в вырожденной плазме // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 4. С. 22–29.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-22-29

FOR CITATION

Lam Thi Nhung, Yushkanov A. A. Linearization of the kinetic equation for electrons in a degenerate plasma. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 22–29.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-22-29

УДК 539.4:539.5:539.8
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-30-42

УПРАВЛЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ ПОВЕРХНОСТИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ КОРОТКОИМПУЛЬСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Ушаков И. В., Симонов Ю. В.

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
119049, г. Москва, Ленинский проспект, д. 4, Российская Федерация

Аннотация. В работе исследованы физико-механические свойства поверхностного слоя конструкционных титановых сплавов ВТ18у и ВТ9, обработанных лазерными импульсами. Лазерная обработка состоит из серии импульсов длительностью ≈ 20 нс. Использовались различные методы лазерной обработки, которые отличались плотностью мощности, частотой следования импульсов, алгоритмом формирования матрицы облучённых участков и так далее. Исследованы изменения микротвёрдости. Установлены зависимости микротвёрдости от нагрузки на индентор. Показано, что качество формируемой поверхности и её свойства определяются параметрами лазерных импульсов и технологией процесса обработки в целом. Установлены режимы, обеспечивающие повышение микротвёрдости материала, а также стойкости обрабатываемой поверхности к трещинообразованию и разрушению при локальном нагружении. Обсуждены механизмы комплексного улучшения механических свойств поверхностного слоя материала под воздействием лазерной обработки. Существенным достоинством предлагаемого метода обработки является одновременный рост микротвёрдости и стойкости к формированию трещин.

Ключевые слова: механические свойства; титановые сплавы; поверхностный слой; микротвёрдость; лазерная обработка

CONTROL OF PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF THE TITANIUM ALLOY SURFACE BY SHORT LASER PULSES

I. Ushakov, Yu. Simonov

National University of Science and Technology 'MISiS',
Leninsky prosp. 4, 119049 Moscow, Russian Federation

Abstract. The physical and mechanical properties of the surface layer of titanium alloys VT18u and VT9 processed by laser pulses are investigated. Laser processing consists of a series of pulses with a duration of ≈20 ns. Various laser processing methods are used, which differ in power density, pulse repetition rate, algorithm for forming a matrix of irradiated sections, etc. The changes in microhardness are examined. The dependences of microhardness on the load at the indenter are established. It is shown that the quality of the formed surface and its properties are determined by the parameters of laser pulses and the processing technology as

© CC BY Ушаков И. В., Симонов Ю. В., 2019.

a whole. Regimes are established that provide an increase in the microhardness of the material, as well as the resistance of the treated surface to cracking and fracture under local loading. The mechanisms of complex improvement of the mechanical properties of the surface layer of a material under the influence of laser treatment are also discussed. A significant advantage of the proposed treatment method is the simultaneous increase in microhardness and resistance to crack formation.

Keywords: mechanical properties, titanium alloys, surface layer, microhardness, laser treatment

Введение

Сплавы на основе титана являются перспективными конструкционными материалами для современной авиационной и космической промышленности. В частности, титановые сплавы нашли применение при изготовлении лопаток газотурбинных двигателей [1; 2]. Преимущество титановых сплавов обусловлено их низкой плотностью и достаточно высокими значениями прочности.

Улучшение технических свойств титановых сплавов достигается варьированием доли различных легирующих соединений и различными видами обработки. Сплавы ВТ18у и ВТ9 можно отнести к комплексно-легированным титановым сплавам. Относительно большое содержание алюминия и циркония в сплаве ВТ18у способствует достаточно высокому сопротивлению ползучести в условиях высоких температур, что существенно для газотурбинных двигателей. Данный титановый сплав относится к одному из наиболее жаропрочных сплавов на базе титана. Сплав ВТ18у является высокопрочным, а специфика его элементного и фазового составов обеспечивает высокое значение длительной прочности. Авиационные детали из этого материала способны выдерживать длительные нагрузки при значениях температуры до 873 К.

Упрочнение поверхностного слоя позволяет повысить износостойкость лопаток в целом [3; 4]. Для поверхностных слоёв деталей были разработаны различные технологии упрочнения. Эти технологии направлены на повышение микротвёрдости поверхности, создание сжимающих напряжений, повышение ударной вязкости и т. д.

В случае формирования упрочнённого поверхностного слоя необходимо контролировать толщину этого слоя, а также его адгезию к основному материалу. Свойства слоя должны быть такими, чтобы не возникало трещин на границе между упрочнённым и исходным материалом. Это связано с тем, что во время эксплуатации механическим нагрузкам подвергается как поверхность лопатки, так и материал в объёме детали.

Существуют различные методы упрочнения поверхности: напыление, лазерные аддитивные технологии, дробеструйная обработка, лазерный пиннинг, плазменно-электролитическая обработка и т. д. [5–10]. Некоторые из этих методов активно используются на практике. Другие виды обработки показали хорошую эффективность в лабораторных условиях, однако их сложно реализовать в реальном производстве [1; 3; 8]. Это, например, относится к технологии использования сильноточных импульсных электронных пучков [3].

Одним из перспективных методов формирования свойств поверхности является лазерная обработка [6]. Современные лазерные установки являются достаточно надёжными, экономичными и простыми в использовании. Следует отметить, что за последние десятилетия технологии лазерной обработки материалов получили большое развитие. Удалось значительно повысить эффективность лазерных систем. Значительные успехи достигнуты в формировании необходимых параметров лазерных импульсов: длительности импульса, плотности мощности, распределения энергии в области облучения и т. д. Были разработаны точные и надёжные системы механического позиционирования деталей, обрабатываемых лазерным излучением.

Все перечисленные методы воздействия имеют определённые достоинства и недостатки, связанные как с конечным состоянием образцов, так и с технологичностью процесса обработки. В настоящее время достаточно трудно разработать такой метод обработки, который позволил бы существенно улучшить качество лопаток в целом по сравнению с другими современными способами. Поэтому новые методы обработки должны эффективно формировать требуемые свойства материала, а также быть более технологичными и дешёвыми.

Ранее была предложена технология селективной лазерной обработки наноструктурных плёнок [6; 7]. Удаётся подбирать такие параметры воздействия, при которых существенно повышается их микротвёрдость и стойкость к растрескиванию.

Цель данной работы заключается в исследовании специфики изменения механических свойств при воздействии лазерного излучения, а также в определении параметров лазерной обработки, при которых возможно одновременно повысить твёрдость поверхностного слоя, а также его стойкость к растрескиванию.

Методика эксперимента

Исследования проведены на нескольких образцах конструкционных титановых сплавов: ВТ18у ($Ti_{85,85}Al_{6,5}Zr_4Sn_2Nb_1Mo_{0,5}Si_{0,15}$) и ВТ9 ($Ti_{88,3}Al_{6,4}Mo_{3,3}Zr_{1,5}Si_{0,3}Fe_{0,2}$). Поверхность сплава ВТ18у перед использованием подвергалась шлифовке и полировке.

Поверхность исследуемых образцов была обработана нано- и миллисекундными лазерными импульсами. Лазерная обработка осуществлялась с использованием трёх лазерных установок.

Первая установка – LS-2134-E4 (ELS–03): частота следования импульсов ν = 1–100 Гц, длина волны излучения λ = 532 нм, энергия одиночного импульса $E \approx$ 15–20 мДж, длительность воздействия одиночного импульса $\tau \approx$ 15–20 нс.

Вторая установка – Bulat (модель LRS–150 AU): частота следования импульсов ν = 1–200 Гц, длина волны излучения λ = 1,064 мкм, энергия импульса $E \approx$ 60 Дж, длительность воздействия одиночного импульса $\tau \approx$ 0,2–20 мс.

Третья установка – длиннофокусный импульсный лазер с диодной накачкой Nd^{3+}: YAG: частота лазера ν = 100–300 Гц (использовали 200 Гц), длина волны λ = 1064 нм, энергия импульса E = 10–20 мДж.

Материалы подвергали обработке согласно четырём алгоритмам. Алгоритмы лазерной обработки и полученные результаты описаны в следующем разделе статьи.

Далее проводили серии механических испытаний исходной поверхности материала, всех обработанных и пограничных участков. Указанные участки индентировали пирамидками Виккерса и Берковича с использованием модернизированного микротвердомера ПМТ-3М и нанотвердомера NHT-2. Использовались стандартные и модернизированные методы тестирования [11].[1]

Экспериментальные результаты и обсуждение

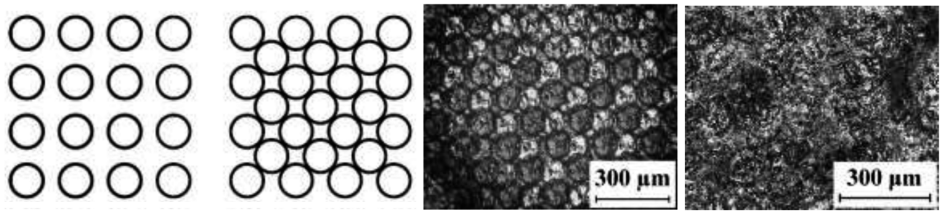
Многие методы обработки титановых сплавов предполагают достаточно сложные и дорогостоящие технические мероприятия [3; 9; 12]. Как следствие, не все из этих методов обработки находят масштабное применение на практике.

Большой практический интерес представляет создание эффективных, воспроизводимых и дешёвых методов формирования свойств поверхности титановых сплавов. В данной работе свойства поверхности формируются исключительно за счёт лазерного излучения. Современные лазерные установки имеют высокий коэффициент полезного действия, обеспечивают контроль параметров лазерного излучения, оснащены высокоточными системами пространственного позиционирования обрабатываемых образцов.

Внедрение оксидов и нитридов металлов в поверхностный слой титанового сплава способствует повышению микротвёрдости. В случаях, при которых удаётся задействовать механизм повышения микротвёрдости за счёт химических реакций с атмосферным кислородом и азотом, появляется возможность удешевить технологии обработки. Вместо создания специальной защитной среды можно проводить обработку при нормальных физических условиях.

1. Первый режим облучения (лазер ELS–03 и лазер Nd^{3+}: YAG) обеспечивал формирование прямоугольной области обработки за счёт нескольких последовательных этапов. На первом этапе формировали матрицу облучённых участков в соответствии со схемой, показанной на рис. 1а. Матрица состоит из непересекающихся областей лазерной обработки. Плотность мощности варьировали от $0{,}5 \times 10^{12}$ Вт/м^2 до 90×10^{12} Вт/м^2. Затем формировали вторую матрицу, смещённую относительно первой (рис. 1б). Первая и вторая матрицы не перекрываются. Последующие этапы обработки включают формирование дополнительных матриц облучённых областей, смещённых относительно первых двух. Они полностью перекрывают облучённые участки. Описанную выше обработку повторяли от 2 до 5 раз. Размеры диаметров облучаемых участков можно изменять при переходе к следующему циклу обработки.

[1] Также см.: Государственный стандарт Союза ССР: Измерение микротвердости вдавливанием алмазных наконечников. Москва, 1976. ГОСТ 9450-76 (СТ СЭВ 1195-78).

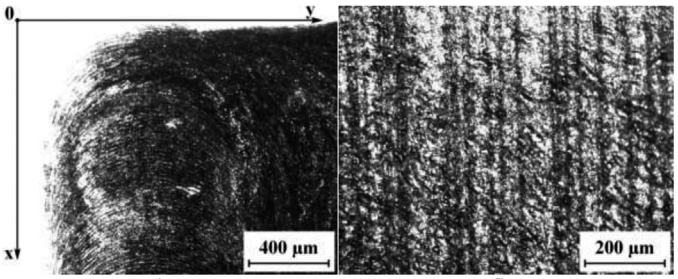


а) б) в) г)

Рис. 1. Схема последовательных этапов облучения поверхности сплава: а) первый этап; б) второй этап. Микрофотография поверхностного слоя, сформированного по первому способу: в) диодным лазером Nd^{3+}: YAG; г) лазером ELS-03.

Микроструктура данной поверхности, исследованная с помощью оптической микроскопии, не содержит микротрещин и элементов растрескивания. В целом её микрорельеф соотносится с неровностями, имеющимися в необработанной зоне. Характерно наличие на поверхности сферических областей, образовавшихся при быстром охлаждении расплава в атмосфере. На свойства материала влияют химические процессы. Начиная с температуры 673К процессы диффузии азота и кислорода в титан резко активизируются. Присутствие оксидов TiO_2 и нитридов TiN в титановых сплавах заметно повышает их микротвёрдость и износостойкость.

2. Второй режим (лазер ELS–03). Поверхность облучали лазерными импульсами с частотой 100 Гц, которые фокусировали под поверхность. За счёт изменения глубины фокусировки варьировали диаметр облучённой области от 0,05 мм до 2 мм. Образец перемещали на 15 мм в направлении «x» с постоянной скоростью 185 мм/с. Затем образец смещали в направлении «y» и т. д. Обработку продолжали до формирования зоны облучения размером 15 × 15 мм (рис. 2).



а) б)

Рис. 2. а) на микрофотографии чётко видны смещённые вдоль оси «x» круглые области лазерной обработки; б) структура поверхности с бóльшим увеличением.

За счёт бóльшего размера облучаемой поверхности и поступательного движения образца формируется бóльший по размерам и более стабильный газоплазменный факел. Соответственно, формируется более стабильная защитная атмосфера. При этом снижается давление, оказываемое лазерной плазмой. Получаемая поверхность гладкая и имеет характерные участки оплавления.

Трещин на обработанной поверхности не фиксировали, в том числе после локального нагружения алмазной пирамидкой Виккерса с нагрузкой до 4,9 Н включительно.

3. Третий способ обработки основан на обработке образца миллисекундными лазерными импульсами (Bulat LRS–150 AU).

Обрабатывали как одиночными импульсами, так и серией импульсов. За счёт обработки единичными импульсами сформировано несколько одиночных участков обработки с диаметром пятна порядка 1,3 мм. Равномерное движение образца в одном направлении приводило к образованию на его поверхности оплавленной дорожки шириной около 1,3 мм (рис. 3).

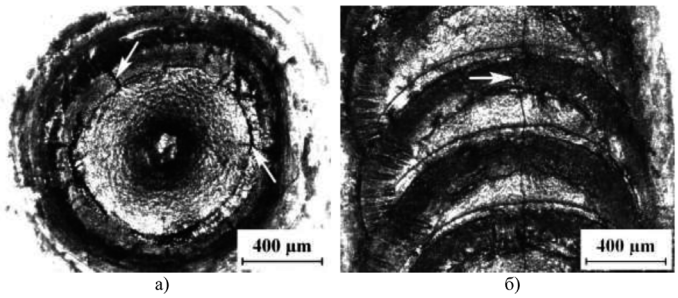


Рис. 3. а) поверхность после обработки единичным миллисекундным импульсом; б) область, сформированная при воздействии серии миллисекундных лазерных импульсов на движущийся образец. Белыми стрелками показаны трещины.

Поверхность имеет сложный и неоднородный рельеф с углублением в центре. Формируемые поверхности оказываются подверженными разрушению и трещинообразованию. На всех микрокартинах присутствуют трещины. В большинстве единичных зон оплавления имеется одна большая радиальная трещина, но могут присутствовать и короткие радиальные трещины. Указанные трещины образуются при изменении градиента температурного поля в оплавленной области при остывании. Вытянутая зона также покрыта трещинами.

Воздействие миллисекундных лазерных импульсов приводит к сильному разогреву материала заготовки, что в свою очередь, может способствовать изменению структуры материала. Испытания на микротвёрдость проводили в обработанных областях, а также в местах, удалённых от границ области оплавления на 100 мкм и более. В пределах зон оплавления микротвёрдость оказалась выше по сравнению с необработанными участками поверхности примерно на 60%. При нагрузке F = 0,49 Н микротвёрдость в среднем 350 МПа, в то время как микротвёрдость необработанного материала 220 МПа.

Микротвёрдость постепенно снижается при переходе от внутренних участков зоны обработки к её границе и далее за пределы области оплавления. На расстоянии более 100 мкм от границы области оплавления микротвёрдость ниже, чем на исходной поверхности образцов примерно в 2 раза. Наличие трещин в области обработки и снижение микротвёрдости в окрестностях обработанных

областей из-за перегрева свидетельствует о неэффективности данного режима лазерного облучения.

4. Четвёртый способ обработки схож со вторым методом обработки. Использовали лазер ELS-03. Отличие свойств поверхности обусловлено особенностями фокусировки и количеством полных циклов обработки (рис. 4). На первом этапе обработки лазерное излучение фокусируют на высоте 5 мм над поверхностью. Далее последовательность обработки поверхности идентична указанной в методе № 2, но при каждом последующем проходе точка фокусировки с шагом в 1 мм приближается к поверхности материала. На последнем, шестом проходе, излучение фокусировали на поверхность. Микротвёрдость поверхности после обработки существенно возрастает, особенно в тонком поверхностном слое толщиной 1 мкм.

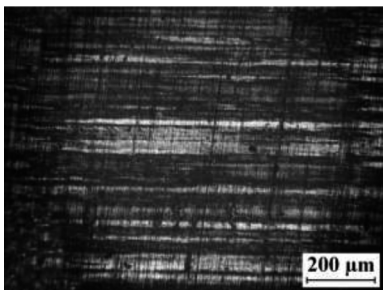


Рис. 4. Упрочнённая поверхность сплава ВТ9 после лазерной обработки на установке ELS-03 по четвёртому способу. Видны фрагменты плёночного покрытия, образованного в результате взаимодействия атмосферы с веществом.

5. Использование нескольких вариантов нагрузки позволяет проанализировать изменение механических свойств лазерно-обработанных участков при изменении глубины внедрения индентора. Кроме того, применение разных величин нагрузок позволяет установить, насколько материал чувствителен к возникновению трещин при индентировании.

Обработанные и необработанные участки поверхности сравнивали между собой по следующим критериям: величине микротвёрдости по Виккерсу и Берковичу, формированию трещин при нагружении пирамидкой Виккерса с использованием больших нагрузок.

Обработка титановых сплавов, как правило, требует создания защитной или сильно разреженной атмосферы. В нашем случае была предпринята попытка обойтись без защитной атмосферы. Этого достигали за счёт создания квазистабильного газоплазменного факела. Время существования газоплазменного факела на порядок превышает время воздействия лазерного импульса. В результате разлетающиеся и окисляющиеся пары титанового сплава формируют более или менее эффективную защитную атмосферу. Такая методика частично себя оправдала. При использовании четвёртого режима обработки на поверхности формируется окрашенная плёнка, характерная для поверхностного слоя, насыщенного оксидами и нитридами титана. В этом случае можно ожидать высокой

микротвёрдости в указанном слое. Это предположение было экспериментально подтверждено при испытаниях сплава ВТ9 на нанотвердомере NHT-2 пирамидкой Берковича. Микротвёрдость можно рассчитывать несколькими способами [11]. В данном случае, при построении зависимости рассчитывали микротвёрдость как функцию от нагрузки. Такая зависимость показывает «динамическую микротвёрдость». Разные методы расчёта нано- и микротвёрдости имеют преимущества и недостатки. В нашем случае рассчитанное значение микротвёрдости будет меньше (рис. 5), чем микротвёрдость, оцениваемая по ГОСТ[1], с учётом эффектов, описанных в [11].

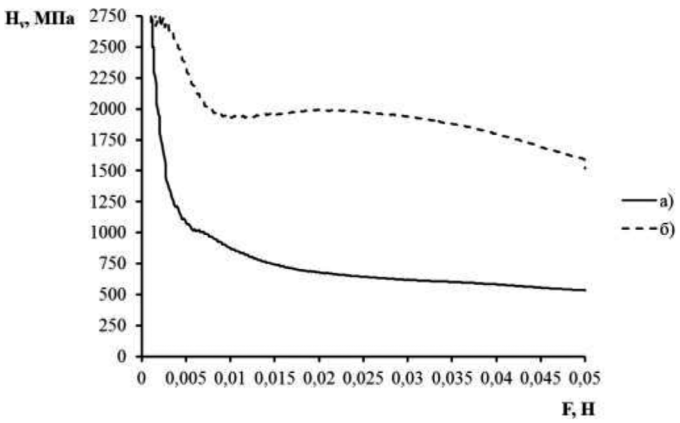


Рис. 5. а) изменение твёрдости необработанной поверхности сплава ВТ9 при изменении нагрузки на индентор; б) зависимость твёрдости от нагрузки на индентор для сплава ВТ9 после лазерной обработки согласно режиму № 4 на установке ELS-03.

Для необработанного материала при нагрузке на пирамидку Берковича, равной 0,05 Н, значение твёрдости составляет $H_v \approx 534$ МПа (рис. 5). В диапазоне малых нагрузок (около 0,001 Н) наблюдаются флуктуации твёрдости около значений 4500 – 5000 МПа.

Для обработанного материала, показанного на рис. 4, отмечено существенное увеличение твёрдости (рис. 5). При максимальной нагрузке на пирамидку Берковича, равной 0,05 Н, значение твёрдости составляет 1516–1589 МПа. Это в 3 раза превышает величину твёрдости на исходной поверхности материала ВТ9. Флуктуаций твёрдости в зоне «малых» нагрузок для лазерно-обработанной области не наблюдается.

Высокая микротвёрдость при низких нагрузках свидетельствует о значительном упрочнении поверхностного слоя. Параметры используемых режимов лазерного облучения позволяют создать газоплазменный факел. В этих условиях оксиды и нитриды титана способны проникать в поверхностный слой и повышать его твёрдость.

[1] Государственный стандарт Союза ССР: Измерение микротвердости вдавливанием алмазных наконечников. Москва, 1976. ГОСТ 9450-76 (СТ СЭВ 1195-78).

