Вестник
Московского государственного областного университета

СЕРИЯ
«ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА»

№1

Москва
Издательство МГОУ
2006

Вестник
Московского государственного областного университета

В «Вестнике» могут публиковаться статьи не только работников МГОУ, но и других образовательных учреждений.

Вестник МГОУ. Серия «Физика-Математика» №1 (18). - М.: Изд-во МГОУ, 2006. - 179 с.

ISBN 5-7017-0874-8

Предисловие

В настоящем сборнике Вестника МГОУ, серии «Физика – Математика», публикуются работы по физике, математике и методике их преподавания.

В «Вестнике» могут публиковаться статьи не только работников МГОУ, но и других образовательных учреждений.

СОДЕРЖАНИЕ

Афанасьева Л.С.
Введение компьютерных технологий в процесс обучения математике учащихся средней школы 7
Ахметжанова Г.В.
Математическое моделирование процессов развития педагогической функции будущего учителя 11
Байгушева И.А.
О фундаментализации экономического образования в условиях университета 14
Делянов В.А.
Использование метода факторизации при решении задач по механике на факультативе в классах углублённого изучения математики и физики в средней школе 20
Егоров В.И., СалимоваА.Ф.
Методика введения некоторых понятий теории поля в высшем техническом учебном заведении 22
Кашицына Ю.Н.
Особенности урока математики в технологии личностно-ориентированного обучения 25
Кашицына Ю.Н.
Молодой учитель математики в современном образовательном пространстве 31
Кирюхина Т.И.
Об использовании игровых технологий в обучении математике в школе 36
Клубничкина О.А.
Роль и значение историко-математических знаний в учебном процессе 39
Ковалева Л.Ю.
К вопросу о введении стохастической линии в школьные программы по математике 41
Ковалева Л.Ю.
Изучение вероятности в школе 44
Литвина М.С.
Психолого-педагогические основы изучения стохастики в учреждениях начального профессионального образования 47

Луканкин Г.Л., Луканкин А.Г.
Концепция внутривузовской системы оценки качества обучения в МГОУ 53
Луканкин Г.Л., Ваулина Д.Д.
О содержании обучения стохастике учащихся профильной школы 63
Лыскина Т.А.
Методика изучения многочленов в условиях дифференциации обучения 65
Нелаев А.В.
Об интегральных представлениях в круговых областях C^n 71
Нелаев А.В.
Классы Харди и формула Карлемана для круговых областей 81
Нелаев А.В.
Граничные свойства функций, голоморфных в областях Рейнхарта пространства C^n 86
Нуртазина К.Б.
Математический анализ облигаций 91
Оганян Р.А.
Явная формула для m-номиальных коэффициентов 97
Семенов Н.А.
Оптимизация алгоритма численного интегрирования. Третий этап 115
Сербис И.Н.
Организация работы в компьютерном классе на основе Microsoft Windows XP 119
Синявина А.А.
Теоретическая схема представления учебного материала курса физики основных общеобразовательных учреждений 122
Синявина А.А.
Использование концентрической системы при конструировании курса физики основных общеобразовательных учреждений 130
Синявина А.А.
Формирование теоретического способа мышления учащихся при изучении систематического курса физики основной школы 136

Топилина И.И.
Информационная составляющая профессиональной подготовки учителя: педагогический аспект 143
Топилина И.И.
Информационная подготовка учителя как один из главных факторов развития современного отечественного образования 148
Топилина И.И.
Информационная составляющая как необходимый компонент вузовской подготовки педагогов гуманитарно-эстетического профиля 152
Урусова Н.В.
О преподавании математической статистики с применением географического материала в старших классах профильной школы 155
Челябов И.М., Эфендиев Э.И.
Обобщение-трансляция как метод составления и решения геометрических задач 159
Шихнабиева Т.Ш.
О семантическом подходе к представлению процесса обучения по дистанционной форме 164
Яхович В.Н.
Microsoft Power Point и математика 165
Жураховский С.Н., Рудзянский А.Л.
Повышение эффективности работы с ресурсоемкими приложениями в распределенных локальных вычислительных сетях образовательных учреждений путем применения системы клиент-сервер на базе сервера Citrix Metaframe 174

Л.С. АФАНАСЬЕВА

ВВЕДЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

В современном мире слово «информация» приобрело поистине магическое значение, а современные информационные технологии стали подлинным локомотивом мирового экономического и технологического развития. Множественный эффект открытий в области обработки информации и коммуникации проявляется во всех сферах жизни.

Создав компьютер — кибернетическую систему, моделирующую различные виды мыслительной деятельности и оперирующую сложными видами информации, - человек произвел интеллектуально-информационный аналог самого себя. Компьютерная система — прежде всего орудие труда. Человек активно использует компьютер, совершенствует его, взаимодействуя с ним, испытывает на себе его влияние, стремится к созданию искусственного интеллекта.

В XXI веке хорошее владение информационными и компьютерными технологиями – насущная необходимость. Ведь деятельность людей все в большей степени зависит от возможности эффективно использовать информацию и новейшие технические достижения. Для свободной ориентации в информационных потоках, современный специалист любого профиля должен уметь получать, обрабатывать и использовать информацию с помощью компьютеров, телекоммуникаций и других средств связи. Овладение компьютерными технологиями должно начинаться со школьной скамьи. Современные школьники прекрасно осознают необходимость использования новых информационных технологий в обучении. В результате конференции, проведенной Департаментом образования ЮАО на базе ГОУ ЦО № 548 «Царицыно», учащиеся различных учебных заведений предъявили свои требования к современному образованию:

– сочетание традиционных методик обучения с новейшими информационными технологиями;

– обеспечение школ современными ПК, мультимедийными проекторами, лицензионными программными продуктами;

– подготовка педагогических кадров, для которых не было бы проблемой применение НИТ на уроках;

– использование ПК и сети INTERNET для выполнения учебных заданий, реализации учительского контроля, создания электронного журнала успеваемости;

– возможность вести диалог между родителями и учителями в режиме on-line;

– создание учебно-методических комплексов, реализующих межпредметные связи с помощью НИТ.

Итак, новые информационные технологии должны широко применяться во всех сферах образования – это понимают и учителя, и ученики. Внедрение компьютерных технологий в образовательную инфраструктуру России находится в состоянии активного становления. Во многих московских школах появились современные компьютеры и программные продукты. Возникает вопрос: как использовать их на уроке.

Обзор современных программ показал, что многие из них ориентированы либо на самостоятельное изучение ребенком отдельных предметов, разделов и глав, либо на индивидуальные занятия с учителем. В частности, для изучения математики разработан целый ряд программных продуктов: «Репетитор по математике» и «Уроки геометрии 7 - 9» Кирилла и Мефодия, «Открытая математика: геометрия и стереометрия» компании «Физикон», «Живая геометрия» Института новых технологий и.т.д. Все они соответствуют программе курса математики для общеобразовательных учреждений России. Более того, их возможности позволяют выйти за рамки школьного стандарта, расширить кругозор учеников в области математики, развить пространственное мышление, стимулировать интерес к предмету, воспитать эстетические начала. Так что использование имеющихся ресурсов в коллективной работе – одна из главных проблем современного учителя, в частности, учителя математики.

Наша диссертационная работа направлена на применение компьютерных технологий в образовательном процессе, в частности, на уроках математики.

Объект исследования – использование компьютерных технологий в процессе изучения математики в средней школе.

Предмет исследования – методические особенности обучения математике учащихся основной школы с использованием технологий компьютерного образования.

Цель работы – разработка методических рекомендаций для преподавания математики с использованием различных программных продуктов, предоставленных современными производителями («Физикон», Институтом новых технологий и т. д.).

Поставленная цель ставит перед исследованием следующие задачи:

– изучить имеющуюся литературу и опыт учителей-практиков по данной теме;

– провести анализ программных продуктов, предназначенных для изучения математики;

– показать необходимость внедрения компьютерных технологий в образование школьников;

– наметить пути практической реализации использования средств компьютерного обучения на уроках математики;

– разработать методические рекомендации для преподавания математики учащимся основной школы с использованием имеющихся ресурсов;

– провести эксперимент, подтверждающий необходимость внедрения компьютерных технологий.

В качестве практического опыта было проведено факультативное занятие по геометрии в 8-ых классах. При подготовке были использованы ресурсы сети INTERNET, программа POWER POINT, входящая в пакет MICROSOFT OFFICE, различные учебные пособия. По результатам было составлено слайд-шоу, иллюстрирующее методические особенности проведения такого занятия, которое было продемонстрировано на совещании учителей математики ЮАО на базе ГОУ ЦО № 548 “Царицыно”.

Содержание слайд-шоу:

Факультативное занятие по геометрии в 8-м классе с использованием НИТ

Тема: «Теорема Пифагора»

Цели:

– сформировать у учащихся умение применять теорему Пифагора при решении задач;

– развить навыки использования новейших информационных технологий при изучении геометрии;

– с помощью нетрадиционных форм работы повысить активность учащихся, добиться сознательного усвоения материала, стимулировать активность познавательного процесса.

