



Вестник

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

ФИЗИКА-
МАТЕМАТИКА

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО
УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННОЙ
ЧАСТОТОЙ СТОЛКНОВЕНИЙ

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ
МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ
ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ
С РЕАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ

КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ УЧИТЕЛЕЙ КИПРА

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ
ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРЫ
В УСЛОВИЯХ ГОРНОГО РЕЛЬЕФА



2014/ № 3

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

<i>Латышев А.В., Юшканов А.А.</i> ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТОЙ СТОЛКНОВЕНИЙ	6
---	---

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

<i>Кудров М.А., Толкачев Г.Ю., Зудов К.А., Рыжов А.А.</i> ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ ГОРНОГО РЕЛЬЕФА.....	25
<i>Косов В.Н., Молдабекова М.С., Федоренко О.В., Мукамеденкызы В.</i> НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ С РЕАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ	31
<i>Уткин А.И.</i> РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ТОНКОМ МЕТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ	38
<i>Балакин Ю.А., Гладков М.И., Захаров С.Л., Юнусов Х.Б.</i> ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА НАЧАЛЬНУЮ СТАДИЮ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ МЕТАЛЛОВ.....	46

РАЗДЕЛ III. ТЕХНОЛОГИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ

<i>Георгиу Т.С.</i> КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ УЧИТЕЛЕЙ КИПРА	51
<i>Ошемкова С.А.</i> ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ В ИНТЕГРИРОВАННОМ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОМ КУРСЕ «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА».....	60
<i>Наши авторы</i>	71

CONTENTS

SECTION I. MATHEMATICS

<i>Latyshev A., Yushkanov A.</i> BOUNDARY PROBLEMS FOR THE ONE-DIMENSIONAL KINETIC EQUATION WITH CONSTANT FREQUENCY OF COLLISIONS	6
---	---

SECTION II. PHYSICS

<i>Kudrov M., Tolkachev G., Zudov K., Ryzhov A.</i> ONE APPROACH TO THE SIMULATION OF THE PHYSICAL PROCESSES OF THE ATMOSPHERE IN MOUNTAINOUS TERRAIN	25
<i>Kossov V., Moldabekova M., Fedorenko O., Mukamedenkyzy V.</i> INSTABILITY OF MECHANICAL EQUILIBRIUM STATE OF THE ISOTHERMAL GAS MIXTURES WITH REAL PROPERTIES	31
<i>Utkin A.</i> DISTRIBUTION OF ELECTRIC CURRENT IN THE THIN METAL LAYER UNDER THE INFLUENCE OF AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD	38
<i>Balakin Yu., Gladkov M., Zaharov S., Yunusov Kh.</i> THERMODYNAMIC ANALYSIS OF THE MECHANISM OF EXTERNAL IMPACTS ON AN INITIAL STAGE OF CRYSTALLIZATION OF METALS	46

SECTION III. TECHNOLOGIES AND TECHNIQUES OF TRAINING

<i>Georgiou T.</i> CRITICAL ANALYSIS OF THE EVALUATION SYSTEM OF TEACHERS IN CYPRUS	51
<i>Oshemkova S.</i> EXPECTED RESULTS OF STUDY OF THE MECHANICAL MOVEMENT IN AN INTEGRATED INTRODUCTORY COURSE «MATHEMATICS AND MECHANICS»	60
<i>Our authors</i>	71

РАЗДЕЛ I. МАТЕМАТИКА

УДК 517.9/98+533.72

А.В. Латышев, А.А. Юшканов

Московский государственный областной университет (МГОУ),

ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННОЙ ЧАСТОТОЙ СТОЛКНОВЕНИЙ

Аннотация. Для одномерного линеаризованного кинетического уравнения получены аналитические решения задач о температурном скачке и слабом испарении (конденсации) в случае, когда частота столкновений молекул постоянна. Рассматривается линеаризованное одномерное кинетическое уравнение с интегралом столкновений БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук) и диффузные граничные условия.

Ключевые слова: кинетическое уравнение, частота столкновений, законы сохранения, разделение переменных, характеристическое уравнение, дисперсионное уравнение, дискретный и непрерывный спектры характеристического уравнения, собственные функции, граничные задачи.

A. Latyshev, A. Yushkanov

Moscow State Regional University

BOUNDARY PROBLEMS FOR THE ONE-DIMENSIONAL KINETIC EQUATION WITH CONSTANT FREQUENCY OF COLLISIONS

Absrtact. For the one-dimensional linear kinetic equations are received analytical decisions of problems about temperature jump and weak evaporation (condensation) in case when frequency of collisions of molecules is constant. The linear one-dimensional kinetic equation with integral of collisions type BGK (Bhatnagar, Gross and Krook) and diffusive boundary conditions are considered.

Keywords: kinetic equation, frequency of collisions, preservation laws, division of variables, characteristical equation, dispersion equation, discrete and continuous spectra, eigen functions, boundary problems.

Введение

В работе [1] было введено линейное одномерное кинетическое уравнение с интегралом столкновений БГК (Бхатнагар, Гросс и Крук) и частотой столкновений, аффинно зависящей от модуля скорости молекул. При этом были использованы законы сохранения числовой плотности (концентрации) молекул, импульса молекул и энергии.

В [1] была доказана теорема о структуре общего решения введенного уравнения.

В работе [2], являющейся продолжением [1], получены точные решения задачи о температурном скачке и слабом испарении (конденсации) в разреженном газе. Эти две задачи следуя [3] будем называть обобщенной задачей Смолуховского.

Кратко остановимся на истории аналитических решений обобщенной задачи Смолуховского.

Для простого (одноатомного) разреженного газа с постоянной частотой столкновений молекул аналитическое решение обобщенной задачи Смолуховского получено в [4].

В [5] обобщенная задача Смолуховского была аналитически решена для простого разреженного газа с частотой столкновений молекул, линейно зависящей от модуля скорости молекул.

В [6] была аналитически решена задача о сильном испарении (конденсации) с постоянной частотой столкновений.

Отметим, что впервые задача о температурном скачке с частотой столкновений молекул, линейно зависящей от модуля скорости молекул, была аналитически решена в работе [7].

Затем в работах [8, 9, 10] задача Смолуховского была обобщена на случай многоатомных (молекулярных) газов и получено аналитическое решение.

В работах [11, 12, 13] рассмотрена проблема, близкая к задаче о температурном скачке для электронов, о поведении квантового боза-газа при низких температурах. При этом было использовано кинетическое уравнение с возбуждением фононов согласно Н.Н. Боголюбову.

В работах [14, 15] была решена задача о температурном скачке для электронов вырожденной плазмы в металле.

В работе [16] аналитическое решение задачи Смолуховского было получено и для квантовых газов.

Одномерная задача о сильной конденсации была рассмотрена в работе [17].

В работе [18] задача Смолуховского об умеренно сильном испарении (или конденсации) и о температурном скачке рассматривалась с использованием одномерного кинетического уравнения. В этой работе

получено аналитическое решение задачи Смолуховского с применением уравнения Черчиньяни—Фрезотти [17].

В то же время остается нерешенной важная граничная задача о скачке температуры и концентрации с использованием БГК-уравнения с произвольной зависимостью частоты от скорости молекул.

В настоящей работе рассматривается аналитическое решение обобщенной задачи Смолуховского. Рассматривается случай постоянной частоты столкновений в модели одномерного газа. Модель одномерного газа давала результаты, согласующиеся с результатами, посвященными трехмерному газу [18].

1. Постановка задачи и основные уравнения

Приступим к постановке задачи Смолуховского для одномерного кинетического уравнения с частотой столкновений, аффинно зависящей от модуля скорости молекул.

Начнем с общей постановки. Пусть газ занимает полупространство $x > 0$. Задана температура поверхности T_s и концентрация насыщенного пара поверхности n_s . Вдали от поверхности газ движется с некоторой скоростью u , являющейся скоростью испарения (или конденсации), и имеет градиент температуры

$$g_T = \left(\frac{d \ln T}{dx} \right)_{x=+\infty}.$$

Необходимо определить скачки температуры и концентрации в зависимости от скорости и градиента температуры.

В задаче о слабом испарении требуется определить скачки температуры и концентрации в зависимости от скорости, считая градиент температуры равным нулю, а скорость испарения (конденсации) достаточно малой. Последнее означает, что

$$u \ll v_T.$$

Здесь v_T – тепловая скорость молекул, имеющая порядок скорости звука,

$$v_T = \frac{1}{\sqrt{\beta_s}}, \quad \beta_s = \frac{m}{2k_B T_s},$$

m – масса молекулы, k_B – постоянная Больцмана, T_s – температура поверхности

В задаче о скачке температуры требуется определить скачки температуры и концентрации в зависимости от градиента температуры, при этом скорость испарения (конденсации) считается равной нулю, а градиент температуры считается малым. Это означает, что

$$l g_T \ll 1, \quad l = \tau v_T, \quad \tau = \frac{1}{v_0},$$

где l – средняя длина свободного пробега газовых молекул, τ – среднее время релаксации, т.е. время между двумя последовательными столкновениями молекул.

Объединим обе задачи – о слабом испарении (конденсации) и скачке температуры – в одну. Будем предполагать малость градиента температуры (т.е. малость относительного перепада температуры на длине свободного пробега) и малость скорости газа по сравнению со скоростью звука. В этом случае задача допускает линеаризацию и функцию распределения можно искать в виде

$$f(x, v) = f_0(v)(1 + h(x, v)),$$

где

$$f_0(v) = n_s \left(\frac{m}{2\pi k_B T_s} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{mv^2}{2k_B T_s} \right]$$

есть абсолютный максвеллиан.

Перейдем к безразмерной скорости

$$\mu = \sqrt{\beta} v = \frac{v}{v_T}$$

и безразмерной координате

$$x' = v_0 \sqrt{\frac{m}{2k_B T_s}} x = \frac{x}{l}$$

Переменную x' будем снова обозначать через x .

Возьмем кинетическое уравнение [1]

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial h}{\partial x} + (1 + \sqrt{\pi} a |\mu|) h(x, \mu) = \\ = (1 + \sqrt{\pi} a |\mu|) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu'^2} (1 + \sqrt{\pi} a |\mu'|) q(\mu, \mu', a) h(x, \mu') d\mu'. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $q(\mu, \mu', a)$ – ядро уравнения,

$$q(\mu, \mu', a) = r_0(a) + r_1(a) \mu \mu' + r_2(a) (\mu^2 - \beta(a)) (\mu'^2 - \beta(a)),$$

$$r_0(a) = \frac{1}{a+1}, \quad r_1(a) = \frac{2}{2a+1}, \quad r_2(a) = \frac{4(a+1)}{4a^2+7a+2}.$$

При $a \rightarrow 0$ из уравнения (1.1) получаем следующее кинетическое уравнение с постоянной частотой столкновений

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial h}{\partial x} + h(x, \mu) = \\ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu'^2} \left[1 + 2\mu\mu' + 2 \left(\mu^2 - \frac{1}{2} \right) \left(\mu'^2 - \frac{1}{2} \right) \right] h(x, \mu') d\mu'. \end{aligned} \quad 2)$$

Далее будем решать обобщенную задачу Смолуховского для уравнения (1.2).

2. Кинетическое уравнение с постоянной частотой столкновений. Собственные функции и собственные значения

Прямолинейной подстановкой можно проверить, что кинетическое уравнение (1.2) имеет следующие четыре частных решения:

$$h_0(x, \mu) = 1, \quad h_1(x, \mu) = \mu, \quad h_2(x, \mu) = \mu^2, \quad h_3(x, \mu) = \left(\mu^2 - \frac{3}{2}\right)(x - \mu).$$

Будем считать, что молекулы отражаются от стенки чисто диффузно, т.е. отражаются от стенки с максвелловским распределением по скоростям, т.е. $f(x, v) = f_0(v)$, $v_x > 0$.

Отсюда для функции $h(x, \mu)$ получаем:

$$h(0, \mu) = 0, \quad \mu > 0. \quad (2.1)$$

Условие (2.1) — это первое граничное условие к уравнению (1.2).

Асимптотическое распределение Чепмена—Энскога будем искать в виде линейной комбинации ее частных решений с неизвестными коэффициентами:

$$h_{as}(x, \mu) = A_0 + A_1\mu + A_2\left(\mu^2 - \frac{1}{2}\right) + A_3\left(\mu^2 - \frac{3}{2}\right)(x - \mu). \quad (2.2)$$

Рассмотрим распределение числовой плотности:

$$n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, v) dv = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(v)(1 + h(x, v)) dv = n_0 + \delta n(x).$$

Здесь

$$n_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(v) dv, \quad \delta n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(v) h(x, v) dv.$$

Отсюда находим, что

$$\frac{\delta n(x)}{n_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) d\mu.$$

Обозначим:

$$n_e = n_0 \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} (1 + h_{as}(x = 0, \mu)) d\mu.$$

Отсюда получаем, что

$$\varepsilon_n \equiv \frac{n_e - n_0}{n_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h_{as}(x = 0, \mu) d\mu. \quad (2.3)$$

Величина ε_n – есть искомая величина скачка концентрации.

Подставляя (2.2) в (2.3), находим, что

$$\varepsilon_n = A_0. \quad (2.4)$$

Из определения размерной скорости газа

$$u(x) = \frac{1}{n(x)} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, v) v dv$$

получаем, что в линейном приближении размерная массовая скорость равна:

$$U(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) \mu d\mu.$$

Задавая "вдали от стенки" скорость испарения (конденсации), напомним:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h_{as}(x, \mu) \mu d\mu. \quad (2.5)$$

Подставляя в (2.5) распределение (2.2), получаем, что

$$A_1 = 2U. \quad (2.6)$$

Рассмотрим распределение температуры:

$$T(x) = \frac{2}{kn(x)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m}{2} (v - u_0(x))^2 f(x, v) dv.$$

Отсюда находим, что

$$\begin{aligned} \frac{\delta T(x)}{T_0} &= -\frac{\delta n(x)}{n_0} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) \mu^2 d\mu = \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) \left(\mu^2 - \frac{1}{2} \right) d\mu. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что при $x \rightarrow +\infty$ асимптотическое распределение температуры равно:

$$\frac{\delta T_{as}(x)}{T_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h_{as}(x, \mu) \left(\mu^2 - \frac{1}{2} \right) d\mu. \quad (2.7)$$

Задание градиента температуры вдали от стенки означает, что распределение температуры имеет вид: $T(x) = T_e + (\frac{dT}{dx})_{x=+\infty} \cdot x = T_e + G_T x$, где

$$G_T = (\frac{dT}{dx})_{+\infty}.$$

Это распределение представим в виде:

$$T(x) = T_s(\frac{T_e}{T_s} + g_T x) = T_s(1 + \frac{T_e - T_s}{T_s} + g_T x), \quad x \rightarrow +\infty,$$

где

$$g_T = (\frac{d \ln T}{dx})_{x=+\infty},$$

или

$$T(x) = T_s(1 + \varepsilon_T + g_T x), \quad x \rightarrow +\infty,$$

где

$$\varepsilon_T = \frac{T_e - T_s}{T_s}$$

– искомая величина скачка температуры.

Из выражения (2.7) видно, что относительное изменение температуры вдали от стенки описывается линейной функцией

$$\frac{\delta T_{as}(x)}{T_s} = \frac{T(x) - T_s}{T_s} = \varepsilon_T + g_T x, \quad x \rightarrow +\infty \quad (2.8)$$

Подставляя (2.2) в (2.7), получаем, что

$$\frac{\delta T_{as}(x)}{T_s} = A_2 + A_3 x. \quad (2.10)$$

Сравнивая (2.7) и (2.10), находим:

$$A_2 = \varepsilon_T, \quad A_3 = g_T.$$

Итак, асимптотическая функция распределения Чепмена—Энскога построена:

$$h_{as}(x, \mu) = \varepsilon_n + \varepsilon_T + 2U\mu + (\mu^2 - \frac{3}{2})[\varepsilon_T + g_T(x - \mu)].$$

Эта функция позволяет сформулировать второе граничное условие к уравнению (1.2):

$$h(x, \mu) = h_{as}(x, \mu) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty. \quad (2.11)$$

Теперь сформулируем основную граничную задачу — обобщенную задачу Смолуховского. Эта задача состоит в нахождении такого решения кинетического уравнения (1.2), которое удовлетворяет граничным условиям (2.1) и (2.11).

3. Собственные функции и собственные значения

Разделение переменных в уравнении (1.2), взятое в виде

$$h_\eta(x, \mu) = \exp\left(-\frac{x}{\eta}\right) \Phi(\eta, \mu), \quad \eta \in \mathbb{C}, \quad (3.1)$$

сводит это уравнение к характеристическому

$$(\eta - \mu) \Phi(\eta, \mu) = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} n_0(\eta) + \frac{2\eta}{\sqrt{\pi}} \mu n_1(\eta) + \frac{2\eta}{\sqrt{\pi}} \left(\mu^2 - \frac{1}{2}\right) n_2(\eta), \quad (3.2)$$

где $\eta, \mu \in (-\infty, \infty)$,

$$n_0(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \Phi(\eta, \mu) d\mu, \quad n_1(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \mu \Phi(\eta, \mu) d\mu,$$

$$n_2(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \mu^2 \Phi(\eta, \mu) d\mu$$

— нулевой, первый и второй моменты собственной функции.