Существенным является вопрос структуры упрочнённого слоя и его глубины. Структура обработанного слоя не должна содержать дефектов, концентраторов механических напряжений, желательно добиваться плавного изменения механических свойств. В таких покрытиях снижается вероятность формирования трещин между исходным материалом и поверхностью. Область деформационного упрочнения также должна учитываться при определении общей толщины обработанного слоя. Косвенную информацию об упрочнённом слое можно получить за счёт индентирования большими нагрузками с использованием пирамидки Виккерса (рис. 6). Зависимости № 1 и № 2 демонстрируют значительное увеличение микротвёрдости. Микротвёрдость для большинства экспериментальных точек этих зависимостей примерно на 25–40% выше по сравнению с необработанным материалом.

Для зависимости № 2 микротвёрдость практически линейно возрастает с 229 МПа до 375 МПа с увеличением нагрузки от 0,49 Н до 1,96 Н. При дальнейшем увеличении нагрузки микротвёрдость существенно не уменьшается.

Толщина обработанного слоя оценивалась только косвенно. Глубина вдавливания индентора составляла около 12 мкм при максимальной нагрузке F = 4,9 Н. Необходимо учитывать упругопластическое восстановление материала после вдавливания. Реальная глубина внедрения индентора будет значительно больше 12 мкм [11].

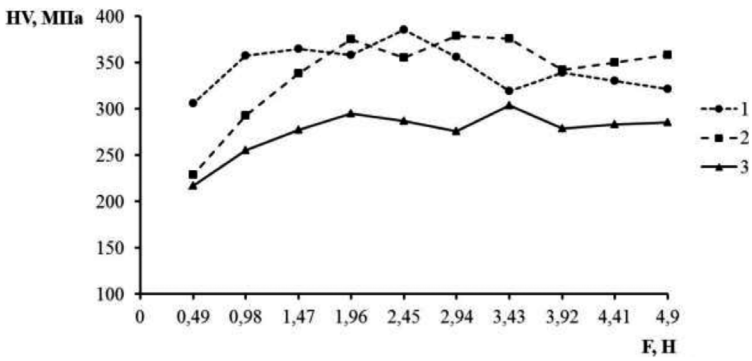


Рис. 6. Показаны зависимости микротвёрдости по Виккерсу от нагрузки при вдавливании. Зависимости № 1, 2 соответствуют режимам лазерной обработки № 1, 2. Зависимость № 3 соответствует исходному материалу.

Существует несколько механизмов, ответственных за изменения микротвёрдости. В результате сверхбыстрого плавления и последующего охлаждения металла возможна аморфизация поверхности. Происходит процесс испарения поверхностного слоя в зоне воздействия лазерного излучения. Формируется ударная волна с ударным давлением до 10^{10} Па. В этом случае следует ожидать деформационного упрочнения материала. При использовании режима № 2 нагрев может стимулировать процессы релаксации напряжений [6; 13].

Полученные результаты должны оцениваться по нескольким критериям. Оптимальная техника обработки должна быть относительно простой, дешёвой и

воспроизводимой. Режимы № 1 и № 2 соответствуют этим критериям. Лазерная обработка не предполагает каких-либо дополнительных процедур. Не требуется защитной атмосферы, нанесения специальной краски и жидкости (в отличие от метода лазерного пиннинга).

Предлагаемый способ имеет перспективы развития, связанные с комбинированием режимов № 1 и № 2 и/или использования второго лазера с высокой частотой следования импульсов для создания защитной атмосферы.

Существенным преимуществом рассмотренного режима лазерной обработки является увеличение стойкости к формированию трещин. Этим данный режим обработки выгодно отличается от традиционных методов поверхностного лазерного упрочнения, при которых рост микротвёрдости сопровождается увеличением хрупкости.

Экспериментально установлена вероятность формирования трещин при локальном нагружении. При индентировании необработанного образца вероятность формирования трещин возрастала с 20% при нагрузке 0,49 Н до 34% при нагрузке 1,96 Н для сплава ВТ18у.

При индентировании облучённых участков образцов сплава ВТ18у нагрузками от F_1 = 0,49 Н до F_2 = 4,9 Н формирование трещин не фиксировали.

Заключение

1. Предложены способы обработки поверхности титановых сплавов ВТ18у и ВТ9, обеспечивающие одновременное повышение микротвёрдости и стойкости к формированию трещин.

Удаётся повысить микротвёрдость в поверхностном слое толщиной 1 мкм в 2–3 раза, а в слое толщиной 10–20 мкм на 20–40%.

На исходной поверхности сплава ВТ18у вероятность формирования трещин при нагружении пирамидкой Виккерса достигает 34% при нагрузке 1,96 Н. В обработанном сплаве, при использованных режимах нагружения, трещины не формируются.

2. Воздействие серии лазерных импульсов длительностью в двадцать наносекунд с высокой плотностью мощности позволяет на короткое время сформировать газоплазменный факел, создающий относительно эффективную защитную атмосферу. Незначительное попадание азота и кислорода в поверхностные слои титанового сплава способствует повышению микротвёрдости, что и было достигнуто при режиме обработки № 4.

3. Предлагаемый способ обработки основан только на использовании лазерного излучения и электронно-механической системы точного перемещения. Это обеспечивает невысокую стоимость и простоту предложенного способа лазерной обработки.

Статья поступила в редакцию 27.09.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Влияние релаксационных процессов на эффективность обработки поверхности деталей сильноточными импульсными электронными пучками / Шулов В. А., Пайкин А. Г., Теряев Д. А., Быценко О. А., Энгелько В. И., Ткаченко К. И. // Упрочняющие технологии и покрытия. 2013. № 1 (97). С. 16–19.
2. Структурно-фазовые изменения в поверхностных слоях деталей из титанового сплава ВТ9 при облучении сильноточными импульсными электронными пучками / Шулов В. А., Энгелько В. И., Громов А. Н., Теряев Д. А., Быценко О. А., Ширваньянц Г. Г. // Физика и химия обработки материалов. 2014. № 1. С. 12–16.
3. Применение сильноточных импульсных электронных пучков для модифицирования поверхности лопаток газотурбинных двигателей (обзор) / Шулов В. А., Громов А. Н., Теряев Д. А., Энгелько В. И. // Известия высших учебных заведений. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2015. № 1. С. 38–48.
4. Application of high-current pulsed electron beams for the restoration of operational properties of the blades of gas-turbine engines / Shulov V. A., Teryaev D. A., Shirvanyants G. G., Engelko V. I., Gromov A. N., Bytsenko O. A. // Russian Journal of Non-Ferrous Metals. 2015. Vol. 56. Iss. 3. P. 333–338.
5. Порог пробоя сквозных отверстий в металлических фольгах мощным лазерным излучением (часть 1) / Калашников Е. В., Бугаев А. А., Кантор М. Ю., Куприенко Д. В., Чикиряка А. В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 1. С. 44–59.
6. Ушаков И. В., Сафронов И. С. Влияние лазерной обработки на микротвёрдость и особенности разрушения тонких лент аморфно-нанокристаллического металлического сплава // Физика и химия обработки материалов. 2013. № 2. С. 11–15.
7. Ушаков И. В., Сафронов И. С. Механические характеристики тонкой ленты многокомпонентного аморфно-нанокристаллического металлического сплава, обработанного серией наносекундных лазерных импульсов // Тяжёлое машиностроение. 2012. № 10. С. 6–9.
8. Структурные изменения в сплавах типа сендаст при быстрой кристаллизации спиннингованием и лазерной обработке / Шефтель Е. Н., Банных О. А., Капуткин Д. Е., Струг Р. Е., Климова Л. М. // Известия Российской Академии наук. Металлы. 1994. № 4. С. 89–95.
9. DLC-coating application to improve the durability of ceramic tools / Grigoriev S., Volosova M., Fyodorov S., Lyakhovetskiy M., Seleznev A. // Journal of Materials Engineering and Performance. 2019. Vol. 28. Iss. 7. P. 4415–4426.
10. Duradji V. N., Kaputkin D. E., Duradji A. Y. Electrolyte-plasma Modification of Surface of Ti-based Alloy during Electrohydrodynamic Mode of Anodic Process // Journal of The Electrochemical Society. 2017. Vol. 164. No. 9. P. E226–E232.
11. Боярская Ю. С., Грабко Д. З., Кац М. С. Физика процессов микроиндентирования. Кишинёв: Штиинца, 1986. 293 с.
12. Якушкин А. А., Высикайло Ф. И. Проблемы разрушения поверхности оболочек тепловыделяющих элементов ядерных энергетических установок // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 4. С. 92–111.
13. Андрианов И. К., Гринкруг М. С. Численный метод расчета теплоотдачи для требуемого температурного поля на поверхности контакта лопатки и теплозащитного покрытия при поперечной схеме охлаждения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2015. № 2. С. 34–43.

REFERENCES

1. Shulov V. A., Paikin A. G., Teryaev D. A., Bytsenko O. A., Engel'ko V. I., Tkachenko K. I. [The effect of relaxation processes on efficiency of part surface treatment with intense pulsed electron beams]. In: *Uprochnyayushchie tekhnologii i pokrytiya* [Strengthening technologies and coatings], 2013, no. 1 (97), pp. 16–19.
2. Shulov V. A., Engel'ko V. I., Gromov A. N., Teryaev D. A., Bytsenko O. A., Shirvanyants G. G. [Structure and phase changes in the surface layers of the parts made of the VT9 titanium alloy irradiated with a high-power pulsed electron beam]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2014, no. 1, pp. 12–16.
3. Shulov V. A., Gromov A. N., Teryaev D. A., Engel'ko V. I. [Application of intense pulsed electron beams for the surface modification of the blades of gas-turbine engines (review)]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Poroshkovaya metallurgiya i funktsional'nye pokrytiya* [Universities Proceedings. Powder Metallurgy and Functional Coatings], 2015, no. 1, pp. 38–48.
4. Shulov V. A., Teryaev D. A., Shirvanyants G. G., Engelko V. I., Gromov A. N., Bytsenko O. A. Application of high-current pulsed electron beams for the restoration of operational properties of the blades of gas-turbine engines. In: *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*, 2015, vol. 56, iss. 3, pp. 333–338.
5. Kalashnikov E. V., Bugaev A. A., Kantor M. Yu., Kuprienko D. V., Chikiryaka A. V. [The threshold breakdown of through holes in metal foils by high-power laser radiation (part 1)]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 1, pp. 44–59.
6. Ushakov I. V., Safronov I. S. [Effects of laser treatment on microhardness and peculiarities of fracture of metal thin tapes with amorphous/nanocrystalline alloy structure]. In: *Fizika i khimiya obrabotki materialov* [Physics and Chemistry of Materials Treatment], 2013, no. 2, pp. 11–15.
7. Ushakov I. V., Safronov I. S. [Mechanical characteristics of a thin ribbon of a multicomponent amorphous-nanocrystalline metal alloy treated with a series of nanosecond laser pulses]. In: *Tyazheloe mashinostroenie* [Russian Journal of Heavy Machinery], 2012, no. 10, pp. 6–9.
8. Sheftel' E. N., Bannykh O. A., Kaputkin D. E., Strug R. E., Klimova L. M. [Structural changes in Sendast alloys during fast crystallization by spinning and laser processing]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Metally* [Russian metallurgy (Metally)], 1994, no. 4, pp. 89–95.
9. Grigoriev S., Volosova M., Fyodorov S., Lyakhovetskiy M., Seleznev A. DLC-coating application to improve the durability of ceramic tools. In: *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2019, vol. 28, iss. 7, pp. 4415–4426.
10. Duradji V. N., Kaputkin D. E., Duradji A. Y. Electrolyte-plasma Modification of Surface of Ti-based Alloy during Electrohydrodynamic Mode of Anodic Process. In: *Journal of The Electrochemical Society*, 2017, vol. 164, no. 9, pp. E226–E232.
11. Boyarskaya Yu. S., Grabko D. Z., Kats M. S. *Fizika protsessov mikroindentirovaniya* [Physics of microindentation processes]. Chisinau, Shtiintsa Publ., 1986. 293 p.
12. Yakushkin A. A., Vysikailo F. I. [Modification of the surface and coating application on fuel cladding tubes for nuclear reactors.]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 4, pp. 92–111.
13. Andrianov I. K., Grinkrug M. S. [Numerical method of heat emission calculation for the required temperature field on the contact surface of a blade and thermal barrier coating in a cross-cooling scheme]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2015, no. 2, pp. 34–43.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ушаков Иван Владимирович – доктор технических наук, профессор кафедры физики Национального исследовательского технологического университета «МИСиС»;
e-mail: ushakoviv@mail.ru;

Симонов Юрий Владимирович – аспирант, ассистент кафедры физики Национального исследовательского технологического университета «МИСиС»;
e-mail: MAK.101@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ivan V. Ushakov – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Physics, National University of Science and Technology "MISiS";
e-mail: ushakoviv@mail.ru;

Yuri V. Simonov – postgraduate student, assistant lecturer at the Department of Physics, National University of Science and Technology "MISiS";
e-mail: MAK.101@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Ушаков И. В., Симонов Ю. В. Управление физико-механическими свойствами поверхности титановых сплавов короткоимпульсным лазерным излучением // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 4. С. 30–42.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-30-42

FOR CITATION

Ushakov I. V., Simonov Yu. V. Control of physical and mechanical properties of the surface of titanium alloys by short laser pulses In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics,* 2019, no. 4, pp. 30–42.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-30-42

УДК 537.611.43
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-43-50

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ СПЕКТРОВ ЭПР СО СВЕРХТОНКОЙ СТРУКТУРОЙ

Жачкин В. А.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. Описан способ компьютерного моделирования спектров ЭПР с анизотропными g-фактором и сверхтонкой структурой (СТС). В программе расчёта учтена зависимость ширины индивидуальных резонансных линий поглощения от магнитного квантового числа m_I и от угловой ориентации осей симметрии парамагнитного комплекса в магнитном поле. Эффективность метода продемонстрирована на примере модельных спектров ЭПР ионов V^{4+} и Cu^{2+} в оксидных стёклах.

Ключевые слова: электронный парамагнитный резонанс (ЭПР), компьютерное моделирование, анизотропия g-фактора, сверхтонкая структура (СТС)

COMPUTER MODELING OF ANISOTROPIC ESR SPECTRA WITH A HYPERFINE STRUCTURE

Zhachkin V. A.

Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

Abstract. The method for computer simulation of ESR spectra with an anisotropic g-factor and hyperfine structure (HFS) is described. The calculation program takes into account the dependence of the width of individual resonance absorption lines on the magnetic quantum number m_I and on the angular orientation of the axes of the paramagnetic complex symmetry in the magnetic field. The efficiency of the method is demonstrated by the example of modeling ESR spectra of V^{4+} and Cu^{2+} ions in oxide glasses.

Keywords: electron spin resonance (ESR), computer modeling, g-factor anisotropy, hyperfine structure (HFS)

Введение

Метод электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) примесных ионов группы железа в качестве индикаторов широко применяется при исследованиях структуры оксидных стёкол. Однако, отсутствие дальнего порядка в стёклах, произвольная ориентация осей симметрии электрических полей, создаваемых ближайшим окружением парамагнитных ионов, а также разброс напряжённо-

© CC BY Жачкин В. А., 2019.

стей самих этих полей сильно усложняют форму экспериментальных спектров. Особенно сложной форма спектров ЭПР оказывается в случае анизотропии константы сверхтонкой структуры (СТС) *A* и g-тензора. Определение параметров спин-гамильтониана из таких спектров без их моделирования на ПК представляет трудную проблему, зачастую оказывается некорректным, а иногда и просто невозможным.

В случае хорошего совпадения модельного спектра с экспериментальным полученные параметры ЭПР, их распределение и степень их взаимной корреляции могут дать дополнительную информацию о строении и локальном окружении парамагнитного центра и, в конечном счёте, о структуре стекла.

Ниже приведено описание методики моделирования спектров ЭПР в стёклах для ионов V^{4+} и Cu^{2+}, отличающейся от известных учётом зависимости ширины резонансных линий от магнитного квантового числа m_I и от угловой ориентации осей симметрии магнитного комплекса в магнитном поле.

Выбор именно ионов V^{4+} и Cu^{2+} в качестве ЭПР-индикаторов структуры стекла обусловлен тем, что они обладают ядрами с ядерными спинами, отличными от нуля и приводящими к сверхтонкому расщеплению их линий ЭПР. При этом ионы V^{4+} и Cu^{2+} в оксидных стёклах находятся в электрических полях аксиальной симметрии, что вызывает анизотропию их g-фактора и констант СТС, зависящую от состава стекла и условий его синтеза.

Моделирование спектров ЭПР ионов Cu^{2+} и V^{4+}

Типичные для стёкол спектры ионов Cu^{2+} и V^{4+} приведены на рис. 1 и рис. 2, соответственно. Можно видеть, что спектры имеют сложную форму, и их параметры мы определяли с помощью сопоставления с расчётными спектрами.

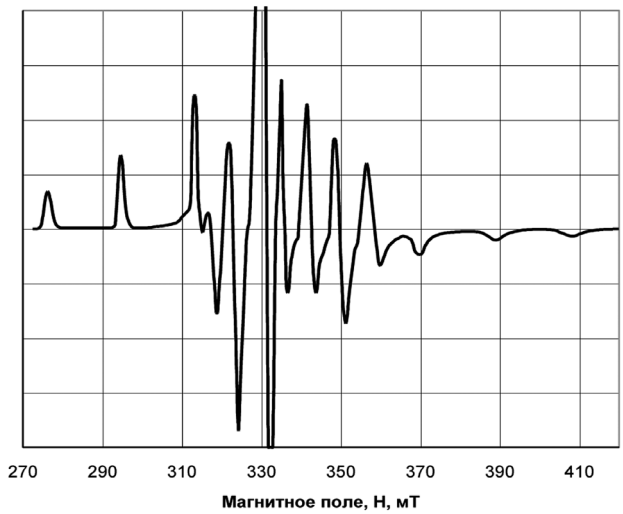


Рис. 1. Типичный спектр ЭПР V^{4+} в бинарном натрий-силикатном стекле.

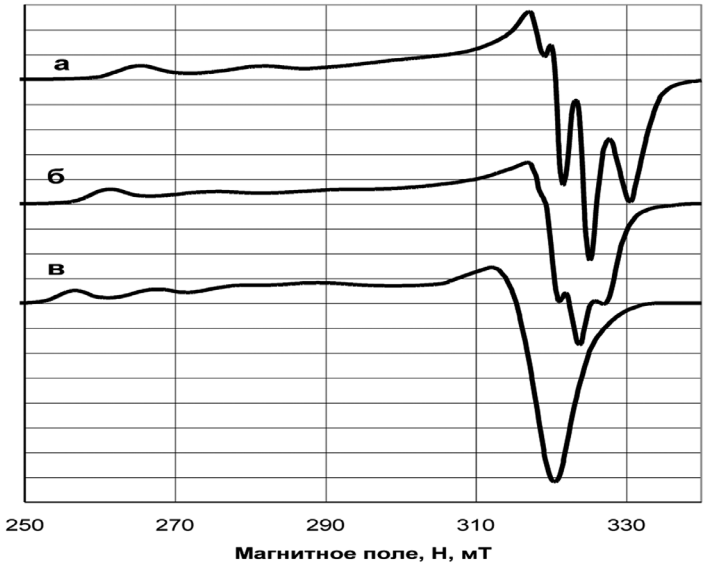


Рис. 2. Типичные спектры ЭПР Cu^{2+} в оксидных стёклах составов: $40Cs_2O - 50B_2O_3 - 10Al_2O_3$ (а), $35Na_2O - 60SiO_2 - 5Al_2O_3$ (б) и $45Cs_2O - 55P_2O_5$ (в).

Расчёты спектров ЭПР Cu^{2+} и V^{4+} проводились в предположении, что они описываются спин-гамильтонианом [1; 2]:

$$\mathcal{H} = \beta H_z g_{\parallel} S_z + \beta g_{\perp}\left(H_x S_x + H_y S_y\right) + A_{\parallel} I_z S_z + A_{\perp}\left(I_x S_x + I_y S_y\right), \qquad (1)$$

где $S = 1/2$ для обоих ионов, а $I = 3/2$ для $^{63,65}Cu$ и $I = 7/2$ для ^{51}V.

Энергия, поглощаемая спином, ориентированным под углом θ к направлению внешнего магнитного поля, может быть записана как [1; 2]:

$$h\nu = g\beta H + Km_I + \left(\frac{A_{\perp}^2}{4g\beta H}\right)\cdot\left(\frac{A_{\parallel}^2 + K^2}{K^2}\right)\cdot\left[I(I+1) - m_I^2\right] +$$
$$+\left[\frac{\left(A_{\parallel}^2 - A_{\perp}^2\right)^2}{2g\beta H\cdot K^2}\right]\cdot\left(\frac{g_{\parallel}\cdot g_{\perp}}{g^2}\right)^2\cdot\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta\cdot m_I^2, \qquad (2)$$

где $g^2 = g_{\parallel}^2\cdot\cos^2\theta + g_{\perp}^2\cdot\sin^2\theta$,

а

$$K^2 g^2 = A_{\parallel}^2\cdot g_{\parallel}^2\cdot\cos^2\theta + A_{\perp}^2\cdot g_{\perp}^2\cdot\sin^2\theta. \qquad (3)$$

Из условия, что $h\nu = g_0\beta H_0$, где g_0 и H_0 – g-фактор и резонансное поле эталонного образца ДФПГ, соответственно, и что в двух последних слагаемых второго порядка малости $g\beta H$ может быть заменено на $(g_0\beta H_0 - Km_I)$, получаем для резонансного поля $H(m_I, \theta)$ расчётную формулу:

$$H(m_I,\theta)=\frac{g_0H_0}{g}-\frac{Km_I}{g\beta}-\left(\frac{A_\perp^2}{4g\beta(g_0\beta H_0-Km_I)}\right)\cdot\left(\frac{A_\parallel^2+K^2}{K^2}\right)\cdot\left[I(I+1)-m_I^2\right]-$$
$$-\left[\frac{\left(A_\parallel^2-A_\perp^2\right)^2}{2g\beta(g_0\beta H_0-Km_I)\cdot K^2}\right]\cdot\left(\frac{g_\parallel\cdot g_\perp}{g^2}\right)^2\cdot\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta\cdot m_I^2. \qquad (4)$$

Модельный спектр в форме первой производной сигнала поглощения рассчитываем по формуле:

$$S'(H)=\sum_{m_I=-I}^{m_I=+I}\int_0^{\frac{\pi}{2}}W(\theta)\cdot\frac{dF\left\{\left[H-H(m_I,\theta)\right],\Delta H\right\}}{dH}\cdot\sin\theta\cdot d\theta, \qquad (5)$$

где $W(\theta) = g_\perp^2\cdot\left(\frac{g_\parallel^2}{g^2}+1\right)$ – вероятность перехода, зависящая от ориентации парамагнитного комплекса [1]. Мы использовали гауссову форму линии поглощения, производная которой имеет вид:

$$\frac{dF\left\{\left[H-H(m_I,\theta)\right],\Delta H\right\}}{dH}=$$
$$=\left\{(8\ln 2)^{3/2}\cdot\frac{H-H(m_I,\theta)}{\sqrt{2\pi}\cdot\Delta H^3}\right\}\cdot\exp\left\{-\frac{4\ln 2\left[H-H(m_I,\theta)\right]^2}{\Delta H^2}\right\}. \qquad (6)$$

Аналогичные соотношения применялись при расчётах спектров с лоренцевой формой индивидуальной линии поглощения. Широкое применение при моделировании сложных спектров находит программа EasySpin [3], устанавливаемая на современных ЭПР-спектрометрах.