Эпиграф занятия:

Друг мой! Знаешь ты уже
Вычитанье и сложенье,
Умноженье и деленье
Просто всем на удивленье.
Так дерзай! Пусть славы эхо
О твоих гремит успехах.
Станешь ты, хоть скромен вид,

Знаменитей, чем Евклид!

План – сценарий занятия

<table>
<tr><th colspan="2">Модуль</th><th>Информационные ресурсы</th><th>Раздаточный материал</th><th>Видеофрагмент</th><th>Контроль</th></tr>
<tr><td colspan="2">Организационный момент</td><td>Слайд – шоу «Льюис Кэрролл»</td><td>—</td><td>Отрывок из м/ф «Алиса в стране чудес»</td><td>—</td></tr>
<tr><td colspan="2">Повторение</td><td>Слайд – шоу «Теорема Пифагора»</td><td>—</td><td>—</td><td>—</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Тренировочные упражнения</td><td>Чтение и разбор условий задачи</td><td>Слайд – шоу, ссылка в сети INTERNET</td><td>Конспект - организатор</td><td>—</td><td>—</td></tr>
<tr><td>Решение задачи</td><td>Слайд – шоу, ссылка в сети INTERNET, локальная сеть</td><td>Конспект - организатор</td><td>—</td><td>есть</td></tr>
<tr><td colspan="2">Подведение итога</td><td>ссылка в сети INTERNET</td><td>Конспект - организатор</td><td>—</td><td>—</td></tr>
</table>

Организационный модуль – реализуется с помощью использования компьютера, колонок, двух экранов, двух мультимедиа-проекторов и видеомагнитофона одновременно. На двух экранах демонстрируется слайд-шоу о Льюисе Кэрролле и отрывок из мультипликационного фильма «Алиса в стране чудес».

Модуль повторения – предполагает использование мультимедиа-проектора и индивидуальных ПК для просмотра сла йд-шоу о теореме Пифагора, сделанном самими учащимися на уроке информатики.

Чтение и разбор условия задачи «Комнаты со всеми удобствами», автором которой является Льюис Кэрролл, происходит с помощью сайта http://golovolomka.hobby.ru/books/carrol, презентации с адаптированным условием задачи, конспектом-организатором и слайд-шоу с поэтапным решением задачи.

Решение задачи проводится с использованием ссылки в INTERNET, слайд-шоу, интерактивной доски обратной проекции «Smart Board», конспекта-организатора, локальной сети. Конспект-организатор предоставляет возможность ученикам выбрать собственную организацию решения – самостоятельно или вместе с учителем. Локальная сеть позволяет ученика быстро передать свой ответ учителю.Подведение итога проводится с помощью ссылки в сети INTERNET, первого слайда о «Теореме Пифагора» и статистики сохранения правильных ответов на ПК учителя. Делаются выводы об умениях учащихся и навыках применения ими теоремы Пифагора.

Список используемой литературы:

http://golovolomka.hobby.ru/books/carrol

1С: КомТех «Мир Алисы»

Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1988

Возрастная и педагогическая психология: учеб. пособие для студентов. Под ред. М.В. Матюхиной

Атанасян Л. С. Геометрия: учеб. Для 7 – 9 кл. сред. шк.

Громцева А. К. Развитие методов обучения — необходимое условие подготовки учащихся к самообразованию. Проблемы методов обучения в современной общеобразовательной школе. Под ред. Бабанского Ю. К., Зверева И. Д., Моносзона Э. И. Акад. пед. наук СССР, М.: Педагогика, 1980

Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики. М.: Просвещение, 1990

Ефимова О., Морозов В. Практикум по компьютерной технологии.

Мамонтова Е. А. Разработка методики применения современных информационных технологий в учебном процессе. Автореф. дис. канд. пед. наук. М.

Использование компьютера для преподавания школьных дисциплин. Материалы VII Международной конференции «Применение новых технологий в образовании», Троицк, 1995 г.

В результате проведенного факультативного занятия по геометрии у учащихся сформировался навык применения теоремы Пифагора при решении нестандартных задач, развились навыки использования новейших информационных технологий при изучении геометрии и увеличилась активность познавательного процесса. Поставленные цели были реализованы.

Таким образом, на примере проанализированного занятия видно, что использование новейших информационных технологий в повседневной педагогической практике ведет к лучшему усвоению учебного материала. Это подтверждает необходимость внедрения компьютерных технологий в образовательный процесс.

Г.В. АХМЕТЖАНОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

В теории профессионального педагогического образования становление личности рассматривается как непрерывный процесс прогрессивного ее изменения под влиянием социальных воздействий образовательного процесса и собственной активности. Становление предполагает не только потребность в развитии, но возможность и реальность ее удовлетворения. Именно в образовательной деятельности интегрируются все составляющие педагогической функции, как основы становления будущего учителя. Моделирование процессов становления личности в системе непрерывного педагогического образования позволяет рассмотреть этапы формирования готовности личности к качественному выполнению профессиональной педагогической деятельности системно и с разных позиций. Одной из позиций системы является математическое моделирование. Математическое моделирование, успешно зарекомендовавшее себя в различных областях науки, проникает сегодня практически во все области человеческой деятельности, в том числе и педагогическую.

По мере усложнения объектов исследования, роль математических моделей изучаемых явлений существенно возрастает, так как математические модели явлений описывают их более полно и всесторонне. Процесс моделирования позволил составить математическую модель развития педагогической функции личности, с помощью которой может быть выбрана оптимальная жизненная траектория и наиболее эффективный путь развития педагогической функции будущего учителя.

С этой целью представим процесс развития педагогической функции с помощью математической модели. Хотя математическая модель не может претендовать на получение надежных и достоверных оценок, но она может дать качественное преставление о механизмах наблюдаемых явлений и далеко не очевидных причинно-следственных связях.

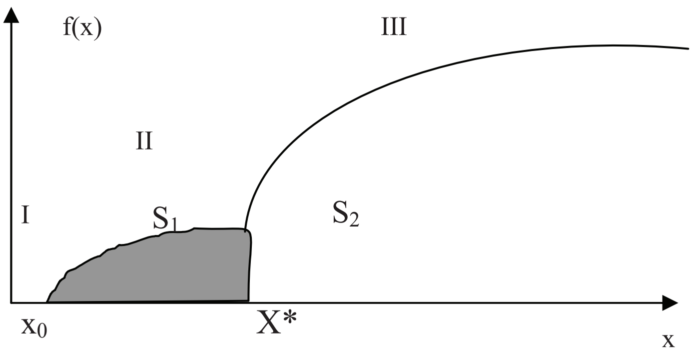
Рассмотрим процесс получения педагогического образования конкретным человеком и активного развития у него педагогической функции в условиях массового обучения. Будем считать, что существует некая величина X*, которая характеризует степень готовности личности к непрерывному развитию педагогической функции. С этого момента личность миновала стадию подготовки и готова к развитию своей педагогической функции для осуществления профессиональной педагогической деятельности. Изменение уровня готовности определяется временем, затраченным учебным заведением и самим обучающимся. Можно сказать, что это «среднее общественно необходимое время». Изменение уровня готовности определяется обыкновенным дифференциальным уравнением

$$X' = f(x)+I(t), \quad x(0)=x_0, \qquad (1)$$

где x – величина, характеризующая готовность личности к развитию педагогической функции; t – время; I(t) – функция, характеризующая усилие системы образования; f(x) – функция готовности.

Группа ученых (С.П. Капица, С.П. Курдюмов, Г.Г. Маленицкий и др.) изучала зависимость $f(x)$ от модели образования. Если это модель «наполняемого сосуда», то $f(x)=0, I(t)=I_0$ при $0 \quad t \quad T$, где T – время подготовки специалиста.

Применительно к развитию педагогической функции, в случае модели «зажигания огня», область допустимых значений этой функции условно может быть разделена на три участка, что соответствует развитию человека: на первом, от 0 до x_0, происходит естественное развитие педагогической функции; на втором, от x_0 до некоторой величины X*, происходит ее развитие до планируемой величины; на третьем, $x \geq X^*$, идет реализация педагогической функции в практической деятельности.



Характер функциональной зависимости непрерывного развития педагогической функции.

Заштрихованная площадь ($x<X^*$) показывает затраты на формирование готовности будущего учителя к непрерывному развитию педагогической функции, а дальше, при $x > X^*$, человек сам начинает развивать свою педагогическую функцию и реализовывать ее в профессиональной педагогической деятельности. Площадь S_1 зависит от способностей личности. Если личность легко воспринимает учебный материал, то затраты небольшие и отдача (площадь S_1) наступает быстрее. Противоположная ситуация имеет место с плохо воспринимающей личностью, поэтому площадь S_1 здесь значительно больше. Конкретная функциональная зависимость f(x) на этом этапе анализа не имеет принципиального значения.