Умножая характеристическое уравнение (3.1) на $e^{-\mu^2}$ и интегрируя по всей действительной оси, получаем, что

$$n_1(\eta) \equiv 0.$$

Умножая характеристическое уравнение (3.1) на $\mu' e^{-\mu'^2}$ и интегрируя по всей действительной оси, получаем, что

$$n_2(\eta) \equiv 0.$$

Получаем характеристическое уравнение

$$(\eta - \mu) \Phi(\eta, \mu) = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{3}{2} - \mu^2\right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \Phi(\eta, \mu) d\mu.$$

Примем далее следующее условие нормировки для собственных функций $\Phi(\eta, \mu)$:

$$n_0(\eta) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \Phi(\eta, \mu) d\mu = 1. \quad (3.3)$$

Теперь характеристическое уравнение принимает вид:

$$(\eta - \mu) \Phi(\eta, \mu) = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{3}{2} - \mu^2\right). \quad (3.4)$$

Собственные функции непрерывного спектра, заполняющего сплошным образом интервал $(-\infty, \infty)$, находим [19] в пространстве обобщенных функций

$$\Phi(\eta, \mu) = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{3}{2} - \mu^2 \right) P \frac{1}{\eta - \mu} + e^{\eta^2} \lambda(\eta) \delta(\eta - \mu), \quad \eta(-\infty, \infty). \quad (3.5)$$

Здесь $\lambda(\eta)$ – дисперсионная функция, определяемая из уравнения (3.3), Px^{-1} – распределение, означающее главное значение интеграла при интегрировании x^{-1} , $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака,

$$\lambda(z) = 1 + \frac{z}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau^2} \frac{\frac{3}{2} - \tau^2}{\tau - z} d\tau = -\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} - z^2 \right) \lambda_0(z),$$

где

$$\lambda_0(z) = 1 + \frac{z}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau^2} \frac{d\tau}{\tau - z} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau^2} \tau \frac{d\tau}{\tau - z}.$$

Как видно из решения характеристического уравнения, непрерывным спектром характеристического уравнения является множество

$$\sigma_{\mu} = \{\eta: -\infty < \eta < +\infty\}.$$

По определению дискретным спектром характеристического уравнения является множество нулей дисперсионной функции.

Разлагая дисперсионную функцию в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки, убеждаемся, что она в этой точке имеет нуль четвертого порядка. Применяя принцип аргумента из теории функций комплексного переменного, можно показать, что других нулей, кроме $z_i = \infty$, дисперсионная функция не имеет. Таким образом, дискретный спектр характеристического уравнения состоит из одной точки $z_i = \infty$, кратность которой равна четырем, $\sigma_d = \{z_i = \infty\}$.

Точке $z_i = \infty$, как 4-кратной точке дискретного спектра, отвечает следующие четыре дискретные (частные) решения кинетического решения (1.2): $h_0(x, \mu)$, $h_1(x, \mu)$, $h_3(x, \mu)$ и $h_3(x, \mu)$.

4. Однородная краевая задача Римана

В этом п. мы рассмотрим однородную краевую задачу Римана из теории функций комплексного переменного, которая понадобится далее. Эта задача состоит в нахождении такой функции $X(z)$, которая является аналитической в комплексной плоскости, разрезанной вдоль действительной положительной полуоси $\mathbb{C}' = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}^+$.

Граничные значения этой функции сверху и снизу на действительной полуоси удовлетворяют краевому

$$\frac{X^+(\mu)}{X^-(\mu)} = \frac{\lambda^+(\mu)}{\lambda^-(\mu)}, \quad \mu > 0. \quad (4.1)$$

Заметим, что

$$|\lambda^+(\mu)| = |\lambda^-(\mu)|, \quad \lambda^+(\mu) = \overline{\lambda^-(\mu)}, \quad \mu \in (-\infty, +\infty).$$

Введем главное значение аргумента $\theta(\mu) = \arg \lambda^+(\mu)$, определенное в разрезанной плоскости $\mathbb{C}'$ и фиксированное в нуле условием $\theta(0) = 0$. Тогда

$$\lambda^+(\mu) = |\lambda^+(\mu)|e^{i\theta(\mu)}, \quad \lambda^-(\mu) = |\lambda^-(\mu)|e^{-i\theta(\mu)}.$$

Теперь задача (4.1) переписывается в виде:

$$\frac{X^+(\mu)}{X^-(\mu)} = e^{2i\theta(\mu)}, \quad \mu > 0. \quad (4.2)$$

Логарифмируя задачу (4.2), мы получаем следующее счетное семейство задач нахождения аналитической функции по ее нулевому скачку на положительной действительной полуоси $\mathbb{R}^+ = \{\mu: \mu > 0\}$:

$$\ln X^+(\mu) - \ln X^-(\mu) = 2i\theta(\mu) + 2\pi ik, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad \mu > 0. \quad (4.3)$$

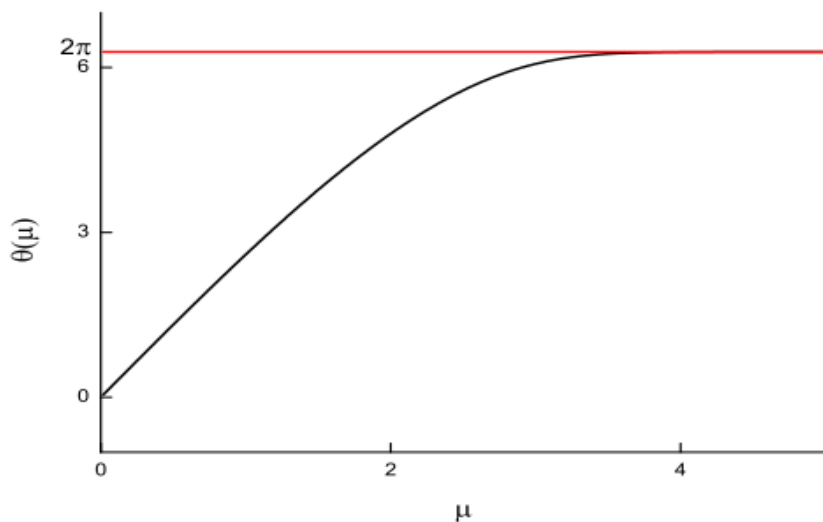


Рис. 1. Угол $\theta = \theta(\mu)$ монотонно возрастает от 0 до 2π .

Решение задач (4.3) выражается интегралом типа Коши:

$$\ln X(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\theta(\mu) + k\pi}{\mu - z} d\mu, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Заметим, что угол $\theta(\mu)$ является на полуоси $\mathbb{R}^+$ монотонно возрастающей функцией от 0 до 2π . Это означает, что индекс коэффициента $G(\mu) = \frac{\lambda^+(\mu)}{\lambda^-(\mu)}$ однородной задачи Римана (5.1) на положительной действительной полуоси равен единице:

$$\dot{u} = \dot{u}(G) = \frac{1}{2\pi} [\arg G(\mu)]|_0^{\infty} = 1.$$

Отсюда следует, что среди семейства решений (4.3) лишь одно (при $k = -2$) решение выражается сходящимся интегралом типа Коши:

$$\ln X(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\theta(\mu) - 2\pi}{\mu - z} d\mu. \quad (4.4)$$

Обозначим далее

$$V(z) = \ln X(z), \quad \text{откуда} \quad X(z) = e^{V(z)}.$$

Переопределим полученное решение следующим образом:

$$X(z) = \frac{1}{z^2} e^{V(z)}. \quad (4.5)$$

Заметим, что решение (4.5) является ограниченным в окрестности начала координат. В самом деле, при $z \rightarrow 0$ имеем:

$$V(z) = -\frac{\theta(0) - 2\pi}{\pi} \ln z + O(z), \quad z \rightarrow 0,$$

где $O(z)$ – ограниченная в начале координат функция. Следовательно, в окрестности начала координат функция $X(z) = e^{O(z)}$ – ограниченная функция.

5. Аналитическое решение граничной задачи для кинетического уравнения с постоянной частотой столкновений

В этом п. докажем теорему об аналитическом решении основной граничной задачи (1.2), (2.1) и (2.11).

Теорема. Граничная задача (1.2), (2.1) и (2.11) имеет единственное решение, представимое в виде суммы линейной комбинации дискретных

(частных) решений этого уравнения и интеграла по непрерывному спектру от собственных функций, отвечающих непрерывному спектру:

$$h(x, \mu) = h_{as}(x, \mu) + \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{x}{\eta}\right) \Phi(\eta, \mu) A(\eta) d\eta. \quad (5.1)$$

В равенстве (5.1) ε_n и ε_T – неизвестные коэффициенты (дискретного спектра), U и g_T – заданные величины, $A(\eta)$ – неизвестная функция – коэффициент непрерывного спектра.

Коэффициенты дискретного и непрерывного спектров подлежат нахождению из граничных условий.

Разложение (5.1) можно представить в явном виде классическом смысле:

$$h(x, \mu) = \varepsilon_n + \varepsilon_T + 2U\mu + \left(\mu^2 - \frac{3}{2}\right)[\varepsilon_T + g_T(x - \mu)] + \\ + e^{\mu^2 - x/\mu} \lambda(\mu) A(\mu) + \left(\frac{3}{2} - \mu^2\right) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x/\eta} \frac{\eta A(\eta)}{\eta - \mu} d\eta. \quad (5.1')$$

Доказательство. Подставим разложение (5.1) в граничное условие (2.1). Получаем интегральное уравнение

$$h_{as}(0, \mu) + \int_0^{\infty} \Phi(\eta, \mu) A(\eta) d\eta = 0, \quad 0 < \mu < \infty.$$

В явном виде это уравнение имеет вид:

$$h_{as}(0, \mu) + e^{\mu^2} \lambda(\mu) A(\mu) + \left(\frac{3}{2} - \mu^2\right) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\eta A(\eta)}{\eta - \mu} d\eta = 0, \quad (5.2)$$

$$0 < \mu < \infty.$$

Здесь $h_{as}(0, \mu) = \varepsilon_n + \varepsilon_T + 2U\mu + (\mu^2 - \frac{3}{2})(\varepsilon_T - g_T\mu)$.

Введем вспомогательную функцию:

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\eta A(\eta)}{\eta - z} d\eta, \quad (5.3)$$

для которой, согласно формулам Сохоцкого, имеем:

$$N^+(\mu) - N^-(\mu) = 2\sqrt{\pi}i\mu A(\mu), \quad 0 < \mu < \infty, \quad (5.4)$$

$$\frac{N^+(\mu) + N^-(\mu)}{2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\eta A(\eta)}{\eta - \mu} d\eta, \quad 0 < \mu < \infty. \quad (5.5)$$

Преобразуем уравнение (5.2), учитывая формулы Сохоцкого для дисперсионной функции и согласно равенствам (5.4) и (5.5). Получаем неоднородной краевое условие: Учитывая формулы Сохоцкого для дисперсионной функции, преобразуем уравнение (5.6) к неоднородной краевой задаче Римана:

$$\lambda^+(\mu)\left[\left(\frac{3}{2} - \mu^2\right)N^+(\mu) + h_{as}(0, \mu)\right] - \lambda^-(\mu)\left[\left(\frac{3}{2} - \mu^2\right)N^-(\mu) + h_{as}(0, \mu)\right] = 0, \quad 0 < \mu < \infty. \quad (5.6)$$

Рассмотрим соответствующую однородную краевую задачу:

$$\frac{X^+(\mu)}{X^-(\mu)} = \frac{\lambda^+(\mu)}{\lambda^-(\mu)}, \quad 0 < \mu < \infty. \quad (5.7)$$

Решение этой задачи, ограниченное и не исчезающее в точках $z = 0$ и $z = \alpha$ приведено в предыдущем п.:

$$X(z) = \frac{1}{z^2} \exp V(z), \quad (5.8)$$

где

$$V(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\theta(\mu) - 2\pi}{\mu - z} d\mu, \quad (5.9)$$

а $\theta(\mu) = \arg \lambda^+(\mu)$ – главное значение аргумента, фиксированное в нуле условием: $\theta(0) = 0$.

Преобразуем задачу (5.6) с помощью однородной задачи (5.7) к задаче нахождения аналитической функции по ее скачку на разрезе, равному нулю:

$$\begin{aligned} X^+(\mu)\left[\left(\frac{3}{2} - \mu^2\right)N^+(\mu) + h_{as}(0, \mu)\right] = \\ = X^-(\mu)\left[\left(\frac{3}{2} - \mu^2\right)N^-(\mu) + h_{as}(0, \mu)\right], \quad 0 < \mu < \infty. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Выясним особенности краевого условия (5.10). Учитывая поведение функций, входящих в краевое условие (5.10), получаем общее решение соответствующей краевой задач:

$$\left(z^2 - \frac{3}{2}\right)N(z) = h_{as}(0, z) + \frac{C_0 + C_1 z}{X(z)}, \quad (5.11)$$

где C_0 и C_1 – произвольные постоянные, а

$$h_{as}(0, z) = \varepsilon_n + \varepsilon_T + 2U\mu + \left(z^2 - \frac{3}{2}\right)(\varepsilon_T - g_T z).$$

Заметим, что решение (5.11) имеет в бесконечно удаленной точке $z = \infty$ полюс третьего порядка, в то время как функция $N(z)$, определенная равенством (5.3), имеет в этой точке полюс первого порядка.

Чтобы решение (5.11) можно было принять в качестве функции $N(z)$, определенной равенством (5.3), понизим порядок полюса у решения (5.11) с трех до единицы.

Затем приравняем значения левой и правой частей равенства (5.11) в точках действительной оси $\mu_{1,2} = \pm\sqrt{3/2}$.

Нам понадобится разложение:

$$V(z) = \frac{V_1}{z} + \frac{V_2}{z^2} + \dots, \quad z \rightarrow \infty.$$

Здесь

$$V_n = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \tau^{n-1} [\theta(\tau) - 2\pi] d\tau, \quad n = 1, 2, \dots$$

Понижая порядок полюс на две единицы в бесконечно удаленной точке у решения (5.11), находим, что

$$\begin{aligned} C_0 &= V_1 g_T - \varepsilon_T, \\ C_1 &= g_T. \end{aligned}$$

Полюс функции в точке $\mu_1 = \sqrt{3/2}$ уничтожается предельным условием на разрезе:

$$C_0 + C_1 \mu_1 + X(\mu_1)(\varepsilon_n + \varepsilon_T + 2U\mu_1) = 0. \quad (5.12)$$

Точка $\mu_2 = -\mu_1$ не принадлежит разрезу, поэтому мы получаем:

$$C_0 - C_1 \mu_1 + X(-\mu_1)(\varepsilon_n + \varepsilon_T - 2U\mu_1) = 0. \quad (5.13)$$

С учетом этого равенства из уравнений (5.12) и (5.13) получаем выражения искомых величин скачка температуры и скачка концентрации:

$$\varepsilon_T = g_T [V_1 - \mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}] - 4U\mu_1 \frac{X(\mu_1)X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)} \quad (5.14)$$

и

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= g_T [V_1 + \mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1) - 2}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}] - \\ &- 2U\mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1) - 2X(\mu_1)X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Коэффициент непрерывного $A(\eta)$ спектра находится на основании формулы Сохоцкого (5.4) и формулы разности граничных значений $N(z)$, получаемой с помощью решения (5.11):

$$N^+(\mu) - N^-(\mu) = \frac{C_0 + C_1 \mu}{\mu^2 - 3/2} \left[\frac{1}{X^+(\mu)} - \frac{1}{X^-(\mu)} \right]. \quad (5.16)$$

Из равенств (5.4) и (5.16) находим коэффициент непрерывного спектра:

$$2\sqrt{\pi}i\eta A(\eta) = \frac{g_T(V_1 + \eta) - \varepsilon_T}{\eta^2 - 3/2} \left[\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)} \right]. \quad (5.17)$$

Заметим, что

$$\frac{1}{X^+(\eta)} - \frac{1}{X^-(\eta)} = -\frac{2i}{X(\eta)} \sin\theta(\eta).$$

С помощью этого равенства коэффициент непрерывного спектра (5.17) окончательно равен:

$$\eta A(\eta) = -\frac{(V_1 + \eta)g_T - \varepsilon_T}{\sqrt{\pi}X(\eta)(\eta^2 - 3/2)} \sin\theta(\eta).$$

Итак, все коэффициенты разложения (5.1) установлены. По построению, разложение (5.1) удовлетворяет граничным условиям (2.1) и (2.11). Тот факт, что разложение (5.1) удовлетворяет уравнению (1.2), проверяется непосредственно.

Единственность разложения (5.1) доказывается методом от противного. Теорема доказана.

6. Температурный скачок и слабое испарение (конденсация).

Численные расчеты

Численные расчеты коэффициентов V_n приводят к следующим результатам:

$$V_1 = 2.6470 \dots, \quad V_2 = 2.5, \quad V_3 = 3.7153 \dots,$$

а также

$$\mu_1 = 1.2247 \dots, \quad X(\mu_1) = 3.8483 \dots, \quad X(-\mu_1) = 0.1732 \dots.$$

Теперь нам потребуется следующая

Терема. Для дисперсионной функции $\lambda(z)$ имеет место следующая формула факторизации: $\lambda(z) = -\frac{3}{4}X(z)X(-z)$, $z \in \mathbb{C}'$,

$$\lambda^+(\mu) = -\frac{3}{4}X^+(\mu)X(-\mu), \quad \mu > 0,$$

$$\lambda^-(\mu) = -\frac{3}{4}X(\mu)X^+(-\mu), \quad \mu < 0.$$

Доказательство этой теоремы проводится точно так же, как и доказательство аналогичных теорем в наших работах [3].

С помощью этой теоремы находим точное значение

$$X(\mu_1)X(-\mu_1) = \frac{2}{3}.$$

Перепишем формулы (5.14) и (5.15) в виде:

$$\varepsilon_T = K_{TT}g_T + K_{TU}(2U), \quad \varepsilon_n = K_{nT}g_T + K_{nU}(2U).$$

Здесь

$$K_{TT} = V_1 - \mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}, \quad K_{TU} = -2\mu_1 \frac{X(\mu_1)X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)},$$

$$K_{nT} = V_1 + \mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1) - 2}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}, \quad K_{nU} = -\mu_1 \frac{X(\mu_1) + X(-\mu_1) - 2X(\mu_1)X(-\mu_1)}{X(\mu_1) - X(-\mu_1)}.$$

Теперь легко найти, что

$$K_{TT} = 1.3068, \quad K_{TU} = -0.4443, \quad K_{nT} = 3.3207, \quad K_{nU} = -0.8958.$$

Следовательно, коэффициенты скачка температуры и скачка концентрации вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_T = 1.3068g_T - 0.4443(2U), \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_n = -3.3207g_T - 0.8958(2U). \quad (6.2)$$

7. Распределение макропараметров газа в "полупространстве"

Рассмотрим распределение концентрации, массовой скорости и температуры в зависимости от координаты x .