В наших расчётах все четыре параметра спин-гамильтониана ($A_\parallel$, $g_\parallel$, $A_\perp$, $g_\perp$), входящие в выражение (4), рассматривались как флуктуирующие, при этом корреляция между парами $\{A_\parallel, g_\parallel\}$ и $\{A_\perp, g_\perp\}$ не учитывалась, но параметры внутри пары считались коррелированными для обоих ионов Cu^{2+} и V^{4+}. В этом случае:

$$\Delta H(m_I,\theta)=2\sqrt{2\ln 2}\cdot\sigma_H=$$
$$=2\sqrt{2\ln 2}\left[\left(\frac{\partial H}{\partial g_\parallel}\right)^2\sigma_{g_\parallel}^2+\left(\frac{\partial H}{\partial A_\parallel}\right)^2\sigma_{A_\parallel}^2+2\left(\frac{\partial H}{\partial g_\parallel}\right)\left(\frac{\partial H}{\partial A_\parallel}\right)\sigma_{g_\parallel}\sigma_{A_\parallel}\tau_\parallel+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial H}{\partial g_\perp}\right)^2\sigma_{g_\perp}^2+\left(\frac{\partial H}{\partial A_\perp}\right)^2\sigma_{A_\perp}^2+2\left(\frac{\partial H}{\partial g_\perp}\right)\left(\frac{\partial H}{\partial A_\perp}\right)\sigma_{g_\perp}\cdot\sigma_{A_\perp}\cdot\tau_\perp\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (7)$$

где $\sigma_{g_\parallel}, \sigma_{A_\parallel}, \sigma_{g_\perp}, \sigma_{A_\perp}$ – стандартные отклонения параметров спин-гамильтониана $g_\parallel$, $A_\parallel$, $g_\perp$ и $A_\perp$ от их средних значений, соответственно, а $\tau_\parallel$ и $\tau_\perp$ – коэффициенты корреляции между переменными $A_\parallel$ и $g_\parallel$ и $A_\perp$ и $g_\perp$, соответственно.

Таким образом, при компьютерном моделировании спектров ЭПР V^{4+} и Cu^{2+} варьировались 10 параметров: параметры спин-гамильтониана ($g_{||}$, $A_{||}$, $g_{\perp}$, $A_{\perp}$), их стандартные отклонения от среднего значения $(\sigma_{g_{||}}, \sigma_{A_{||}}, \sigma_{g_{\perp}}, \sigma_{A_{\perp}})$ и коэффициенты корреляции ($\tau_{||}$, $\tau_{\perp}$).

Из выражений (4) и (7) легко могут быть получены аппроксимации, описывающие угловую зависимость ширины линии ΔH от θ и квадратичную зависимость от магнитного квантового числа m_I:

$$H^2 = H_{||}^2 \cdot \cos^2\theta + H_{\perp}^2 \cdot \sin^2\theta \text{ при } \tau_{||} = \tau_{\perp} = +1, \quad (8)$$

$$H^2 = H_{||}^2 \cdot \cos^4\theta + H_{\perp}^2 \cdot \sin^4\theta \text{ при } \tau_{||} = \tau_{\perp} = 0, \quad (9)$$

где

$$\Delta H_{||} = \left(a_0 + a_1 m_I + a_2 m_I^2\right)^{1/2}, \quad (10)$$

$$\Delta H_{\perp} = \left(b_0 + b_1 m_I + b_2 m_I^2\right)^{1/2}. \quad (11)$$

Приближение (8) наиболее часто использовалось нами в модельных расчётах спектров ЭПР Cu^{2+} и V^{4+} (например, в [4; 5]). На рис. 3 приведены в качестве примера экспериментальный спектр ЭПР V^{4+} в натрий-силикатном стекле и модельный спектр, рассчитанный для гауссовой формы индивидуальной линии поглощения при следующем наборе параметров спин-гамильтониана: $g_{||} = 1{,}943$, $g_{\perp} = 1{,}982$, $A_{||} = 170 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$, $A_{\perp} = 57{,}5 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$.

Зависимость ширины линии ΔH от θ и от магнитного квантового числа m_I была выбрана в соответствии с выражениями (8), (10) и (11) в виде: $H^2 = H_{||}^2 \cdot \cos^2\theta + H_{\perp}^2 \cdot \sin^2\theta$, где $\Delta H_{||} = (5{,}3 - 3{,}6 \cdot m_I + 1 \cdot m_I^2)^{1/2}$ и $\Delta H_{\perp} = (4{,}9 - 1{,}5 \cdot m_I + 1{,}2 \cdot m_I^2)^{1/2}$.

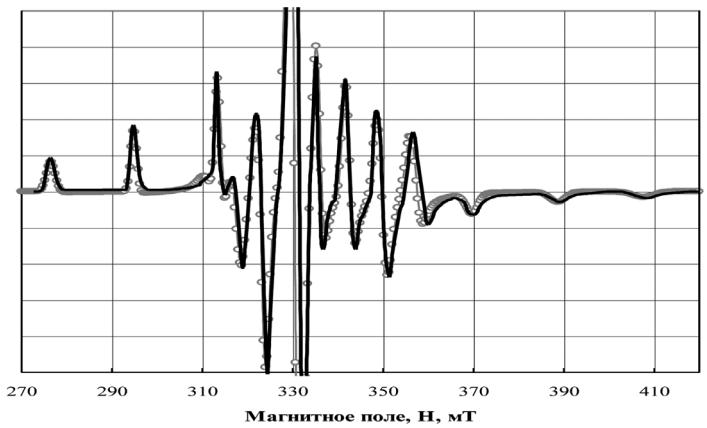


Рис. 3. Экспериментальный спектр ЭПР V^{4+} в натрий-силикатном стекле (сплошная линия) и модельный спектр (кружки).

На рис. 4 приведены зависимости ширины индивидуальной линии поглощения $\Delta H(m_I)$ от магнитного квантового числа m_I для параллельной и перпендикулярной ориентаций комплекса в магнитном поле.

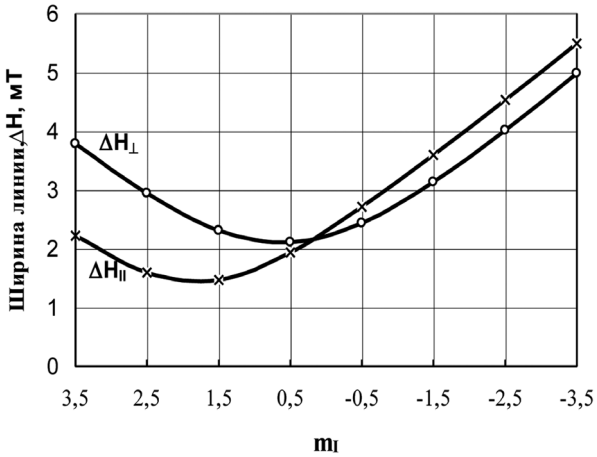


Рис. 4. Зависимости ширин индивидуальных линий поглощения от магнитного квантового числа m_I $\{\Delta H_{||} = (5{,}3 - 3{,}6 \cdot m_I + 1 \cdot m_I^2)^{1/2}$; $\Delta H_{\perp} = (4{,}9 - 1{,}5 \cdot m_I + 1{,}2 \cdot m_I^2)^{1/2}\}$мТ в модельном спектре ЭПР V^{4+}, приведённом на рис. 3.

На рис. 5 приведён экспериментальный спектр ЭПР Cu^{2+} в цезий-алюмо-боратном стекле состава $40Cs_2O–10Al_2O_3–50B_2O_3$ и модельный спектр, рассчитанный для гауссовой формы индивидуальной линии поглощения при параметрах спин-гамильтониана: $g_{||} = 2{,}293$, $g_{\perp} = 2{,}051$, $A_{||} = 170 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$, $A_{\perp} = 24 \cdot 10^{-4}$ см$^{-1}$.

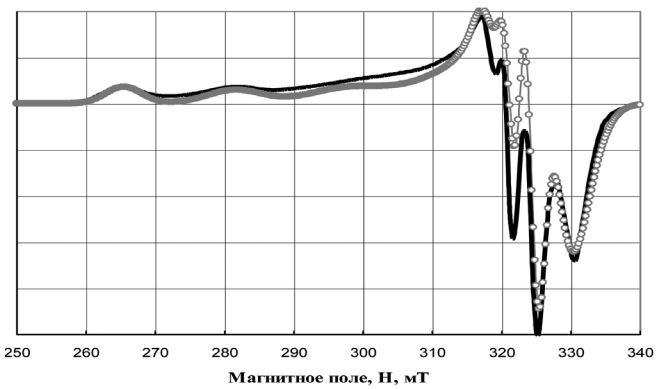


Рис 5. Экспериментальный спектр ЭПР Cu^{2+} в цезий-алюмо-боратном стекле состава $40Cs_2O–10Al_2O_3–50B_2O_3$ (сплошная линия) и модельный спектр (кружки).

Зависимость ширины линии ΔH от θ и от магнитного квантового числа m_I была выбрана в виде $H^2 = H_{||}^2 \cdot \cos^2\theta + H_{\perp}^2 \cdot \sin^2\theta$, где

$$\Delta H_{||} = (100 - 65 \cdot m_I + 15 \cdot m_I^2)^{1/2} \text{ мТ и } \Delta H_{\perp} = (7 - 5 \cdot m_I + 6 \cdot m_I^2)^{1/2} \text{ мТ.}$$

Выводы

1. Показано, что учёт в расчётной формуле (4) для резонансного поля $H(m_I, \theta)$ членов второго порядка малости приводит к заметному сдвигу центральных линий СТС в сторону меньших магнитных полей в экспериментальных спектрах ЭПР. Учёт этих сдвигов позволяет во многих случаях получать хорошее совпадение расчётных спектров с экспериментальными и тем самым точнее определять значения g-фактора и констант СТС.

2. Предлагаемый алгоритм моделирования позволяет рассчитывать сложные спектры, являющиеся суперпозицией сигналов от двух и более неэквивалентных парамагнитных центров.

3. Приведённые в работе расчётные формулы могут быть с успехом применены как в научных, так и в учебных лабораториях при работе со спектрами ЭПР в рамках спецкурса «Обработка эксперимента в физике».

Статья поступила в редакцию 09.10.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрагам А., Блини Б. Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов; пер. с англ. М.: Мир, 1972. Т. 1. 652 с; Т. 2. 352 с.
2. Керрингтон А., Мак-Лечлан Э. Магнитный резонанс и его применение в химии. М.: Мир, 1970. 447 с.
3. Stoll S., Schweiger A. EasySpin, a comprehensive software package for spectral simulation and analysis in EPR // Journal of Magnetic Resonance. 2006. Vol. 178. Iss. 1. P. 42–45.
4. EPR of V^{4+} ions in silica glass / Bogomolova L. D., Zhachkin V. A., Krasilnikova N. A., Habarova A. N., Klimashina E. V. // Journal of Non-Crystalline Solids. 1988. Vol. 103. Iss. 2–3. P. 319–324.
5. Богомолова Л. Д., Жачкин В. А. Температурная зависимость спектральных параметров ЭПР ионов Cu^{2+} в оксидных стёклах // Вестник Московского государственного университета. Серия: Физика-математика. 2006. № 2. С. 40–48.

REFERENCES

1. Abragam A., Bleaney B. *Electron Paramagnetic Resonance of Transition Ions*. Oxford, Oxford University Press, 2012. 911 p.
2. Carrington A., McLachlan A. *Introduction to Magnetic resonance: With Applications to Chemistry and Chemical Physics*. London, Chapman & Hall, 1979. 266 p.
3. Stoll S., Schweiger A. EasySpin, a comprehensive software package for spectral simulation and analysis in EPR. In: *Journal of Magnetic Resonance*, 2006, vol. 178, iss. 1, pp. 42–45.
4. Bogomolova L. D., Zhachkin V. A., Krasilnikova N. A., Habarova A. N., Klimashina E. V. EPR of V^{4+} ions in silica glass. In: *Journal of Non-Crystalline Solids*, 1988, vol. 103, iss. 2–3, pp. 319–324.
5. Bogomolova L. D., Zhachkin V. A. [Temperature dependence of the spectral parameters of the EPR of Cu^{2+} ions in oxide glasses]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2006, no. 2, pp. 40–48.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Жачкин Владимир Арефьевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей физики Московского государственного областного университета;
e-mail: V_Zhachkin@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vladimir A. Zhachkin – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of General Physics, Moscow Region State University;
e-mail: V_Zhachkin@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Жачкин В. А. Компьютерное моделирование анизотропных спектров ЭПР со сверхтонкой структурой. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 4. С. 43–50.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-43-50

FOR CITATION

Zhachkin V. A. Computer modeling of anisotropic ESR spectra with a hyperfine structure. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 43–50.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-43-50

УДК 537.9+539.6
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-51-59

К МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ В ПЕРЕМЕННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Геворкян Э. В., Хотькин С. О.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация. Представлена методика измерения оптического пропускания в скрещенных поляризаторах слоя нематического жидкого кристалла при воздействии на него вращающегося магнитного и переменного электрического полей. Рассмотрено поведение нематического жидкого кристалла в таких полях. Создана экспериментальная установка, реализующая методику, в которой вращающееся магнитное поле создаётся между двумя «неодимовыми» (из NdFeB (неодим-железо-бор)) дисками, закреплёнными на вращающейся платформе. Приведены результаты измерений оптического пропускания в ЖК-1289, а также оценки однородности магнитного поля между дисками.

Ключевые слова: нематический жидкий кристалл, вращающееся магнитное поле, переменное электрическое поле, динамика директора, анизотропия диамагнитной восприимчивости, анизотропия диэлектрической проницаемости

A METHOD FOR INVESTIGATING THE BEHAVIOR OF LIQUID CRYSTALS IN VARIABLE ELECTROMAGNETIC FIELDS

E. Gevorkyan, S. Khotkin

Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

Abstract. We present a method for measuring optical transmission in crossed polarizers of a nematic liquid crystal layer under the action of rotating magnetic and variable electric fields. The behavior of a nematic liquid crystal in such fields is considered. An experimental setup implementing the method is designed, where the rotating magnetic field is generated between two NdFeB (neodymium–ferrum–borum) disks installed on a rotating platform. The measurement results of the optical transmission in LC-1289 and the estimates of homogeneity of the magnetic field between the disks are presented.

Keywords: nematic liquid crystal, rotating magnetic field, variable electric field, director dynamics, diamagnetic susceptibility anisotropy, permittivity anisotropy

© CC BY Геворкян Э. В., Хотькин С. О., 2019.

Введение

Одним из уникальных свойств жидких кристаллов (ЖК) является наличие вращательной вязкости при вращении директора (единичного вектора, задающего направление преимущественной ориентации молекул). Наиболее эффективным методом изучения динамики директора считается метод вращающегося магнитного поля [1; 2]. Однако у него имеется ряд недостатков и трудностей, преодолеть которые удаётся с помощью более сложного, конического магнитного поля [3; 4].

Использование комбинации двух магнитов: статического и вращающегося для конического поля даёт малую область однородности поля. Вращение одного магнита вокруг оси, не ортогональной полю и несовпадающей с главной осью инерции магнита, также практически неудобно. Экспериментальная, практическая реализация такого магнитного поля осуществляется, например, с помощью специальных сменных наконечников для вращающегося магнита [5]. В этом случае доступен только ограниченный дискретный набор углов конуса поля. Область однородности поля также невелика. При этом для акустического или оптического зондирования динамики директора приходится делать отверстия в магните.

Как электрическое, так и магнитное поле в отдельности широко используются для ориентации жидких кристаллов. Однако работ, в которых оба этих ориентирующих фактора используются совместно, даже в простейшем статическом случае, очень мало [6–12].

Альтернативный подход, использованный нами в представленной ниже экспериментальной установке, состоит в применении комбинации вращающегося магнитного и переменного электрического полей для жидких кристаллов с положительной анизотропией диэлектрической проницаемости. Ячейка с жидким кристаллом находится между полюсами вращающегося магнита, а переменное электрическое поле подаётся непосредственно на прозрачные проводящие поверхности ЖК-ячейки.

Экспериментальная установка

На рис. 1 приведена блок-схема установки, созданной для реализации предложенной методики.

1. Диск из NdFeB (неодим-железо-бор) ∅70 мм и h = 30 мм в обойме из алюминия ∅130 мм и h = 30 мм.
2. Шаговый двигатель марки ASTROSYN, 6-ти проводной с шаговым углом 1,8 градуса с током фазы до 1,6А.
3. Фотоприёмник в алюминиевом корпусе, собранный на базе фотодиода BPW20RF с диапазоном длин волн 550-1040 нм.
4. Вращающий механизм.
5. Генератор ГСС-120 с диапазоном частот 1 мкГц–120 МГц.
6. Четырёхканальный регистратор K8047.
7. Программируемый контроллер шаговых двигателей SMSD-1.5.
8. Компьютер.
9. Лазерный модуль DSL6505-0921.

10. Поляризатор (с возможностью поворота на 180°).
11. Ячейка с жидким кристаллом (НЖК-1289).
12. Анализатор (с возможностью поворота на 180°).

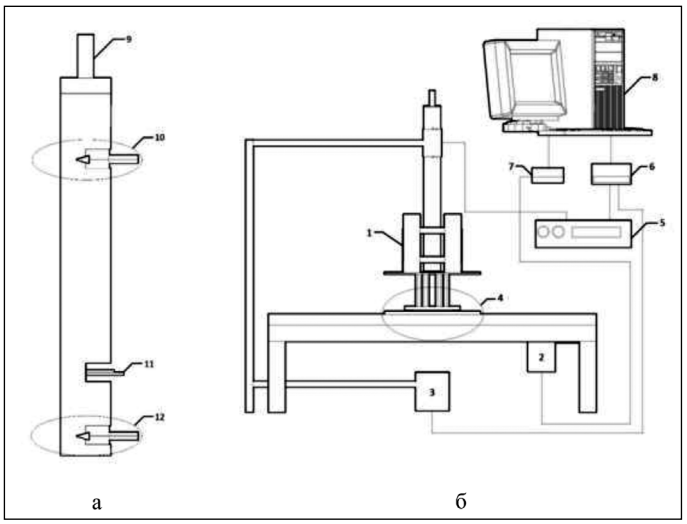


Рис. 1. Блок-схема установки.

Установка включает в себя два магнита, помещённых в обоймы, соединённые между собой шпильками из латуни диаметром 7 мм с резьбой, что позволяет изменять индукцию магнитного поля, меняя расстояние между магнитами. Обоймы смонтированы на основании из нержавеющей стали, которое латунными стойками закреплено на вращающейся платформе, работающей от шагового двигателя (ШД). Вращающий механизм представляет собой металлическую пластину и закреплённую в ней с помощью подшипника цилиндрическую вставку из стали марки Ст3. В середине вставки выточен зазор диаметром 25 мм (для возможности снятия оптического сигнала). На нижней части вставки расположен шкив под зубчатый ремень, соединяемый с ШД. Конструкция с ячейкой нематического жидкого кристалла – ЖК-1289 (НЖК), поляризатором, анализатором, лазером и фотоприёмником расположена так, что не имеет мест соприкосновения с вращающейся платформой. Это позволяет избежать передачи вибраций от двигателя. Размеры ячеек 30 мм на 15 мм. Толщина слоя НЖК 100 мкм. Поверхность ячейки обработана оксидом индия-олова (ITO), который является прозрачным электродом. Генератор ГСС-120 соединён с ячейкой и регистратором. Также на регистратор выведен сигнал от фотоприёмника. Одновременная запись позволяет отслеживать зависимость изменения оптического сигнала от напряжения, подаваемого на ячейку. Скорость и направление вращения магнитного поля задаются при помощи программируемого контроллера шаговых двигателей SMSD-1.5. Контроллер и регистратор подключены к компьютеру, через который осуществляется контроль над проводимым экспериментом с использованием сервисных программ PcLab2000SE и SMC_Program-v-4-0-5.

Магнитное поле

Вращающееся магнитное поле создаётся между двумя «неодимовыми» (из NdFeB (неодим-железо-бор)) дисками (диаметра 70 мм и толщины 30 мм; остаточная индукция 1,05 Тл), закреплёнными на вращающейся платформе.