Доведение личности до состояния X* требует индивидуального подхода, так как для каждого индивида площадь S_1 своя. В условиях массового обучения необходимо учитывать тот факт, что преподаватель не имеет возможности каждому уделять необходимое для него лично время выхода на требуемое состояние развития педагогической функции. Поэтому требуется оптимизация затрат усилий и времени за счет самоорганизации. Самым важным из этих этапов является второй – адаптационный. Он предполагает доведение большинства личностей от начального уровня готовности x_0, на основе запуска процесса «самоорганизации», до уровня X*, когда процесс будет необратимым. Этот этап реализуется через присутствие в каждом коллективе хорошо подготовленных к развитию педагогической функции личностей, которые при соответствующей организации учебного процесса в дальнейшем станут педагогами-профессионалами. Адаптационный этап предполагает, что дальше процесс развития будет необратимым и может перейти в саморазвитие (этап III), о чём говорил В.И. Андреев. Таким образом, предложенная математическая модель предписывает необходимость выполнения следующих требований: определение исходного уровня x_0 развития педагогической функции; проектирование технологии адаптационного периода, позволяющей перевести объект (учащегося) из состояния x_0 в состояние X*; разработка диагностики определения уровня сформированности педагогической функции. В целом же, проблема значительно шире: она обусловлена не только спецификой педагогической деятельности, но и тем, что многие профессионально значимые качества человека невозможно сформировать лишь за время обучения в педагогическом учебном заведении, научить любить профессию, невозможно заложить основы развития педагогической функции (основа ее должна быть заложена как можно раньше). «Так как гармоничное развитие подразумевает индивидуализацию всестороннего развития личности, а «всесторонность» не означает одинаковость развития всех родов деятельности у личности, то развитие рода педагогической деятельности означает, прежде всего, ее подготовку к материнству и отцовству, а значит, должна выполняться, прежде всего, в семье, а затем в любых видах деятельности». Таким образом, реализация ценностей непрерывного педагогического образования, связанных с созданием условий для развития и саморазвития будущего учителя предполагает изменение характера образовательного процесса. При этом должна реализовываться идея развития педагогической функции будущего учителя в процессе непрерывного образования.

И.А. БАЙГУШЕВА

О ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ УНИВЕРСИТЕТА

Поиск новых систем образования, более результативных с позиций интересов общества привел к формированию новой образовательной парадигмы. Этот факт был констатирован в меморандуме Международного симпозиума ЮНЕСКО по проблеме фундаментального университетского образования в октябре 1994 года, в котором отмечалось, что к концу XX века в полной мере проявилась глубокая зависимость нашей цивилизации от тех способностей и качеств личности, которые закладываются в образовании. В меморандуме также было отмечено, что системам образования многих стран присущи кризисные явления, порожденные дисбалансом между потребностями профессионального обучения и экспоненциальным ростом знаний. Назрела потребность в новой парадигме образования, сущность которой определяют его фундаментальность, целостность и направленность на удовлетворение интересов личности.

Новая образовательная парадигма в качестве приоритета высшего образования рассматривает ориентацию на интересы личности, адекватные современным тенденциям общественного развития. Образование можно считать направленным на интересы развития личности, если через него удастся решить следующие задачи:

– гармонизировать отношения человека с природой через освоение современной научной картины мира;

– стимулировать интеллектуальное развитие и обогащение мышления через освоение современных методов научного познания;

– добиться успешной социализации человека через его погружение в существующую культурную, в том числе техногенную и информационную среду;

– создать условия для приобретения широкого базового образования, позволяющего достаточно быстро переключаться на смежные объекты профессиональной деятельности, принимая во внимание интегративные тенденции развития науки и техники.

Переход к новой образовательной парадигме не сводится к простому увеличению объемов часов ряда учебных дисциплин или сроков образования. Необходимым шагом для достижения нового уровня образованности отдельной личности и общества в целом, является создание фундаментальных учебных курсов. Такие курсы должны отличаться от традиционных своей направленностью на универсальные и обобщенные знания, на формирование общей культуры и на развитие мышления.

Новая образовательная парадигма, применительно к высшему образованию, подразумевает развитие эрудиции, творческих начал и культуры личности. Это её основное отличие от парадигмы обучения, ведущими лозунгами которой были знания, умения, навыки и воспитание.

Насущность фундаментализации образования сегодня обусловлена тем, что перед человечеством стоят проблемы, решение которых невозможно в отсутствие образовательной среды, базирующейся на фундаментальных знаниях. К идее фундаментализации образования приводит необходимость решения как глобальных, так и личностных проблем человечества. К глобальным проблемам можно отнести обострение национальных и социальных конфликтов, экономические, экологические, энергетические кризисы. Формирование человеческой личности становится смыслообразующим компонентом образования, развитие которого требует решения ряда взаимосвязанных задач, таких как гармонизация человека с природой через знакомство его с современной естественнонаучной картиной мира. Гармоничная социологизация человека путем погружения его в существующую культурную сферу через освоение истории, права, культурологии, философии, языков, экономики и, наконец, гармонизация человека с информационной средой и самим собой.

Понятие фундаментализации образования имеет разные толкования. «Fundamentum (лат.) – основание, а фундаментальный – прочный, крепкий, большой; в переносном значении – основательный, глубокий, капитальный» (БСЭ, 1978, т. 28, с. 127, 129). Одни авторы понимают фундаментализацию как более углубленную подготовку по заданному направлению – «образование вглубь». Другое понимание – разностороннее гуманитарное и естественнонаучное образование на основе овладения фундаментальными знаниями – «образование вширь». «Образование вширь» является для российских вузов новой, достаточно сложной проблемой. Прежде всего, необходимо иметь критерий, в соответствии с которым та или иная дисциплина может быть отнесена к разряду фундаментальных. К фундаментальным следует отнести науки, чьи основные определения, понятия и законы первичны, не являются следствиями других наук, непосредственно отражают, систематизируют, синтезируют в законы и закономерности факты, явления природы или жизни общества.

Под фундаментализацией образования мы понимаем формирование фундамента научных знаний учащихся, позволяющих на их основе:

– выделять круг вопросов по основополагающим областям знаний, без которых немыслим современный грамотный специалист;

– формировать полноценное, системное, творческое мышление будущих специалистов;

– осуществлять профессионализацию учащихся не только по узкой специальности, но и по направлениям родственных специальностей;

– обеспечивать учащимся академическую мобильность в процессе обучения в университете и профессиональную мобильность на рынке труда после его окончания.

Конечной целью фундаментализации образования следует признать повышение качества образования и, как следствие, профессиональной компетентности специалиста. Под качеством образования мы понимаем степень сформированности у выпускников вузов:

гибкого и многогранного научного мышления;

эффективных способов познания;

целостного восприятия окружающего мира, внутренней свободы личности;

способности адаптации специалиста в быстро меняющихся социально-экономических условиях;

ориентации на решение профессиональных творческих задач;

способности к саморазвитию, самоактуализации и непрерывному самообразованию.

Фундаментальное образование должно быть целостным, для чего отдельные дисциплины рассматриваются не как совокупность традиционных автономных курсов, а интегрируются в единые циклы дисциплин, объединенные междисциплинарными связями. Можно выделить три уровня целостности фундаментального образования [1]:

– первый уровень – целостность всего фундаментального образования – может быть достигнут в ходе длительной эволюции существующей системы образования и в настоящее время является достаточно далекой перспективой;

– второй уровень – целостность естественнонаучного образования – будет достигнут, если общие естественнонаучные дисциплины, входящие в профессиональную образовательную программу, представляют собой не просто совокупность традиционных курсов, а образуют единую систему, объединенную общей целью, объектом исследования, методологией построения и ориентированную на межпредметные связи;

– третий уровень – уровень отдельной дисциплины в качестве фундаментальной основы образования.

Как фундаментальную основу экономического образования можно рассматривать непрерывную математическую подготовку специалистов. Именно математика играет роль методологической основы естественнонаучного знания, общенаучного языка, стержневой составляющей большинства экономических дисциплин. Современный экономист должен уметь проводить математический анализ и строить математические модели экономических процессов и систем, применять фундаментальные математические методы для решения прикладных экономических задач, иметь развитое абстрактное мышление и творческую интуицию.

В настоящее время экономическая наука отличается широким применением математических знаний и методов. – «Развитие экономики сейчас уже нельзя мыслить без систематического использования современных средств математики и, что ещё важнее, без тех особенностей мышления, которые развивает математика», - отмечал академик Б.В. Гнеденко. С использованием математических методов моделирования экономики связано большинство научных исследований, удостоенных Нобелевской премии по экономике (работы В. Леонтьева, П. Самуэльсона, Р. Солоу, Д. Хикса, Л. Канторовича и др.). Экономисты наполовину должны быть математиками-прикладниками. Экономическая специализация без фундаментальной математической подготовки лишена смысла.