Начнем с распределения концентрации (числовой плотности):

$$\begin{aligned} \frac{\delta n(x)}{n_0} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) d\mu = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} [h_{as}(x, \mu) + \int_0^{\infty} e^{-x/\eta} \Phi(\eta, \mu) A(\eta) d\eta] d\mu = \\ &= \varepsilon_T - g_T x + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x/\eta} d\eta \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \Phi(\eta, \mu) A(\eta) d\mu. \end{aligned}$$

Воспользовавшись нормировочным соотношением (3.3), получаем:

$$\frac{\delta n(x)}{n_0} = \varepsilon_T - g_T x + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x/\eta} A(\eta) d\eta.$$

Преобразуем коэффициент непрерывного спектра. Заметим, что

$$\sin\theta(\eta) = \frac{\sqrt{\pi}\eta e^{-\eta^2} (3/2 - \eta^2)}{|\lambda^+(\eta)|}.$$

Поэтому

$$A(\eta) = \frac{(V_1 + \eta)g_T - \varepsilon_T}{X(\eta)|\lambda^+(\eta)|} e^{-\eta^2}.$$

Следовательно, мы приходим к следующему распределению концентрации

$$\frac{\delta n(x)}{n_0} = [K_{TT}(1 - m_0(x)) - x + V_1 m_0(x) + m_1(x)]g_T + \\ + K_{TU}(1 - m_0(x))(2U).$$

Здесь $m_k(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{x}{\eta} - \eta^2} \eta^k d\eta}{X(\eta)|\lambda^+(\eta)|}, \quad k = 0, 1.$

Массовая скорость $U(x)$ равна везде при $x > 0$ заданной на бесконечности скорости, т.е. $U(x) \equiv U$. В самом деле, имеем:

$$U(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} h(x, \mu) \mu d\mu = \\ = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} [h_{as}(x, \mu) + \int_0^\infty e^{-x/\eta} \Phi(\eta, \mu) A(\eta) d\eta] \mu d\mu.$$

Отсюда получаем, что

$$U(x) = U + \int_0^\infty e^{-x/\eta} A(\eta) d\eta \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} \mu \Phi(\eta, \mu) d\mu \equiv U,$$

ибо первый момент собственной функции $\Phi(\eta, \mu)$ равен нулю, как было показано выше.

Рассмотрим распределение температуры:

$$\frac{\delta T(x)}{T_0} = \varepsilon_T + g_T x + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} (\mu^2 - \frac{1}{2}) h(x, \mu) d\mu = \\ = \varepsilon_T + g_T x + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x/\eta} A(\eta) d\eta \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu^2} (\mu^2 - \frac{1}{2}) \Phi(\eta, \mu) d\mu.$$

Учитывая, что второй момент собственной функции $\Phi(\eta, \mu)$ равен нулю, отсюда получаем распределение температуры

$$\frac{\delta T(x)}{T_0} = \varepsilon_T + g_T x - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x/\eta} A(\eta) d\eta = \\ = [x - m_1(x) + K_{TT}(1 + m_0(x))]g_T + K_{TU}(1 + m_0(x))(2U).$$

8. Заключение

В настоящей работе рассматривается аналитическое решение граничных задач для одномерного кинетического уравнения с постоянной частотой столкновений молекул. Дается аналитическое решение обобщенной задачи Смолуховского – задачи о температурном скачке и слабом испарении (конденсации). Получено распределение концентрации и температуры в "полупространстве" $x > 0$. Прделаны численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bugrimov A.L., Latyshev A.V., Yushkanov A.A. The kinetic one-dimensional equation with frequency of collisions, affine depending on the module molecular velocity// arXiv:1403.2068v1 [math-ph] 9 Mar 2014, 20pp.
2. Bugrimov A.L., Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Boundary problems for the one-dimensional kinetic equation with frequency of collisions, affine depending on the module velocity// ArXiv:1403. 5854, [math-ph] 23 Mar 2014, 30 pp.
3. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Kinetic equations type Williams and their exact solutions. Monograph. M.: MGOU (Moscow State Regional University), 2004, 271 p. [russian].
4. Latyshev A.V. Application of case' method to the solution of linear kinetic BGK equation in a problem about temperature jump// Appl. math. and mech. 1990. V. 54. Is. 4. P. 581–586. [russian].
5. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Boundary problems for model Boltzmann equation with frequency proportional to velocity of molecules// Izvestiya Russian Academy of Science. Ser. Mechanika, Fluid and Gas (Russian "Fluids Dynamics"). 1993. 6. 143-155 pp. [russian].
6. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Analytical solution of the problem about strong evaporation (condensation)// Izvestiya Russian Academy of Science. Ser. Mechanika, Fluid and Gas (Russian "Fluids Dynamics"). 1993. 6. 143-155 pp. [russian].
7. Cassell J.S., Williams M.M.R. An exact solution of the temperature slip problem in rarefied gases// Transport Theory and Statist. Physics, 2(1), 81–90 (1972).
8. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Temperature jump and weak evaporatuion in molecular gases// J. of experim. and theor. physics. 1998. V. 114. Issue. 3(9). P. 956–971. [russian].

9. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. The Smoluchowski problem in polyatomic gases// Letters in J. of Tech. Phys. 1998. V. 24. 17. P. 85–90. [russian].
10. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Analytic solutions of boundary value problem for model kinetic equations// Math. Models of Non-Linear Excitations, Transfer, Dynamics, and control in condensed Systems and Other Media. Edited by L.A. Uvarova and A.V. Latyshev. Kluwer Academic. New York–Moscow. 2001. P. 17–24.
11. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Smolukhowski problem for degenerate Bose gases// Theoretical and Mathematical Physics. Springer New York. Vol. 155, 3, June, 2008, pp. 936 – 948.
12. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Temperature jump in degenerate quantum gases in the presence of the Bose–Einstein condensate // Theor. Math. Phys. 2010. V. 162(1). P. 95–105 [russian].
13. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Temperature jump in degenerate quantum gases with the Bogoliubov excitation energy and in the presence of the Bose–Einstein condensate, Theor. Math. Phys., 165:1 (2010), 1358–1370.
14. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Smoluchowski problem for electrons in metal// Theor. Math. Phys. 2005, january, V. 142. 1. C. 93–111. [russian].
15. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Smoluchowski problem for metals with mirror-diffusive boundary conditions //Theor. and Math. Phys. October 2009, Volume 161, Is. 1, pp. 1403-1414.
16. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Boundary value problems for quantum gases. Monograph M.: MGOU, 2012, 266 p.[russian].
17. Cercignani C., Frezzoti A. Linearized analysis of a one-speed B.G.K. model in the case of strong condensation// Bulgarian Academy of sci. theor. appl. mech. Sofia. 1988. V.XIX. 3. 19-23 P.
18. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Analytical solution of one-dimensional problem about moderate strong evaporation (and condensation) in half-space// Appl. mech. and tech. physics. 1993. 1. 102-109 p. [russian].
19. Vladimirov V.S., Zharinov V.V. Equations of mathematical physics. M.: Fizmatlit. 2000. 399 c. [russian].
20. Gakhov F.D. Boundary value problems. M.: Nauka. 640 p.[russian].

РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

УДК 533.682

М.А. Кудров, Г.Ю. Толкачев, К.А. Зудов, А.А. Рыжов
*Московский физико-технический институт
(государственный университет)
(МФТИ)*

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ ГОРНОГО РЕЛЬЕФА

Работа выполнена в соответствии с договором № 02.C25.31.0017 между ОАО «РСК «МиГ» и Министерством образования и науки РФ об условиях предоставления и использования субсидии на реализацию комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства, выполняемого с участием ФГАОУ ВПО «МФТИ (ГУ)».

Аннотация: Проведено численное моделирование обтекания рельефа в области горного аэродрома. Поставлена и решена краевая задача для расчета вихревого течения в районе горного рельефа.

Ключевые слова: горный аэродром, поле завихренности.

M. Kudrov, G. Tolkachev, K. Zudov, A. Ryzhov
*Moscow Institute of Physics and Technology
(State University)*

ONE APPROACH TO THE SIMULATION OF THE PHYSICAL PROCESSES OF THE ATMOSPHERE IN MOUNTAINOUS TERRAIN

Abstract. The numerical simulation of the flow in the mountainous airfield is conducted. The boundary value problem of investigating eddy flow near the mountainous relief is set.

Keywords: mountainous airfield, vorticity field.

1. Постановка задачи расчета

В настоящей работе численно решалась краевая задача для системы уравнений Рейнольдса (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes) для сжимаемого газа (совершенный газ) с двухпараметрической SST моделью турбулентности для замыкания системы уравнений [1]. Пограничный слой считался полностью турбулентным. Набегающий поток задан граничным условием типа Inlet [2]. Данное условие является условием первого рода, или граничным условием типа Дирихле. Для конкретной задачи ему соответствует задание трех компонент скорости, гладко спадающих до нуля в соответствии с данными по профилю ветра, статической температуры и уровня турбулентных пульсаций. На выходной границе условие соответствует неотражающему, для чего вычисляются инварианты Римана [3]. Моделирование произведено в пакете программ ANSYS CFX.

Система уравнений Рейнольдса совместно с гипотезой Буссинеска относительно напряжений Рейнольдса, замкнутая двухпараметрической дифференциальной моделью турбулентности SST, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \zeta} = S$$

Здесь Q – вектор консервативных зависимых переменных задачи. E , G , F – векторы потоков в криволинейной системе координат, S – вектор источников.

Компоненты векторов зависимых переменных и потоков имеют следующий вид:

$$Q_c = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho(e + q^2) \end{pmatrix}, \quad S_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_c = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u \omega + \tau_{xz} \\ \rho u H + \frac{5}{3} \rho u q^2 + I_x \end{pmatrix},$$

$$G_c = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho v \omega + \tau_{yz} \\ \rho v H + \frac{5}{3} \rho v q^2 + I_y \end{pmatrix}, \quad F_c = \begin{pmatrix} \rho \omega \\ \rho \omega u + \tau_{xz} \\ \rho \omega v + \tau_{yz} \\ \rho \omega^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{zz} \\ \rho \omega H + \frac{5}{3} \rho \omega q^2 + I_z \end{pmatrix}$$

Здесь ρ – плотность; $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + \omega\vec{k}$ ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные орты декартовой системы координат) – вектор скорости потока, а $V = \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}$ – модуль вектора скорости; p – давление; $e = c_v T + \frac{V^2}{2}$ –

полная энергия на единицу массы газа; $H = e + \frac{p}{\rho} = c_p T + \frac{V^2}{2}$ – полная

энтальпия единицы массы газа для случая идеального газа; c_v и c_p – удельные теплоемкости при постоянном объеме и давлении, соответственно; $q = \sqrt{k}$ – параметр турбулентности, определяющий масштаб скорости (k – кинетическая энергия турбулентности). τ – это симметричный тензор вязких и турбулентных напряжений, линейно связанный с тензором скоростей деформаций s : $\tau = -(\mu + \mu_t)s$, а сам тензор s имеет вид:

$$s = \begin{pmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} & 2\frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} \end{pmatrix}.$$

Вектор теплового потока $I = I_x\vec{i} + I_y\vec{j} + I_z\vec{k}$ вычисляется по формуле:

$$I = -(\lambda + \lambda_t)\nabla T + \tau\vec{V}.$$

μ и λ – это коэффициенты молекулярной вязкости (динамической) и теплопроводности, а μ_t и λ_t – соответствующие турбулентные аналогии.

Газ при моделировании считается совершенным, подчиняющимся уравнению состояния Клапейрона-Менделеева. Для вычисления динамического коэффициента вязкости использована формула Сазерленда:

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \frac{1 + \frac{110.4}{T_\infty}}{\frac{T}{T_\infty} + \frac{110.4}{T_\infty}} \cdot \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{\frac{3}{2}};$$

молекулярное и турбулентное числа Прандтля принимаются постоянными:

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda} = 0.7, \text{Pr}_t = \frac{c_p \mu_t}{\lambda_t} = 0.9.$$

Здесь знак « ∞ » в нижнем индексе обозначает параметры невозмущенного потока.

В качестве граничных условий на стенке ставится условия прилипания, изотермичности поверхности и отсутствия турбулентных пульсаций на подстилающей поверхности. На входной границе задавались постоянная статическая температура, статическое давление, а также профиль ветра, примерно соответствующий экспериментальным данным. Аппроксимация эмпирических данных привела к логарифмической зависимости горизонтальной компоненты скорости, параллельной земли, от расстояния до поверхности. Зависимость имеет следующий вид:

$$U = \begin{cases} 0.9013 \ln(r_w + 1) + 2.4852 \text{ м / с}, & r_w < 200 \text{ м}, \\ 7.3 \text{ м / с}, & r_w \geq 200 \text{ м} \end{cases}$$

где r_w – расстояние до поверхности земли в метрах.

2. Результаты расчётов

Получено поле течения над рельефом. С гор, как и ожидалось, сходит вихрь, который, при данном направлении ветра, проходит над аэродромом. Модуль скорости в ядре вихря равен $\sim 7,5$ м/с. На рис.1 изображены поля скорости в различных сечениях. На рис.2 изображены поля завихренности в различных сечениях.

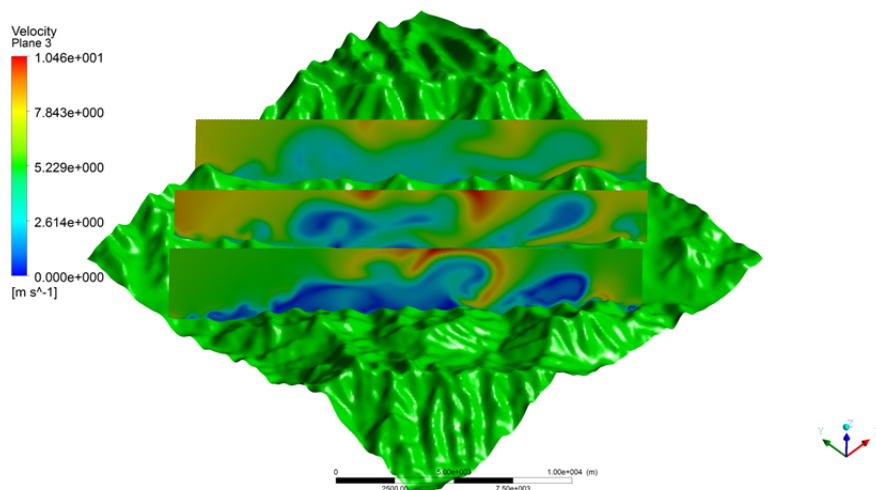


Рис.1 - Поля модуля скорости в различных сечениях

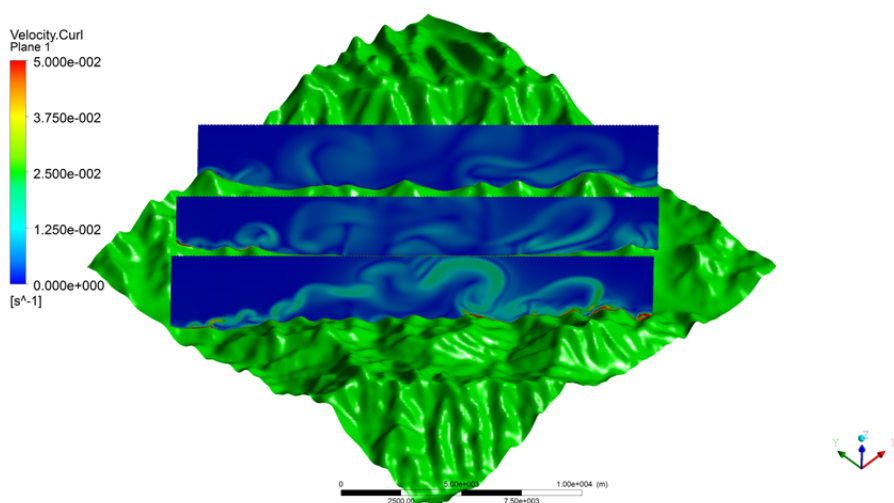


Рис.2 - Поля завихренности в различных сечениях

Для трехмерной визуализации вихревых структур (рис.3) выбраны изоповерхности параметра λ_2 [4], являющегося удобным инструментом визуализации вихрей, т.к. позволяет частично отсечь неоднородность пограничного слоя.

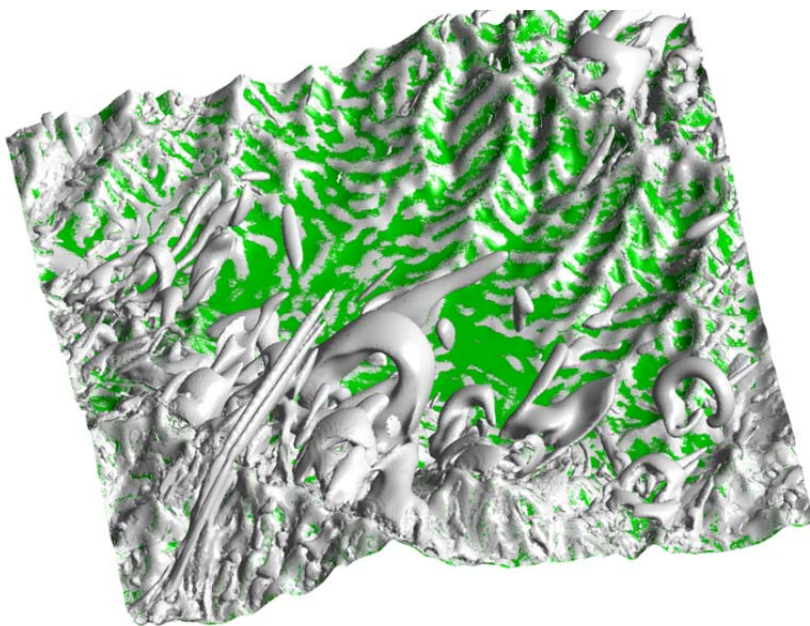


Рис.3 - 3D визуализация вихрей с использованием функции λ_2

Уравнение изоповерхности параметра λ_2 имеет следующий вид:

$$(\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) = \text{const},$$

где Ω_{ij} и S_{ij} – тензоры завихренности и скоростей деформации, соответственно.

На приведенных рисунках, визуализирующих вихревые структуры, образующиеся из-за отрыва пограничного слоя, видно, что их характерный размер (~1 км) существенно больше характерного размера летательных аппаратов (~20 м), поэтому вычисление приращений аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат, проводится упрощенным образом. То есть, проведением расчета обтекания аппарата однородным потоком с углом атаки, соответствующим углу наклона скорости в заданной точке в области над рельефом.