Оценим величину и однородность магнитного поля в пространстве между пластинами.

Уравнения магнитостатики с использованием скалярного магнитного потенциала φ, где напряжённость магнитного поля $H = -\nabla\varphi$, дают возможность с учётом граничных условий непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции численно рассчитать магнитную индукцию в пространстве между магнитами.

Результаты расчёта представлены на рис. 2 и 3. Из рис. 3 видно, что в центре зазора между магнитами есть достаточно широкая область однородного магнитного поля, в которой можно поместить исследуемый жидкий кристалл.

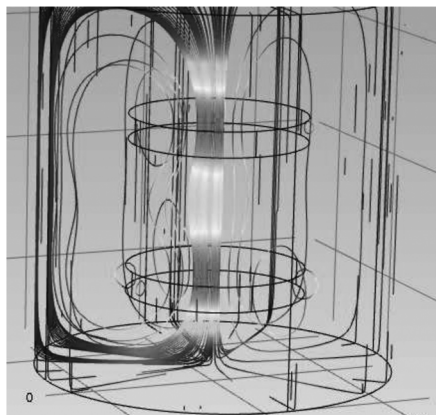


Рис. 2. Расчётная структура магнитного поля.

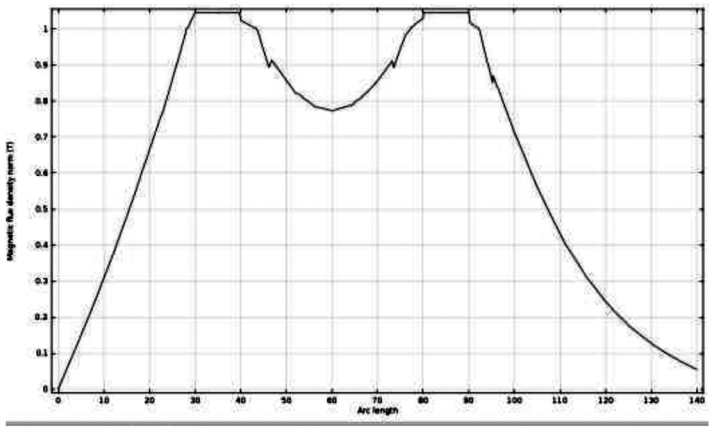


Рис. 3. Нормальная компонента магнитной индукции около дисков (по оси абсцисс расстояние в мм вдоль линии магнитной индукции, а по оси ординат значение магнитной индукции в Тл, расстояние между дисками 40 мм).

Электрическое поле и оптическая часть

Переменное электрическое поле задаётся генератором ГСС-120. Частота изменения поля может меняться в диапазоне от 1 мкГц до 120 МГц и выбирается в диэлектрическом режиме таким образом, чтобы избежать электрогидродинамических (ЭГД) неустойчивостей и ориентационных эффектов, связанных с проводимостью ЖК.

Стеклянные пластинки ячейки с прозрачным проводящим покрытием позволяют с помощью лазерного луча, проходящего сквозь ЖК-ячейку, получать информацию об изменении ориентации директора в ней.

Интенсивность света I, прошедшего сквозь ячейку с гомеотропной ориентацией, помещённую между скрещенными поляризаторами, зависит от ориентации директора:

$$I = I_0 \sin^2 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\Delta\Phi}{2}. \qquad (1)$$

Здесь β – угол между поляризацией лазерного луча и плоскостью поворота директора, а фазовый сдвиг равен:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}\int_0^d \left(n_e\left(\theta(z)\right) - n_o\right) dz, \qquad (2)$$

где d – толщина жидкого кристалла в ячейке, λ – длина волны, $\Delta n = n_{e0} - n_o$ – анизотропия показателя преломления, $\theta(z)$ – угол наклона директора относительно нормали ячейки.

Динамика директора и результаты измерений

В диэлектрическом режиме плотность момента, действующего со стороны переменного электрического поля $E_z = E_0 \sin 2\pi\nu t$ на директор, равна:

$$\Gamma = \frac{1}{4}\varepsilon_a \varepsilon_0 E_0^2 \sin 2\theta, \qquad (3)$$

где ε_a – анизотропия диэлектрической проницаемости на частоте ν, ε_0 – электрическая постоянная, θ – угол наклона директора.

Плотность момента, действующего со стороны вращающегося магнитного поля $\mathbf{H} = (H_0\cos\omega t, H_0\sin\omega t, 0)$ на директор $\mathbf{n}$, равна:

$$\Gamma = \mu_0 \chi_a \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}\left[\mathbf{n} \times \mathbf{H}\right], \qquad (4)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, χ_a – анизотропия диамагнитной восприимчивости, ω – угловая скорость вращения магнитного поля.

Уравнение движения директора сводится к системе двух нелинейных уравнений. Её стационарное решение (индекс s, синхронный режим) имеет вид:

$$2\sin\varphi_s \cos\varphi_s \left(1 + \frac{\varepsilon_a \varepsilon_0 E_0^2}{2\chi_a \mu_0 H_0^2 \cos^2\varphi_s}\right) = \frac{\omega}{\omega_c}, \qquad (5)$$

$$d_s = \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{2\chi_a}} \frac{\varepsilon_0 E_0}{cH_0 \cos\varphi_s}, \qquad (6)$$

где $\omega_c = \mu_0 \chi_a H_0^2 / 2\gamma_1$ – критическая частота, φ_n – азимутальный угол директора, $\varphi = \omega t - \varphi_n$ – запаздывание азимутального угла, d = ctgθ = n_z/n_0 – котангенс полярного угла наклона директора, c – скорость света.

Как было показано ранее, в отсутствии синхронного режима или при его неустойчивости жидкий кристалл переходит в асинхронный режим со сложным движением директора. Вследствие вырожденности этого состояния начинается медленный процесс разориентации жидкого кристалла, в результате которого он переходит в новое стационарное состояние с неполной ориентированностью с многочисленными ориентационными дефектами, дисклинациями. Оптическая анизотропия этого состояния уменьшается с ростом частоты вращения поля и определяется, как и длительность переходного процесса, динамикой дефектов.

На рис. 4 представлены результаты измерений на описанной выше экспериментальной установке временной зависимости интенсивности (в относительных единицах, асинхронный режим) лазерного луча, прошедшего в скрещенных поляризаторах через жидкокристаллическую ячейку с нематиком ЖК-1289.

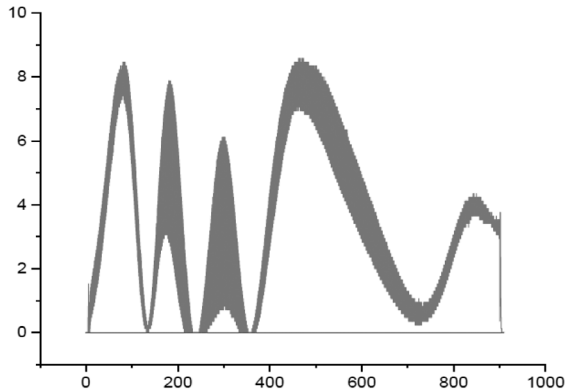


Рис. 4. Зависимость от времени (в с) интенсивности (в относительных единицах) лазерного луча, прошедшего сквозь ЖК-ячейку с поляризаторами.

Заключение

Как видно из рис. 4, под действием переменных скрещенных полей происходит изменение ориентационной структуры нематика. Анализ результатов измерений позволит оценить коэффициент вращательной вязкости, анизотропии диэлектрической проницаемости (на различных частотах) и диамагнитной восприимчивости жидкого кристалла. Сочетание быстро вращающегося магнитного поля с переменным электрическим представляет также интерес для изучения динамики ориентационной структуры дискотиков. Для корректной постановки эксперимента требуется визуальный контроль за образованием в ячейке дискли-

наций. Для изучения «объёмных» свойств жидких кристаллов больших размеров вместо оптических измерений можно использовать измерения анизотропии коэффициента поглощения ультразвука с волновым вектором ортогональным электрическому полю.

В последнее время повысился теоретический интерес к изучению ЭГД неустойчивости жидких кристаллов в очень сильных электромагнитных полях и соответствующей модификации уравнений гидродинамики НЖК [13]. Для изучения таких эффектов также может быть полезной предложенная экспериментальная схема.

Статья поступила в редакцию 31.10.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цветков В. Н. Движение анизотропных жидкостей во вращающемся магнитном поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1939. Т. 9. № 5. С. 602–615.
2. Богданов Д. Л., Геворкян Э. В., Лагунов А. С. Акустические свойства жидких кристаллов во вращающемся магнитном поле // Акустический журнал. 1980. Т. 26. № 1. С. 28–34.
3. Геворкян Э. В. К теории магнитоакустических явлений в нематических и смектических жидких кристаллах // Применение ультраакустики к исследованию вещества. Вып. 32. М.: Издательство Всесоюзного заочного машиностроительного института, 1981. С. 48–58.
4. Геворкян Э. В. Поведение нематических жидких кристаллов в меняющемся магнитном поле // Известия вузов СССР. Физика. 1981. № 4. С. 57–60.
5. Акустические исследования динамики ориентационных процессов в нематических жидких кристаллах в конических магнитных полях / Геворкян Э. В., Ларионов А. Н., Ефремов А. И., Ларионова Н. Н. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2018. Т. 18. № 1. С. 6–14.
6. Carr E. F. Influence of electric fields on the molecular alignment in the liquid crystal p-(anisalamino)-phenyl acetate // Molecular Crystals. 1969. Vol. 7. Iss. 1. P. 253–269.
7. Deuling H. J., Guyon E., Pieranski P. Deformation of nematic layers in crossed electric and magnetic fields // Solid State Communications. 1974. Vol. 15. Iss. 2. P. 277–279.
8. Deuling H. J., Buka A., Janossy I. Two Freedericksz transitions in crossed electric and magnetic fields // Journal de Physique. 1976. Vol. 37. No. 7–8. P. 965–968.
9. Rao N. V. S., Kishore P. R., Raj T. F. S., Avadhanlu M. N., Murty C. R. K. Electric and Magnetic Field Effects in p-Methoxy Benzylidene p'-n-Butylaniline // Zeitschrift fьr Naturforschung A. 1976. Vol. 31. P. 283–287.
10. Геворкян Э. В. Акустические свойства жидких кристаллов в переменных магнитных и электрических полях // Применение ультраакустики к исследованию вещества. Вып. 37. М.: Издательство Всесоюзного заочного машиностроительного института, 1986. С. 13–19.
11. Исследование электрических свойств нематических жидких кристаллов в скрещенных электрических и магнитных полях / Богданов Д. Л., Геворкян Э. В., Романов А. А., Шевчук М. В. // Деп. в ВИНИТИ 20.10.2003 №1829-В2003. С. 1–9.
12. Sugimura A., Luckhurst G. R. Deuterium NMR investigations of field-induced director alignment in nematic liquid crystals // Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy. 2016. Vol. 94–95. P. 37–74.

13. Захаров А. В. Динамика деформации нематика под действием сильных скрещенных электрического и магнитного полей. // Физика твердого тела. 2018. Т. 60. № 3. С. 603–608.

REFERENCES

1. Tsvetkov V. N. [The motion of anisotropic liquids in a rotating magnetic field]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1939, vol. 9, no. 5, pp. 602–615.
2. Bogdanov D. L., Gevorkyan E. V., Lagunov A. S. [Acoustic properties of liquid crystals in a rotating magnetic field]. In: *Akusticheskii zhurnal* [Acoustical Physics], 1980, vol. 26, no. 1, pp. 28–34.
3. Gevorkyan E. V. [On the theory of magnetoacoustic phenomena in nematic and smectic liquid crystals]. In: *Primenenie ul'traakustiki k issledovaniyu veshchestva. Vip. 32* [The application of ultra acoustics to the study of matter. Iss. 32] Moscow, All-Union Correspondence Engineering Institute Publ., 1981, pp. 48–58.
4. Gevorkyan E. V. [Behavior of nematic liquid crystals in a variable magnetic field]. In: *Izvestiya vuzov SSSR. Fizika* [Soviet Physics Journal], 1981, no. 4, pp. 57–60.
5. Gevorkyan E. V., Larionov A. N., Efremov A. I., Larionova N. N. [Acoustic investigations of dynamics of orientational processes in nematic liquid crystals in conical magnetic fields]. In: *Zhidkie kristally i ikh prakticheskoe ispol'zovanie* [Liquid Crystals and their Application. Russian Journal], 2018, vol. 18, no. 1, pp. 6–14.
6. Carr E. F. Influence of electric fields on the molecular alignment in the liquid crystal p-(anisalamino)-phenyl acetate. In: *Molecular Crystals*, 1969, vol. 7, iss. 1, pp. 253–269
7. Deuling H. J., Guyon E., Pieranski P. Deformation of nematic layers in crossed electric and magnetic fields. In: *Solid State Communications*, 1974, vol. 15, iss. 2, pp. 277–279.
8. Deuling H. J., Buka A., Janossy I. Two Freedericksz transitions in crossed electric and magnetic fields. In: *Journal de Physique*, 1976, vol. 37, no. 7–8, pp. 965–968.
9. Rao N. V. S., Kishore P. R., Raj T. F. S., Avadhanlu M. N., Murty C. R. K. Electric and Magnetic Field Effects in p-Methoxy Benzylidene p'-n-Butylaniline. In: *Zeitschrift fьr Naturforschung A*, 1976, vol. 31, pp. 283–287.
10. Gevorkyan E. V. [Acoustic properties of liquid crystals in alternating magnetic and electric fields]. In: *Primenenie ul'traakustiki k issledovaniyu veshchestva. Vip. 37* [The application of ultra acoustics to the study of matter. Iss. 37]. Moscow, All-Union Correspondence Engineering Institute Publ., 1986, pp. 13–19.
11. Bogdanov D. L., Gevorkyan E. V., Romanov A. A., Shevchuk M. V. [Investigation of the electrical properties of nematic liquid crystals in crossed electric and magnetic fields]. In: *VINITI 20.10, 2003, no. 1829-B2003*, pp. 1–9.
12. Sugimura A., Luckhurst G. R. Deuterium NMR investigations of field-induced director alignment in nematic liquid crystals. In: *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 2016, vol. 94–95, pp. 37–74.
13. Zakharov A. V. [Dynamics of Deformation of a Nematic under Strong Crossed Electric and Magnetic Fields]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2018, vol. 60, no. 3, pp. 603–608.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Геворкян Эдвард Вигенович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей физики Московского государственного областного университета;
e-mail: gevev@rambler.ru;

Хотькин Станислав Олегович – аспирант кафедры общей физики Московского государственного областного университета;
e-mail: mild91@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Edvard V. Gevorkyan – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of General Physics, Moscow Region State University;
e-mail: gevev@rambler.ru;

Stanislav O. Khotkin – postgraduate student at the Department of General Physics, Moscow Region State University;
e-mail: mild91@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Геворкян Э. В., Хотькин С. О. К методике изучения поведения жидких кристаллов в переменных электромагнитных полях // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 4. С. 51–59.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-51-59

FOR CITATION

Gevorkyan E. V., Khotkin S. V. A method for investigating the behavior of liquid crystals in variable electromagnetic fields. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2019. no. 4, pp. 51–59.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-51-59

УДК 538.951
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-60-69

ВЯЗКОСТНЫЙ МЕХАНИЗМ В ТЕОРИИ АНИЗОТРОПИИ ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА МАГНИТНЫМИ ЖИДКОСТЯМИ

Курилов А. Д.[1,2], Соколов В. В.[1], Эминов П. А.[3]

[1] *МИРЭА – Российский технологический университет*
119454, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 78, Российская Федерация

[2] *Московский государственный областной университет*
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

[3] *Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»*
101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20, Российская Федерация

Аннотация. Проведён сравнительный анализ классической теории вязкостного механизма поглощения звука ультрадисперсными средами и одной из доминирующих теорий анизотропии поглощения звука магнитными жидкостями на основе вязкостного механизма. Теория Такетоми, используемая многими авторами, даёт завышенные значения размеров агрегатов в магнитных жидкостях и не позволяет количественно описать экспериментальные данные. Кроме того, формула, полученная Такетоми, в предельном случае не сводится к классическому выражению поглощения ультразвука, следовательно, должна считаться ошибочной.

Ключевые слова: магнитные жидкости, коэффициент поглощения, анизотропия, агрегаты, вязкостный механизм

VISCOUS MECHANISM IN THE THEORY OF ULTRASOUND ATTENUATION ANISOTROPY BY MAGNETIC FLUIDS

A. Kurilov[1,2], V. Sokolov[1], P. Eminov[3]

[1] *MIREA – Russian Technological University*
prosp. Vernadskogo 78, 119454 Moscow, Russian Federation

[2] *Moscow Region State University*
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

[3] *National Research University "Higher School of Economics"*
ul. Myasnitskya 20, 101000 Moscow, Russian Federation

Abstract. We report a comparative analysis of the classical theory of the viscous mechanism of sound attenuation by ultrafine media and one of the dominant theories of sound attenuation

© CC BY Курилов А. Д., Соколов В. В., Эминов П. А., 2019.

anisotropy by magnetic fluids on the basis of the viscous mechanism. The Taketomi theory used by many authors gives overestimated values for the size of aggregates in magnetic fluids and is not able to quantify experimental data. In addition, the formula obtained by Taketomi does not reduce to the classical expression for viscous absorption in the limiting case and, therefore, should be considered erroneous.

Keywords: magnetic fluids, attenuation coefficient, anisotropy, aggregates, viscous mechanism

I. Введение

При распространении упругих волн в ультрадисперсных средах происходит дополнительное ослабление их интенсивности, которое вызвано преимущественно вязкостным и тепловым механизмами. Вязкостный механизм обусловлен различием плотностей дисперсионной среды и дисперсной фазы, из-за чего возникает градиент скорости между компонентами системы. В результате на границе раздела фаз появляются вязкие волны, стремящиеся выровнять скорости дисперсной фазы и дисперсионной среды. Величина градиента скорости зависит от размера частиц, разности плотностей между фазами, вязкости дисперсионной среды и частоты звуковой волны.

Впервые теорию вязкостного механизма поглощения звука во взвеси твёрдых частиц в жидкости выдвинули С. М. Рытов, В. В. Владимирский и М. Д. Галанин [1]. Применимость этой теории для ненамагниченной магнитной жидкости проверялась в работах [2–4]. Основным параметром в данной теории является отношение радиуса частицы R к глубине проникновения вязкой волны δ_η:

$$\sqrt{\xi} = \frac{R}{\delta_\eta} = R\sqrt{\frac{\rho_1\omega}{2\eta_1}}, \tag{1}$$

где ρ_1 – плотность несущей среды, ω – циклическая частота ультразвуковой волны, η_1 – сдвиговая вязкость несущей среды.

Добавочное поглощение, вызванное данным процессом, определяется выражением:

$$\alpha_v = \frac{2}{9}\varphi a \frac{\omega}{c_1}\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right)^2 \frac{\xi\left(1+\sqrt{\xi}\right)}{\left(1+\sqrt{\xi}\right)^2 + \xi\left(1+b\sqrt{\xi}\right)^2}, \tag{2}$$

где c_1 – скорость звука в несущей среде, φ – объёмная концентрация частиц, ρ_2 – плотность частиц,

$$b = \frac{2}{9}\left(1 + 2\frac{\rho_2}{\rho_1}\right). \tag{3}$$

Для малых значений объёмной концентрации параметр $a = 1$.

Расчёт полного поглощения энергии упругой волны в намагниченной магнитной жидкости представляет собой существенно более сложную задачу, поскольку общее поглощение системы α будет складываться из поглощения в несущей

среде α_0, а также вязкостного α_v, теплового α_T и магнитодинамического α_{md} механизмов поглощения [5]:

$$\alpha = \alpha_v + \alpha_{md} + \alpha_T + \alpha_0. \quad (4)$$

Из многочисленных магнитооптических экспериментов известно, что под действием внешнего магнитного поля в магнитных и магнитореологических жидкостях происходит формирование внутренней структуры из частиц [6]. Индуцирование анизотропной структуры приводит к появлению зависимости коэффициента поглощения звука от угла между волновым вектором и направлением магнитного поля.

Первые попытки развития теории анизотропии поглощения звука магнитными жидкостями опирались на теории хорошо изученных к тому моменту других анизотропных жидкостей – жидких кристаллов. Это связано с тем, что молекулы нематических жидких кристаллов, как правило, представляются в виде жёстких вытянутых эллипсоидов или стержней. Под действием внешнего магнитного поля наночастицы в магнитной жидкости группируются в сферические кластеры, которые затем выстраиваются в цепочечные агрегаты вдоль силовых линий [7]. Такие агрегаты можно также представить в виде вытянутых эллипсоидов, но существенно больших размеров [8].

Проводя аналогию с жидкими кристаллами, Дж. Парсонс в своей работе развил линейную гидродинамическую теорию магнитных жидкостей [9]. Причём в качестве директора **n**, имеющего смысл преимущественной ориентации длинных осей молекул жидких кристаллов, он принял единичный вектор локальной намагниченности. Однако экспериментальные данные показали, что даже качественно угловые зависимости коэффициента поглощения ультразвука в магнитных жидкостях носят иной характер [10; 11].

После экспериментального обнаружения того, что в магнитных жидкостях могут образовываться сферические кластеры из наночастиц в присутствии внешнего магнитного поля, С. Такетоми попытался объяснить появление анизотропии коэффициента поглощения ультразвука в магнитной жидкости движением данных кластеров: вращательным и поступательным [12]. Используя теорию поглощения звука в жидких кристаллах, он получил следующее выражение для коэффициента поглощения, вызванного вращением сферических кластеров:

$$\alpha_{rot} = \frac{\omega^2}{2\rho_1 c_3^3}\left(\frac{4}{3}\eta_3 + \eta_3^* + 2\alpha_5 \cos^2\theta + \alpha_1 \cos^4\theta\right), \quad (5)$$

где η_3 – сдвиговая вязкость магнитной жидкости, η_3^* – объёмная вязкость магнитной жидкости, c_3 – скорость звука в магнитной жидкости, θ – угол между волновым вектором ультразвуковой волны и направлением магнитного поля, α_1, α_5 – коэффициенты Лесли [13; 14].