Место математики в жизни и в науке определяется тем, что математика позволяет перевести бытовые, интуитивные подходы к действительности на язык точных определений и формул, на основании которых возможны качественные выводы. Нет ни одной области материи, в которой не проявлялись бы закономерности, изучаемые математикой, прежде всего такое свойство, как структурность. Математика изучает математические структуры (алгебраические, порядковые и топологические), которые могут являться моделями реальных систем и процессов (в том числе экономических). В этом гносеологическое значение математики, позволяющее ей выступать в качестве общенаучного языка и инструмента научного познания. Приведем высказывание выдающегося физика Нильса Бора, который заявил, что – «...математика является значительно большим, чем наука, поскольку она является языком науки».

Вместе с тем, проблемы окружающей нас действительности стимулируют и развитие математики. Процесс взаимодействия математики и экономики является двусторонним и взаимно полезным. Расширение знаний о процессах производства приводит к необходимости вырабатывать новые математические понятия, разрабатывать новые математические методы исследования и создавать новые математические дисциплины. Например, теория случайных процессов, линейное и нелинейное программирование, теория массового обслуживания появились в результате расширения требований практики. Поэтому преподавание математики в вузе должно быть организовано так, чтобы не только давать студентам необходимый объем знаний, но и демонстрировать на доступных примерах возможность и необходимость использования математических методов для познания закономерностей экономических процессов, тем самым, убеждая их постоянно повышать уровень своей математической подготовки.

Изменение роли математики в современном мире должно найти отражение во всей системе экономического образования. Математика не должна играть роль вспомогательного общеобразовательного предмета, изучение которого необходимо лишь для понимания специальных экономических дисциплин и для воспитания логического мышления. В серьезных изменениях нуждается содержательная сторона математических курсов. По этому вопросу длительное время противоборствуют два направления. Суть первого из них выражена в тезисе о «фундаментальности математической подготовки», согласно которой «математике должны учить математики, приложениям – прикладники». Однако, требование фундаментальности знаний в фундаментальной науке не несет реального смысла. При таком подходе даже хорошо успевающий студент при изучении экономических дисциплин с трудом «узнает» известный математический метод. Приверженцы второго направления предлагают наполнить курс математики прикладными экономическими задачами, что может привести к утрате за частоколом экономических проблем математического содержания. Выход из создавшегося положения следует искать в межпредметном взаимодействии общенаучных и специальных дисциплин. В качестве объединяющей основы этого цикла предметов мы рассматриваем непрерывную математическую подготовку, которая должна проводиться в университете в два этапа:

– базовая математическая подготовка осуществляется на младших курсах университета и имеет целью заложить фундаментальные основы для профессиональной специализации учащихся;

– специальная математическая подготовка осуществляется на старших курсах университета и имеет целью вооружить учащихся знанием прикладных вопросов математики в экономике.

В процессе базовой математической подготовки необходимо постоянно развивать следующие умения: мыслить абстрактно, усваивать и воспроизводить математические определения и законы в устной и письменной форме, решать задачи, рационально пользоваться математической литературой и другими вспомогательными средствами. Базовая математическая подготовка обязана вносить вклад в формирование и развитие самостоятельности, творческой активности и математической культуры студентов. Если студент приобрел необходимую математическую культуру, приобрел прочный фундамент знаний, развил в себе способность и умение самостоятельно пополнять своё образование, то, владея понятиями, лежащими в основе нужной ему теории, и имея необходимую базу для овладения ею, он будет готов к успешному изучению прикладных математических и экономических дисциплин. Важное место должно быть отведено примерам и упражнениям, следует регулярно повторять и закреплять полученные и усвоенные ранее умения и навыки. В рамках базовой математической подготовки должны изучаться такие математические дисциплины как математический анализ, алгебра и теория вероятностей, математическая статистика.

Математические знания и навыки должны быть тесно связаны с постановкой вопросов, пониманием процессов, имеющих место в области экономики. Эта задача должна решаться в процессе специальной математической подготовки. Математика едина. Нет чистой и прикладной математики, есть математика и её приложения. Прикладной математикой обычно называют применение качественных и количественных математических методов к изучению конкретной практической задачи. При этом преподавателям-математикам необходимо изучать и обновлять свои знания о потребностях современной экономики в математических методах и потенциальные прикладные возможности математики в экономике. В рамках специальной математической подготовки должны изучаться такие дисциплины как теория игр, исследование операций, математическое моделирование экономических систем, эконометрика, многомерный статистический анализ, теория массового обслуживания.

В основу непрерывной математической подготовки экономистов в университете можно положить следующие дидактические принципы:

– предмет математики – математические структуры;

– единство математики;

– содержание курса математики должно быть определено с учетом специфики будущей профессии и внутренней логики самой математики;

– целью обучения математике является приобретение учащимися определенного объема знаний, умения использовать изученные математические методы в экономических исследованиях, развитие творческой интуиции, воспитание математической культуры;

– разумная строгость;

– на первых уровнях обучения надо отдавать предпочтение индуктивному методу, постепенно подготавливая и используя дедуктивный метод;

– обучение решению экономических задач математическими методами является задачей курсов по специальности, а не математических курсов;

– содержание и объем математики в системе экономического образования должны определять специалисты в области экономики при консультации с математиками, а как этому учить – профессионалы-математики.

Примерный план реализации непрерывной математической подготовки в университете:

– пропедевтическая работа со школьниками специализированных «экономических» классов;

– проведение факультативных занятий, иллюстрирующих с помощью прикладных задач межпредметные связи математики и экономики;

– привлечение учащихся к выполнению самостоятельных творческих работ по математическому моделированию экономических систем;

– приглашение учащихся на научные конференции и заседания научного студенческого общества по экономике;

– изменение в содержании изучаемых дисциплин;

– разработка нового единого государственного стандарта по математическим дисциплинам для всех экономических специальностей;

– корректировка учебных программ по специальным дисциплинам с целью повышения уровня их математизации;

– изменение содержания курсов лекций по математическим дисциплинам с целью усиления отдельных разделов, наиболее важных для практических экономических задач;

– разработка учебно-методических комплексов по математическим дисциплинам;

– организация математических факультативов для студентов;

– изменение методик обучения;

– разработка комплексных заданий и курсовых работ;

– проблемное обучение на практических занятиях по специальным дисциплинам;

– разработка необходимых методических пособий для непрерывной математической подготовки;

– организация дистанционного обучения в рамках программы НМП;

– выполнение выпускных квалификационных работ;

– организация консультаций для дипломников;

– выделение специальных глав выпускных работ с целью глубокого использования математических методов исследования;

– привлечение преподавателей математических кафедр к руководству выпускными квалификационными работами студентов экономических специальностей и к участию в работе ГЭК;

– подготовка преподавателей к работе по программе НМП;

– организация повышения математической подготовки преподавателей специальных кафедр;

– участие преподавателей математических кафедр в научно-исследовательской работе специальных кафедр;

– контроль за НМП студентов и выпускников;

– организация анкетирования руководителей предприятий о качестве математической подготовки выпускников;

– разработка фонда контрольных заданий для всех этапов математической подготовки;

– организация курсов повышения математической квалификации для экономистов-практиков.

Наиболее эффективная организация непрерывной математической подготовки специалистов в области экономики возможна в рамках научно-образовательного университетского комплекса, представляющего собой многоуровневую и многопрофильную образовательную систему. Создание научно-образовательного университетского комплекса, [2] как нового типа учебных заведений предусматривает различные формы интеграции разнопрофильных учебных заведений высшего и среднего профессионального образования, учреждений профессионального дополнительного образования, других образовательных учреждений; формирование ассоциаций и консорциумов, включающих в себя не только учебные заведения, но и научно-исследовательские институты, базовые предприятия и организации.

В рамках научно-образовательного университетского комплекса можно разработать совмещенные образовательные программы разных уровней образования, например, «школа-колледж-университет», с целью повышения качества подготовки, сокращения образовательной траектории и обеспечения непрерывности образовательного процесса. При этом университет играет роль центра методического обеспечения образовательных учреждений различных уровней, повышения квалификации преподавателей и специалистов в регионе, формирует развитую информационную образовательную среду, ведет целевую подготовку кадров для экономики региона.

Литература:

Кондратьев В.В., Нефедьев Е.С., Серазутдинов М.Н. Основные направления междисциплинарной интеграции // Оптимизация учебного процесса в современных условиях. Казань, 1997. Модернизация российского образования: документы и материалы. 2002.