3. Краткие выводы

Проведен расчет поля скоростей и завихренности в окрестности горного аэродрома Лех Бакула Кушок Римпочи, Индия. Определено направление ветра, при котором наблюдаются вихри наибольшей интенсивности над взлетно-посадочной полосой аэродрома. Полученные данные могут быть использованы при оценке аэродинамических нагрузок на самолет, совершающий взлет/посадку на данный аэродром. Также полученные данные могут быть использованы на пилотажных стендах для отработки сценариев посадки в горной местности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* / Ed. by K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. — Begell House, Inc., 2003.
2. Toro E. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, A Practical Introduction*, Springer, 2009.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. — 3-е изд., перераб. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. — 736 с.
4. J. Jeong and F. Hussain. Copyright © 1995. *Journal of Fluid Mechanics*. On the Identification of a Vortex. 69-94. 285.

УДК 533.15

**В.Н. Косов¹, М.С. Молдабекова¹,
О.В. Федоренко², В. Мукамеденкызы²**

¹*Казахский национальный педагогический университет им. Абая
(г. Алматы, Казахстан)*

²*Казахский национальный университет им. аль-Фараби (г. Алматы,
Казахстан)*

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ С РЕАЛЬНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Аннотация. Проведено исследование влияния кластерного состава в бинарных газовых смесях $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ на неустойчивость механического равновесия. Бинарные смеси рассматриваются как трехкомпонентные система $\text{CO}_2\text{-(CO}_2)_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-(N}_2\text{O)}_2\text{-CO}_2$. Кластерный состав компонентов рассчитывался на основе анализа вириального уравнения состояния при различных давлениях. Полученные данные свидетельствуют о том, что при увеличении концентрации димеров CO_2 и N_2O наблюдается рост критических чисел Рэлея, определяющих переход из устойчивого состояния в неустойчивое.

Ключевые слова: Устойчивая диффузия, концентрационная гравитационная конвекция, механическое равновесие, кластерный состав, смеси газов, давление.

V. Kossov¹, M. Moldabekova¹, O. Fedorenko², V. Mukamedenkyzy²

¹*Abay Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan*

²*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

INSTABILITY OF MECHANICAL EQUILIBRIUM STATE OF THE ISOTHERMAL GAS MIXTURES WITH REAL PROPERTIES

Abstract. Study of the influence of cluster composition in binary gas mixtures $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ and $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ on the instability of mechanical equilibrium is carried out. Binary mixtures are considered as three-component systems $\text{CO}_2\text{-(CO}_2)_2\text{-N}_2\text{O}$ and $\text{N}_2\text{O-(N}_2\text{O)}_2\text{-CO}_2$. Cluster composition of the components is calculated on the basis of virial state equation analysis at the different pressures. System Ar- Finding indicates that the increase of critical Rayleigh numbers determining the transition from the stable state to the unstable one is observed with increasing dimmer concentration of CO_2 and N_2O .

Keywords: Stable diffusion, concentration gravitational convection, mechanical equilibrium, cluster composition, gas mixtures, pressure.

При изучении диффузионного термоэффекта в тройных газовых системах с балластным газом методом Лошмидта в условиях устойчивой стратификации массовой плотности, Миллер и Мейсон [9, с. 714-716] обнаружили наличие отклонений изменения температуры от ожидаемого её монотонного возрастания. Наблюдения процесса диффузии в некоторых системах по обе стороны от границы раздела газов показали, что эти изменения температуры имеют колебательный характер продолжительностью несколько секунд. Дальнейшие экспериментальные исследования [2, с. 94; 4, с. 36-38] подтвердили, что колебательный режим приводит к аномальному срыву устойчивой диффузии, сопровождающейся возникновением значительных (во много раз интенсивнее диффузионных) конвективных потоков, налагаемых на молекулярный диффузионный процесс, приводящие к нарушению состояния механического равновесия в системе. При этом условия диффузионной устойчивости становятся сложнее: наряду с простой неперiodической неустойчивостью, становится возможной также и колебательная неустойчивость, т.е. самовозбуждение колебаний. В других же системах процесс массопереноса в замкнутых сосудах может протекать устойчиво, т.е. в хорошем приближении состояние механического равновесия действительно устанавливается за время, значительно меньше времени, характерного для диффузионного смешения.

Возможность потери диффузионной устойчивости при определенных условиях (геометрические параметры диффузионного канала, давление, температура) открывает путь к переходным явлениям, что может привести к внутренней дифференциации и сложному поведению системы. В частности, экспериментальные исследования показали, что в режиме развитой конвекции перенос смеси происходит не как целое, а с преобладанием тяжелого компонента. Из экспериментальных данных в бинарных и трехкомпонентных газовых системах можно определить области концентрационной гравитационной конвекции и диффузии, которые реализуются при диффузионном смешении. Концентрационная конвекция представляет собой сложные структурированные течения.

Следует, однако, отметить, что можно найти некоторые критерии, предсказывающие область термодинамических параметров неустойчивости состояния механического равновесия при диффузии в рамках теории устойчивости. Таким параметром, определяющим границу неустойчивости состояния механического равновесия в многокомпонентных газовых смесях, является критическое число Рэлея, значение которого зависит от геометрии диффузионного канала и термодинамических свойств смешивающихся газов [4, с.83, 93]. Возможность срыва диффузионного режима смешения зависит и от реальных свойств смешивающихся компонентов. Таким свойством может являться образование квазисвязанных состояний, которые по существу не что иное, как форма молекулярной ассоци-

ации из двух и более групп молекул, что приводит к рассмотрению бинарных смесей как тройных и т.д. Первой поправкой при учете неидеальности газа является второй вириальный коэффициент $B(T)$, который позволяет получить определенные сведения о характере межмолекулярных сил. Следует отметить, что возможность образования квазисвязанных состояний молекул учтены во втором вириальном коэффициенте [8, р. 3931; 10, р. 1531]. Этот метод используется как приближение в теории конденсации, вязкости, теплопроводности, в теории образования молекул и т.д.

Следует отметить, что исследования о кинетических переходах для колебательных процессов, обусловленные неустойчивостью механического равновесия системы, когда в газовой смеси за счет различия реальных свойств компонентов могут образовываться комплексы (кластеры) молекул не проводились. Изучение этого вопроса имеет важное значение, так как кроме определения граничных параметров, формирующих смену режимов, появляется возможность управления интенсивностью конвективного смешения.

В данной работе излагаются некоторые аспекты оценки влияния кластерного состава в газе на границу кинетического перехода «диффузия – гравитационная конвекция» при изотермическом диффузионном смешении газов. Проведено изучение неустойчивости состояния механического равновесия бинарных газовых смесей Ar-N_2 , $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$, $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ в цилиндрическом канале кругового сечения при различных температурах и в плоском вертикальном канале при различных температурах, давлениях и концентрациях димеров аргона, двуокиси углерода и закиси азота. Расчет долей молекул, образующих ассоциации, основан на использовании вириального уравнения состояния [8, р. 3931; 10, р. 1531]. В этом методе второй вириальный коэффициент выражается через константу равновесия для кластерного образования в предположении, что газ представляет собой идеальную смесь мономеров и димеров.

Предполагается, что молекулы углекислого газа и закиси азота ассоциируются в бинарные группы – димеры, и тогда бинарные смеси $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ рассматриваются как трехкомпонентные системы $\text{CO}_2\text{-(CO}_2)_2\text{-N}_2\text{O}$ и $\text{N}_2\text{O-(N}_2\text{O)}_2\text{-CO}_2$ соответственно. Такое предположение позволяет определить области диффузии и неустойчивости механического равновесия бинарных газовых смесей в кластерном приближении при различных давлениях и температурах, используя подходы, описанные в работах [1, с. 67-84, 122-127; 2, с. 92-97; 4, с. 73-103].

При изучении влияния кластерного состава задача на устойчивость решалась при граничных условиях, предполагающих отсутствие возмущений скорости и потока вещества на стенках канала. Решение этой задачи позволило определить спектр критических чисел Рэлея, зависящий от азимутальных n и радиальных составляющих l структуры движения [1, с. 67-84, 122-127]. Движение с $l = 1$ и $n = 1$ (диаметрально-

антисимметричное движение) с точки зрения устойчивости является «опасным», т.е. диффузионный процесс становится неустойчивым и возникают конвективные движения. Этому критическому движению соответствует число Рэлея равное $R=67,95$ при $\gamma=2,8712$, где $\gamma = R^{1/4}$.

Для определения условий устойчивости рассматриваемой трехкомпонентной системы мы воспользовались подходом, который был применен при исследовании конвективной устойчивости жидкости в цилиндрическом канале кругового сечения [1, с. 71-78]. Как и для случая жидкости, возможны два вида неустойчивости – относительно монотонных и колебательных возмущений. Граница монотонной неустойчивости определяется формулой:

$$\tau_{11} \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right) R_1 + \left(\tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right) R_2 = \gamma^4 (\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21}) , \quad (1)$$

где $R_i = g \beta_i A_i d^4 / \nu D_{ii}^*$ – парциальное число Рэлея; $\tau_{ij} = D_{ij}^* / D_{22}^*$ – параметры, определяющие соотношение между практическими коэффициентами диффузии; $\beta_i = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial c_i} \right)_{p,T}$; $A_i \mathbf{e}_z = -\nabla c_{i0}$ (индекс 0 относится

к средним значениям).

В таблице 1 приведены значения критических чисел Рэлея R_1 и R_2 , которые на плоскости (R_1, R_2) определяют положение границы перехода из одного режима смешения в другой при различных давлениях и температуре 298,0 К. Граничные числа Рэлея получены для случая линейного распределения концентраций компонентов в диффузионном канале.

Решение задачи о возникновении неустойчивости механического равновесия бинарной газовой смеси в плоском вертикальном канале при граничных условиях, предполагающих обращение в нуль скорости и потока вещества на границах диффузионного потока, имеет следующий спектр критических чисел Рэлея: $R_1 = 31,29; R_3 = 931,8; R_5 = 5570; \dots$ при $\gamma_1 = 2,365; \gamma_3 = 5,498; \gamma_5 = 8,639; \dots$ соответственно, который определяет неустойчивость механического равновесия смеси при различных модах возмущений. Нами рассмотрен случай влияния кластерного образования в углекислом газе для первой моды возмущений $n = 1$, что соответствует переходу от устойчивого диффузионного процесса к концентрационной гравитационной конвекции при смешении двуокиси углерода и закиси азота в плоском диффузионном канале. Граница монотонной неустойчивости для данной геометрии канала определяется по формуле аналогичной (1). Результаты расчета с учетом кластерного состава для линейного распределения концентраций в диффузионном канале приведены в таблице 1.

Экспериментальные данные авторов [3, с. 129,130; 5, с. 115,116; 7, с. 174,175] показали, что в системе углекислый газ – закись азота при расположении CO_2 в верхней колбе, а N_2O в нижней колбе характер процесса смешения был аналогичен поведению газовой системы Ar-He . При расположении N_2O в верхней колбе диффузионного аппарата и CO_2 в нижней изменение концентрации продиффундировавших компонентов было незначительным. Несмотря на практически одинаковый молекулярный вес диффундирующих компонентов ($\mu_{\text{CO}_2} = 44,011 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\mu_{\text{N}_2\text{O}} = 44,013 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при верхнем расположении углекислого газа в двухколбовом аппарате по отношению к закиси азота в системе возникала свободная конвекция, а при смене газов местами – нет.

Термодинамические параметры, используемые в расчетах при $T = 293,0$ К и $p = 0,101$ МПа имеют следующие значения: $D_{\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}} = 0,114 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{N}_2\text{O-dimCO}_2} = 0,0822 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{CO}_2\text{-dimCO}_2} = 0,0825 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{N}_2\text{O-dimN}_2\text{O}} = 0,0819 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $D_{\text{CO}_2\text{-dimN}_2\text{O}} = 0,0823 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $\rho_{\text{N}_2\text{O}} = 1,9778$ кг/м³; $\rho_{\text{CO}_2} = 1,8411$ кг/м³; $\rho_{\text{dimCO}_2} = 2,7718$ кг/м³; $\rho_{\text{dimN}_2\text{O}} = 2,7691$ кг/м³; $\eta_{\text{N}_2\text{O}} = 1,46 \cdot 10^{-5}$ Па·с; $\eta_{\text{CO}_2} = 1,463 \cdot 10^{-5}$ Па·с; $\eta_{\text{dimCO}_2} = 1,688 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Взаимные коэффициенты диффузии и вязкости рассчитаны по методам, приведенным в [6, с. 215, 220, 222], с использованием постоянных сил взаимодействия для потенциала (6-12) Леннарда-Джонса.

Результаты расчета граничных чисел Рэлея с учетом кластерного состава углекислого газа и закиси азота приведены в таблицах 1, 2 для системы $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$, а для системы $\text{N}_2\text{O-CO}_2$ – в таблицах 3, 4.

Таблица 1

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава CO_2 в системе $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ при различных давлениях.

p , МПа	$A_1 = c_{\text{CO}_2}$	$A_2 = c_{\text{dimCO}_2}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
0,281	0,914795	0,085205	31,79389	31,23296	69,071225	67,8526
1,375	0,908561	0,091439	31,83118	31,23337	69,152232	67,8535
1,427	0,905097	0,094903	31,8519	31,2336	69,197244	67,854
1,458	0,903019	0,096981	31,86433	31,23374	69,224245	67,8543
1,500	0,900248	0,099752	31,8809	31,23392	69,260251	67,8547
1,750	0,883623	0,116377	31,98034	31,235	69,476267	67,857
2,000	0,866997	0,133003	32,07977	31,23607	69,692283	67,8594
2,250	0,850372	0,149628	32,17919	31,23714	69,908273	67,8617
2,500	0,833747	0,166253	32,27861	31,2382	70,124249	67,864
2,771	0,815736	0,184264	32,3863	31,23934	70,358217	67,8665
3,198	0,787334	0,212666	32,55612	31,24113	70,727135	67,8704
3,604	0,760318	0,239682	32,71763	31,24281	71,078015	67,874
4,000	0,733995	0,266005	32,87499	31,24443	71,419861	67,8775
4,500	0,700744	0,299256	33,07373	31,24646	71,851631	67,8819

Таблица 2

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава CO_2 в системе $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{O}$ при различных давлениях и нелинейном распределении концентрации компонентов.

p, MPa	$A_1 = \frac{dc_{\text{CO}_2}}{dz}$	$A_1 = \frac{dc_{\text{dim CO}_2}}{dz}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,281	13,12676	1,218	32,30132	31,18298	70,173596	67,744
1,375	13,04145	1,3071	32,37534	31,18387	70,334406	67,746
1,427	12,99401	1,3566	32,41645	31,18436	70,42371	67,747
1,458	12,96554	1,3863	32,4411	31,18465	70,477265	67,7477
1,500	12,92757	1,4259	32,47397	31,18501	70,54866	67,7485
1,750	12,69948	1,6635	32,67091	31,18738	70,976508	67,7535
2,000	12,47089	1,9012	32,86747	31,18968	71,403533	67,7586
2,250	12,24183	2,1388	33,06363	31,19197	71,829682	67,7636
2,500	12,0123	2,3764	33,2594	31,19423	72,254979	67,7685
2,771	11,76311	2,6338	33,47104	31,19665	72,714767	67,7737
3,198	11,36905	3,0397	33,80384	31,20041	73,437776	67,7819
3,604	10,993	3,4258	34,11934	31,20392	74,123174	67,7895
4,000	10,62546	3,8019	34,42573	31,2073	74,788802	67,7969
4,500	10,15963	4,2771	34,81134	31,21148	75,626523	67,8059

Таблица 3

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава N_2O в системе $\text{N}_2\text{O--CO}_2$ при различных давлениях.

p, MPa	$A_1 = c_{\text{CO}_2}$	$A_2 = c_{\text{dim N}_2\text{O}}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,500	1	0,117327	31,99278	31,20982	69,503293	67,8023
1,990	1	0,155621	32,22734	31,21038	70,012869	67,8036
2,500	1	0,195545	32,46519	31,2109	70,529585	67,8047
3,198	1	0,250135	32,79489	31,21164	71,245856	67,8063
4,000	1	0,312872	33,1738	31,21246	72,069022	67,8081

Таблица 4

Значение граничных чисел Рэлея в зависимости от кластерного состава N_2O в системе $\text{N}_2\text{O--CO}_2$ при различных давлениях и нелинейном распределении концентрации компонентов.

p, MPa	$A_1 = \frac{dc_{\text{CO}_2}}{dz}$	$A_1 = \frac{dc_{\text{dim N}_2\text{O}}}{dz}$	Плоский канал		Бесконечный цилиндр	
			R_1	R_2	R_1	R_2
1,500	-14,36248	1,6748	31,28417	31,43791	67,963855	68,29962
1,990	-14,38224	2,2215	31,28417	31,43811	67,963855	68,2996
2,500	-14,40018	2,7915	31,28417	31,4383	67,963855	68,29959
3,198	-14,42046	3,571	31,28417	31,43851	67,963855	68,29957
4,000	-14,4379	4,4669	31,28417	31,43869	67,963855	68,29955

Для системы $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{O}$ предположение о кластеризации углекислого газа, как следует из таблиц 1, 2, приводит к тому, что граничное число R_2 приближается к теоретическому значению, а граничное число R_1 увеличивается. Данные, приведенные в таблицах 3, 4 для системы $\text{N}_2\text{O--CO}_2$ с учетом димеризации закиси азота, показывают противоположную тенденцию.

Опытные данные выражаются через парциальные числа Рэлея, которые в применении к диффузионному каналу с радиусом r и длиной L записывают следующим образом:

$$R_1 = \frac{gnr^4 \Delta m_1}{\rho v D_{11}^*} \cdot \frac{\Delta c_1}{L}, \quad R_2 = \frac{gnr^4 \Delta m_2}{\rho v D_{22}^*} \cdot \frac{\Delta c_2}{L}, \quad (2)$$

где $\Delta c_1 = c_{1u} - c_{1l}$, $\Delta c_2 = c_{2u} - c_{2l}$, $\Delta m_1 = m_1 - m_2$, $\Delta m_2 = m_2 - m_3$, m_i – масса молекулы i -го сорта. Результаты расчета парциальных чисел Рэлея с учетом кластерного состава Ag в системе $\text{Ag--(Ar)}_2\text{--N}_2$ приведены в таблице 5. Для сравнения в таблице 5 также приведены парциальные числа Рэлея для системы Ar--N_2 , восстановленные из экспериментальных данных.