Для получения выражения поглощения звука, связанного с поступательным движением кластеров, им была взята модель вибрирующей сферы в вязкой жидкости. С использованием формулы Стокса для силы трения, действующей

на сферический кластер, и учитывая силу упругости цепочечных агрегатов во внешнем магнитном поле, им было получено выражение:

$$\alpha_{tr} = \frac{3\pi\eta_1 R_c \omega^3 V_c n_c \left(6\pi\eta_1 R_c + \rho_1 V_c \omega\right)}{c_3\left(k\sin\theta - \rho_2 V_c \omega^2\right)^2 + c_3\left(6\pi\eta_1 R_c \omega\right)^2}, \qquad (6)$$

где V_c – объём кластера, n_c – число кластеров в единице объёма, R_c – радиус кластера, k – силовая константа. Общее поглощение звука в магнитной жидкости представляется суммой выражений (5) и (6).

В настоящее время теория Такетоми используется многими авторами для описания экспериментальных данных по поглощению звука магнитными жидкостями под действием внешнего магнитного поля [15–23]. Привлекательность данной теории заключается в возможности получения с её помощью многих физических характеристик магнитных жидкостей и индуцированных в ней кластеров, а также в качественном совпадении экспериментальных и теоретических угловых зависимостей поглощения звука. Однако, можно ли надёжно опираться на получаемые с её помощью численные значения?

Поскольку теория Такетоми основана на вязкостном механизме поглощения звука, то расчётные значения радиуса и плотности агрегатов должны совпадать для обеих теорий. Поэтому целью данной работы является проверка соответствия рассматриваемых теорий посредством анализа экспериментальных данных.

II. Объект и методы исследования

Располагая большим массивом экспериментальных данных по акустическим свойствам магнитных жидкостей во внешних магнитных полях, возможно не только сопоставить результаты, получаемые с помощью теорий на основе вязкостного механизма, но также проанализировать их изменения при варьировании типа несущей среды, размеров и концентрации частиц, температуры образца, а также величин магнитного поля и частоты ультразвукового сигнала. В настоящей работе выбраны экспериментальные данные по исследованиям магнитных жидкостей на основе трансформаторного масла [18; 20; 22], синтетических углеводородов [17; 21] и воды [12; 19; 23], полученные разными авторами.

Значения размера и плотности кластеров были взяты из расчётных данных по теории Такетоми и дополнены известными физическими характеристиками несущей среды и наночастиц. К сожалению, не все теплофизические параметры и кривые полидисперсности были представлены авторами работ, поэтому точно оценить вклады других механизмов поглощения звука не представляется возможным. Несмотря на это, условие $\alpha_{exp} > \alpha_v + \alpha_0$, полученное из выражения (4), всё равно должно выполняться, и любое отклонение от него будет указывать на ошибочность данных, используемых в расчётах.

III. Результаты и их обсуждение

На рис. 1 представлены диаграммы сравнения экспериментальных и расчётных значений коэффициента поглощения ультразвука в магнитных жидкостях при варьировании несущей среды и концентрации наночастиц.

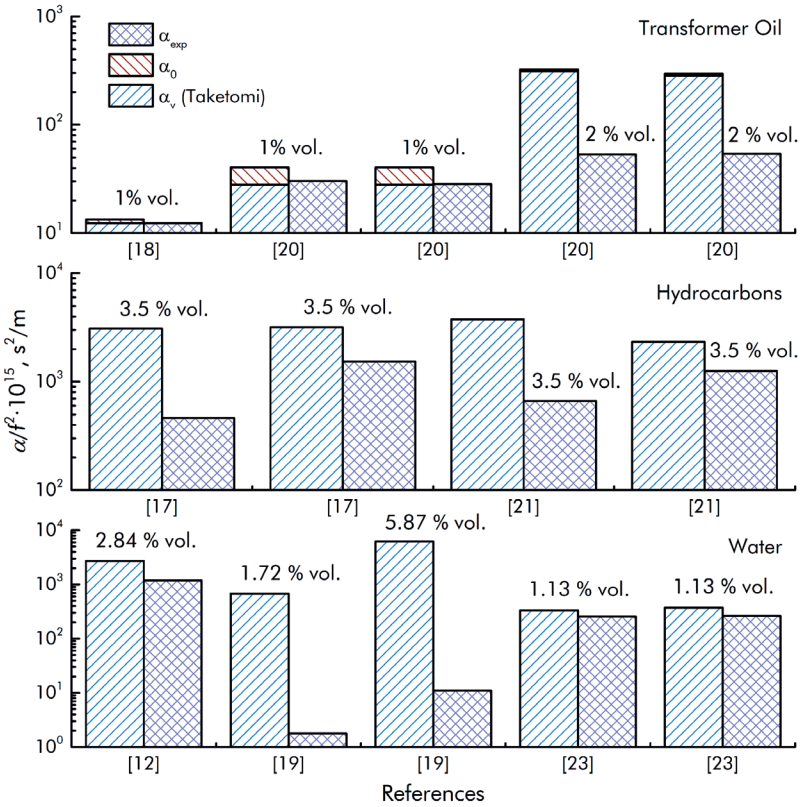


Рис. 1. Диаграммы сравнения экспериментальных и расчётных согласно теории Такетоми значений коэффициента поглощения ультразвука в магнитных жидкостях при варьировании несущей среды и концентрации наночастиц.

Вклад вязкостного механизма поглощения α_v, рассчитанный по значениям, полученным из теории Такетоми, превышает экспериментально полученные для всех представленных образцов магнитных жидкостей. Причиной аномальных значений вязкостного поглощения являются завышенные размеры кластеров R_{cl}, которые в ряде случаев достигают значений в 2–3 мкм и выше. Частицы подобных размеров не только увеличивают поглощение ультразвука системой на порядки, но и вызывают его рассеяние, сопоставимое по величине с внутренним поглощением.

Значения поглощения звука магнитной жидкостью на основе воды, полученные в работе [19], существенно ниже не только расчётных данных α_v, но и значений, полученных другими авторами для образцов с меньшими концентрациями наночастиц. Ранее нами уже был указан ряд грубых ошибок в данной работе [24].

Рассмотрим подробнее выражение (6), которое представляет собой вклад только вязкостного механизма в поглощение ультразвука магнитной жидкостью. В предельном случае при $k = 0$ (случай равенства плотностей дисперсионной среды и дисперсной фазы) оно должно обращаться в нуль. Легко увидеть, что выражение (6) не удовлетворяет данному требованию, поэтому его следует считать ошибочным.

IV. Заключение

Существующие на данный момент теории жидких намагничивающихся сред не способны количественно описать поведение магнитных жидкостей во внешних магнитных полях, в особенности индуцированную анизотропию её свойств. Теория Такетоми даёт завышенные значения размера кластеров из наночастиц в магнитных жидкостях, что должно приводить к аномальному поглощению ультразвука и его рассеянию. Однако известно, что в стабильных образцах магнитной жидкости отсутствуют агрегаты микронных размеров даже в присутствии внешнего магнитного поля. Кроме того, формула, полученная Такетоми, в предельном случае не сводится к классическому выражению поглощения ультразвука, следовательно, должна считаться ошибочной.

Статья поступила в редакцию 26.09.2019 г.

БЛАГОДАРНОСТИ

Курилов А. Д. выражает благодарность РФФИ за поддержку данного исследования, грант № 19-32-90032 Аспиранты.

ACKNOWLEDGMENTS

A. D. Kurilov acknowledges the support of the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 19-32-90032, Postgraduate students).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Владимирский В. В., Галанин М. Д. Распространение звука в дисперсных системах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1938. Т. 8. № 5. С. 614–626.
2. Соколов В. В., Надворецкий В. В. Вязкостный механизм поглощения ультразвука в магнитных жидкостях // Магнитная гидродинамика. 1994. Т. 30. № 5. С. 15–22.
3. Распространение ультразвука в магнитной жидкости. I. Учет агрегирования частиц / Гогосов В. В., Мартынов С. И., Цуриков С. Н., Шапошникова Г. А. // Магнитная гидродинамика. 1987. Т. 23. № 2. С. 19–27.
4. Распространение ультразвука в магнитной жидкости. II. Анализ экспериментов: определение размеров агрегатов / Гогосов В. В., Мартынов С. И., Цуриков С. Н., Шапошникова Г. А. // Магнитная гидродинамика. 1987. Т. 23. № 3. С. 15–21.
5. Надворецкий В. В. Поглощение ультразвука в магнитных жидкостях: дис. … канд. физ.-мат. наук. М., 1999. 118 с.

6. The effect of suspended Fe_3O_4 nanoparticle size on magneto-optical properties of ferrofluids / Brojabasi S., Muthukurman T., Laskar J. M., Philip J. // Optics Communications. 2015. Vol. 336. P. 278–285.
7. Optical evidence of magnetic field-induced ferrofluid aggregation: Comparison of cobalt ferrite, magnetite, and magnesium ferrite / Lakić M., Andjelković L., Šuljagić M., Vulić P., Perić M., Iskrenović P., Krstić I., Kuraica M. M., Nikolić A. S. // Optical Materials. 2019. Vol. 91. P. 279–285.
8. Надворецкий В. В., Соколов В. В. Поглощение ультразвука в магнитной жидкости с эллипсоидальными агрегатами // Магнитная гидродинамика. 1997. Т. 33. № 1. С. 36–41.
9. Parsons J. D. Sound velocity in a magnetic fluid // Journal of Physics D: Applied Physics. 1975. Vol. 8. No. 10. P. 1219–1226.
10. Gotoh K., Chung D. Y. Ultrasonic Attenuations in Magnetic Fluids // Journal of the Physical Society of Japan. 1984. Vol. 53. Iss. 8. P. 2521–2528.
11. Tarapov I. Ye., Patsegon N. F., Phedonenko A. I. Some physical and mechanical phenomena in magnetizable fluids // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1983. Vol. 39. Iss. 1–2. P. 51–55.
12. Taketomi S. The Anisotropy of the Sound Attenuation in Magnetic Fluid under an External Magnetic Field // Journal of the Physical Society of Japan. 1986. Vol. 55. Iss. 3. P. 838–844.
13. Leslie F. M. Some constitutive equations for anisotropic fluids (Continuum with director and constitutive equations for anisotropic fluids, obtaining solutions for simple shear, Poiseuille and Couette flows) // Quarterly Journal of mechanics and applied mathematics. 1966. Vol. 19. Iss. 3. P. 357–370.
14. Leslie F. M. Some constitutive equations for liquid crystals // Archive for Rational Mechanics and Analysis. 1968. Vol. 28. Iss. 4. P. 265–283.
15. Structure of nanoparticles in transformer oil-based magnetic fluids, anisotropy of acoustic attenuation / Kúdelčík J., Bury P., Kopčanský P., Timko M. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2015. Vol. 388. P. 28–34.
16. Study of Structural Changes of Water-Based Magnetic-Fluid by Acoustic Spectroscopy / Kúdelčík J., Hardoň Ль., Bury P., Timko M., Kopčanský P. // Acta Physica Polonica A. 2017. Vol. 131. No. 4. P. 919–921.
17. Skumiel A., Łabowski M., Jyzefczak A. The measurements of anisotropy of ultrasound propagation and magnetic susceptibility in viscous ferrofluid // Ultrasonics. 2002. Vol. 40. Iss. 1–8. P. 341–344.
18. Influence of nanoparticles diameter on structural properties of magnetic fluid in magnetic field / Kúdelčík J., Bury P., Hardoň Š., Kopčanský P., Timko M. // Journal of Electrical Engineering. 2015. Vol. 66. Iss. 4. P. 231–234.
19. Parekh K., Upadhyay R. V. The effect of magnetic field induced aggregates on ultrasound propagation in aqueous magnetic fluid // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2017. Vol. 431. P. 74–78.
20. Temperature effect on anisotropy of acoustic attenuation in magnetic fluids based on transformer oil / Kudelcik J., Bury P., Kopcansky P., Timko M. // Communications-Scientific letters of the University of Zilina. 2014. Vol. 16. No. 1. P. 33–38.
21. Magnetic properties and anisotropy of ultrasound attenuation in APG-832 magnetic liquid / Regulska P., Skumiel A., Hornowski T., Jyzefczak A. // Archives of Acoustics. 2007. Vol. 32. No. 4 (S). P. 95–100.
22. Acoustic spectroscopy of magnetic fluids based on transformer oil / Kúdelčík J., Hardoň Ль., Bury P., Kopčanský P., Timko M. // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2016. Vol. 27. Iss. 7. P. 935–943.

23. Jyzefczak A., Skumiel A. Field-induced aggregates in a bilayer ferrofluid characterized by ultrasound spectroscopy // Journal of Physics: Condensed Matter. 2006. Vol. 18. No. 6. P. 1869.
24. Sokolov V. V. Comment on: "The effect of magnetic field induced aggregates on ultrasound propagation in aqueous magnetic fluid" [J. Magn. Magn. Mater. 431 (2017) 74–78] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2019. Vol. 475. P. 794–795.

REFERENCES

1. Rytov S. M., Vladimirskii V. V., Galanin M. D. [Sound propagation in dispersed systems]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1938, vol. 8, no. 5, pp. 614–626.
2. Sokolov V. V., Nadvoretskii V. V. [Viscous mechanism of ultrasound absorption in magnetic fluids]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetohydrodynamics], 1994, vol. 30, no. 5, pp. 15–22.
3. Gogosov V. V., Martynov S. I., Tsurikov S. N., Shaposhnikova G. A. [The propagation of ultrasound in a magnetic fluid. I. Accounting for particle aggregation]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetohydrodynamics], 1987, vol. 23, no. 2, pp. 19–27.
4. Gogosov V. V., Martynov S. I., Tsurikov S. N., Shaposhnikova G. A. [The propagation of ultrasound in a magnetic fluid. II. Analysis of experiments: determining the aggregate size]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetohydrodynamics], 1987, vol. 23, no. 3, pp. 15–21.
5. Nadvoretskii V. V. *Pogloshchenie ul'trazvuka v magnitnykh zhidkostyakh: dis. … kand. fiz.-mat. nauk* [The absorption of ultrasound in magnetic fluids: PhD thesis in Physical and Mathemathical Sciences]. Moscow, 1999. 118 p.
6. Brojabasi S., Muthukurman T., Laskar J. M., Philip J. The effect of suspended Fe_3O_4 nanoparticle size on magneto-optical properties of ferrofluids. In: *Optics Communications*, 2015, vol. 336, pp. 278–285.
7. Lakić M., Andjelković L., Šuljagić M., Vulić P., Perić M., Iskrenović P., Krstić I., Kuraica M. M., Nikolić A. S. Optical evidence of magnetic field-induced ferrofluid aggregation: Comparison of cobalt ferrite, magnetite, and magnesium ferrite. In: *Optical Materials*, 2019, vol. 91, pp. 279–285.
8. Nadvoretskii V. V., Sokolov V. V. [The absorption of ultrasound in a magnetic fluid with an ellipsoidal aggregates]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetohydrodynamics], 1997, vol. 33, no. 1, pp. 36–41.
9. Parsons J. D. Sound velocity in a magnetic fluid. In: *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1975, vol. 8, no. 10, pp. 1219–1226.
10. Gotoh K., Chung D. Y. Ultrasonic Attenuations in Magnetic Fluids. In: *Journal of the Physical Society of Japan*, 1984, vol. 53, iss. 8, pp. 2521–2528.
11. Tarapov I. Ye., Patsegon N. F., Phedonenko A. I. Some physical and mechanical phenomena in magnetizable fluids. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1983, vol. 39, iss. 1–2, pp. 51–55.
12. Taketomi S. The Anisotropy of the Sound Attenuation in Magnetic Fluid under an External Magnetic Field. In: *Journal of the Physical Society of Japan*, 1986, vol. 55, iss. 3, pp. 838–844.
13. Leslie F. M. Some constitutive equations for anisotropic fluids (Continuum with director and constitutive equations for anisotropic fluids, obtaining solutions for simple shear, Poiseuille and Couette flows). In: *Quarterly Journal of mechanics and applied mathematics*, 1966, vol. 19, iss. 3, pp. 357–370.
14. Leslie F. M. Some constitutive equations for liquid crystals. In: *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1968, vol. 28, iss. 4, pp. 265–283.

15. Kúdelčík J., Bury P., Kopčanský P., Timko M. Structure of nanoparticles in transformer oil-based magnetic fluids, anisotropy of acoustic attenuation. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2015, vol. 388, pp. 28–34.
16. Kúdelčík J., Hardoň Лb., Bury P., Timko M., Kopčanský P. Study of Structural Changes of Water-Based Magnetic-Fluid by Acoustic Spectroscopy. In: *Acta Physica Polonica A*, 2017, vol. 131, no. 4, pp. 919–921.
17. Skumiel A., Łabowski M., Jyzefczak A. The measurements of anisotropy of ultrasound propagation and magnetic susceptibility in viscous ferrofluid. In: *Ultrasonics*, 2002, vol. 40, iss. 1–8, pp. 341–344.
18. Kúdelčík J., Bury P., Hardoň Š., Kopčanský P., Timko M. Influence of nanoparticles diameter on structural properties of magnetic fluid in magnetic field. In: *Journal of Electrical Engineering*, 2015, vol. 66, iss. 4, pp. 231–234.
19. Parekh K., Upadhyay R. V. The effect of magnetic field induced aggregates on ultrasound propagation in aqueous magnetic fluid. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2017, vol. 431, pp. 74–78.
20. Kudelcik J., Bury P., Kopcansky P., Timko M. Temperature effect on anisotropy of acoustic attenuation in magnetic fluids based on transformer oil. In: *Communications-Scientific letters of the University of Zilina*, 2014, vol. 16, no. 1, pp. 33–38.
21. Regulska P., Skumiel A., Hornowski T., Jyzefczak A. Magnetic properties and anisotropy of ultrasound attenuation in APG-832 magnetic liquid. In: *Archives of Acoustics*, 2007, vol. 32, no. 4 (S), pp. 95–100.
22. Kúdelčík J., Hardoň Лb., Bury P., Kopčanský P., Timko M. Acoustic spectroscopy of magnetic fluids based on transformer oil. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2016, vol. 27, iss. 7, pp. 935–943.
23. Jyzefczak A., Skumiel A. Field-induced aggregates in a bilayer ferrofluid characterized by ultrasound spectroscopy. In: *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2006, vol. 18, no. 6, pp. 1869.
24. Sokolov V. V. Comment on: "The effect of magnetic field induced aggregates on ultrasound propagation in aqueous magnetic fluid" [J. Magn. Magn. Mater. 431 (2017) 74–78]. In: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2019, vol. 475, pp. 794–795.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Курилов Александр Дмитриевич – аспирант кафедры высшей математики МИРЭА – Российского технологического университета; мастер производственного обучения учебно-научной лаборатории теоретической и прикладной нанотехнологии Московского государственного областного университета;
e-mail: ad.kurilov@gmail.com

Соколов Виктор Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, советник по научной работе МИРЭА – Российского технологического университета;
e-mail: vvs1953@rambler.ru

Эминов Павел Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор департамента прикладной математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»;
e-mail: peminov@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Alexander D. Kurilov – postgraduate student at the Department of Higher Mathematics, MIREA – Russian Techonological University; master of industrial training at the Educational and Research Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, Moscow Region State University;
e-mail: ad.kurilov@gmail.com

Victor V. Sokolov – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics, science advisor, MIREA – Russian Technological University;
e-mail: vvs1953@rambler.ru

Pavel A. Eminov – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Applied Mathematics, National Research University "Higher School of Economics";
e-mail: peminov @mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Курилов А. Д., Соколов В. В., Эминов П. А. Вязкостный механизм в теории анизотропии поглощения ультразвука магнитными жидкостями // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 4. С. 60–69.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-60-69

FOR CITATION

Kurilov A. D., Sokolov V. V., Eminov P. A. Viscous mechanism in the theory of ultrasound attenuation anisotropy by magnetic fluids. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 60–69.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-60-69

УДК 537.67
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-70-76

К ВОПРОСУ О МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЯХ ЗЕМЛИ В УСЛОВИЯХ ЕЁ ВРАЩЕНИЯ

Гладков С. О.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4, Российская Федерация

Аннотация. Строго аналитически показано, что магнитные силовые линии Земли заполняют некоторый непрерывный класс поверхностей и получаются из решения уравнений магнитостатики при учёте эффекта вращения. Доказано, что их происхождение является следствием эффекта вращения Земли.

Ключевые слова: магнитостатика, частота вращения, силовые линии

MAGNETIC FORCE LINES OF THE EARTH UNDER THE CONDITIONS OF ITS ROTATION

S. Gladkov

Moscow Aviation Institute (National Research University)
Volokolamskoe shosse 4, 125993 Moscow, Russian Federation

Abstract. Magnetic force lines of the Earth are shown strictly analytically to fill some continuous class of surfaces and are obtained from the solution to the equation of magnetostatics. It is proven that their origin is a consequence of the effect of the Earth's rotation.

Keywords: magnetostatics, rotation frequency, forces lines

Вопрос, поднимаемый в настоящей статье, относится к общим теоретическим вопросам геофизики и преследует единственную цель: представить подробное аналитическое описание стационарного пространственного распределения поля магнитной индукции Земли и его силовых линий, чтобы закрыть этот небольшой образовавшийся пробел. Решение этой задачи в литературных источниках по непонятной причине пока что не было освещено (во всяком случае, мы не смогли обнаружить какого–либо вразумительного объяснения её отсутствия ни в монографиях [1–4], ни во множестве оригинальных работ по этой тематике). Весьма возможно, что решение этой задачи для авторов упомянутых монографий показалось им слишком тривиальным и не заслуживающим внимания. Подобное простое объяснение и подтолкнуло нас остановиться на данном вопросе достаточно подробно, как с точки зрения его физической интерпретации, так и с целью изложения некоторых тонкостей чисто вычислительного характера, касающихся этой интересной проблемы.