В. А. ДЕЛЯНОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ФАКТОРИЗАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ НА ФАКУЛЬТАТИВЕ В КЛАССАХ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ФИЗИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Исходное уравнение

$$\frac{d^2S(t)}{dt^2} = ma(t)\text{, (1)}$$

(где S(t) – перемещение материальной точки под действием силы F,a(t) – её ускорение, t – время), которое, в классической механике, как известно, связано со вторым законом Ньютона , для использования метода факторизации перепишем, чтобы соответствовать такой форме записи (см. теорию метода факторизации в [1]):

$$\frac{d^2S(t,m)}{dt^2} + U(x,m)S(t,m) + C(m)S(t,m) = 0 \text{ , (2)}$$

т.е. в виде

$$\frac{d^2S(t,m)}{dt^2} + [\frac{-ma(t) - C(m)}{S(t,m)}]S(t,m) + C(m)S(t,m) = 0 \text{ , (3)}$$

где C(m) – функция только m. Последнее уравнение соответствует по форме записи уравнению Шредингера, для решения которого и разработан метод факторизации. Поэтому, пользуясь таблицей факторизации, можно, задавая выражение в квадратных скобках [ ], обозначенное также U, получать S (t, m). Кроме того, можно тут же получить конкретное выражение оператора

$$\hat{a}_{\pm}^{(m)} = V(t,m) \mp \frac{d}{dt} \text{ (4)}$$

из таблицы факторизации, которая позволяет получить семейство решений параметра m, действуя каждый раз на предыдущее решение уравнения (3).

Пример 1.

Рассмотрим такой пример. Пусть выражение в [ ] имеет вид:
$\frac{-ma(t)}{S(t)} - C(m) \equiv \frac{ma}{S} - C$, где a, C, m – константы. В физике средней школы это может быть хорошо известный случай S (t) = $\frac{at^2}{2}$. А уравнение (3) с учетом [ ] примет вид:

$$\frac{d^2S(t)}{dt^2} + [\frac{ma}{S(t)} - C]S(t) + CS(t) = 0,$$

или $\frac{d^2S(t)}{dt^2} + [\frac{2}{t^2} - C]S(t) + CS(t) = 0.$

далее, пользуясь таблицей факторизации, видим, что оно соответствует типу E, из чего определяем:

V(t,m) = ,

$$\hat{a}_{\pm}^{(m)} = V(t,m) \mp \frac{d}{dt} = ,$$

и основное решение, соответствующее экстремальному значению параметра m (по физическому условию задачи, m может быть любое неотрицательное значение) , запишется так:

S(t,m) = $C_1 e^{\int V(t,m)dx}$ =

Здесь очень важно проверить учащимся совпадение последнего получаемого результата с выражением подобному $\frac{at^2}{2}$.

Пример 2.

Пусть выражение в [ ] уравнения (3) не зависит от t, т.е. U (t,m) = const.

Это соответствует в таблице факторизации типу D, для которого

U = - (bt+d) +b (2m+1). И тогда, из таблицы, имеем V(t,m) = bt+d,

а, следовательно, $\hat{a}_{\pm}^{(m)} = V(t,m) \mp \frac{d}{dt}$ = bt+d $\mp \frac{d}{dt}$. И ещё, из таблицы имеем

C(m) = - 2bm , как собственное значение S(t,m).

Исходя из последних данных, мы должны выбрать (чтобы удовлетворить условию U = const) b = 0, тогда получается V = d, $\hat{a}_{\pm}^{(m)} = d \mp \frac{d}{dt}$.

Значит основная функция (решение) запишется, с учетом вышеизложенного, так:

$$S(t,m_{\text{экстремальное}}) = S(t,m) = C_1 e^{\int V\cdot dt} = C_1 e^{\int d\cdot dt} = C_1 e^{d\cdot t}, \text{ где } \begin{cases} d = \pm i\,|\,d\,|, \\ d = \pm\,|\,d\,| \end{cases}.$$

Этому основному решению соответствует, в физическом смысле, выражение для ускорения $a(t,m) = (U + C(m)) \cdot e^{d\cdot t} = C_m \cdot e^{d\cdot t}$.

Другие решения по параметру m находятся поэтапным действием оператора

$\hat{a}_{\pm}^{(m)} = V(t,m) \mp \frac{d}{dt}$ на решение S(t,m), так что мы получаем:

$S(t,m1) = \mathrm{d} \mp \frac{d}{dt} S(t,m)$, $S(t,m2) = \mathrm{d} \mp \frac{d}{dt} S(t,m1)$, и т.д.

Из таблицы факторизации определяем также Cm из условия Cm=-2bm=0.

Литература

Делянов В.А .Метод факторизации в решении уравнений физики в физико-математической школе НМЖ «Преподавание физики в ВУЗе». М., МГОПУ и МАНПО. №23, 26.

Колесников Н.Н. Атомная и ядерная физика. М., МГУ, 1970.

L.Infild, T.E.Hull. Methode of factorization. Rev. Mod. Phys. Tom 23, p.21.1951.

В.И. ЕГОРОВ, А.Ф. САЛИМОВА

МЕТОДИКА ВВЕДЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ПОНЯТИЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ В ВЫСШЕМ ТЕХНИЧЕСКОМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ

Изучение теории поля базируется на теории интегрального исчисления. Работа над методикой введения математических понятий теории поля различными способами, является естественным продолжением нашей работы по реорганизации интегрального исчисления, заключающейся в едином подходе к введению понятия интеграла независимо от кратности, как общего предела последовательностей интегральных сумм.

Вводить понятие потенциального векторного поля можно по-разному. Часто сначала преподаватель дает определение понятия, а затем переходит к выделению существенных его свойств. Отказ от этого подхода в данном конкретном случае побудил к разработке новых вариантов, один из которых мы посчитали наиболее преемлемым.

Сначала преподаватель приводит четыре условия, каждое из которых вполне могло бы служить основой определения потенциального векторного поля $\overline{R} = X\overline{i} + Y\overline{j} + Z\overline{k}$.

Условие А: $rot\ \overline{R} \equiv \overline{0}$,

т.е. во всех точках заданной части пространства O x y z ротация данного поля равна нулю.

Условие Б: $\oint\limits_{[L]} \overline{R} d\overline{r} = 0$,

т.е. циркуляция векторного поля по замкнутому контуру равна нулю повсеместно при условии, что контур служит краем области [σ], принадлежащей области определения поля.

Условие В: Циркуляция векторного поля $\overline{R}$ по любым двум дугам [L1] и [L2] с общим началом M_0 и общим концом M одна и та же, если эти дуги составляют полную границу некой области [σ], находящейся в области определения поля, т.е.

$$\int\limits_{[L_1]} \overline{R} d\overline{r} = \int\limits_{[L_2]} \overline{R} d\overline{r} = \int\limits_{[M_0 M]} \overline{R} d\overline{r}.$$

Иными словами, циркуляция поля по дуге зависит лишь от начала и конца этой дуги, от самой же дуги – не зависит.

Условие Г: Существует скалярное поле Ф = Ф(x, y, z), градиент которого равняется данному векторному полю $\overline{R}$:

$$grad\ \Phi = \overline{R} \Leftrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial x} = X,\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} = Y,\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} = Z.$$

Затем преподаватель при активном участии аудитории доказывает, что все эти условия эквивалентны, т.е., выполнение любого из них гарантирует выполнение всех остальных. План доказательства удобно представить в виде логического квадрата:

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{А \Rightarrow Б} \\ \Uparrow \Downarrow \\ \Gamma \Leftarrow \mathbf{В} \end{array}$$

Теорема 1. **А ⇒ Б**, т.е., если ротация векторного поля повсеместно равна нулю, то циркуляция этого поля по любому замкнутому контуру тоже нулевая, если, конечно, контур принадлежит области определения поля вместе с некоторой ограниченной им областью.

Т е о р е м а 2. **Б ⇒ В** , т.е., если циркуляция векторного поля по любому замкнутому контуру равна нулю, то циркуляция этого поля по любой дуге зависит лишь от концов этой дуги.

Т е о р е м а 3. **В ⇒ Г**, т.е., если циркуляция векторного поля зависит лишь от начала и конца дуги, то найдётся скалярное поле, градиент которого равен данному векторному полю.

Т е о р е м а 4. **Г ⇒ А**, т.е., если существует числовая функция, градиент которой равен данному векторному полю, то ротация этого векторного поля равняется нулю.

Затем проводится совместное обсуждение преподавателя со студентами, какое из рассмотренных условий и почему именно оно выбирается как определение потенциального векторного поля. Сравнение условий **А, Б, В, Г** показывает, что наиболее удобным для практики и, следовательно, предпочтительным при определении потенциального векторного поля является условие **А**.

Этот подход к введению понятия оказывает значительное влияние на формирование культуры математического мышления студентов, т.к. преподаватель имеет возможность не просто вовлечь учащихся в активную познавательную деятельность, а сделать их своими «соавторами», продемонстрировать путь, которым идет исследователь, разрабатывающий новую концепцию. Более того, преподаватель проходит этот путь вместе со своими студентами, а в данном случае, он вместе со студентами разрабатывает такое определение понятия потенциального векторного поля, на основе которого легко можно определить, является ли данное векторное поле потенциальным. Таким образом, преподаватель при творческом отношении к делу при изложении математических фактов, которые вполне можно считать традиционными, за счет изыскания новой формы подачи материала, использования различных средств наглядности (например, логический квадрат), показывает путь формирования математического понятия.