Таблица 5

Парциальные числа Рэлея

Р, МПа	Вычисленные с учетом кластерного состава		Восстановленные из экспериментальных данных [9]
	$R_1 \cong \frac{\Delta c_1}{L}$	$R_2 \cong \frac{\Delta c_2}{L}$	R
0,289	22,7893	0,579	20,1923
0,331	29,8868	0,8695	25,0000
0,584	92,8923	4,7647	73,0769
0,682	126,609	7,5815	99,0385
0,780	165,5111	11,3318	144,2308
1,074	313,2391	29,5026	239,4231

Приведенные в таблице 5 данные позволяют сделать вывод, что парциальные числа Рэлея для системы $\text{Ag--(Ar)}_2\text{--N}_2$, рассчитанные с учетом кластерного состава смеси растут с увеличением давления и отличаются от экспериментальных данных до 30 %.

Таким образом, проведенные исследования показывают смещение области диффузии и неустойчивости механического равновесия бинарных газовых смесей в кластерном приближении при различных давлениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. - М.: Наука, 1972. - 392 с.
2. Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Влияние температуры на процесс диффузионной неустойчивости // ИФЖ. - 1988. - Т. 55, № 1. - С. 92-97.
3. Косов В.Н., Поярков И.В., Лысенко А.П., Анкушева Н.Б. Диффузионное и конвективное смешение в бинарной газовой смеси $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$ // Материалы четвертой Российской национальной конференции по теплообмену. - М.: МЭИ, 2006. - Т.3. - С.129-132.
4. Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальное возникновение свободной гравитационной конвекции в изотермических тройных газовых смесях. – Екатеринбург: Институт теплофизики УрО РАН, 2004. - 149 с.
5. Кульжанов Д.У. Устойчивость механического равновесия в бинарных газовых смесях при различных температурах // Вестник КазГУ. Серия физ. - 2002. - № 2. - С.115-118.
6. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. - М.: Мир, 1976. - 556 с.
7. Akylbekova G., Kosov V.N., Poyarkov I.V., Zhavrin Yu.I. Diffusion in isothermal ternary gas mixtures // International Review of Chemical Engineering. - 2010. - V. 2 (1). - P. 174-177.
8. Calo J.M., Brown J.H. The calculation of equilibrium mole fractions of polar – polar, nonpolar - polar and ion dimmers // J. Chem. Phys. - 1974. - V.61, №10. - P.3931-3944.
9. Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. - 1966. - V.9, № 3. - P. 367-380.
10. Stogryn D.E., Hirschfelder J.O. Contribution of Bound, Metastable, and Free Molecules the Second Virial Coefficient and Some Properties of Double Molecules // J. Chem. Phys. - 1959. - V.31, №6. - P.1531-1544.

А.И. Уткин

Московский государственный областной университет,

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА
В ТОНКОМ МЕТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

Аннотация: произведён расчёт распределения электрического тока в тонком металлическом слое с учётом различных коэффициентов зер-

кальности его поверхностей. Также была проанализирована зависимость действительной и мнимой части функции проводимости Σ от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов x , безразмерной частоты внешнего поля y и от безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя ξ . Использовалось кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации электронов.

Ключевые слова: тонкий металлический слой, коэффициент зеркальности, локальная электрическая проводимость, длина свободного пробега электронов, безразмерная частота объёмных столкновений электронов, безразмерная частота внешнего поля, безразмерное расстояние до верхней поверхности слоя.

A. Utkin

Moscow State Regional University

DISTRIBUTION OF ELECTRIC CURRENT IN THE THIN METAL LAYER UNDER THE INFLUENCE OF AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD

Abstract: electrical current distribution in the thin metal layer with the different reflection coefficients of its surfaces, is calculated in this article. The dependence of conductive function on the dimensionless frequency of volume electrons collisions, the dimensionless frequency of the external field and the dimensionless distance to the upper surface layer is analyzed. The kinetic equation of Boltzmann in approximation of electrons relaxation time is used.

Keywords: thin metal layer, the reflectivity coefficient, local electrical conductivity, length free path of electrons, the dimensionless frequency of volume electrons collisions, the dimensionless frequency of the external field, the dimensionless distance to the upper surface layer.

1. Введение

В настоящее время микроэлектроника, оптоэлектроника и тонкоплёночные технологии активно развиваются. Это связано, прежде всего, с важным прикладным значением тонких, в том числе поликристаллических и металлических, плёнок [8;10;11;12]. Разумное применение тонких плёнок в микро- и оптоэлектронике позволит последним перейти на качественно новый уровень своего развития. Например, тонкие плёнки могут использоваться в качестве проводящих, светоотражающих, защитных покрытий. Поэтому к качеству, параметрам и свойствам [4;13] тонких плёнок предъявляются довольно высокие требования.

На данном этапе развития тонкоплёночных технологий наибольший интерес представляет исследование электромагнитных свойств тонких

плёнок в различных диапазонах частот (например, в работе [9] рассматривалось взаимодействие Н-волны с тонкой металлической плёнкой).

В данной статье представляется логичным исследование локальной электрической проводимости тонкой металлической плёнки, когда её толщина сравнима со средней длиной свободного пробега электронов. Квантовые эффекты в таком случае не учитываются. Учёт последних эффектов был рассмотрен в работе [6], в рамках исследования квантовой плёнки в диэлектрическом окружении.

Известно, что электрическая проводимость тонких металлических плёнок может быть много меньше электрической проводимости металлов в массивной форме. Подобное явление было обнаружено ещё в XIX веке М. Фарадеем. Уже потом это явление было теоретически описано Фуксом, а затем проанализировано Зондхеймером [2], в рамках представления о рассеянии электронов поверхностями тонкого металлического слоя. Позже Фуксу, в работе [1], удалось получить аналитическое выражение для локальной электрической проводимости тонкого металлического слоя. Однако не было учтено, что коэффициенты зеркальности поверхностей тонкого металлического слоя могут быть различными. Также не учитывалась частотная зависимость электрической проводимости. При расчёте локальной электрической проводимости сделаем учёт вышесказанного.

2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкий проводящий слой толщиной a (сравнимой со средней длиной свободного пробега электронов Λ) и коэффициентами зеркальности верхней q_1 и нижней q_2 поверхностей слоя, в случае однородного периодического по времени электрического поля $\mathbf{E}$. Электрическое поле параллельно проводящему слою и направлено вдоль координатной оси X , координатная ось Z направлена вглубь слоя.

Однородное периодическое по времени поле меняется по закону:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$

здесь ω – частота переменного электрического напряжения, приложенного к проводящему слою.

Скин-эффект не учитывается. Учёт скин-эффекта был рассмотрен в работе [7] в случае тонкой цилиндрической проволоки.

3. Локальная проводимость

Для получения выражения для локальной электрической проводимости воспользуемся кинетическим уравнением Больцмана в приближении времени релаксации электронов [5]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (1)$$

$$f_0(\varepsilon) = \frac{1}{\exp((\varepsilon - \mu)/kT) + 1}.$$

здесь $f_0(\varepsilon)$, f , e , m , v_z , v_x , τ и μ – соответственно, функция Ферми – Дирака, функция распределения электронов, при наличии внешнего электрического поля, заряд электрона, эффективная масса электрона, проекции скорости электронов проводимости, электронное время релаксации и химический потенциал.

Линеаризируем (1) по внешнему полю E . Функция f может быть записана в виде:

$$f(z, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(z, \mathbf{v}).$$

здесь $f_1(z, \mathbf{v})$ – малое отклонение от $f_0(\varepsilon)$; $f(z, \mathbf{v})$ – функция распределения электронов по скоростям, при наличии внешнего электрического поля.

Тогда уравнение Больцмана в приближении времени релаксации электронов будет иметь вид:

$$v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (2)$$

Решая уравнение (2) с учётом граничных условий:

$$\begin{aligned} f_1(v_z, z = a) &= q_1 f_1(-v_z, z = a), \quad v_z > 0 \\ f_1(v_z, z = 0) &= q_2 f_1(-v_z, z = 0), \quad v_z < 0. \end{aligned}$$

можно получить аналитическое выражение для локальной электрической проводимости слоя как функции безразмерной комплексной частоты рассеяния электронов Ω с коэффициентами зеркальности верхней q_1 и нижней q_2 поверхностей слоя, а также безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя ξ :

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{3n e^2 a}{4m v_F \Omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta \times \\ \times \left[2 + \frac{q_1(1 - \exp(-\Omega/\cos \theta) + q_2 \exp(-\Omega/\cos \theta)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2\Omega/\cos \theta)} \exp(-\Omega \xi / \cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{q_2(1 - \exp(-\Omega/\cos \theta) + q_1 \exp(-\Omega/\cos \theta)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2\Omega/\cos \theta)} \exp(-\Omega(1 - \xi)/\cos \theta) \right] d\theta \end{aligned} \quad (6)$$

здесь $\xi = z/a$, n , m – соответственно, концентрация электронов проводимости, и эффективная масса электрона.

$$\Omega = \frac{a}{v_F} \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) = x - iy$$

Преобразовав выражение (6) и введя обозначение:

$$\sigma_a = \sigma_0 a \Sigma,$$

$$\lambda = \frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{x}{x - iy}$$

выделим функцию проводимости Σ :

$$\Sigma = \lambda \int_0^1 (1-t^2) \left[2 + \left[\frac{q_1(1 - \exp(-(x-iy)/t)) + q_2 \exp(-(x-iy)/t)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t)} \exp(-(x-iy)\xi/t) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{q_2(1 - \exp(-(x-iy)/t)) + q_1 \exp(-(x-iy)/t)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t)} \exp(-(x-iy)(1-\xi)/t) \right] \right] dt \quad (7)$$

здесь $x = a/(v_F\tau)$ – безразмерная частота объёмных столкновений электронов, $y = a\omega/v_F$ – безразмерная частота электрического поля.

Проанализируем выражение (7) и рассмотрим случай толстой плёнки, когда её толщина a много больше длины свободного пробега электронов Λ .

При $a \gg \Lambda$, $\Lambda/a \rightarrow 0$. Тогда выражение (7) примет вид:

$$\sigma_a = a\sigma_0 \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

здесь $\sigma_0 = ne^2\tau/m$.

Таким образом, мы получили классический результат для проводимости толстой плёнки.

4. Обсуждение результатов

Рассмотрим зависимость действительной и мнимой части функции Σ от безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя ξ , безразмерной частоты объёмных столкновений электронов x , безразмерной частоты внешнего поля y . Уточним, что в статическом случае ($y = 0$) проводимость – величина действительная.

Проведём сравнение некоторых полученных нами результатов с экспериментальными данными работы [3]. Для этого исследуем зависимость функции $R = 1/\Sigma$ от безразмерной частоты объёмных столкновений x , при $y = 0$. Некоторые параметры материала, с которым проводился эксперимент: $\Lambda = 126$ nm, $\varepsilon_F = 7$ eV, $T_F = 8.16 \cdot 10^4$ K, $v_F = 1.57 \cdot 10^6$ m/s, $\tau = 8.02 \cdot 10^{-14}$ s. Температура материала $T_m = 423$ K.

5. Заключение

Проведём анализ рисунков. На рис.1 обнаруживается любопытная зависимость действительной части функции Σ от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов x , при вариации безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя ξ : при плавном уменьшении безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя ξ , скорость возрастания кривой увеличивается, а затем начинает уменьшаться.

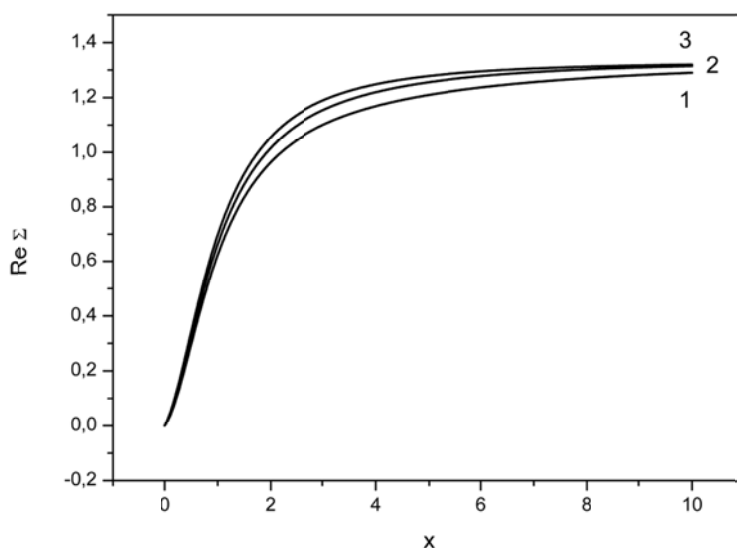


Рис.1. Зависимость действительной части функции Σ от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов x .

Кривая 1 отвечает значениям $q_1 = q_2 = 0.5$, $\xi = 0.9$, $y = 1$;

кривая 2 отвечает значениям $q_1 = q_2 = 0.5$, $\xi = 0.2$, $y = 1$;

кривая 3 отвечает значениям $q_1 = q_2 = 0.5$, $\xi = 0.5$, $y = 1$.

На рис.2 можно видеть, что скорость возрастания кривой плавно увеличивается переходя от диффузного случая ($q=0$) к зеркальному ($q=1$).

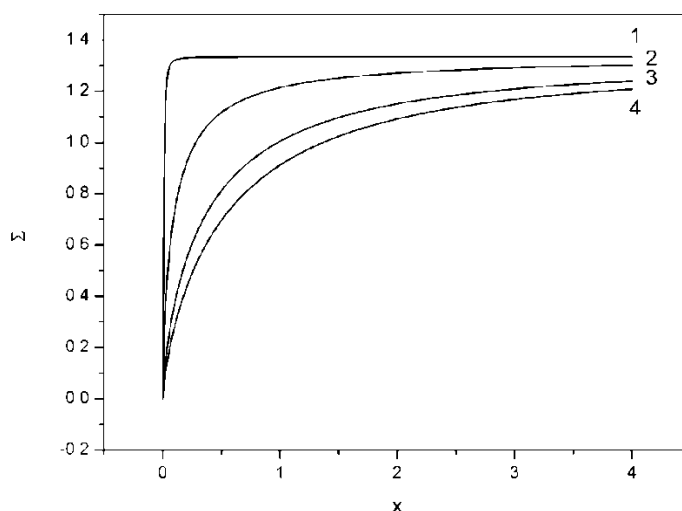


Рис.2. Зависимость функции Σ от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов x в случае статической проводимости ($y = 0$).

Кривая 1 отвечает значениям $q_1 = q_2 = 1, \xi = 0.9$;
 кривая 2 отвечает значениям $q_1 = 0.7, q_2 = 0.8, \xi = 0.9$;
 кривая 3 отвечает значениям $q_1 = 0.2, q_2 = 0.3, \xi = 0.9$;
 кривая 4 отвечает значениям $q_1 = q_2 = 0, \xi = 0.9$.

На рис.3 можно видеть соответствие данных эксперимента, в пределах экспериментальной погрешности, с полученной нами моделью.

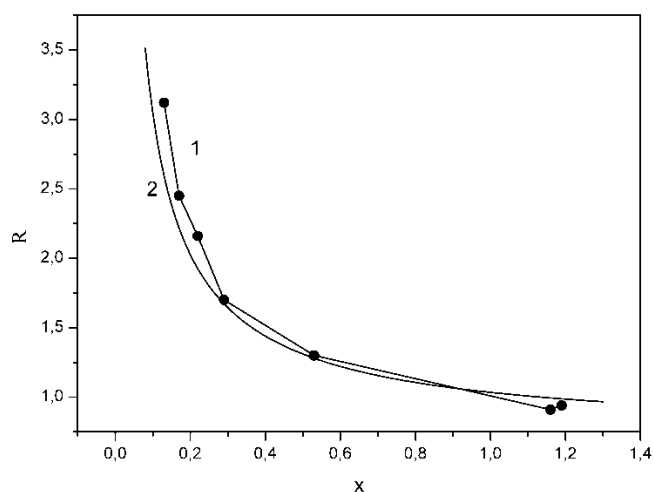


Рис.3. Зависимость функции R от безразмерной частоты объёмных столкновений x .

Кривая 1 отвечает экспериментальным данным,
 кривая 2 отвечает значениям $q_1 = 0.1, q_2 = 0.2, y = 0, \xi = 0.9$.

Доказано, получается классический результат для проводимости толстой плёнки, когда её толщина a много больше длины свободного пробега электронов Λ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals. // Proc. Camb. Phil. Soc. – 1938. – V.34 – P. 100-108.
2. Sondheimer E.H. The mean free path of electrons in metals // Advances in Physics. – 2001. – V. 50. № 6 – P. 499–537.
3. Sun Tik, Yao Bo, Warren Andrew P., Kumar Vineet, Roberts Scott, Barmak Katayun, Coffey Kevin R. Classical size effect in oxide-encapsulated Cu thin films: Impact of grain boundaries versus surfaces on resistivity. // J. Vac. Sci. Technol. A. – 2008. – № 26 – P. 605-609.
4. Абелес Ф. Оптические свойства металлических пленок. Физика тонких пленок / Под ред. М.К. Франкомба и Р.У. Гофмана. – М.: Мир, 1973. – Том 2. – 392 с.
5. Абрикосов А.А.. Основы теории металлов: Учеб. руководство. – М.: Наука, 1987. – С. 41.
6. Бабич А.В., Погосов В.В. Квантовая металлическая пленка в диэлектрическом окружении. // Физика Твёрдого Тела. – 2013. – Том 55. Вып.1 – С. 177-185.
7. Завитаев Э.В., Русаков О.В., Юшканов А.А. Скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла. // Физика Твёрдого Тела. – 2012. – Том 54. Вып.6 – С. 1041-1047.
8. Каминский В.В., Степанов Н.Н., Казанин М.М., Молодых А.А., Соловьев С.М. Электропроводность и зонная структура тонких поликристаллических пленок EuS // Физика Твёрдого Тела. – 2013. – Том 55. Вып.5 – С. 991–994.
9. Латышев А.В., Юшканов А.А. Взаимодействие электромагнитной Н-волны с тонкой металлической плёнкой. // Микроэлектроника. – 2012. – Том 41. №1. – С. 30-35.
10. Майссел Л., Глэнк Р. Технология тонких пленок. Справочник. Том 1. – М.: Мир, 1977. – 768 с
11. Суху Р. Магнитные тонкие пленки. – М.: Мир, 1967. – 423 с.
12. Хасс Г. Физика тонких плёнок. Том 2. – М.: Мир, 1967. – 343 с
13. Чопра К.Л. Электрические явления в тонких пленках / Под. ред. Т.Д. Шермергора. Пер. с англ. А.Ф. Волкова, Е.И. Гиваргизова и др. – М.: Мир, 1972. – 432 с.