© CC BY Гладков С. О., 2019.

Сама же физическая постановка вопроса довольно проста. Действительно, будем рассматривать Землю, как магнитный шар, вращающийся с постоянной угловой частотой $\vec{\omega}$.

Благодаря тому, что ось Земли претерпевает нутацию, приводящую к излучению длинных электромагнитных волн (сокращенно ЭМ) (наподобие того, как это было подробно описано, например, в работах [5–7] для обычных магнитных и сегнетоэлектрических шаров), то подобное обстоятельство свело бы задачу анализа распределения ЭМ полей вне Земли к решению нестационарных уравнений Максвелла.

Поскольку целью настоящего сообщения является аналитическое описание формы магнитных силовых линий, заполняющих некоторое семейство векторных поверхностей, то нас не будет интересовать вопрос, касающийся ЭМ излучения.

В свете этого, нутацией земной оси мы пренебрежём, что, конечно, сильно упростит нашу задачу, и будем решать её в магнитостатическом приближении.

В нашем распоряжении, таким образом, с формальной точки зрения имеется некоторый массивный ферромагнитный шар, вращающийся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$. При этом возникает вполне закономерный вопрос, касающийся аналитического описания формы его магнитных силовых линий.

В условиях стационарности движения мы имеем право записать тогда следующую систему уравнений Максвелла, описывающих квазистационарное магнитное поле в веществе [8]:

$$div\mathbf{B} = 0,$$
$$rot\mathbf{H} = 0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{B}$ – вектор магнитной индукции, а $\mathbf{H}$ – напряжённость магнитного поля. Они связаны друг с другом простым линейным соотношением $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, где μ – средняя магнитная проницаемость Земли.

Из верхнего уравнения системы (1) следует, что $\mathbf{B} = rot\mathbf{A}$, где $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитной индукции. Поэтому из второго уравнения немедленно получаем:

$$rot\left(\frac{1}{\mu}rot\mathbf{A}\right) = 0.$$

Считая μ = const и учитывая условие калибровки ЭМ поля

$$div\mathbf{A} = 0, \qquad (2)$$

немедленно находим уравнение:

$$\Delta\mathbf{A} = 0. \qquad (3)$$

Решение этого уравнения легко написать, если воспользоваться аналогией с решением уравнения Лапласа, описывающего распределение давления P вблизи поверхности обтекаемого вязким стационарным потоком шара (так называемая

задача Стокса, см., например, [9]), согласно которому $\Delta P = 0$, и для внешней задачи математической физики ($r \geq R$) решение будет иметь вид:

$$P = P_0 - \frac{3\eta R(\mathbf{ur})}{2r^3}, \tag{4}$$

где P_0 – атмосферное давление, $\mathbf{u}$ – скорость течения, R – радиус шара.

Легко проверить, что решение (4) удовлетворяет уравнению Лапласа. Поэтому в полной аналогии с формулой (4) можно легко привести решение уравнения (3) с учётом конкретной специфики нашей проблемы.

Действительно, в рассматриваемом нами случае можно записать, что

$$\mathbf{A} = a\frac{[\vec{\omega} \times \mathbf{r}]}{r^3}, \tag{5}$$

где a – некоторая константа, которую мы далее приведём, исходя из соображений размерности и её физического смысла, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведённый из центра шара в точку наблюдения при условии, что $r \geq R$.

Легко проверить прямой подстановкой решения (5) в уравнение (3) и в уравнение калибровки (2), что они автоматически удовлетворяются. Поэтому, в соответствии с равенством $\mathbf{B} = rot\mathbf{A}$, немедленно находим для интересующего нас поля магнитной индукции следующее пространственное распределение:

$$\mathbf{B} = \frac{a}{r^3}\left(\frac{3\mathbf{r}(\vec{\omega} \times \mathbf{r})}{r^2} - \vec{\omega}\right). \tag{6}$$

Теперь, что касается константы a. В силу нашего предположения, что магнитное поле (или индукция) появляется только благодаря вращению Земли, напрашивается вполне очевидный физический вывод о том, что это возможно лишь в том случае, если имеются электрические заряды, распределённые по объёму Земли с некоторой объёмной плотностью ρ_e. Поэтому, исходя из совершенно простых соображений размерности, мы можем сразу же написать:

$$a = \frac{4\pi\rho_e R^5\sqrt{\varepsilon\mu}}{3c}, \tag{7}$$

где c – скорость света в вакууме, ε – средняя диэлектрическая проницаемость Земли. Заметим здесь, что плотность ρ_e очень мала.

Если на поверхности сферы выбрать локальный ортонормированный единичный базис $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$, который тривиальным образом связан с единичными декартовыми ортами $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ линейными соотношениями:

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}_r &= \mathbf{i}\cos\varphi\sin\theta + \mathbf{j}\sin\varphi\sin\theta + \mathbf{k}\cos\theta,\\
\mathbf{e}_\theta &= \mathbf{i}\cos\varphi\cos\theta + \mathbf{j}\sin\varphi\cos\theta - \mathbf{k}\sin\theta,\\
\mathbf{e}_\varphi &= -\mathbf{i}\sin\varphi + \mathbf{j}\cos\varphi,
\end{aligned} \tag{8}$$

то в сферической системе координат для решения (6) с учётом (7) легко получим для компонент поля индукции $\mathbf{B} = \left(B_r, B_\theta, B_\varphi\right)$

$$B_r = \frac{2\rho_e R^2 V\sqrt{\varepsilon\mu}}{cr^3}\omega\cos\theta,$$
$$B_\theta = \frac{\rho_e R^2 V\sqrt{\varepsilon\mu}}{cr^3}\omega\sin\theta,$$
$$B_\varphi = 0, \qquad (9)$$

где V – объём Земли.

В соответствии с верхним уравнением системы (1), мы имеем право написать соответствующие линейные уравнения, которые описывают магнитные силовые линии, лежащие на некоторой поверхности вращения, называемой векторной поверхностью, в следующем виде:

$$\frac{dr}{B_r} = \frac{rd\theta}{B_\theta} = \frac{r\sin\theta d\varphi}{0}. \qquad (10)$$

Подставляя сюда (9), получаем в результате два интеграла, описывающие искомые векторные линии:

$$\frac{r}{\sin^2\theta} = C_1,$$
$$\varphi = C_2. \qquad (11)$$

где $C_{1,2}$ – константы интегрирования.

Таким образом, в соответствии с [10], уравнение векторных поверхностей будет:

$$r = \Phi\left(\varphi\right)\sin^2\theta, \qquad (12)$$

где $\Phi(\varphi)$ некоторая произвольная функция от полярного угла φ.

Переходя здесь к декартовым координатам x, y, z согласно преобразованиям

$$x = r\sin\theta\cos\varphi,\ y = r\sin\theta\sin\varphi,\ z = r\cos\theta,$$

получаем следующее семейство поверхностей:

$$\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^3 = \Phi\left(\operatorname{arctg}\frac{y}{x}\right)\left(x^2 + y^2\right)^2. \qquad (13)$$

В соответствии с решением (13) можно теперь совершенно элементарно найти векторные линии магнитной индукции поля Земли.

Действительно, полагая, что φ = const получаем однопараметрическое уравнение прямой:

$$y = kx, \qquad (14)$$

где коэффициент $k = \operatorname{tg}\varphi$.

Переобозначая в (13) функцию Φ(φ) через константу C^2 с учётом (14), находим:

$$z^2 = C^{\frac{2}{3}} x^{\frac{4}{3}} \left(1+k^2\right)^{\frac{2}{3}} - x^2\left(1+k^2\right), \tag{15}$$

Дифференцируя (15) по x и полагая производную z' равной нулю, определяем точки экстремума векторной линии. В результате оказывается, что точки максимума функции $z(x)$ находятся при симметричных значениях:

$$x_0^{\pm} = \pm\frac{2C}{3\sqrt{1+k^2}}\sqrt{\frac{2}{3}}, \tag{16}$$

соответственно справа от центра Земли и слева (напомним, что начало координат выбрано в центре Земли), то есть между северным и южным полюсами.

Далее, считая, что максимум силовых линий находится при значениях $x_0^{\pm} = \pm R$, где R – радиус Земли, получим из (16), что константа

$$C = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{1+k^2}R. \tag{17}$$

И, следовательно, подставляя её в (15), найдём

$$z = \pm\sqrt{x\left(1+k^2\right)\left(\frac{3}{2}R^{\frac{2}{3}}x^{\frac{1}{3}} - x\right)}. \tag{18}$$

Таким образом, из (18) следует вывод о том, что, во-первых, радиус действия магнитных силовых линий ограничен значением:

$$x_{\max} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}R, \tag{19}$$

которое приблизительно равно двум радиусам Земли, а, во-вторых, максимальное значение высоты векторной силовой линии будет таким:

$$z_{\max} = \pm R\sqrt{\frac{1+k^2}{2}}. \tag{20}$$

Если теперь найти кривизну силовой линии $K = \frac{1}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны в данной точке, при значении $x = R$, согласно известной формуле двухмерной дифференциальной геометрии

$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{z''}{\left(1+z'^2\right)^{\frac{3}{2}}},$$

то в результате тривиального дифференцирования зависимости (18), получим, что:

$$K = \frac{1}{\rho}\bigg|_{x=R} = z''(R) = \mp\frac{2\sqrt{2\left(1+k^2\right)}}{3R}. \qquad (21)$$

Согласно условию $\rho\big|_{x=R} \geq z_{\max}$, из выражений (20) и (21) немедленно следует, что угловой коэффициент k должен подчиняться неравенству:

$$|k| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}. \qquad (22)$$

Заметим, что качественно решение (18) адекватно соответствует магнитным силовым линиям, которые приводятся практически в любом учебнике, посвящённом описанию геофизических свойств Земли.

Формулой (22) мы закончим анализ сформулированной выше задачи и, подводя итог настоящего сообщения, ещё раз кратко сформулируем основные выводы, проведённого выше исследования.

1. Исходя из аналогии с гидродинамической задачей Стокса, найдено распределение поля магнитной индукции Земли в магнитостатическом приближении для внешней задачи математической физики.

2. Приведено строгое доказательство того факта, что магнитные силовые линии Земли являются следствием её вращения в предположении, что Земля представляет собой равномерно заряженный шар.

3. Результат чисто аналитического решения сформулированной проблемы качественно соответствуют экспериментально наблюдаемым силовым линиям.

Статья поступила в редакцию 06.11.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Магницкий В. А. Внутреннее строение и физика Земли. М.: Недра, 1965. 379 с.
2. Стейси Ф. Физика Земли. М.: Мир, 1972. 342 с.
3. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. М.: Наука, 1983. 416 с.
4. Жданов М. С., Матусевич В. Н., Френкель М. А. Сейсмическая электромагнитная миграция. М.: Наука, 1988. 376 с.
5. Гладков С. О. О вычислении интенсивности излучения электромагнитной энергии неподвижной ферромагнитной сферической частицей, находящейся в постоянном и однородном магнитном поле // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. № 7. С. 138–141.
6. Гладков С. О., Богданова С. Б. Вращающийся ферромагнитный шар как источник длинноволнового электромагнитного излучения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. № 7. С. 632–641.
7. Гладков С. О., Богданова С. Б. Об интенсивности излучения ЭМ поля вращающимся сегнетоэлектрическим шаром // Известия высших учебных заведений. Физика. 2018. Т. 61.№ 1 (721). С. 94–99.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М.: Наука, 2004. 620 с.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. Т. 6. М.: Наука, 2004. 433 с.
10. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

REFERENCES

1. Magnitskii V. A. *Vnutrennee stroenie i fizika Zemli* [Internal structure and physics of the Earth]. Moscow, Nedra Publ., 1965. 379 p.
2. Stacey F. D. *Physics of the Earth*. New York: Wiley, 1977.
3. Zharkov V. N. *Vnutrennee stroenie Zemli i planet* [The internal structure of the Earth and planets]. Moscow, Nauka Publ., 1983. 416 p.
4. Zhdanov M. S., Matusevich V. N., Frenkel' M. A. *Seismicheskaya elektromagnitnaya migratsiya* [Seismic electromagnetic migration]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 376 p.
5. Gladkov S. O. [Intensity of electromagnetic energy radiation by a quiescent ferromagnetic spherical particle placed in a permanent magnetic field]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics], 2015, vol. 85, no. 7, pp. 138–141.
6. Gladkov S. O., Bogdanova S. B. [A rotating ferromagnetic sphere as a source of long-wavelength electromagnetic radiation]. In: *Radiotekhnika i elektronika* [Journal of Communications Technology and Electronics], 2017, vol. 62, no. 7, pp. 632–641.
7. Gladkov S. O., Bogdanova S. B. [On the Intensity of Radiation of an Electromagnetic Field by a Rotating Ferroelectric Sphere]. In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika* [Russian Physics Journal], 2018, vol. 61, no. 1 (721), pp. 94–99.
8. Landau L. D., Lifshits E. M. *Electrodynamics of Continuous Media*. Vol. 8 of A Course of Theoretical Physics. Oxford, Pergamon Press, 1960.
9. Landau L. D., Lifshits E. M. *Fluid Mechanics*. Vol. 6 of A Course of Theoretical Physics. Oxford, Pergamon Press, 1959.
10. El'sgol'ts L. E. *Differentsial'nye uravneniya i variatsionnoe ischislenie* [Differential equations and calculus of variations]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 424 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Гладков Сергей Октябринович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математическое моделирование № 311 Московского авиационного института (национального исследовательского университета);
e-mail: sglad51@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Sergey O. Gladkov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Mathematical Modeling No. 311, Moscow Aviation Institute (National Research University);
e-mail: sglad51@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Гладков С. О. К вопросу о магнитных силовых линиях Земли в условиях её вращения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 4. С. 70–76.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-70-76

FOR CITATION

Gladkov S. O. Magnetic force lines of the Earth under the conditions of its rotation. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 70–76.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-70-76

УДК 621 311
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-77-89

ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЫ НА СВОЙСТВА ДИСПЕРСНЫХ СРЕД С ОРГАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Бычков В. Л., Бикмухаметова А. Р., Дешко К. И., Михайловская Т. О., Черников В. А., Шваров А. П.

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, Российская Федерация

Аннотация. Проделаны эксперименты по воздействию плазмы коронного разряда на образцы дисперсных сред с органическими объектами (такими, как различные виды почв). Выявлена роль ионизации воздуха при воздействии коронного разряда в изменении электропроводности сред и в изменении химических свойств, связанных с окислением молекулярного азота до его минеральных форм.

Ключевые слова: дисперсные среды, различные виды почв, коронный разряд, воздух, плазма

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF PLASMA ON THE PROPERTIES OF DISPERSED MEDIA WITH ORGANIC OBJECTS

V. Bychkov, A. Bikmukhametova, K. Deshko, T. Mikhailovskaya, V. Chernikov, A. Shvarov

Lomonosov Moscow State University
Leninskie Gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation

Abstract. We have performed experiments on the influence of corona discharge plasma on samples of dispersed media with organic components (various types of soils). We have revealed the role of air ionization under the action of the corona discharge, which leads to a change in the electrical conductivity of media and to a change in the chemical properties associated with the oxidation of molecular nitrogen to its mineral forms.

Keywords*:* dispersed media, various types of soils, corona discharge, air, plasma

1. Введение

Исследование взаимодействия потоков заряженных частиц с дисперсными средами, в том числе с природными органическими и неорганическими веществами важно, для развития технологии создания и модификации различных материалов при воздействии на них плазменных или высокотемпературных потоков [1; 2]. В частности, обработка почво-подобных объектов плазмой различ-

© CC BY Бычков В. Л., Бикмухаметова А. Р., Дешко К. И., Михайловская Т. О., Черников В. А., Шваров А. П. , 2019.

ных разрядов может привести к улучшению культурных свойств почвы и, как следствие, к увеличению всхожести и уменьшению количества необходимых для здорового роста растений факторов [3].

К последним перспективным направлениям относятся: создание условий для модификации дисперсных сред, почвы; создание оптимальных условий для роста растений, компоненты которых препятствуют развитию онкологических заболеваний, и воздействия плазмы на дисперсные материалы на космических станциях-миссиях на Луну и Марс в условиях гравитации, отличной от Земной [4].

В данной работе проделаны эксперименты по плазменному воздействию на дисперсные материалы – два подтипа чернозёма с целью определения возможных параметров воздействия коронного разряда на почвенный и растительный покров в лабораторных условиях. Определены параметры плазмы, при которых возможно воздействие последних на такие материалы – различные типы почв. Проведены модельные исследования, где в качестве дисперсных материалов использовались: чернозём, слитый выщелоченный, а также чернозём типичный маломощный, глина и песок, и выявлены изменения электропроводности и других почвенных свойств.

2. Объект исследования воздействия коронного разряда на дисперсные материалы

При использовании плазмы коронного разряда в качестве объектов воздействия на дисперсные материалы были выбраны: чернозём слитой выщелоченный, чернозём типичный маломощный, глина и песок.

В Западной части республики Адыгея, в Гиагинском районе, был заложен полнопрофильный разрез, из которого были отобраны образцы для эксперимента. По гранулометрическому составу чернозём почти однороден по всему профилю. По классификации Качинского он соответствует лёгкой глине. Классификация 2004 года: постлитогенный аккумулятивно-гумусовый агро-чернозём, слитизированный, сильно выщелоченный на делювиальных суглинках. Основной сравнительный анализ свойств после взаимодействия коронного разряда и контроля проходил именно на этой почве.

Чернозём типичный маломощный был отобран в Липецкой области, Данковском районе. Классификация 2004 года: миграционно-мицелярный карбонатсодержащий среднекарбонатный на покровных суглинках [5].

Глина и песок. Для исследований использованы глина из Селивановского района, Владимирской области и песок кварцевый. По классификации [5] исходному образцу глины соответствует глина лёгкая (см. табл. 1.).

Исследования физико-химических свойств глины показали, что: ёмкость катионного обмена составляет: 31,5 мг-экв/100 г; степень насыщенности основаниями: 83,8%; содержание катионов (мг-экв/100 г): Ca – 16,6; Mg – 7; K – 1,9; Na – 0,9. Кроме того, был определён минералогический состав илистой фракции изучаемой глины: содержание группы монтмориллонита составляет 35%; содер-

жание группы гидрослюд (иллита) – 30%; группы каолинита + хлорита – 28% от общей фракции.

В исследованиях использовался обезжелезненный кварцевый песок. По классификации [5] ему соответствует песок рыхлый. Содержание фракции крупного и среднего песка – 67,6%; мелкого песка – 32,4%.

Таблица 1.
Гранулометрический состав исходной глины

Фракция	Содержание
Песок крупный и средний (1–0,25 мм)	1,76%
Песок мелкий (0,25–0,05 мм)	9,80%
Пыль крупная (0,05–0,01 мм)	27,61%
Пыль средняя (0,01–0,005 мм)	11,20%
Пыль мелкая (0,005–0,001 мм)	10,81%
Ил (< 0,001 мм)	38,82%
Сумма частиц размером < 0,01 мм	60,83%

3. Методы исследования

3.1. Методы исследования дисперсных материалов

Определение электропроводности в почвенных пастах [6].

Данный метод был применён ко всем образцам. Образцы доводились до одинаковой влажности, разбавление 1:1. Измерение проводилось 4-х электродной установкой Landmapper-ERM. Образец помещали в кювету так, чтобы почва целиком заполнила её, затем подключали электроды и проводили измерение, выставив нужный режим на приборе.

Определение микроструктуры почвы на сканирующем электронном микроскопе.

Съёмку производили на микроскопе JSM-6380LA на увеличениях ×30; ×100; ×500; ×2000; ×7000.

Определение гранулометрического и микро-агрегатного составов, лазерная дифрактометрия [8].

Определение КЦСМ распределения частиц по размерам на лазерном дифракционном анализаторе “Analysette 22 comfort”. Он измеряет частицы размером от 0,01 до 1250 мкм. Прибор состоит из измерительного блока с лазером и перемещающейся ячейкой и из блока подготовки пробы с ультразвуковой ванной (при микро-агрегатном анализе обработка ультразвуком при внесении пробы не производится).

Определение углерода, методом сухого сжигания [8].

Измерение производилось на приборе АН-7529. Содержание карбонатов проводилось по методу [8], а также на приборе АН-7529 методом кулонометрического титрования. Содержание карбонатов представляется в процентном содержании.

Определение сорбционной способности и удельной поверхности дисперсных материалов – почв методом БЭТ.

В результате строится график зависимости влажности почв от относительного давления паров и высчитывается полная удельная поверхность [7, с. 48–52, 79–83].

Определение pH, содержания NO_3 и NH_4 [8].

Определение производилось потенциометрическим методом, с использованием ион-селективных электродов. Прибор для определения данных свойств – Эксперт 001, анализатор жидкости [8].

Определение макроэлементов и микроэлементов [8]. Определение массовой доли макро и микроэлементов почвы проводилось методом масс-спектрометрии с индуктивно связанной плазмой на масс-спектрометре Agilent ICP-MS 7500.

3.2. Физические методы исследования [5]

Измерение полевых зависимостей намагниченности.

Для измерения магнитной характеристики образцов был использован метод измерения полевых зависимостей намагниченности на приборе LakeShore 7400.

Измерение количества аэроионов.

Измерение проводилось малогабаритным счётчиком аэроионов МАС–1. Для экспресс измерений лёгких аэроионов, подвижность которых составляет 0,4 см^2/В·с диапазон измерения составлял $10^2 \div 10^6$ в см^3. Собственный фон прибора 50 единиц в см^3. Допустимая погрешность при измерении от 100 до 700 единиц ± 50%, а от 700 до 10^6 погрешность 40%.