В дальнейшем предложенный вариант с успехом может быть использован при введении понятия соленоидального векторного поля. Сначала преподаватель формулирует три условия.

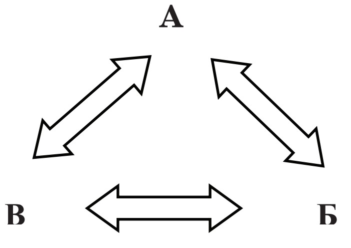
У с л о в и е А: Дивергенция векторного поля тождественна нулю, т.е. $div\,\overline{R} \equiv 0$.

У с л о в и е Б: Поток векторного поля через любую замкнутую поверхность равен нулю, т.е. $\oiint\limits_{[\overline{\sigma}]} \overline{R} d\overline{\sigma} = 0$ при условии, что эта поверхность ограничивает объёмную область [V], принадлежащую области определения поля.

У с л о в и е В: Существует векторное поле $\overline{\Pi}$, ротация которого равна данному векторному полю $\overline{R}$, т.е. на заданной части пространства:

$$rot\,\overline{\Pi} = \overline{R}.$$

Далее доказывается эквивалентность этих условий при помощи плана доказательства в виде логического треугольника.



Т е о р е м а 1. **А ⇒ Б** , т.е., если дивергенция векторного поля тождественна нулю, то поток этого поля через замкнутую кусочно-гладкую поверхность равен нулю при условии, что поверхность служит границей тела, включённого в область определения поля.

Т е о р е м а 2. **Б** $\Rightarrow$ **В**, т.е. если поток векторного поля через любую замкнутую поверхность, ограничивающую область, принадлежащую области определения векторного поля, равен нулю, то дивергенция этого поля тождественна нулю.

Т е о р е м а 3. **В** $\Rightarrow$ **А**, т.е., если существует некое векторное поле, ротация которого равна данному векторному полю, то дивергенция данного векторного поля равна нулю.

Т е о р е м а 4. **А** $\Rightarrow$ **В**, т.е., если дивергенция векторного поля тождественна нулю, то найдётся новое векторное поле, ротация которого совпадает с данным векторным полем.

В результате совместного обсуждения со студентами делается общий вывод о том, что условия **А, Б, В** попарно эквивалентны. Наиболее удобным для определения понятия соленоидального векторного поля является первое условие **А:**

О п р е д е л е н и е. Векторное поле будем называть соленоидальным (несжимаемым), если его дивергенция тождественна нулю.

Ю.Н. КАШИЦЫНА

ОСОБЕННОСТИ УРОКА МАТЕМАТИКИ В ТЕХНОЛОГИИ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ

С позиции целостного образовательного процесса основной организационной формой обучения является урок. В нем отражаются преимущества классно-урочной системы обучения, которая при массовости охвата учащихся обеспечивает организационную четкость и непрерывность учебной работы. Она экономически выгодна, особенно по сравнению с индивидуальным обучением. Знание учителем индивидуальных особенностей учащихся и учащимися друг друга позволяет с большим эффектом использовать стимулирующее влияние классного коллектива на учебную деятельность каждого ученика. Классно-урочная система обучения, как ни одна другая, предполагает тесную связь обязательной учебной и внеучебной (внеурочной) работы. Наконец, неоспоримым ее преимуществом является возможность в рамках урока – органично соединить фронтальные, групповые и индивидуальные формы обучения.

Современный урок, по мнению Конаржевского Ю.А., – «это, прежде всего, урок, на котором учитель умело использует все возможности для развития личности ученика, её активного умственного роста, глубокого и осмысленного усвоения знаний, для формирования её нравственных основ». Совершенно очевидно, что для осуществления всех этих и многих других сложных задач не может быть раз и навсегда установленного типа урока, с застывшими навечно этапами и стандартной последовательностью их осуществления. Развитие теории и методики обучения позволяет разрабатывать уроки с преобладанием развивающего, личностного компонента, при переходе на деятельностныи подход в методической работе учителя. Применение технологии развивающего обучения осуществляется учителем на уроке той же продолжительности, что и в традиционном представлении, с постоянной группой учащихся, в условиях кабинетной системы, однако эффективность такого урока значительно выше, что экспериментально подтверждалось эмоциональностью и качеством работы не только учащихся, но и молодого учителя.

Целью развивающего урока является непосредственное развитие ребенка, превращающееся из цели урока в его конкретный результат. Создание учителем таких условий, чтобы в ходе каждого урока формировалась учебная деятельность, превращающая ребенка в субъект, заинтересованный в учении и саморазвитии.

Формы учебного процесса в системе предполагают большую гибкость, чем в работе по общепринятой программе, где все уроки ведутся по единой схеме: проверка домашнего задания, объяснение нового, закрепление, выводы, домашнее задание. А часто они заканчиваются выставлением поурочного балла.

Это урок, направленный на создание условий, в которых ребенок чувствует себя самим собой, не исполнителем каких-либо ролей, а полноценным участником различных форм общественной жизни. Любая грань знаний, добытая на таком уроке, любая черточка личности – результат собственной деятельности учащегося. Развивающий урок это необходимая форма самой жизни.

В новой системе не отметки становятся целью учения. Захватывает сам процесс получения знаний, хотя отметки за контрольные работы и за каждую четверть не отменяются.

Не всегда урок начинается однотипно – с проверки домашнего задания. Начало урока может быть неожиданным, сразу включающим учеников в активную умственную деятельность, захватывающим их эмоционально.

Отсутствие соблюдения определенной, застывшей схемы в уроке, гибкость форм работы не означает хаос в учебном процессе.

Дидактическим стержнем урока по новой системе является деятельность самих учащихся. Действия учеников, как уже отмечалось выше, носят преобразующий характер. Такая деятельность захватывает всю личность: напрягаются ум и воля, развивается стремление довести дело до конца, пробуждаются интеллектуальные чувства – удовлетворение от сделанной работы. Ум и душа школьника в школе и дома должны трудиться.

В частности, в математике, такой подход к деятельности учащихся определяет характер заданий: они должны давать пищу для ума. Ученикам предлагается не просто списать, применив правила, не только решить задачу после ее разбора с учителем. Даются такие задания, которые от учеников требуют размышления – с каких слов или примеров целесообразней начать работу, какое правило и какой закон объединяет все задание, чем отличаются задачи, примеры и упражнения от выполненных накануне, на какие группы можно разделить примеры, прежде чем их решать, как их классифицировать, по какому признаку, и т.д., то есть, наряду с общедидактическими методами, просматриваются индукция, дедукция, обобщение, аналогия, и др.

Некоторые педагоги считают это дополнительной трудностью. Но преодоление такой доступной трудности делает работу не механической. Именно в такой деятельности раскрываются потенциальные духовные силы детей.

Важным методическим ходом работы, проявляющимся в разных предметах, является самостоятельный поиск, добывание знаний из разных источников. В этом контексте источником знаний становится сама жизнь. Эта работа постепенно формирует у учащегося устойчивый интерес к поиску знаний как черту личности.

В технологии развивающего обучения, прежде всего, меняется эмоциональная обстановка, качественно новая форма отношений учителя и учащихся на уроке.

В зависимости от выше отмеченной цели развивающего урока различается и профессиональная позиция учителя.

В традиционном уроке учитель учит в прямом смысле этого слова: показывает, объясняет, рассказывает, доказывает, диктует, упражняет, спрашивает, требует, проверяет, оценивает, поэтому одной из типичных ошибок молодого учителя мы выделяем отсутствие мнения учащегося, «слышно весь урок только речь учителя». Вся его деятельность направлена на объяснение чего-то. Он – центральная фигура урока, опирающаяся, в основном, на индивидуально-автономные формы активности каждого ученика, которые он авторитарно направляет. Конечно, и в ходе такого обучения происходит развитие, но оно не планируется учителем или планируется формально, чаще всего осуществляясь стихийно и непредсказуемо. Вся деятельность учителя на традиционном уроке не рассчитана на развитие и не направлена непосредственно на него.

Другое дело на уроке, построенном на основе концепции развивающего обучения. Здесь учитель является организатором учебной деятельности учащегося, организатором обстоятельств, в которых ученик, опираясь на все совместные наработки, ведет самостоятельный поиск, выявляет и конкретизирует способы действия, применяет их для решения новых вариантов учебных задач, обосновывает свои действия. Педагог же организует деятельность учеников, принимая в ней самое деятельное участие «изнутри» как равноправный участник диалога. Ярким примером может послужить возникновение вопросов в связи с изучением материала по математике, когда у детей возникает немало вопросов, и это очень хорошо. Подлинное усваивание знаний происходит тогда, когда школьники сами замечают те или иные пробелы в понимании материала и пытаются их восполнить. Тогда-то и возникают вопросы. В поисках ответов дети коллективно трудятся, а учитель незаметно направляет их к желанной цели.