УДК 669.017

Ю.А. Балакин¹, М.И. Гладков², С.Л. Захаров³, Х.Б. Юнусов⁴¹*ФГБОУ, Московский государственный университет технологий и управления (МГУТУ) им. К.Г. Разумовского.*²*ФГБОУ, Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ).*³*РХТУ им. Д.И. Менделеева.*⁴*Московский государственный областной университет.*

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА НАЧАЛЬНУЮ СТАДИЮ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ МЕТАЛЛОВ

Аннотация: Рассмотрены результаты анализа начала процесса кристаллизации небольшой отливки при внешнем воздействии на затвердевающий металл с позиций неравновесной термодинамики. Обсуждается проблема механизма влияния внешних воздействий на ход процесса кристаллизации с помощью характеристических функций энергии Гиббса и энтропии. Выявлено минимальное производство энтропии и поведение такой термодинамической системы в отличие от изолированной, в равновесие не остается, а проходит это состояние, как точку бифуркации, и снова отклоняется от равновесия после завершения фазового перехода в отливке.

Ключевые слова: кристаллизация, металл, внешнее воздействие, неравновесная термодинамика, энтропия, производство энтропии.

Yu. Balakin¹, M. Gladkov², S. Zaharov³, Kh. Yunusov⁴¹*Moscow State University of Technologies and Management
named after K.G. Razumovskiy.*²*Moscow State University of Mechanical engineering*³*D.Mendeleev University of Chemical Technology of Russia*⁴*Moscow State Regional University*

THERMODYNAMIC ANALYSIS OF THE MECHANISM OF EXTERNAL IMPACTS ON AN INITIAL STAGE OF CRYSTALLIZATION OF METALS

Abstract: Results of the analysis of the beginning of process of crystallization of small casting at external impact on the hardening metal from positions of nonequilibrium thermodynamics are considered. The problem of the mecha-

nism of influence of external impacts on the course of process of crystallization by means of characteristic functions of energy of Gibbs and entropy is discussed. The minimum production of entropy and behavior of such thermodynamic system unlike isolated is revealed, in balance doesn't remain, and takes place this state as a bifurcation point, and again deviates balance after completion of phase transition in casting.

Keywords: crystallization, metal, external influence, nonequilibrium thermodynamics, entropy, production of entropy.

Проблеме изучения механизма различных физико-химических внешних воздействий (в дальнейшем ВнВ) на процесс кристаллизации металлов и сплавов уделяется постоянное внимание, как в теоретических, так и в экспериментальных работах второй половины прошлого века [5].

Обобщение теоретических данных с результатами, полученными экспериментальным путем в изучении металлургических и литейных процессов стало возможно на основе дальнейшего изучения авторами систем с неравновесной термодинамикой и комплексных методов, в частности, структурных аналогий понятий различных естественных наук.

С этой целью авторами впервые определены и изучены основные термодинамические функции: энергия Гиббса и энтропия, а также их производные, обеспечивающие устойчивое протекание процесса ВнВ на локальный объем затвердевающего металла.

Под влиянием энергии ВнВ система становится открытой, поэтому для нее справедливы закономерности неравновесной термодинамики, позволяющей детально и углубленно исследовать эволюцию системы в пространстве литейной формы и во времени процесса затвердевания металла [6].

Получено оригинальное выражение производства энтропии процесса ВнВ на начальной стадии кристаллизацию небольшой отливки вида:

$$dS_e/dt = S_e^M (((3\Delta F_s / (F_s^P \Delta T)) (dT / dt) + \Delta M_s / (\Delta M_s^P t)),$$

где $S_e^M = -16 \pi \sigma^3 T_0^2 / (L^2 \Delta T^3)$ - энтропия, необходимая для устойчивой кристаллизации некоторого объема расплава в зародыш твердой фазы, т.е. переходу этой метастабильной группировки атомов из дозародыша в центр кристаллизации, Дж/К; $F_s^P = 2 \pi r_p \sigma$ - термодинамическая сила, действующая на длине окружности, ограничивающей поверхность равновесного зародыша критического радиуса r_p , а σ - межфазная поверхностная энергия, Н/м; $\Delta F_s = \sigma \Delta L_s$ - изменение термодинамической силы, воздействующей на приращение длины (ΔL_s) межфазной поверхности N зародышей твердой фазы в объеме затвердевающей отливки, H .

Здесь величина $\Delta l_s = 2 \pi \Delta r N$, м, а $\Delta r = r_p - r_n$ - разность размеров зародышей твердой фазы кристаллизующихся в равновесных и неравновесных условиях соответственно, м; dT/dt - скорость изменения температуры, К; ΔM_s и ΔM_s^p - изменение моментов импульса термодинамических сил ΔF_s и ΔF_s^p на длине Δr - межфазной границы, Дж·с; t - время, с.

Известно, что если частицы системы получают дополнительные моменты импульса, то энтропия такой системы уменьшается. Следовательно, система отклоняется от равновесного состояния и становится неравновесной под влиянием энергии ВнВ.

Следует заметить, что энтропия S_e^M имеет знак минус, являясь по определению Шредингера, мерой упорядоченности системы. Значит, в систему устремляется поток отрицательной энтропии, эквивалентной потоку энергии притяжения частиц (аттрактивной энергии). Это приводит к возникновению в системе энергетических флуктуаций и формированию дополнительных, к уже имеющимся в расплаве, структур ближнего порядка, способных к росту в центры новой твердой фазы [8].

Продолжая анализ выражения производства энтропии внешней энергии, следует заметить, что поток отрицательной энтропии будет влиять на скорость охлаждения отливки через отношение $3\Delta F_s/(F_s^p \Delta T)$, определяемое соотношением термодинамических сил или длин межфазных поверхностей, которое изменяется под влиянием энергии ВнВ и переохлаждения расплава. Коэффициент 3 здесь не случаен, а указывает на то, что взаимодействие на границе раздела фаз идет по закону обратных квадратов, т.е. носит электрический характер. Этот вывод соответствует характеру Ван-дер-ваальсовых сил, действующих в расплаве, действительно имеющих электрическую природу.

Необходимо обратить внимание на размерность выражения в скобке, стоящее после энтропии S_e^M и соответствующее частоте $[c^{-1}] = [Гц]$. Следовательно, энтропия внешней энергии изменяется во времени с частотой, задаваемой источником этой энергии. Значит, частицы расплава получают переменные во времени импульсы термодинамической силы на межфазной поверхности, т.е. в металле отливки развивается колебательный процесс передачи внешней энергии от источника в объем расплава – диссипации и релаксации внешней энергии. Кроме этого переменные импульсы термодинамической силы способствуют такой ориентации атомов металла при их приближении к кластеру, чтобы достройка его координационных сфер до зародыша происходила с наименьшей затратой внешней энергии на фазовый переход из жидкого в твердое состояние. Эти процессы были констатированы в работах Ю. Самойловича и М. Лейкиса [4,7].

Таким образом, выявлена логическая связь возникающего в системе, потока отрицательной энтропии внешней энергии с моментом импульса и под влиянием аттрактивной энергии изменения состояния частиц расплава между ними с формированием в расплаве дополнительных флукту-

аций энергии и плотности, а из них структур ближнего и дальнего порядков.

Получена формула для определения производства энтропии внутри системы (dS_i/dt). С этой целью преобразовано выражение прироста количества теплоты, выделяющегося в отливке, на основе известного уравнения теплового баланса небольшой затвердевающей отливки в форме Н.Г. Гиршовича [3].

Влияние изменения производства энтропии системы на процесс неравновесной кристаллизации отливки изучено по ходу температурной кривой при охлаждении металла по известным стадиям процесса кристаллизации: зарождения и роста кристаллов в формовке.

В целом, анализ производства энтропии на разных стадиях кристаллизации небольшой отливки показал, что такая термодинамическая система приходит в равновесие через СНС (стационарное неравновесное состояние) при этом производство энтропии минимально. Поведение системы объясняется закономерностями открытых систем, и равновесие нарушается, по достижению точку бифуркации отклоняется от равновесия после окончания фазового перехода в отливке.

Изучены области резких скачков температуры в отрицательную сторону рассматриваемой системы. Найдено выражение энтропии системы, по структуре аналогичное классическому определению Л. Больцмана в форме М. Планка [2]. На основе найденного выражения рассчитаны значения минимальной энтропии системы, как энергии достаточной ассоциатам атомов расплавов, на примере железа и меди, для увеличения своей поверхности фазового перехода. Таким образом, поверхность дозародыша возрастает до величины, а энергия – до уровня достаточного для перехода такой частицей потенциального барьера и выделения из расплава как центра кристаллизации [1].

Выявлена связь процесса диссипации энергии ВнВ с возникновением в расплаве термодинамической силы и влияние этой силы на процесс внутрикластерной диффузии в расплаве, проводящий к формированию из кластеров зародышей твердой фазы, устойчивых к росту по механизму внутренней диффузии в пористое тело формирующегося из кластера зародыша твердой фазы.

Результаты работы позволяют уточнить механизм начальной стадии ВнВ на кристаллизацию металла и перейти к разработке технологических рекомендаций по улучшению качества отливок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакин Ю.А., Гладков М.И., Исследование кристаллизации отливки с внешним воздействием на затвердевающий металл мето-

- дом неравновесной термодинамики (Часть 2)// Электromеталлургия, 2009, № 4, С.36-41.
2. Василевский А.С. Курс теоретической физики. Термодинамика и статистическая физика: учеб. пособие для вузов - М.: Дрофа, 2006.–240 с.
 3. Гиршович Н.Г., Нехендзи Ю.А. Об основных закономерностях реальной кристаллизации // Труды первого совещания по литейным свойствам сплавов «Литейные свойства сплавов». Часть 1. - Изд-во: Наукова думка, Киев, 1968. С.31-44
 4. Ефимов В.А., Эльдарханов А.С. Физические методы воздействия на процессы затвердевания сплавов. – М.: Металлургия, 1995. – 272 с.
 5. Лякишев Н.П. Развитие черной металлургии в ХХІ веке. Тез. докл. Международного конгресса "Металлургия - стратегические направления развития в ХХІ веке". Неделя металлов, М., 2003, С. 39-40.
 6. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов: Пер. с англ. - М.: Мир, 1960. - 352 с.
 7. Самойлович Ю.А. Формирование слитка. – М.: Металлургия, 1977. – 160 с.
 8. Шредингер Э. Что такое частная жизнь с точки зрения физики. – М.: Атомиздат, 1972. – 74 с.

РАЗДЕЛ III. ТЕХНОЛОГИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ

Т.С. Георгиу

Московский государственный областной университет

КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ УЧИТЕЛЕЙ КИПРА

Аннотация. В данной статье рассматривается настоящая система диагностики учителей Кипра. Описываются важные аспекты системы диагностики и конечно, процесс аттестации педагогов. Раскрываются недостатки устаревшей системы диагностики, которая существует с 1976г без значительных изменений.

Ключевые слова: диагностика, компетентность, аттестация педагогов, профессиональное развитие, качество образования.

T. Georgiou

Moscow State Regional University

CRITICAL ANALYSIS OF THE EVALUATION SYSTEM OF TEACHERS IN CYPRUS

Abstract. This article studies the teachers' evaluation system in Cyprus. It gives description of the important aspects of the evaluation system and certainly, the assessment process of the teachers. It shows the disadvantages of the evaluation system, which has existed since 1976 without any significant changes.

Keywords: evaluation, competences, teachers' assessment, professional progress, quality of education.

Введение

На сегодняшний день остаются открытыми принципиальные вопросы современного образования, такие как, проблема создания механизмов определения его качества. Ученные подтверждают, что ключевым фактором определения достижения целей любой организации является диагностика. Дополнительно, школа является образовательной организацией и на этой основе диагностика педагогов может внести свой вклад в формировании эффективного механизма определения качества образования [7].

Система диагностики учителей Кипра была введена в 1976 и с тех пор используется без значительных изменений, несмотря на то, что много изменений проводилось в сфере программ и методики преподавания и организации самой системы образования. Система не основана на педагогических теориях или исследованиях в сфере управления педагогикой. Она устаревшая и конечно не соответствует современным стандартам образования и нуждам самого общества.

Много образовательных организации и ученых выразили необходимость реформы системы. Но, никаких изменений не было до сих пор и это, к сожалению, все это привело в тупик. Профсоюзы учителей неоднократно выразили острую критику и под этим давлением, Министерство Образования и Культуры Кипра обещало решать эту проблему [8].

В 2004г начался диалог о реформе образования в целом. Реформа диагностики учителей является важным аспектом этой реформы. Комитет Реформы Образования в 2009г, на конец-то, дал приоритетный статус для системы диагностики и предоставил предложения для новой и современной системы диагностики [3].

Система образования Кипра

Прежде всего, ознакомиться с системой диагностики учителей Кипра поможет понимать все аспекты данной работы.

Общеобразовательная школа на Кипре состоит из 12 классов. Разделяется на два административных департамента: администрация департамента начального образования, администрация департамента среднего образования (общее и техническое).

- **Начальное образование:** представляет собой первую ступень школьного образования и состоит из первых шести классов. Учителя в школах начального образования преподают все предметы.

- **Среднее образование:** включает в себя шестилетнюю образовательную программу для учащихся от 12 до 18 лет, которая состоит из двух отдельных школ: гимназия и единый лицей. В среднем образовании преподают учителя предметники.

Степени должности учителей

Степени должности учителей изобразятся на рис.1. Для всех мест в иерархии нужен диплом педагогики, но не нужен диплом управления в образовании.

Для данной работы рассматривается система диагностики для учителей, которые выполняют дидактическую работу в классе. Это обозначает до степени директора школы. Остальные педагоги, от инспектора и выше, выполняют административные функции в сфере образования.

Реформа образования, которая проводится на Кипре, предлагает другие степени и компетенции для каждой степени педагога. Но в настоящее время, это только предложение[4].



Рис.1 Степени учителей Кипра

Система диагностики

В соответствии законодательство 1976 года, в качестве основных целей диагностики учителей Кипра можно выделить следующие:

- руководство и предложение помощь в области образования для учителей;
- координация преподавания, помогая оценить образование для повышения компетентности, результативности труда и улучшения самого образования;
- оценивать производительность образовательной деятельности, а также, компетентности учителей. (Закон 223/76) [9].

Очевидно, что цели диагностики не являются актуальными для современного образования. Если учесть, что были определены 46 лет назад и с того времени много инноваций и изменений произошли в кипрском образовании, тогда много вопросов возникают связанные с тем,

что почему никаких изменений не произошли в системе диагностики педагогов.

Самые серьезные проблемы возникают при исполнении этих целей и следовательно, реализации системы диагностики. Такие аспекты затрагиваются в следующих главах.

Методы, Инструменты и Критерии Оценивания

Диагностика учителей Кипра включает контроль, проверку, оценивание и выставление отметки.

При контроле и проверке не используются разные методы, с помощью которых определяется результативность и учебно-познавательной деятельности педагогической компетентности учителя. Основным способом реализовать контроль и проверку является наблюдения дидактического процесса и педагогической активности учителя.

Для каждого педагога каждый год директор школы или инспектор наблюдает дидактическую работу учителя и школьную деятельность и после этого, он составляет отчет или отчет с оценкой (аттестация). Существуют 6 различных по типу отчетов, которые описываются дальше.

Кроме этих методов диагностики, при процессе повышения профессионального уровня, учитель, который получает необходимые баллы при аттестации, он проходит собеседование, который проводит Комитет Образовательной Службы.

Инструменты диагностики

1. Личный информационный лист (самооценка). Каждый учитель обязан заполнить форму, где детально анализирует свою профессиональную деятельность. Он может писать что хочет. Действительно, никто не проверяет правоту выполняемых задач.

2. Отчет школы. Один раз в году директор и все учителя школы обязаны составить репорт об образовательной деятельности и успешность целей школы. В последнее время, это не выполняется в начальных школах, а в средних школах не имеет никакого значения.

3. Отчет от директора школы. Директор школы составляет каждые 2 года отчет об образовательной деятельности каждого учителя школы. Проблема возникает от личных отношений учителя и директора и конечно от педагогических взглядов на дидактическую деятельность самого директора.

4. Отчет для учителей под испытанием. Проверка на опыте новых учителей с целью выяснения качеств, свойств, пригодности к преподаванию и образовательной деятельности для получения штатную должность педагога.

5. Отчет. Описание профессиональной деятельности педагога, которая составляется раз в два года. После 25летнего опыта составляется раз в три года. Инспектор школы или комитет инспекторов выполняет эту должность. В последние годы это выполняется от одного только человека – инспектора школы.

6. Отчет с оценкой – аттестация. После 12 года работы для учителей начальных школ и 11 года работы для учителей средних школ, инспектор школы составляет репорт с оценкой (аттестацию). Для этого, инспектор обязан определить уровень квалификации, профессиональных знаний служащего педагога, написать отзыв о его способностях, знаниях, профессиональных и иных качествах и дать аттестацию.

На основе этих материалов определяется уровень развития профессиональной компетентности педагога, личный вклад каждого в реализацию программы развития школы и его профессиональная деятельность в целом. Но самым важным инструментом диагностики является аттестация. Аттестация вызывает самые острые споры и разногласия между учителями и инспекторами[10].

Критерии диагностики

По всем вышеупомянутым инструментам, учитель оценивается по следующим критериям:

- **Профессиональное обучение.** Семинары, лекции и программы профессионального роста педагога и любое обучение связано с педагогической деятельности.