4. Эксперименты при использовании коронного разряда

Для проведения экспериментов по воздействию плазмы на дисперсные материалы была использована установка по созданию коронного разряда [10]. Стандартная схема прибора и фотография области действия коронного разряда представлены на рис. 1; 2. В кювету помещается образец дисперсного материала типа почвы (рис. 1).

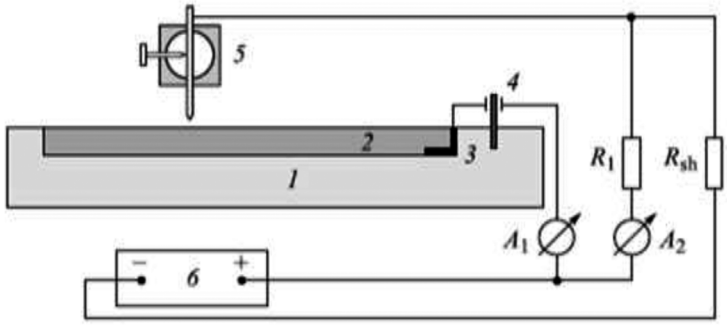


Рис. 1. Схема создания коронного разряда:1 – кювета, 2 – образец, 3 – анод, 4 – подставка, 5 – катод, 6 – источник питания.

Кювета сделана из металла, её диаметр равен 130 мм, а высота 18 мм. Образец предварительно необходимо растереть и просеять через сито в 1 мм, затем ув-

лажнить до пастообразного состояния. Не обязательно заполнять кювету целиком. Важно, чтобы в месте воздействия находился материал. Толщина слоя дисперсного материала, выложенного в кювету, в экспериментах, не превышала 7 мм.

Рис. 2. Фотография разрядной области.

В качестве источника питания использовался генератор высокого напряжения, позволяющий менять электрическое напряжение на электродах в диапазоне 2 ÷ 50 кВ с шагом 250 В. Типичный использованный диапазон электрического напряжения составлял 9 ÷ 12 кВ. Ток разряда измерялся миллиамперметром и в ходе опыта мог изменяться на величину от 18 до 21 мкА. Верхний высоковольтный электрод представлял собой иглу диаметром 3 мм, с радиусом кончика – 0,4 мм. Его полярность можно было установить как положительной, так и отрицательной.

Расстояние между поверхностью образца и верхним электродом варьировалось от 10 до 30 мм (рис. 2). Электрод противоположной полярности находился непосредственно под почвой, то есть кювета выступала в качестве электрода. Обработка почвенного образца производилась в течение 1–2 минут. При поднятии напряжения выше 12 кВ появлялся искровой разряд между концом иглы и поверхностью материала.

4.1. Сравнение электропроводности для положительной и отрицательной корон в дисперсных материалах (чернозёме типичном маломощном, глине и песке)

В результате эксперимента выявлены изменения значения электропроводности обработанных образцов по сравнению с контролем: при положительной полярности коронного разряда (нижний электрод заземлен, потенциал на игле) электропроводность увеличивается заметнее (рис. 3), чем при отрицательной полярности (рис. 4) (потенциал на нижнем электроде, игла заземлена), как в случае чернозёма, так и в случае песка и глины.

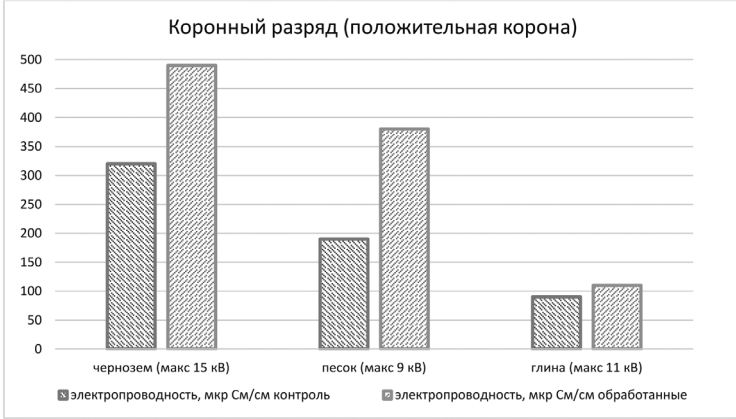


Рис. 3. Изменение электропроводности образцов при положительной полярности коронного разряда.

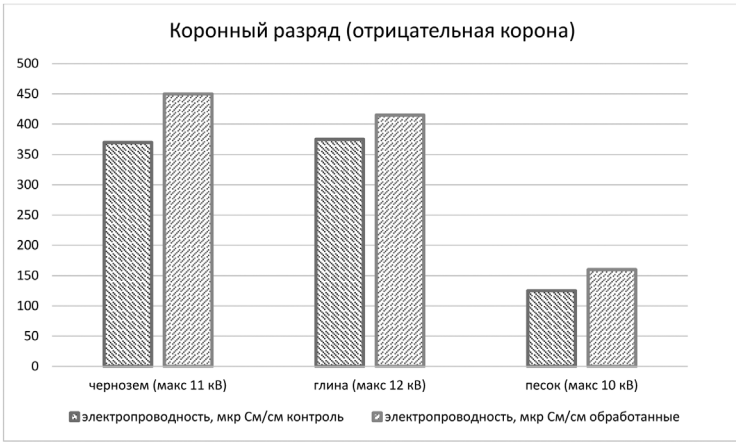


Рис. 4. Изменение электропроводности образцов при отрицательной полярности коронного разряда.

4.2. Эксперименты с положительной короной с дисперсным материалом – чернозёмом выщелоченным слитым

4.2.1. Оценка изменения концентрации заряженных частиц в воздухе (аэроионов)

Содержание положительно и отрицательно заряженных частиц в кубическом сантиметре воздуха фоновых условий не превышало 150–200 единиц. Воздействие коронного разряда на атмосферный воздух привело к резкому росту концентрации аэроионов. Так, число положительно заряженных ионов возросло до 15000–17000, а отрицательных до 23000–25000 единиц в см^3.

4.2.2. Электропроводность дисперсного материала–почвенных паст

Электропроводность почвенных паст чернозёма в результате его обработки коронным разрядом увеличилась более чем на 150 мСм/см (рис. 5).

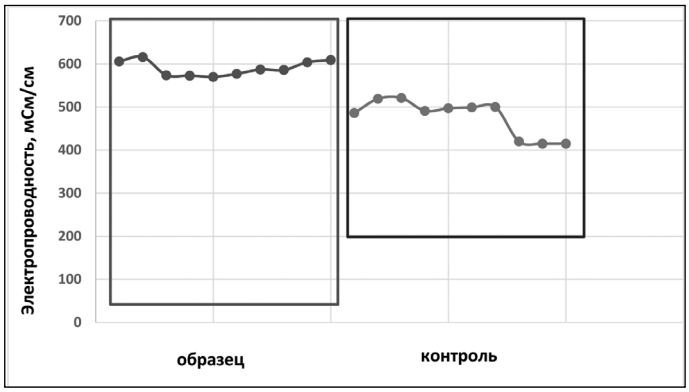


Рис. 5. Изменение электропроводности образцов, обработанных коронным разрядом положительной полярности.

Данные статистически достоверны, при вероятности 0,90. Доверительный интервал для образца, обработанного разрядом, 580–600 мСм/см, а для контроля 452–501 мСм/см.

4.2.3. Магнитные характеристики

Кривые намагниченности практически не менялись.

4.2.4. Изменения химических свойств образцов

Показания содержания углерода в образце, обработанном короной, изменились слабо (см. табл. 2).

Таблица 2.
Содержание углерода в образцах

	Содержание C, %
Обработка коронным разрядом	2,65
Контроль	2,55

Погрешность данного определения составляет 0,05%.

При действии коронного разряда содержание минеральных форм азота резко возросло по сравнению с контролем. Так, содержание нитратов возросло в два с половиной раза, а аммиака – более чем в пять раз (см. табл. 3).

Таблица 3.
Изменение химических свойств дисперсного материала-чернозёма при действии коронного разряда

	pH	NO_3, мг/л	NH_4, мг/л
Контроль	6,59	14,7	28,0
Обработка коронным разрядом	5,90	39,5	159,6

Причина такого роста содержания минеральных форм азота на фоне коронного разряда лежит в ионизации атмосферного воздуха. Молекулярные формы азота и кислорода при коронном разряде в высоком электрическом поле переходят в ионные структуры с последующим окислением азота. В частности, как показано в [11], под действием тлеющего газового разряда в диапазоне напряжённости электрического поля 11–25 кВ/см концентрация ионов NO^+ растёт от 10^3 до 10^7 в см^3 при фоновой концентрации ионов 10^3 в см^3, а концентрации нейтралов NO и N_2O за 20 секунд растут до 10^{13} в см^3. То есть концентрации ионов и нейтралов с компонентами азота растут на несколько порядков величины под действием ионизации, произведённой коронным разрядом. Аммиак, по мнению Прянишникова Д. Н. (1934) [8], есть начало и конец азотного цикла окисления молекулярного азота. Поэтому его многократное преобладание по сравнению с контролем вполне объяснимо.

4.2.5. Гранулометрический и микроагрегатный составы

Гранулометрический состав.

Электрическое и электромагнитное воздействия, вероятно, привели к изменению дисперсного состояния чернозёма в результате воздействия коронного разряда (см. табл. 4). Данные статистически достоверны при вероятности 0,80. Доверительный интервал содержания ила в образце, обработанном коронным разрядом, варьируется в пределах 62,23–63,65, а в контрольном образце разброс составил 61,10–61,87. Содержание пыли в обработанном образце имеет доверительный интервал 36,21–37,73, а в контрольном образце 38,13–38,90.

Таблица 4.
Гранулометрический состав образца, обработанного коронным разрядом, и контроля

Мкм		Корона	Контроль
<1	Ил	14,06	13,40
5	Пыль мелкая	48,88	48,09
10	Пыль средняя	15,14	15,14
50	Пыль крупная	20,50	22,22
250	Песок мелкий	1,33	1,17
500	Песок средний	0,09	0,00
1000	Песок крупный	0,00	0,00

Рост содержания наиболее мелких фракций при действии коронного разряда происходил на фоне снижения содержания более крупных фракций.

Микроагрегатный состав.

При оценке микроагрегатного состава наблюдается обратная картина по сравнению с гранулометрическим составом (см. табл. 5).

Таблица 5.
Микроагрегатный состав образцов

Размер фракций, мкм	Обработка короной	Контроль
<1	0,87	1,07
5	7,00	9,33
10	6,81	8,91
50	25,34	34,13
250	40,31	42,46
500 ÷ 1000	19,69	4,12

Соотношение результатров гранулометрического и микроагрегатного анализов показывает прочность микроструктуры.

Содержание фракций микроагрегатов на контроле было выше, чем в обработанных короной образцах во всех фракциях, за исключением самых крупных микроагрегатов (рис. 6).

Данные так же статистически достоверны, при вероятности 0,80.

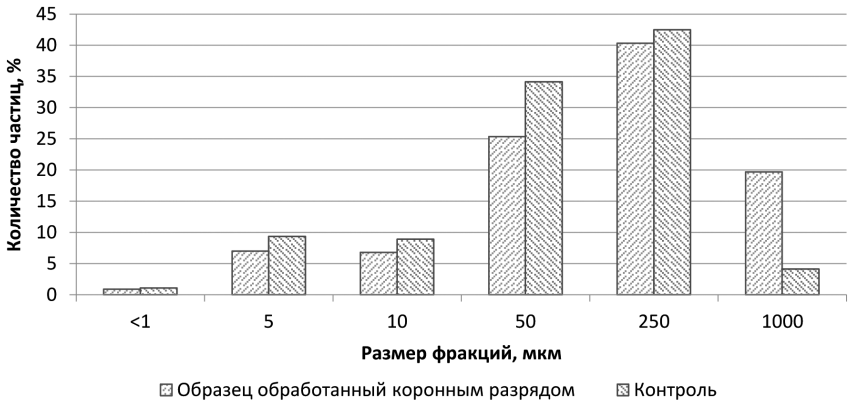


Рис. 6. Изменение содержания микроагрегатов в эксперименте.

Содержание самых крупных микроагрегатов при коронном разряде было в 4 раза выше чем на контроле.

4.2.6. Сорбционная способность и удельная поверхность

Воздействие коронного разряда на дисперсный материал – чернозём, привело к некоторому изменению его дисперсности и водо-удерживания в сорбционной области. На рис. 7 показаны изотермы сорбции чернозёма на контроле и при воздействии на него коронного разряда. Данные статистически достоверны при вероятности 0,80. Действие коронного разряда (рис. 7) способствовало росту влагосодержания в основном в области капиллярной конденсации. В механизме этого явления, по-видимому, лежит изменение катионного состава поглощающего комплекса.

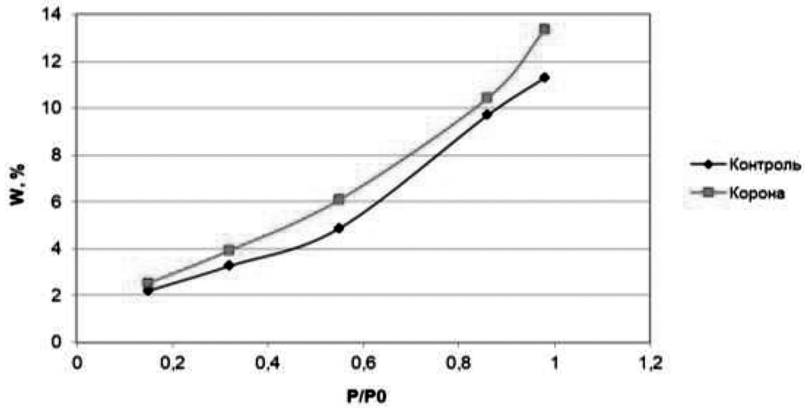


Рис. 7. Изотермы сорбции паров воды контрольного образца и образца, обработанного коронным разрядом.

4.2.7. Микростроение

При рассмотрении образца, подвергнутого воздействию коронного разряда, при сравнении снимков обработанного образца и контроля, не было видно сильных различий. Почва оставалась однородной, элементарные почвенные частицы влиты в однородную массу.

4.2.8. Макроэлементный состав

Для обоснования трансформации почвенной матрицы чернозёма и некоторых свойств несомненный интерес представляет анализ элементного состава твёрдой фазы (см. табл. 6).

Таблица 6.
Содержание макроэлементов в образцах

	Na, мг/кг	Al, мг/кг	K, мг/кг
Контроль	142,74	46958,64	9560,02
Обработка коронным разрядом	222,07	51381,76	10558,63

Из табл. 6 видно, что содержание макроэлементов Na в образцах сильно увеличилось. Доверительный интервал содержания натрия в образце, обработанном короной, 173,21–270,92, а в контрольном образце 111,34–174,14 при вероятности 0,95.

Выводы

Отмечены особенности изменения концентраций некоторых химических элементов при действии коронного разряда на дисперсный материал – почву.

Выявлена роль ионизации воздуха при воздействии коронного разряда в изменении электропроводности дисперсных материалов почв: чернозёма, глины и песка. Наиболее сильно это проявляется в случае положительной короны.

При воздействии коронного разряда на дисперсный материал почвы происходит изменение его химических свойств, связанных с окислением молекулярного азота до его минеральных форм.

Данные эксперименты носят пионерский, предварительный характер. Требуются дальнейшие исследования как изменения электропроводности, так и химического состава дисперсного материала почвы с целью определения оптимальных условий и времени воздействия коронного разряда и выяснения физико-химических механизмов, ответственных за эти изменения.

Статья поступила в редакцию 16.05.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оптические изображения искровых каналов при растекании импульсных токов в грунте / Ивонин В. В., Данилин А. Н., Ефимов Б. В., Колобов В. В., Селиванов В. Н., Василяк Л. М., Ветчинин С. П., Печеркин В. Я., Сон Э. Е. // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4. № 4. С. 50–53.
2. Electrical breakdown of soil under nonlinear pulsed current spreading / Vasilyak L. M., Pecherkin V. Ya, Vetchinin S. P., Panov V. A., Son E. E. et.al. // Journal of Physics D: Applied Physics. 2015. Vol. 48. No. 28. P. 285201–285206.
3. Friedman A. Plasma chemistry. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2008. 978 p.
4. Blankson I. M., Foster J. E. Plasma-Assisted Planetary Life – A Conceptual Plan // 11-th International Conference on Plasma Assisted Technologies (ICPAT-11). Abu Dhabi, UAE, 22–24 January. New York: New York University Abu Dhabi, 2018. P. 15–17.
5. Воронин А. Д. Методы измерения потенциала почвенной воды // Воронин А. Д. Основы физики почв. М.: Изд-во МГУ, 1986. С. 134–140.
6. Поздняков А. И. Электрофизические методы исследования почв (методическое пособие для практики по физике почв). М.: Изд-во МГУ, Факультет почвоведения, МГУ им. М. В. Ломоносова, 2009. С. 14–22.
7. Вадюнина А. Ф., Корчагина З. А., Методы исследования физических свойств почв. М.: Агропромиздат, 1986. 416 с.
8. Орлов Д. С. Химия почв. М.: Изд-во МГУ, 1992. 400 с.
9. Сусленкова М. М., Умарова А. Б., Бутылкина М. А. Микроструктура почв разного генезиса и её трансформация в составе конструктоземов в условиях г. Москвы // Почвоведение. 2018. № 10. С. 1265–1273.
10. Electrohydrodynamic Peculiarities of Corona Discharge Interaction with a Liquid Surface / Aleksandrov A. F., Bychkov V. L., Bychkov D. V., Volkov S. A., Kostyuk A. A., Chernikov V. A. // Moscow University Physics Bulletin. 2011. Vol. 66. No. 4. P. 390–397.
11. Ardelyan N. V., Bychkov V. L., Kosmachevskii K. V. On Electron Attachment and Detachment Processes in Dry Air at Low and Moderate Constant Electric Field // IEEE Transactions on Plasma Science. 2017. Vol. 45. Iss. 12. P. 3118–3124.

REFERENCES

1. Ivonin V. V., Danilin A. N., Efimov B. V., Kolobov V. V., Selivanov V. N., Vasilyak L. M., Vetchinin S. P., Pecherkin V. Ya., Son E. E. [Optical images of spark channels under a spreading pulse current in soil]. In: *Uspekhi prikladnoi fiziki* [Advances in Applied Physics], 2016, vol. 4, no. 4, pp. 50–53.

2. Vasilyak L. M., Pecherkin V. Ya, Vetchinin S. P., Panov V. A., Son E. E. et.al. Electrical breakdown of soil under nonlinear pulsed current spreading. In: *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2015, vol. 48, no. 28, pp. 285201–285206.
3. Friedman A. Plasma chemistry. Cambridge, New York, Cambridge University Press Publ., 2008. 978 p.
4. Blankson I. M., Foster J. E. Plasma-Assisted Planetary Life – A Conceptual Plan. In: *11-th International Conference on Plasma Assisted Technologies (ICPAT-11). Abu Dhabi, UAE, 22–24 January*. New York, New York University Abu Dhabi Publ., 2018, pp. 15–17.
5. Voronin A. D. [Methods for measuring the potential of soil water]. In: Voronin A. D. *Osnovy fiziki pochv* [Fundamentals of soil physics] Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ., 1986, pp. 134–140.
6. Pozdnyakov A. I. *Elektrofizicheskie metody issledovaniya pochv (metodicheskoe posobie dlya praktiki po fizike pochv)* [Electrophysical methods for studying soils (Handbook for practice on soil physics)]. Moscow, Faculty of Soil Science of Lomonosov Moscow State University, Lomonosov Moscow State University Publ., 2009, pp. 14–22.
7. Vadyunina A. F., Korchagina Z. A. *Metody issledovaniya fizicheskikh svoistv pochv* [Research methods of physical properties of soil]. Moscow, Agropromizdat Publ., 1986. 416 p.
8. Orlov D. S. *Khimiya pochv* [Chemistry of soils]. Moscow, Moscow State University Publ., 1992. 400 p.
9. Suslenkova M. M., Umarova A. B., Butylkina M. A. [Microstructure of Soils of Different Geneses and Its Transformation in Constructozems of Moscow]. In: *Pochvovedenie* [Eurasian Soil Science], 2018, no. 10, pp. 1265–1273.
10. Aleksandrov A. F., Bychkov V. L., Bychkov D. V., Volkov S. A., Kostyuk A. A., Chernikov V. A. Electrohydrodynamic Peculiarities of Corona Discharge Interaction with a Liquid Surface. In: *Moscow University Physics Bulletin*, 2011, vol. 66, no. 4, pp. 390–397.
11. Ardelyan N. V., Bychkov V. L., Kosmachevskii K. V. On Electron Attachment and Detachment Processes in Dry Air at Low and Moderate Constant Electric Field. In: *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2017, vol. 45, iss. 12, pp. 3118–3124.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Бычков Владимир Львович – доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: bychvl@gmail.com;

Бикмухаметова Адлия Ривальевна – студент кафедры физической электроники физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: akellik95@yandex.ru;

Дешко Кирилл Игоревич – инженер-физик кафедры физической электроники физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: kir.deshko@gmail.com;

Михайловская Тамара Олеговна – аспирант кафедры физики почв факультета почвоведения Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: tamaramiko@yandex.ru;

Черников Владимир Антонович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: vachernikov@rambler.ru;

Шваров Александр Петрович – кандидат биологических наук, доцент кафедры физики почв факультета почвоведения Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова;
e-mail: ashvarov@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vladimir L. Bychkov – Doctor of Physics and Mathematics Sciences, Associated Professor at the Department of Physical Electronics, Lomonosov Moscow State University;
e-mail: bychvl@gmail.com;

Adliya R. Bikmukhametova – student at the Department of Physical Electronics of Physical Faculty, Lomonosov Moscow State University;
e-mail: akellik95@yandex.ru;

Kirill I. Deshko – Engineer-physicist at the Department of Physical Electronics of Physical Faculty, Lomonosov Moscow State University;
e-mail: kir.deshko@gmail.com;

Tamara O. Mikhailovskaya – postgraduate student at the Department of Soil Physics, Lomonosov Moscow State University; e-mail: tamaramiko@yandex.ru;

Vladimir A. Chernikov – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Physical Electronics of Physical Faculty, Lomonosov Moscow State University
e-mail: vachernikov@rambler.ru;

Aleksander P. Shvarov – PhD in Biological Sciences, Associate Professor at the Department of Soil Physics, Lomonosov Moscow State University;
e-mail: ashvarov@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Бычков В. Л., Бикмухаметова А. Р., Дешко К. И., Михайловская Т. О., Черников В. А., Шваров А. П. Исследования воздействия плазмы на свойства дисперсных сред с органическими объектами // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика–математика. 2019. № 4. С. 77–89.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-77-89

FOR CITATION

Bychkov V. L., Bikmukhametova A. R., Deshko K. I., Mikhailovskaya T. O., Chernikov V. A., Shvarov A. P. Investigation of the influence of plasma on the properties of dispersed media with organic objects. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics.* 2019, no. 4, pp. 77–89.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-77-89

УДК: 53.092
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-90-97

СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ В ПОЛИМЕРИЗОВАННОЙ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЕ

Зиборов В. С., Ростилов Т. А.