На таком уроке учитель организует учебную деятельность в соответствии со способом восхождения от абстрактного к конкретному, создает условия для усваивания ими знаний и умений на основе содержательного обобщения. Он объясняет, показывает, напоминает, намекает, подводит к проблеме, иногда сознательно ошибается, объективизирует, советует, совещается, предотвращает, когда необходимо, специально создает ситуацию успеха, сопереживает, поощряет, вселяет уверенность, стимулирует, заинтересовывает, формирует мотивы учения, воодушевляет, проявляет поощряющую требовательность, закрепляет авторитет ученика среди товарищей. Суть и основа всех этих и других действий педагога направлена на то, чтобы превратить учебную деятельность учащегося в целостную и полноправную его жизнь, в школьный период развития.

Одним из необходимых условий эффективности обучения для развития школьников является гибкость методики. Учитель ни в коем случае не должен загонять мысль детей в заранее очерченные рамки рассуждений. Каждая высказанная учениками мысль должна использоваться на уроке, даже если она не укладывается в рамки продуманного учителем плана. Ни в коем случае нельзя полностью отвергать высказывание ребенка, необходимо и в неверном рассуждении выделить рациональное зерно или незаметно вложить его в высказывание ученика. Мы часто в экспериментальной работе говорили молодым учителям : «Ошибка ученика – находка учителя!»

Гибкость методики следует распространить и на различия, существующие между школьниками. Очень важно формировать и направлять активную деятельность всех детей, в том числе и самых слабых.

Необходимо правильное сочетание активности сильных и слабых учеников. Если в коллективной работе постоянно выдвигать на первый план сильных школьников, учащиеся с низкими показателями знаний, обречены на простое выслушивание и пассивное запоминание чужих мыслей.

Задача учителя – вызвать у «слабого ученика» как можно больше положительных эмоций, связанных с учебным процессом. Для этого необходимо хорошо знать относительно сильные стороны каждого ребенка и специально продумать вопросы, которые будут обращены к разным категориям учащихся. При этом следует иметь в виду, что чем слабее ребенок, к которому обращен вопрос, тем меньше должна быть вероятность неверного ответа. Мы думаем, что такое внимание к личности любого ребёнка, созвучно задачам гуманизации образования, а, следовательно, необходимо молодому учителю.

Естественно, что урок, основанный на принципах развивающего обучения, меняет позиции ученика.

В ходе традиционного урока ученик выступает как объект обучения, на которого направлено воздействие учителя. Это вызывает у ученика ощущение собственной беспомощности, ибо в такой ситуации работает один учитель, а ученики нередко скучают или занимаются другими делами, но только не учатся. На таком уроке ученик не развивающаяся самобытная личность, а материал для работы учителя. А знания, умения и навыки дети получают нередко за счет зубрежки, учительского нажима, скандалов в семье, а не за счет развитых и развивающихся способностей. Зачастую, получают даже не знания, а видимость знаний – они улетучиваются, лишь только пройдут экзамены.

В высшей степени важно, чтобы на уроке развертывался живой процесс познания, осмысленное и творческое овладение учебным материалом, чтобы каждая высказанная учениками мысль была услышана на уроке, чтобы ни один вопрос не остался без ответа.

На уроке, построенном на основе концепции развивающего обучения, ребенок является субъектом обучения – источником энергии, активности, деятельности. Он не ученик, а учащийся, он главный работник на уроке. На таком уроке учебная деятельность ученика – это его деятельность, объективно направленная на достижение целей образования и развитие самого себя. Если на традиционном уроке деятельность идет от ребенка, сам процесс приобретения знаний приобретает характер учебной деятельности. Её целью является усвоение не просто способа действия, а усвоение теоретических оснований, на которых строятся способы действия, т.е. усвоения принципов построения действий.

И, конечно же, уроки в традиционном обучении отличаются от уроков в развивающем обучении качественно разными взаимоотношениями учителя и ученика.

Поэтому программа развивающего обучения по математике советует учителю: «Для того чтобы организовывать, направлять и поддерживать этот диалог, учитель должен хорошо владеть техникой педагогического общения. Но значительно более важную роль играет педагогическая позиция. Организовать и поддерживать учебный диалог, направляя его в нужное русло, он может только изнутри, т.е. включаясь в диалог. Как один из его участников, чьи предложения, мнения, оценки открыты для критики в той же мере, как и высказывания других участников диалога. Это значит, что в развивающем обучении неприемлема авторитарная позиция учителя, руководящего учебным процессом; единственно возможной здесь является позиция делового партнера, активно сотрудничавшего с учащимися в процессе решения учебных задач».

Инновационный компонент в методической работе учителя, по нашему мнению, заключается в разработке таких учебных задач, в целесообразном применении их на разных этапах урока, для разных типов уроков, при обязательном соблюдении возрастных особенностей учащихся, интеллектуальном развитии данной группы обучающихся.

В основе новых методических подходов лежат идеи изменения признаков (свойств) предметных, графических и математических моделей, установление соответствий между ними, выявление закономерностей и различных зависимостей.

Новые методические подходы находят отражение в системе учебных заданий, в процессе выполнения которых учащиеся решают различные учебные задачи, овладевают общими способами действий и учатся осознанно контролировать их. Она предполагает нахождение способа действия, а не изменения предмета, с которым действует субъект учения. Учебная деятельность – это основная форма активности ученика, направленная на изменение самого себя как субъекта учения.

Учебная задача является точкой пересечения педагогической, методической деятельности учителя и учебной деятельности ученика, она представляет собой единицу педагогического взаимодействия.

Усваивание школьником всех понятий, всех теоретических знаний, умений и навыков происходит в рамках решения педагогических задач.

Разработка каждого конкретного урока соответствует решению конкретной учебной задачи или её определенному этапу. Учитель должен уметь представить весь учебный материал по предмету в виде цепочки учебных задач, которые последовательно раскрываются в материале от первого до девятого класса.

Учебная задача решается посредством осуществления системы предметно-продуктивных учебных действий, а формируется и предъявляется учащимся в процессе коллективно-распределенной деятельности.

Предметно-продуктивное учебное действие – это такое действие, способ и цель осуществления которого имеют объективную характеристику и контролируются вещественными результатами. Предъявленные действия составляют реальную основу учебной деятельности.

Решение учебных задач учащимися заключается в выполнении некоторых учебных действий, направленных на достижение цели.

Решение учебной задачи - это целостный акт деятельности, внутри которого выделяются самостоятельные учебные действия, направленные на достижение промежуточных целей на разных этапах урока. Многообразие задач мы классифицировали по разным признакам, например, часть задач на понимание материала, часть на развитие мышления и речи, были задачи на развитие творчества, на воспитание культуры общения, на развитие мировоззрения и др.

Вариантов такого типа задач множество, например:

– привести примеры и контрпримеры к понятию, теореме, правилу;

– прочитать словами данную символическую информацию, и наоборот перекодировать известную словесную информацию в виде чертежа, графика, символической записи;

– привести доказательство в новых УСЛОВИЯХ.;

– введение недостающих сведений в условие задачи, раскрытие практической значимости материала;

– поиск и составление алгоритма;

– заполнить пропуски в данном предложении так, чтобы оно было верным;

– найти закономерность и продолжить ряд данных математических объектов;

– распределить данные объекты по группам на основании, какого-либо признака;

– составить план доказательства теоремы;

– восстановить несохранившиеся отрывки текста;

– выполнить практическую работу тренировочного характера;

– найти ошибку в решении данной задачи, выявить её причину;

– сделать проверку и дать оценку результатам решения задачи;

– найти задачи, аналогичные, противоположные данной и сравнить их;

– сформулировать прямую и обратную теоремы, обосновать истинность или ложность этих теорем;

– исключить лишнее понятие среди данных;

– найти, что объединяет между собой данные понятия (свойства, формулы, уравнения, и т. п.) и сделать индуктивный вывод;

– поставить вопросы по тексту с возможными вариантами ответов;

– составить задания проверочного характера и решить их;

– дать рецензию на ответ или решение задачи товарищем;

– ответить на его вопросы, задать ему вопросы.

Кроме этих «рабочих» задач, мы выделяем задачи на развитие творчества, интереса такие, как:

– придумать и сделать иллюстрацию (модель) какого-либо понятия;

– придумать математическую сказку, сочинение, задачу;

– решить нестандартную задачу;

– решить задачу несколькими способами;

– принять участие в математической олимпиаде, конкурсе;

– решить математический кроссворд, анаграмму;

– объяснить математическую или логическую сущность софизма, парадокса, математического фокуса.

Наполнение учебных задач математическим содержанием и применением непосредственно к урокам в проведённом нами эксперименте осуществлялось разными молодыми учителями. Мы считаем, что разработка такого типа задач к урокам характеризует творческое отношение к работе, и способствует развитию дальнейшего творческого потенциала. Предоставление изучения математического материала в такой форме активизирует познавательную деятельность учащихся, соответствует концепции деятельностного подхода, повышает уровень интеллектуального развития учащихся, предоставляет возможность учителю повысить уровень методической подготовки к уроку.