- **Компетентность образовательной деятельности.** Отношение педагога к делу, поведение в школе, активность в трудовой деятельности. Качество уроков, внеурочной учебной деятельности и воспитательных мероприятий. Эффективность в применении практическую профессиональную деятельность и использование современной образовательной методики. Практические навыки и умения – способность действовать конкретным способом в соответствии с поставленными целями уроков и школы.

- **Планирование, управление и социальные отношения.** Умение составлять эффективные планы уроков и школьных мероприятий. Способность участвовать в управлении школы и принимать инициативы для реализации инновационных введений. Поведение человека, уровень тождественности человека с группой, желание и умение педагога работать в коллективе.

- **Общее поведение и активность.** Личность педагога, характер и общая активность в школе и в обществе.

В случае аттестации, тогда каждая из четырех вышеупомянутых критериев оценивается до 10 баллов и общая сумма баллов до 40.

Критерии и показатели не установлены точно. Они являются неопределенными и недостоверными; особенно четвертый критерий. Дополнительно, никакой подтверждающий документ не нужен подтверждающий того, что описывается в отчетах. Инспектор или директор школы может написать и оценивать, как ему хочется; без необходимости предоставить никаких документов и никаких точных показателей. Таким образом, диагностика она становится субъективной и не объективной [1].

Отметим, что учителя начального образования получают оценки с 35 и выше. Учителя среднего образования с 33 и выше. Это дает такое ощущение, что все учителя Кипра являются отличниками и конечно возникает вопрос: «Если у всех учителей одинаковая аттестация, тогда кто решает какой учитель лучший, который достойный повышения профессионального уровня?».

Инспекторы

Основную и самую важную задачу диагностики выполняют инспекторы (рис.1). Они оценивают всех учителей, проверяют осуществление образовательной политики государства, являются связью между министерством и школам. Принимают роль оценщика, руководителя и консультанта[6].

Самое странное в этом процессе диагностики – несмотря на то, что инспекторы выполняют аттестационные функции, они не обязаны иметь диплом, связан с оцениванием педагогов или с управлением в образовании. Если имеют такой диплом, это только из-за совести и личных интересов по собственному желанию. Факт, что из всех инспекторов очень мало имеют такой диплом [10].

В ходе аттестации, учитель проводит открытый урок, на котором оценивается уровень самостоятельной работы учащихся с учебником, их активность на уроке, организация познавательной деятельности школьников, работа с наглядными пособиями, применение новых методик и технологий. Также инспектор обращает внимание на грамотность и такт речи аттестуемого педагога, культуру его поведения и организаторские способности. По правилам, учитель должен сделать такой урок 2-3 раза в году принадлежащий отчета.

Инспектор оценивает, советует и выполняет разные педагогические функции консультации. Он выполняет много ролей и это усложняет его работу как оценщик. Если его работа стимулировать профессионального роста педагога, как можно после этого оценить его профессиональной деятельности, и сделать итоговый контроль для повышения его должности. На самом деле, он аттестует сам себя и его работу связано с профессиональным развитием компетентности педагога. Возникает вопрос – как можно справедливо оценить свою работу и дать объективную аттестацию?

Повышение профессионального уровня работника образования

Статья 35 – 35Е закона об образовании вносит порядок по делу повышения должности педагогов. В соответствии этой статьи, формируется специальный Образовательный Совет, который составляет список кандидатов на основе следующих параметров:

1. Аттестация (репорт с оценкой): Произведение, полученное от среднего числа двух последних оценок, который умножается на 4;
2. Среднее число, полученное от всех аттестаций за предыдущие десять лет;

3. Дипломы - профессиональное обучение. Степень доктора педагогических наук получает 5 баллов, степень мастера 3, степень аспиранта 2 и второе высшее 1 балл.

4. Опыт: 1/12 балла для каждого месяца работы.

Например, учитель, у которого профессиональный опыт 17 лет, получил четыре раза оценки (36, 37, 38 и 38), и у него есть диплом степени мастера, получает следующую сумму (табл. 1).

Таблица 1

Пример оценок учителей Кипра

Среднее число двух последних оценок * 4	$4 * [(38+38) / 2] = 152$
Среднее число всех оценок за предыдущие 10 лет	$(36+37+38+38) / 4 = 37,25$
Степень мастера педагогических наук	3
Опыт 17 лет	17
Общая сумма	$152+37,25+3+17=209,25$

Очевидно что, повешение профессионального уровня зависят на много от одного фактора – от аттестации, которую дает только один человек[5]. То есть, все зависит от инспектора школы. Это влияет существенно на работу самого учителя, который все делает для того, что инспектор был удовлетворен.

Список кандидатов содержит три раза число вакансий. Министерство Образования и Культуры публикует этот список. Это единственный раз, когда учителя могут узнать и сравнивать свои оценки с оценками своих коллег. После этого кандидаты обязаны, пройти собеседование.

Отметим, что при собеседовании используется 5-бальная шкала, по которому оценивается успешность кандидатов. Для этого, используются 6 критериев (закон 35B/10б законодательства по образованию):

1. Знания в педагогических и методологических вопросах;
2. Понимание роли и ответственности позиции;
3. Знание и умение успешно решать административные и организационные проблемы, связанные с обязанностями и ответственностью позиции;
4. Педагогическое и языковое мышление, включающее методологическое, тактическое и оперативное мышление;
5. Личность (благоприятное представление, адаптивность, гибкость);
6. Культура речи (словарный запас, синтаксис разговорной речи, орфоэпия).

Первые четыре критерия оцениваются по одному баллу каждый, а следующие два, по $\frac{1}{2}$ балла каждый.

Интересно, что Комитет Образовательной Службы за 15 минут собеседования может дать столько же баллов, сколько получает педагог, у которого профессиональное образование степени доктора педагогических наук. Важный вопрос перед комитетом: «Как можно измерить 4, 5 и 6 критерии и дать точные оценки?». Тематика науки педагогики, как известно, очень широкая и знать хорошо все - невозможно. Значит, если кандидату повезло, тогда он может ответить очень хорошо! Дополнительно, если учитывать что, в педагогике бывает разногласие между учеными и защитниками разных педагогических теории тогда выходит то, что педагог обязан подтверждать при собеседовании те теории и точки зрения, которые поддерживают члены этого комитета. После всего этого возникает другой вопрос: «Почему и какое задание выполняет такой процесс?».

Ошибки при диагностике

Любой процесс оценивания должен отвечать на риторический вопрос: «Что должна показывать оценка?». Судя по тому, что нет определенных целей, отсутствуют точные критерии и показатели и оценивание совершается от одного только человека, тогда на этот вопрос никаких ответов нет. Сама система диагностики проблематична. Систему диагностики характеризует необъективность и находится далеко от наглядности. Она субъективна и не объективна. В качестве основных проблем диагностики, можно выделить следующие:

- Великодушие или снисходительность директора или инспектора;
- Оценка по настроению. Если учитывать то, что инспектор посещает школу 2-3 раза при процессе отчета, тогда можно понять, как сильно влияет настроение;
- Отсутствие определенных инструментов и критериев и, следовательно, неустойчивость системы диагностики;
- Нет единой политики оценивания. Сами инспекторы не согласны как правильно оценивать, и получается, что одна и та же цифра не обозначает одно и то же результат;
- Близость оценки той, которая была выставлена ранее. Всегда поднимается высшее и высшее. Получается арифметическая прогрессия и последовательность чисел без особенного смысла;
- Завышение отметок. Оценки они все очень высокие и не отражают реальное положение мастерства педагогов;
- Эффект ореола. Ошибка, которая возникает при необходимости делать выводы о внутренних характеристиках другого человека по внешним признакам или от первого общего впечатления о человеке, уроке или самого класса. Такой эффект увеличивается, при собеседовании при собеседовании перед Комитетом Образовательной Службы.

- Комитет Образовательной Службы получает назначение от Президента страны, и правящая партия играет большую роль в процессе повышения профессионального уровня педагога. Политические и партийные аспекты и проблемы вмешиваются в области образования.

В 1997, Международный Институт Планирования Образования ЮНЕСКО опубликовал отчет [5], где описывается критика об образовании Кипра. Отчет среди других утверждает что, один человек (инспектор) не может иметь одновременно много ролей: советует и консультирует с целью развития компетентности педагога, и в то же время оценивает профессиональных компетентности того же педагога.

Диагностика является инструментом и критерий только для повешения должности педагога, и с целью дисциплинировать учителей. Диагностика должна быть эффективной системой, которая способствует стимулировать профессиональный рост педагога, непрерывное повышение квалификации и компетентности при его педагогической и воспитательной деятельности.

Отчет Юнеско[5] четко рекомендует, что системе диагностики нужны системные изменения и модернизация иначе это может вызывать серьезные проблемы в самореализации педагога и следовательно в качестве образования. Отметим, что с 1997г никаких изменений не было!

Заключение

Учитель – ключевая фигура качества обучения, развития и воспитания школьника. Поэтому, диагностика и оценивание профессиональной компетентности учителей выступает средством повышения его компетентности и качества образования. Система диагностики учителей Кипра не обеспечивает объективность и не справедливо оценивается профессиональное мастерство педагогов.

Управление качеством в школе начинается с работы с человеком и, прежде всего с учителем, и заканчивается работой с кадрами, повышением их профессионального уровня. Других путей нет. Следовательно, система диагностики учителей Кипра ведет педагога в тупик. Это влияет отрицательно на его саморазвитие, и она не стимулирует его достичь самореализации в его карьере.

Реформа с целью модернизации образования Кипра должна включать внедрение в педагогическую практику идеи качества образования и выработка стратегии достичь это. Самое главное такой попытки - разработка эффективной и справедливой системы диагностики, определение критериев и способов точного измерения таких критериев, а также использование информационных технологии[1,7,10]. Информационные технологии могут внести свой вклад в формировании эффективного механизма диагностики, обеспечить справедливость и демократизации образования. Таким образом, система диагностики учителей Кипра может

стать эффективной и являться ключевым фактором повышения качества самого образования Кипра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пасиардис П. *В пути новой системы диагностики работы учителей*. Афины : Неа Педия, 1994, Vol. 72, с 15-33.
2. Рябов В.В., Фролов Ю.В., Махотин Д.А. *Критерии оценки педагогической деятельности на языке компетенций и компетентностей*. Москва : 2007.
3. Министерство Образования и Культуры Кипра. *Стратегическое планирование для образования. Полный пересмотр системы образования*. Лефкосия: 2007.
4. Киноприксия(Сотрудничество) Атена. *Предложение для Новой Системы Диагностики Образовательной Деятельности Учителей*. Лефкосия : Киноприксия(Сотрудничество) Атена, 2006.
5. UNESCO Report. *Cyprus Educational System Evaluation*. Paris : International Institute for the Educational Programming, 1997.
6. Министерство Образования и Культуры Кипра. *Диагностика Учителей. Письмо(номер 354.68.11, дата:22/8/1995)*. Лефкосия : 1995.
7. Kyriakides L.,Cambell R.J.*Teacher evaluation in Cyprus: Some conceptual and metodological issues arising from teacher and school effectiveness research*. С.21-40, 2003, Vol. 17(1).
8. ОЭЛЬМЕК. *Правила оценки образовательной деятельности*. Лефкосия : ОЭЛЬМЕК, 2003.
9. Республика Кипр. *Правила диагностики учителей*. [Online] 1976. http://www.kypros.org/МОЕС/nomos/kdp223_76.htm.
10. Пасиардис П. *Диагностика работы учителей: Точка зрения учителей Кипра*. Афины : Григорис, 1996.

УДК 373.167

С.А. Ошемкова

Московский государственный областной университет

**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ
МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ
В ИНТЕГРИРОВАННОМ ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОМ КУРСЕ
«МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»**

Аннотация. В работе рассмотрены планируемые результаты изучения механического движения в интегрированном пропедевтическом курсе «Математика и механика» с учётом требований Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) основного общего образования. Особое внимание автор уделяет развитию пространственно-временных представлений школьников и их умений проводить логические рассуждения, строить умозаключения и делать выводы при формировании основных понятий механики, при освоении способов учебных действий по определению положения тела в заданной системе отсчёта, и при решении различных задач на движение.

Ключевые слова: пропедевтический курс физики, механическое движение, результаты обучения.

S. Oshemkova

Moscow State Regional University

**EXPECTED RESULTS OF STUDY
OF THE MECHANICAL MOVEMENT IN AN INTEGRATED
INTRODUCTORY COURSE
«MATHEMATICS AND MECHANICS»**

Abstract. The paper discusses the expected results of study of the mechanical movement in an integrated introductory course «Mathematics and Mechanics» taking into account the requirements of the Federal state educational standard of general education. Particular attention is paid to the development of space-time representations of students and their abilities to carry out logical reasoning, to build inferences and draw conclusions in the formation of the basic concepts of mechanics, while developing skills of learning activities to determine the position of the body in a given frame of reference, and to solve various problems on the motion.

Key words: an introductory physics course, mechanical movement, results of training.

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС ООО) устанавливает определённые требования к результатам обучения физике в основной школе. В частности, Стандарт предполагает формирование научного мировоззрения, первоначальных представлений о физической сущности явлений природы, видах материи, движении как способе существования материи, овладение понятийным аппаратом и символическим языком физики, приобретение опыта применения научных методов познания, наблюдения физических явлений, проведения опытов и простых

экспериментальных исследований [5, раздел II, п. 11.5]. В частности, при изучении механического движения школьники должны научиться наблюдать и описывать различные виды механического движения, используя физические величины: путь, скорость, ускорение, находить формулы, связывающие данную физическую величину с другими величинами, правильно трактовать физический смысл используемых величин, их обозначения и единицы измерения [4, с. 99 – 100].

ФГОС ООО предполагает также достижение метапредметных результатов обучения физике, таких как формирование умений определять понятия, создавать обобщения, проводить аналогии, классифицировать, устанавливать причинно-следственные связи, проводить логические рассуждения, строить умозаключения и делать выводы, создавать, применять и преобразовывать модели и схемы для решения учебных и познавательных задач [5, раздел II, п. 10].

Личностные результаты обучения физике должны проявляться в формировании ценностного отношения к физике и развитию познавательного интереса к физическим методам исследования природы (эксперименту и моделированию) и математическим методам описания физических моделей [6]. Кроме того, совместная образовательная, учебно-исследовательская, творческая деятельность при обучении физике должна формировать коммуникативную компетентность обучающихся в общении и сотрудничестве с другими людьми [5, раздел II, п. 9].

Однако, как показывают исследования, для эффективного обучения систематическому курсу физики требуется специально разработанная система предварительной подготовки – пропедевтики, которая учитывает особенности переходного этапа на новую ступень обучения [3].

Традиционно курс физики основной школы начинается с изучения механического движения. Учитывая это, мы разработали интегрированный пропедевтический курс «Математика и механика», первый раздел которого опирается на базовые представления о движении, полученные в курсе математики начальной школы, и обеспечивает постепенный переход от хорошо знакомых школьникам математических понятий к сложным понятиям механики, таким, например, как относительность движения, система отсчёта, относительная скорость движения.

Предложенные нами задания на ориентацию в пространстве позволяют, во-первых, ввести понятие системы отсчёта, научив

школьников выбрать тело отсчёта и связать с ним систему координат, задать положительное направление осей и масштаб по осям. Введение системы координат, связанной с телом отсчёта, для определения положения тела путём указания координат позволяет структурировать пространственные представления обучающихся. Формирование понятий тела отсчёта, системы отсчёта, масштаба, освоение способов учебных действий при определении положения тела относительно заданной системы отсчёта относятся к мета-предметным результатам обучения.

Кроме того, с самого начала обучения мы предлагали школьникам задания, в которых было необходимо изображать на координатной плоскости движущихся персонажей (людей, животных), которые попеременно ориентируются в пространстве то по сторонам света, то в направлениях «направо – налево» относительно них самих. Выполнение таких заданий, обращённых к способности детей мысленно занимать положение другого, способствует преодолению их познавательного эгоцентризма и, тем самым, их умственному и коммуникативному развитию. Таковы личностные результаты обучения в ходе изучения темы «Механическое движение».

Пример задания. Игряя на берегу лесного озера, дети нашли в камышах бутылку с запиской о местонахождении клада: «От самой высокой ели пройти на восток 3 км, затем повернуть налево и пройти ещё 4 км, повернуть на запад и пройти 1 км, повернуть направо и пройти ещё 3 км, снова повернуть направо – и ещё 4 км; затем на юг 2 км, и, наконец, налево – и ещё 1 км; здесь копать».

Найти самую высокую ель не составило труда. Какой путь, согласно записи, им надо теперь пройти, чтобы дойти от самой высокой ели до клада? Воспользуйтесь нарисованной ими картой (карта прилагается) и покажите на ней линию, двигаясь по которой, дети смогут добраться до сокровищ. Сколько времени займёт этот путь, если они будут идти, не останавливаясь, со скоростью 3 км/ч? [1, с. 4].

Предметные результаты обучения включают в себя знание и понимания смысла физических величин: пути, перемещения, скорости и времени движения.

Введение координат на плоскости и в пространстве – координатной сетки – позволяет дифференцировать пространственные представления обучающихся, поэтому применению координатного метода в изучении движения в нашем курсе отведено особое место. Решая задачи, школьники обучаются находить координаты точки и строить точку по её координатам на плоскости и в пространстве, использовать метод координат для решения основной задачи механики. Таким образом, применение коор-

динатного метода приводит к достижению как личностных, так и предметных и метапредметных результатов.

Пример задания. Начертите оси координат, отметьте на осях деления шкалы с интервалом в сантиметр. Каждый сантиметр на ваших чертежах будет обозначать 10 м на местности. Отметьте стороны света.

Человек начинает движение из точки с координатами (25; 25) на восток до точки с координатами (70; 25), поворачивает направо, проходит 15 м, и снова поворачивает направо, проходит 30 м, после чего поворачивает на север. Пройдя на север 50 м, он поворачивает направо, проходит 30 м, затем – налево, и проходит 5 м, снова налево, и проходит 45 м, опять налево, и проходит 20 м, теперь направо 15 м, и, наконец, 20 м на юг.