Объединённый институт высоких температур Российской академии наук
125412, г. Москва, ул. Ижорская, д. 13, стр. 2, Российская Федерация

Аннотация. Исследованы ударно-волновые свойства модифицированной эпоксидной смолы Этал-370, полимеризованной отвердителем Этал-45М. Измерена ударная адиабата в координатах массовая скорость – скорость ударной волны; она не отличается от ранее полученных ударных адиабат эпоксидных смол на масштабе исследованного диапазона массовых скоростей. Обнаружено, что степенная зависимость скорости деформации во фронте ударной волны от давления за её фронтом имеет показатель 6,3, что превышает ранее полученную для сплошных твёрдых материалов обобщающую степень 4.

Ключевые слова: ударная волна, VISAR, эпоксидная смола, ЭТАЛ-370, ЭТАЛ-45М, ударная адиабата, скорость деформации

DEFORMATION RATE UNDER SHOCK COMPRESSION IN POLYMERIZED EPOXY RESIN

V. Ziborov, T. Rostilov

Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences
ul. Izhorskaya 13, stroenie 2, 125412 Moscow, Russian Federation

Annotation. The properties of the Etal-370 epoxy resin polymerized with the Etal-45M hardener are investigated by laser interferometry (VISAR) under shock compression in the pressure range from 0.92 to 2.55 GPA. The shock adiabat in the mass velocity coordinates, i.e. the velocity of the shock wave, is obtained. It is found that the power dependence of the deformation rate in the shock wave front on the pressure behind its front has an index of 6.3, which significantly exceeds the generalizing degree of 4 obtained for solid materials.

Keywords: shock compression wave, VISAR, epoxy resin, ETAL-370, ETAL-45M, shock adiabat, deformation rate

Введение

Эпоксидные смолы находят широкое применение в качестве матриц современных композиционных материалов (КМ). Сами КМ играют ключевую роль во многих современных областях науки и техники, в том числе в аэрокосмической и оборонной отраслях [1]. В этих областях критически необходимы эксперимен-

© CC BY Зиборов В. С., Ростилов Т. А., 2019.

тальные данные о поведении композиционных материалов и отдельных их составляющих в условиях ударных нагрузок [2], на основе которых верифицируются и создаются расчётные модели.

Эксперимент

Целью экспериментов было определение профиля ударной волны и скорости её распространения в образце. Образцы изготавливались из коммерчески доступной низковязкой модифицированной эпоксидной смолы марки Этал-370, полимеризованной с использованием отвердителя Этал-45М. Отвердитель добавлялся в соотношении 1/2, затем образец сутки подвергался холодному отвердеванию. Плотность полученных цилиндрических образцов составляла 1,15 г/см^3, диаметр составлял от 30 до 40 мм, толщина от 3,94 до 10,04 мм.

Эксперименты по ударному нагружению проводились в следующей постановке: ударник, разгоняемый в пороховой пушке, плоскопараллельно соударялся с экраном цилиндрической экспериментальной сборки, через который в образец вводилась ударная волна (УВ). При достижении ударной волной фольги-отражателя, расположенной между образцом и водяным окном, измерялся профиль скорости этой фольги с помощью лазерного интерферометра VISAR [3] (рис. 1). Этот профиль интерпретировался как профиль ударной волны, выходящей из эпоксидной смолы на границу с водяным окном, ввиду относительно малой толщины фольги, которая составляла от 7 до 20 мкм.

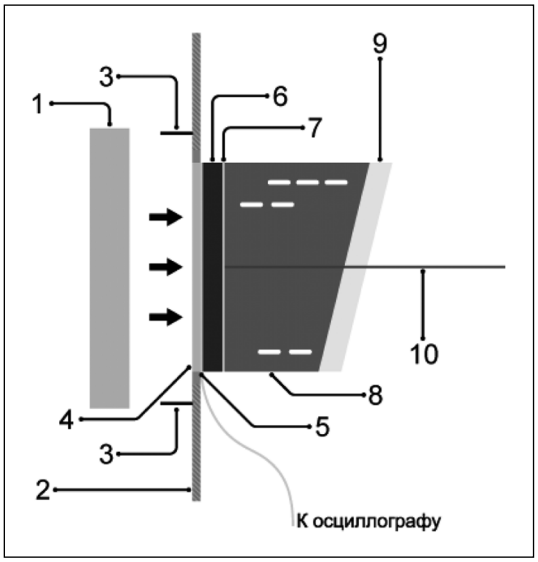


Рис. 1. Схема экспериментов. 1 – ударник, 2 – монтировочное кольцо, 3 – пины, 4 – экран, 5 – датчик измерения времени входа волны в образец, 6 – образец, 7 – отражающая фольга, 8 – водяное окно, 9 – крышка окна из ПММА, 10 – луч VISAR.

Скорость ударника определялась по последовательному замыканию им системы из четырёх датчиков-пинов. Материал ударника и экрана – сплав алюминия

Д16Т, фольги – алюминий. Толщина экрана составляла от 1,8 до 1,9 мм. Так же по известным меткам времени входа волны в образец и выхода из него измерялась скорость распространения ударной волны в образце. Метка входа определялась с помощью поляризационного датчика в форме фольги, расположенного между образцом и экраном. Метка выхода определялась по сигналам VISAR. Характеристики образцов и параметры экспериментов представлены в табл. 1.

Таблица 1.
Результаты экспериментов

№	Скорость ударника V_b, км/с	Толщина ударника h_b, мм	Толщина образца h_s, мм	Скорость УВ D, км/с	Массовая скорость u, км/с	Давление P, ГПа	Скорость деформации $\dot{\varepsilon}_x$, мкс$^{-1}$
1	0,337	10	4,85	2,915	0,278	0,92	5,55
2	0,419	10	5,29	3,265	0,337	1,26	72,46
3	0,422	10	4,62	3,210*	0,346*	1,28*	69,45
4	0,718	10	4,60	3,563*	0,568*	2,33*	1586,01
5	0,786	10	4,93	3,569	0,623	2,55	465,71
6	0,450	10	10,04	3,244	0,362	1,35	19,69
7	0,407	6	4,75	3,279	0,329	1,22	51,90
8	0,472	6	4,70	3,300	0,381	1,42	193,45
9	0,588	6	6,03	3,413	0,472	1,83	193,79
10	0,441	10	4,42	3,192	0,356	1,31	–
11	0,517	10	3,94	3,473	0,413	1,63	–

* Звёздочками отмечены величины, рассчитанные с использованием адиабаты, полученной в других экспериментах. Они использовались только для расчёта скорости деформации.

Результаты

По результатам экспериментов была построена ударная адиабата в координатах массовая скорость u [км/с] – скорость ударной волны D [км/с]. Массовая скорость рассчитывалась по методу отражения [4] с использованием известных характеристик материалов ударника и экрана [5]. Экспериментальные точки линейно аппроксимировались зависимостью:

$$D = 2,66 + 1,59u \text{ [км/с]}. \quad (1)$$

Полученные профили УВ представлены на рис. 2. Они имеют стандартный для полимеров вид [6].

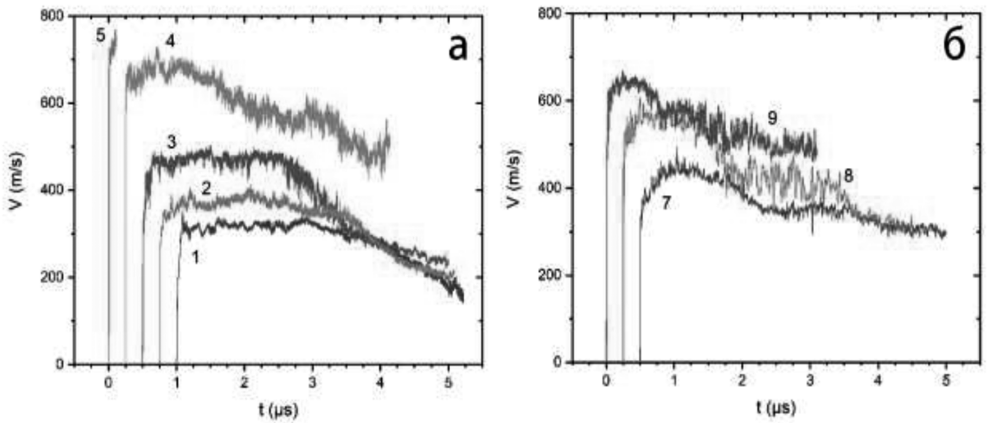


Рис 2. Экспериментальные профили ударных волн в эпоксидной смоле.
а) – образцы, нагруженные ударником толщиной 10 мм, б) – образцы, нагруженные ударником толщиной 6 мм.

Ударная адиабата близка к тем, что были получены ранее, и которые так же имеют линейный вид [2; 7]. Однако, в некоторых исследованиях адиабаты эпоксидных смол описываются квадратической зависимостью, но на гораздо большем диапазоне массовых скоростей [5].

С помощью профилей по простому соотношению определялась скорость деформации при ударном сжатии [8]:

$$\dot{\varepsilon}_x = k\frac{\dot{u}_p}{D}\,[\text{с}^{-1}], \qquad (2)$$

где $\dot{u}_p$ [м/с^2] – максимальный градиент скорости во фронте профиля, k [безразм.] – коэффициент, учитывающий различие динамических импедансов материалов образца и окна.

На рис. 3 представлен принцип измерения максимального градиента для некоторых экспериментов в близких режимах нагружения. Заметно, что в относительно толстом образце (эксперимент №6), фронт УВ оказывается сильно сглаженным, что очевидно связано с её затуханием. В экспериментах №4 и №5, в которых реализовывались давления нагружения порядка 2,5 ГПа, ширина фронта не могла быть измерена корректно, поскольку она оказывалась меньше временной разрешающей способности метода. В связи с вышеизложенным результаты этих трёх экспериментов не были использованы при построении финальной зависимости.

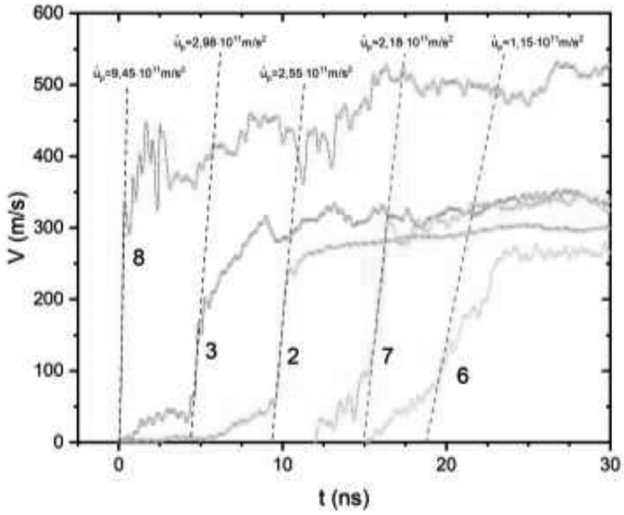


Рис 3. Фронты экспериментальных профилей ударных волн в эпоксидной смоле в наносекундном диапазоне.

Получена степенная зависимость скорости деформации от давления за фронтом УВ (рис. 4):

$$\dot{\varepsilon}_x = 1{,}35 \cdot 10^7 P^{6{,}3}. \qquad (3)$$

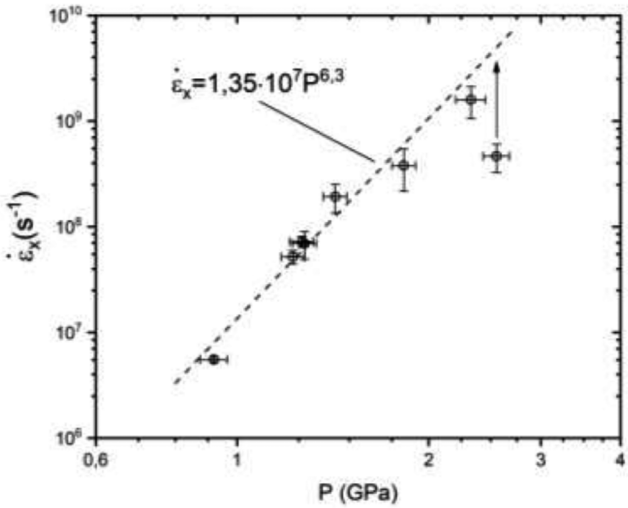


Рис. 4. Зависимость скорости деформации от давления за фронтом ударной волны для эпоксидной смолы. Стрелочкой отмечено «выпадение» эксперимента №5 из общей зависимости.

Показатель степени 6,3 для исследованной эпоксидной смолы оказывается больше полученной ранее для различных металлов и некоторых других твёрдых

веществ обобщающей степени 4 [9]. Однако, необходимо отметить, что в этом исследовании значения отдельных показателей лежали в диапазоне от 3,5 до 4,6. В недавней работе для титана была получена степень 3,43 [10]. Неопределённость в такого рода измерениях связана как с разрешающей способностью измерительной техники, так и с некоторой вольностью в том, по каким участкам профиля экспериментатор измеряет максимальный градиент скорости. Также свою роль в «сглаживании» профиля играет и толщина отражающего слоя.

Заключение

Ударная адиабата модифицированной эпоксидной смолы Этал-370, полимеризованной с помощью отвердителя Этал-45м, не отличается от адиабат других эпоксидных смол в исследованном диапазоне массовых скоростей. Показатель 6,3 степенной зависимости скорости деформации от давления за фронтом ударной волны оказывается больше, чем ранее полученный для сплошных твёрдых веществ обобщающий показатель 4. Для дальнейшего анализа подобного рода зависимостей необходимы новые экспериментальные данные, полученные разными исследователями.

Статья поступила в редакцию 17.09.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полимерные композиционные материалы: структура, свойства, технология / Кербер М. Л., Виноградов В. М., Головкин Г. С. и др; под ред. Берлина А. А. СПб: Профессия, 2008. 560 с.
2. Hazell P. J., Stennett C., Cooper G. The shock and release behavior of an aerospace-grade cured aromatic amine epoxy resin // Polymer Composites. 2008. Vol. 29. Iss. 10. P. 1106–1110.
3. Barker L. M., Hollenbach R. E. Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface // Journal of Applied Physics. 1972. Vol. 43. P. 4669–4675.
4. Динамическая сжимаемость металлов при давлениях от четырехсот тысяч до четырех миллионов атмосфер / Альтшулер Л. В., Крупников К. К., Леденев Б. Н., Жучихин В. Л., Бражник М. И. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1958. Т. 34. № 4. С. 874–885.
5. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ / Трунин Р. Ф., Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. 446 с.
6. Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных веществах / Канель Г. И., Разоренов С. В., Уткин А. В., Фортов В. Е. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 248 с.
7. Munson D. E., May R. P. Dynamically determined high pressure compressibilities of three epoxy resin Systems // Journal of Applied Physics. 1972. Vol. 43. Iss. 3. P. 962–971.
8. Оценка вязкости глицерина по ширине слабой ударной волны / Канель Г. И., Савиных А. С., Гаркушин Г. В., Разоренов С. В. // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55. №3. С. 380–395.
9. Swegle J. W., Grady D. E. Shock viscosity and the prediction of shock wave rise times // Journal of Applied Physics. 1985. Vol. 58. Iss. 2. P. 692–701.

10. Изменение кинетики ударно-волнового деформирования и разрушения титана ВТ1-0 в результате отжига / Канель Г. И., Разоренов С. В., Гаркушин Г. В., Павленко А. В., Малюгина С. Н. // Физика твердого тела. 2016. Т. 58. Вып. 6. С. 1153–1160.

REFERENCES

1. Kerber M. L., Vinogradov V. M., Golovkin G. S. et al. *Polimernye kompozitsionnye materialy: struktura, svoistva, tekhnologiya* [Polymer composite materials: structure, properties, technology]. St. Petersburg, Professiya Publ., 2008. 560 p.
2. Hazell P. J., Stennett C., Cooper G. The shock and release behavior of an aerospace-grade cured aromatic amine epoxy resin. In: *Polymer Composites*, 2008, vol. 29, iss. 10, pp. 1106–1110.
3. Barker L. M., Hollenbach R. E. Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface. In: *Journal of Applied Physics*, 1972, vol. 43, pp. 4669–4675.
4. Al'tshuler L. V., Krupnikov K. K., Ledenev B. N., Zhuchikhin V. L., Brazhnik M. I. [Dynamic Compressibility and Equation of State of Iron under High Pressure]. In: *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1958, vol. 34, no. 4, pp. 874–885.
5. Trunin R. F., Gudarenko L. F., Zhernokletov M. V., Simakov G. V *Eksperimental'nye dannye po udarno-volnovomu szhatiyu i adiabaticheskomu rasshireniyu kondensirovannykh veshchestv* [Experimental data on shock-wave compression and adiabatic expansion of condensed materials]. Sarov, Russian Federal Nuclear Center, All-Russian Research Institute of Experimental Physics Publ., 2001. 446 p.
6. Kanel' G. I., Razorenov S. V., Utkin A. V., Fortov V. E *Eksperimental'nye profili udarnykh voln v kondensirovannykh veshchestvakh* [Experimental profiles of shock waves in condensed substances]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008. 248 p.
7. Munson D. E., May R. P. Dynamically determined high pressure compressibilities of three epoxy resin Systems. In: *Journal of Applied Physics*, 1972, vol. 43, iss. 3, pp. 962–971.
8. Kanel' G. I., Savinykh A. S., Garkushin G. V., Razorenov S. V. [Evaluation of glycerol viscosity through the width of a weak shock wave]. In: *Teplofizika vysokikh temperatur* [High Temperature], 2017, vol. 55, no. 3, pp. 380–395.
9. Swegle J. W., Grady D. E. Shock viscosity and the prediction of shock wave rise times. In: *Journal of Applied Physics*, 1985, vol. 58, iss. 2, pp. 692–701.
10. Kanel G. I., Razorenov S. V., Garkushin G. V., Pavlenko A. V., Malyugina S. N. [Change of the kinetics of shock-wave deformation and fracture of VT1-0 titanium as a result of annealing]. In: *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2016, vol. 58, no. 6, pp. 1153–1160.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Зиборов Вадим Серафимович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Лаборатории ударно-волновых воздействий Объединённого института высоких температур Российской академии наук;
e-mail: ziborov.vs@yandex.ru;

Ростилов Тимофей Андреевич – младший научный сотрудник Лаборатории ударно-волновых воздействий Объединённого института высоких температур Российской академии наук;
e-mail: t.rostilov@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vadim S. Ziborov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the Laboratory of Shock Wave Effects, Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences;
e-mail: ziborov.vs@yandex.ru;

Timofey A. Rostilov – Junior Researcher at the Laboratory of Shock Wave Effects, Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences;
e-mail: t.rostilov@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Зиборов В. С., Ростилов Т. А. Скорость деформации при ударном сжатии в полимеризованной эпоксидной смоле // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика и математика. 2019. № 4. С. 90–97.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-90-97

FOR CITATION

Ziborov V. S., Rostilov T. A. Deformation rate under shock compression in polymerized epoxy resin In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics.* 2019, no. 4, pp. 90–97.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-4-90-97

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г. Сегодня выпускается десять журналов (предметных серий) "Вестника Московского государственного областного университета": «История и политические науки», «Экономика», «Юриспруденция», «Философские науки», «Естественные науки», «Русская филология», «Физика-математика», «Лингвистика», «Психологические науки», «Педагогика». Журналы включены в составленный Высшей аттестационной комиссией Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук по наукам, соответствующим названию серии. Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатная версия журнала зарегистрирована в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Полнотекстовая версия журнала доступна в Интернете на платформах Научных электронных библиотек (www.elibrary.ru, cyberleninka.ru), а также на сайте журнала (www.vestnik-mgou.ru).

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
2019. № 4

Над номером работали:

Литературный редактор М.С. Тарасова
Переводчик И.А. Улиткин
Корректор М.С. Тарасова
Компьютерная верстка Н.Н. Жильцов

Отдел по изданию научного журнала
«Вестник Московского государственного областного университета»
Информационно-издательского управления МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98
тел. (495) 723-56-31; (495) 780-09-42 (доб. 6101)
e-mail: info@vestnik-mgou.ru
сайт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70x108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro».
Тираж 500 экз. Усл. п. л. 6,25, уч.-изд. л. 5,5.
Подписано в печать: 30.12.2019. Дата выхода в свет: 16.01.2020. Заказ № 2019/12-14.
Отпечатано в ИИУ МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, 10А