Определите координаты всех точек поворота. Какой путь прошёл человек? Начертите вектор перемещения человека. На каком расстоянии друг от друга находятся начальная и конечная точки? [1, с. 10].

Применение географической координатной сетки позволяет научить школьников решать нестандартные задачи на движение, что развивает их воображение; указания к задачам формируют общий алгоритм решения, требующий начинать решение задачи на движение с рисунка траектории этого движения. Таковы личностные и метапредметные результаты обучения решению подобных задач.

Пример задания. Путешественник убедился, что он находится точно на Северном полюсе. На следующий день путешественник собирается пройти 10 км на юг, затем 20 км на запад и после этого 10 км на север. Нарисуйте примерный вид траектории движения. На каком расстоянии от полюса окажется путешественник после прохождения маршрута? (Указание: нарисуйте примерный вид траектории движения, помня о том, что движение на север или на юг – это движение вдоль меридиана, а движение на запад или на восток – вдоль параллели) [1, с. 15].

Как известно, школьники часто путают и смешивают близкие, но разные по содержанию понятия, такие как путь и длину вектора перемещения, массу и вес тела, силу тяжести и вес тела. Методисты и психологи, изучавшие эту проблему, сходятся во мнении, что наиболее эффективным способом преодоления недифференцированности научных понятий обучающихся является постоянное противопоставление сходного материала с тем, чтобы закрепить в памяти обучающихся специфические различительные признаки разных понятий [7, с. 259].

Примеры заданий.

- *Камень, брошенный на 3 м вверх, упал на землю. Чему равен путь, пройденный камнем? Чему равна длина вектора перемещения? [1, с. 7].*

- *Обнаружена запись о местонахождении клада: «От старого дуба пройти на север 20 м, повернуть налево и пройти 30 м, повернуть налево*

и пройти 60 м, повернуть направо и пройти 15 м, повернуть направо и пройти 40 м; здесь копать».

Каков путь, который, согласно записи, надо пройти, чтобы дойти от дуба до клада? Нарисуйте вектор перемещения кладоискателя, прошедшего по легенде от старого дуба до клада. На каком расстоянии от дуба находится клад? [1, с. 7].

Однако школьники смешивают не только сходные понятия. Проведённые нами исследования [2] показали, что при решении задач на движение школьники 5 – 10 классов могут путать продолжительность времени движения тела с протяженностью пройденного им пути, часто не понимают, что два тела, одновременно начавших движение с различными скоростями и одновременно прибывших в два различных пункта, остановились одновременно, могут утверждать, что одновременное прибытие в некий пункт назначения двух тел означает равенство их скоростей. Причиной этой проблемы исследователи считают глобальность и синкретизм восприятия, недостаток чёткости разделения и выделения различных параметров объектов и явлений в их репрезентации.

Для разрешения этой проблемы мы предложили серию задач, посвященных разделению пространственных, временных и скоростных характеристик движения и фиксации их различий.

Развитие умений выделять необходимые для решения задачи характеристики движения, устанавливать отношения между ними, проводить логические рассуждения и делать выводы, а также находить соответствие между житейскими словами, описывающими движение, такими как «быстрее», «медленнее», «ближе», «дальше», «дольше», «раньше», «позже», и соответствующими характеристиками движения относится к метапредметным результатам обучения. Формирование же хорошо дифференцированных когнитивных структур в результате выполнения подобных заданий является важнейшим личностным результатом обучения.

Примеры заданий.

• *Из города А в город В выезжают два велосипедиста через полчаса один после другого. Определите: а) кто из них быстрее едет, если скорость первого велосипедиста 10 км/ч, скорость второго велосипедиста – 12 км/ч? б) кто из них быстрее приедет в город В, если расстояние между городами 24 км? (из материалов самостоятельных работ).*

Три человека соревновались в беге. Первый бежал 20 мин со скоростью 12 км/ч, второй пробежал 5 км за полчаса, третий пробежал 6 км со скоростью 11 км/ч. Кто бежал быстрее всех? Кто пробежал большее расстояние? Кто бежал дольше всех? [1, с. 27].

Достижение предметных результатов обучения при решении задач этой серии будет проявляться в освоении понятий таких физических величин, как скорость, время движения, расстояние между объектами, пройденный путь.

Схематическое изображение движущихся объектов относительно других опорных тел, фиксация их положения в пространстве через определённые промежутки времени также способствуют дифференциации пространственно-временных отношений в восприятии обучающихся. Примером использования схематического рисунка для различения скорости и местоположения тела является решение следующей задачи.

Пример задания. Из города *A* и города *B*, находящихся на расстоянии 6 км друг от друга, одновременно выезжают в город *C* два автомо-

биля: . Через полчаса автомобиль, выехавший из города *A*, оказался в десяти километрах от города *C*, а автомобиль, выехавший из города *B* – в девяти километрах от города *C*. Скорость какого автомобиля меньше? Приведите ваши рассуждения и сделайте пояснительный чертёж (из материалов самостоятельных работ).

При решении этой задачи мы предлагали школьникам в масштабе 1 кл : 1 км схематично изобразить города *A*, *B* и *C* и отметить на рисунке точки, в которых оказались автомобили через полчаса, разными цветами обозначить участки траекторий, пройденные этими автомобилями, и сравнить их по длине. Опираясь на рисунок, мы обращали внимание обучающихся на то, что автомобиль, находящийся впереди, прошёл меньший путь, нежели находящийся сзади, за одно и то же время, а, следовательно, имеет меньшую скорость движения. В результате более быстрый автомобиль, пока ещё находящийся сзади, догоняет более медленный, и расстояние между ними, как видно по рисунку, постепенно сокращается.

Метапредметные результаты обучения решению задач такого типа будут проявляться в формировании способов действий по выбору тела отсчёта, схематическому изображению движущихся тел относительно тела отсчёта, освоения приёма фиксации положения движущихся тел в пространстве через определённые промежутки времени для дальнейшего анализа пространственно-временных отношений, освоения логических приёмов мышления. Формирование понятия скорости относится к предметным результатам обучения. Личностные результаты обучения будут проявляться в развитии когнитивных структур, а, значит, в общем умственном развитии школьников.

Важнейшим результатом обучения школьников физике на пропедевтическом этапе должно стать формирование понятий равномерного и неравномерного движения, а вместе с этим – скорости равномерного и средней скорости неравномерного движения. Определение и физический смысл средней путевой скорости неравномерного движения как отношения пройденного пути ко времени, за которое этот путь был пройден, удобно вводить на примерах решения задач.

Примеры заданий.

• *Велосипедист проехал 30 км за 2 ч, а потом ещё 40 км за 3 ч. Какова средняя скорость на всем пути?* [1, с. 29].

• Человек за 25 мин прошел 1 км 200 м, затем полчаса отдыхал, а затем пробежал еще 800 м за 5 мин. Какова была его средняя скорость на всем пути? Какова была бы его средняя скорость, если бы он не отдыхал? [1, с. 29]

При обсуждении решения задач необходимо подчёркивать, что время движения включает в себя и время остановок на изучаемом участке движения.

Решение комбинированных задач на движение способствует интенсивному развитию процессов анализа, поскольку для решения такой задачи школьнику необходимо актуализировать все ранее полученные знания и соотнести данные задачи с определёнными темами и известными ему алгоритмами решения. Мы видим основной метапредметный результат решения комбинированных задач на движение именно в интенсивном развитии процессов анализа. Кроме того, результатом решения таких задач становится закрепление всех тех способов действий, которые ранее отрабатывались при решении типовых задач. Личностным результатом является здесь развитие инициативы, активности при решении задач, креативности мышления школьников.

Пример задания. Начертите систему координат. Нанесите деления шкалы на оси координат удобным для вас образом, учитывая, что все координаты в задаче указаны в сантиметрах. Отметьте стороны света.

Улитка выползла из-под камня, лежавшего в точке с координатами $(0; 10)$ и поползла в точку с координатами $(0; 40)$ со скоростью 6 см/мин. Затем она повернула на восток и проползла 50 см со скоростью 5 см/мин.

Потом повернула налево, и со скоростью 4 см/мин проползла ещё 20 см. Опять повернула налево. Следующие 40 см она ползла очень медленно, со скоростью 1 см/мин. И, наконец, нашла влажный листочек, под которым заснула.

Нарисуйте траекторию движения улитки. Вычислите среднюю скорость улитки (в см/ч) на всём её пути [1, с. 30].

Наконец, важнейшим понятием механики является относительность движения. Кроме того, представления об относительности движения играют особую роль в умственном развитии, способствуя преодолению познавательного эгоцентризма школьников. В связи с этим, в нашем курсе при изучении механического движения мы дважды обращаемся к этой теме: сначала – формируя общие представления об относительности движения, а затем – предлагая обучающимся решать задачи в движущихся системах отсчёта.

Примеры заданий на формирование общих представлений об относительности движения.

• Мальчик, впервые попавший на берег реки во время ледохода, с удивлением спросил: «На чём это мы едем?» Как вы думаете, о чём говорил мальчик? [1, с. 20].

• Вдоль секундной стрелки больших часов ползет муха. Нарисуйте примерный вид траектории движения мухи относительно циферблата, если она доползла до центра часов от конца стрелки за две минуты (Указание: нарисуйте положение секундной стрелки и мухи на ней через 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105 и 120 секунд) [1, с. 21].

Тема относительности движения является наиболее сложной для изучения, поэтому перед тем, как обучать младших подростков решению задач в движущихся системах отсчёта, мы должны убедиться, что решение задач такого типа находится в их зоне ближайшего развития. На начальном этапе обучения мы предлагаем собственные решения таких задач, сопровождая их демонстрацией серии рисунков или аналоговой модели ситуации, рассматриваемой в задаче.

Примеры решения задач в движущихся системах отсчёта.

• Поезд едет со скоростью 30 м/с. На крыше последнего вагона у ее переднего края лежит брусок. В некоторый момент брусок зацепился за ветку дерева, стоящего у дороги. Через какое время после этого он упадет с крыши, если длина вагона 30 м?

Решение: Перейдём в систему отсчёта, связанную с вагоном поезда. В этой системе отсчёта брусок движется от переднего края крыши к заднему со скоростью 30 м/с и сдвигается на 30 м относительно крыши вагона. Значит, $t = s : v = 30 \text{ м} : 30 \text{ м/с} = 1 \text{ с}$ [1, с. 32].

• Оставив плот, уносимый течением реки, мальчик 10 мин плывет против течения со скоростью, в два раза большей скорости течения воды в реке, а затем поворачивает и, не изменяя усилий при плавании, догоняет плот. Какое время затратил мальчик после поворота, чтобы догнать плот?

Решение: Если решать задачу в системе отсчёта, связанной с плотом, то можно заметить, что мальчик возвращается к плоту столько же времени, сколько он удалялся от него. Ведь относительно берега течение реки уносит с одинаковой скоростью как плот, так и мальчика, не сближая и не удаляя их друг от друга. Удаление мальчика от плота зависит лишь от его усилий при плавании. Поскольку эти усилия не меняются, можно сделать вывод, что и приблизиться к плоту (догнать его) мальчик будет столько же времени, сколько удалялся, т.е. 10 минут [1, с. 32 – 33].

Если решение задач в движущихся системах отсчёта находится в зоне ближайшего развития школьников, мы предлагаем им задачи для решения вместе с учителем, а затем и для самостоятельного решения.

Примеры заданий.

• В тот момент, когда кот Леопольд, плывущий вверх по реке, проплыл под мостом, два злобных мышонка зацепили удилицем шляпу ко-

та, лежащую на корме, и столкнули ее в воду. Через 15 минут кот Леопольд обнаружил пропажу и повернул обратно. Свою шляпу он отыскал в 1 км от моста, причем в течение всего времени он налегал на весла с одинаковым усилием. Какова скорость течения реки? (Указание: рассматривая задачу в системе отсчёта, связанной со шляпой, обратите внимание, что кот Леопольд возвращался назад 15 мин).

- Сколько времени пассажир, сидящий у окна движущегося поезда – его скорость 54 км/ч, будет видеть проходящий мимо него встречный поезд, скорость которого 72 км/ч, если его длина 140 м?

- По дороге, расположенной параллельно железнодорожному пути, движется велосипедист со скоростью 18 км/ч. Его догоняет поезд, движущийся со скоростью 72 км/ч. Определите скорость поезда относительно велосипедиста и выразите её в км/ч и в м/с. За какое время поезд обгонит велосипедиста, если длина поезда 150 м?

Решение задач на относительность движения не только обеспечивает постепенное усвоение таких сложных физических понятий, как относительность движения, система отсчёта, относительная скорость движения, но и способствует развитию навыка рассматривать изучаемую ситуацию с разных точек зрения.

Уровень усвоения учебного материала при изучении механического движения мы оцениваем по результатам выполнения контрольной работы, включающей в себя 6 задач, среди них:

- 3 задачи разной степени сложности, позволяющие оценить качество усвоения понятий относительности движения, системы отсчёта, относительной скорости движения;

- 2 задачи, позволяющие оценить сформированность способов действий по нахождению скорости равномерного движения и средней скорости неравномерного движения;

- шестая задача является комбинированной и позволяет оценить освоение координатного метода при решении задач на движение, умение переходить из одной системы в другую, знание понятий пути, перемещения, времени, скорости, средней скорости движения и умений их вычисления по формулам.

Таким образом, мы ожидаем следующих результатов изучения механического движения в интегрированном пропедевтическом курсе «Математика и механика»:

- знания объектов изучения механики: физических тел и их механического движения в пространстве;

- знания и понимания смысла физических величин: пути, перемещения, времени движения, скорости равномерного движения и средней скорости неравномерного движения; умения находить формулы, связывающие данную физическую величину с другими величинами, и проводить по ним расчёты;

- освоения понятий относительности движения, тела отсчёта, системы координат, системы отсчёта, относительной скорости движения; умения изображать систему координат, выбирать тело отсчёта и связывать с ним систему координат, изображать траекторию движения тела в выбранной системе отсчёта;
- умения применять схематические рисунки для анализа характера движения, проводить логические рассуждения при решении задач на движение, строить умозаключения и делать выводы;
- умения мысленно вставать на позицию другого человека при решении задач на движение, совершать действия во внутреннем плане, в том числе мысленно переходить из одной системы отсчёта в другую.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ошемкова С.А. Механическое движение. Учебное пособие для учащихся V – VI классов. М.: МГОУ, 2011. 46 с.
2. Ошемкова С.А. Обучение физике: феномены Пиаже у школьников и их педагогическая коррекция [Электронный ресурс] // Электронный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» [сайт]. М.: МГОУ, 2012. № 4. С. 86 – 105. URL: <http://vestnik-mgou.ru/Articles/View/237> (дата обращения: 20.09.2014).
3. Потапова М.В. Пропедевтика в непрерывном физическом образовании в школе и педвузе: автореф. дис ... докт. пед. наук. Челябинск, 2008. 41 с.
4. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / сост. Е.С. Савинов. М.: Просвещение, 2011. 454 с.
5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897) [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки Российской Федерации [сайт]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения: 24.09.2014).
6. Хижнякова Л.С. Физика: 7 класс: методика и технология обучения: методическое пособие / [Л.С. Хижнякова, А.А. Синявина, С.А. Холина и др.] М.: Вентана-Граф, 2011. 208 с.
7. Чуприкова Н.И. Умственное развитие: Принцип дифференциации. СПб.: Питер, 2007. 448 с.

НАШИ АВТОРЫ

Балакин Юрий Александрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры стандартизации и инженерно-компьютерной графики Российского химико-технологического университета имени Д. И. Менделеева; e-mail: ur.balakin@mail.ru

Георгиу Такис Софокли – соискатель кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики Московского государственного областного университета; e-mail: kaf-vmmpi@mgou.ru

Гладков Михаил Иванович – кандидат технических наук, профессор, доцент кафедры «Машины и технология литейного производства» Московского государственного машиностроительного университета (МАМИ); e-mail: staszaharov@yandex.ru

Захаров Станислав Леонидович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры стандартизации и инженерно-компьютерной графики Российского химико-технологического университета имени Д. И. Менделеева; e-mail: staszaharov@yandex.ru

Зудов Константин Андреевич – аспирант кафедры физики полета, научный сотрудник Московского физико-технического института (государственный университет) (МФТИ); e-mail: tolkachev@phystech.edu

Косов Владимир Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, проректор по научной работе Казахского национального педагогического университета имени Абая (г. Алматы); e-mail: kovnik62@mail.ru

Кудров Максим Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры общей физики, заместитель декана факультета аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института (государственный университет) (МФТИ); e-mail: mkudrov@mail.ru

Латышев Анатолий Васильевич – доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, заведующий кафедрой математического анализа и геометрии Московского государственного областного университета; e-mail: kaf-matan@mgou.ru

Молдабекова Майра Саметовна – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры физики, механики и профессионального обучения Института магистратуры и докторантуры Казахского национального педагогического университета имени Абая (г. Алматы); e-mail: mairamold@mail.ru

Мукамеденкызы Венера – кандидат физико-математических наук, исполнитель обязанностей доцента кафедры теплофизики и технической физики Казахского национального университета имени аль-Фараби (г. Алматы); e-mail:

Ошемкова Светлана Анатольевна – аспирант кафедры методики преподавания физики Московского государственного областного университета; e-mail: svetlana@oshemkova.ru

Рыжов Александр Александрович – аспирант, научный сотрудник Московского физико-технического института (государственный университет) (МФТИ), младший научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского; e-mail: alexrzhov@gmail.com

Толкачев Георгий Юрьевич – научный сотрудник, заместитель заведующего кафедрой прикладной механики и информатики Московского физико-технического института (государственный университет) (МФТИ); e-mail: tolkachev@phystech.edu

Уткин Алексей Игоревич – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: aiutkin@yandex.ru

Федоренко Ольга Владимировна – кандидат физико-математических наук, исполняющая обязанности доцента кафедры теплофизики и технической физики Казахского национального университета имени аль-Фараби (г. Алматы); e-mail: fedor23.04@mail.ru

Юнусов Худайназар Бекназарович – доктор технических наук, кандидат химических наук, доцент, профессор кафедры теоретической и прикладной химии Московского государственного областного университета; e-mail: unn59@mail.ru

Юшканов Александр Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; e-mail: kaf-tfiz@mgou.r