Ю.Н. КАШИЦЫНА

МОЛОДОЙ УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Профессия учителя во все времена заслуживала уважения и почитания со стороны общества и на сегодняшний день не теряет своей актуальности. По мнению современных молодых учителей и студентов педагогических учебных заведений, обучать и воспитывать подрастающее поколение занятие не только интересное, но и очень значимое, сравнимое, быть может, с деятельностью только врачей и священников.

Молодого учителя не пугает ни большая педагогическая нагрузка, ни, относительно небольшая оплата. Стимулом для выпускников педвузов является тот факт, что финансирование работы учителя всё больше происходит за счёт внебюджетных средств, открытий частных гимназий и пансионов, поступлений капитала со стороны родителей, желающих лучшего отношения и высокого уровня знаний для своего ребёнка. Многие родители готовы доплачивать учителю, который видит свободную личность ребёнка, умело развивает лучшие его качества, преподаёт свой предмет интересно и познавательно, владеет не только традиционными способами обучения, но и новыми методиками и технологиями, обладает современным стилем научно-педагогического мышления и способностью к постоянному развитию и поиску новых идей, умеет ориентироваться в различных сферах окружающей информации, глубоко осознает важность и значимость своей профессии.

В связи с этим, на современном этапе возрастает социальная значимость проблемы профессиональной подготовки и работы педагога как предметника, педагога как классного руководителя, педагога как психолога, отвечающего запросам российского общества. Обращение к личности молодого специалиста в различных профессиональных областях, на сегодняшний день является одной из важнейших задач общества, заинтересованного в высококвалифицированных кадрах, способных работать качественно, творчески.

Процесс профессионального становления молодого учителя предполагает рациональное применение каждой функции при решении различных дидактических задач.

Сами выпускники педвузов, как показывают наблюдения, имеют большей частью слабое представление о степени подготовленности к преподавательской деятельности и даже недооценивают всей сложности учебно-воспитательного процесса. Трудности появляются только при непосредственном соприкосновении с деятельностью учителя.

Всякая разумная деятельность начинается с планирования. Наибольшие затруднения встречают начинающего учителя при планировании отдельных тем и конкретных уроков на всю учебную деятельность.

Анализ посещаемых нами уроков позволяет сделать вывод о затруднениях молодых учителей при проведении урока. Молодые учителя встречают особенно большие затруднения в развитии у учащихся интереса к знаниям, в организации поэтапного усвоения знаний, правильной дозировке учебного материала, в умении осуществлять индивидуальный и дифференцированный подход к учащимся, в организации системы обратной связи с учащимися на уроке, осуществлении переходов от одного вида деятельности к другому, вариантов самостоятельной работы учащихся, объективности при выставлении оценок, подведении итогов.

Относительно способов применения разнообразных дидактических приёмов на определённых этапах урока, при проведении констатирующего эксперимента, мы обнаружили достаточно низкие показатели. В работе молодого учителя наблюдается монотонность уроков, отсутствие мотивации и плавного перехода с одного этапа на другой, что, в свою очередь вызывает, недовольство учащихся, нежелание выполнять требования учителя, нарушение дисциплины, потеря интереса к предмету, непонимание предметных упражнений и т.п.

Слабым местом ныне действующих пособий по дидактике и частным методикам, является отсутствие в них достаточно конкретных сведений о динамике учебного процесса, об изменении его методов и организационных форм по мере взросления школьников, и трансформации их потребностно-мотивационной сферы. Не владея такого рода познаниями, начинающий учитель «порождает» монотонность процесса обучения, что вполне естественно вызывает сопротивление учащихся, их негативные реакции. Отсюда и многие из тех стрессовых ситуаций, которые требуют от неопытного еще педагога больших нервно-психических затрат, отрицательно сказываясь на протекании всего процесса адаптации.

Исходя из собственного опыта общения с выпускниками педагогических средних и высших учебных заведений, посещения лекций и семинаров по педагогическим, психологическим, методическим и специальным курсам, мы пришли к выводу, что слабо осуществляется связь между психолого-педагогической, специальной и методической подготовкой будущего учителя. Преподавание и изучение педагогики, по существу, оторвано от методики. Поэтому мы встречаемся с замечаниями руководителей школ типа: «недостаточно владеет методикой активизации работы уча¬щихся во время опроса и изучения нового материала», «не владеет активными методами на уроке», «встречает трудности в проведении демонстрационного эксперимента», «не осуществляет инди¬видуального подхода в работе с учащимися» и т.п.

Причины описанного положения заключаются в том, что выпускники педвузов мало знакомы с практическими образцами использования приемов развития познавательной активности учащихся, не умеют оптимально сочетать различные методы обучения, осуществлять оптимальный для сложившихся условий выбор приемов развивающего обучения. К тому же, молодые учителя для развития познавательной самостоятельности учащихся на уроке используют лишь элементы беседы, вопросов, большое количество уроков носят репродуктивный характер, поэтому у многих начинающих педагогов в период профессиональной адаптации наблюдается абсолютизация комбинированного урока с его неизменной структурой (опрос, объяснение нового материала, закрепление, задание на дом). Для таких начинающих учителей характерно уделение опросу больше, чем нужно, времени, вследствие чего усваивание нового материала учащимися достигается лишь на уровне запоминания. Особой трудностью является осуществление проблемного обучения, в основе которого лежит познавательный поиск. Они не умеют углублять сложность проблем и повышать степень самостоятельности учащихся по мере расширения у них запаса знаний. Причем типичная ошибка многих молодых учителей – систематическое изложение нового материала в готовом виде, что слабо развивает самостоятельную деятельность учеников на уроке, в результате весь урок слышно только учителя. Кроме того, молодые учителя затрудняются переносить акцент на глубокое осознание и прочное усвоение учащимися ключевых фактов и идей науки, не могут преодолевать сложившиеся у многих школьников привычки на заучивание подряд всего учебного материала. На сегодняшний день, осознанное понимание учебного материала является приоритетом основных целей обучения, поскольку вынуждает педагогов обратиться к личности учащегося. Поэтому обучить молодых учителей осуществлению проблемного обучения, по нашему мнению, необходимо. Таким образом, в работе молодого учителя наблюдается значительное количество дидактических затруднений, без преодоления которых невозможен дальнейший педагогический рост, уровень педагогического мастерства, развитие творчества.

Многие учёные-методисты видят причины в дальнейшем совершенствовании профессионально-практической направленности средних и высших педагогических учебных заведений. Однако мы считаем своей задачей оказать действительно значимую помощь начинающему учителю непосредственно на рабочем поле, в период первых лет работы и, более того, предоставить один из путей дальнейшего профессионально-педагогического роста современного учителя.

Мы проанализировали все исторически сложившееся организационно-педагогические условия оказания помощи молодому учителю, отметили все положительные стороны, однако, недостатки нам показались не менее существенными. Традиционные пути оказания помощи молодому учителю: стажерство, наставничество. Школы молодого специалиста не решают на сегодняшний день в полной мере проблему процесса адаптации начинающего учителя. Для успешной профессионально-педагогической адаптации в дидактической и методической работе молодого учителя необходим адаптационный курс, основанный на интеграции курса педагогики, психологии и методики обучения математике, представленном в инновационном педагогическом пространстве технологий обучения и проектирования, ориентированный на самообразование молодого учителя. Данный курс является связующим звеном между теоретической подготовке в педвузе, педколледже и практической составляющей работе в школе. Основами адаптационного курса, являются современные требования, предъявляемые для методической работы молодого учителя математики, осуществляемые посредством инновационных технологий обучения и проектирования. В качестве средства повышения профессионально-педагогической адаптации молодого учителя выявлены технологии развивающего обучения и технологии проектирования, которые способствуют совершенствованию деятельности учителя математики в условиях современной концепции образования.

В основе технологии развивающего обучения мы определили теорию развивающего и проблемного обучения; в процессуально-действенном компоненте – теорию деятельностного подхода в обучении; непосредственно в методическом приложении – разработку и применение учебных задач. В развивающем обучении педагогические воздействия опережают, стимулируют, направляют и ускоряют развитие наследственных данных личности. В таком обучении ребёнок является полноценным субъектом деятельности. Принцип проблемности, отвечая специфике продуктивного мышления, – его направленности на открытие новых знаний, является основным, ведущим принципом развивающего обучения. Однако мы считаем одной из наиболее важных причин отсутствия массового применения технологии развивающего обучения следующие: отсутствие методических разработок уроков, недостаточное использование новых учебных комплектов, ориентированных на данную технологию, кроме того многие учителя не готовы работать в этой системе обучения, поскольку педагогические вузы только знакомят с этой теорией обучения, однако сам процесс обучения в вузе носит преимущественно традиционный характер преподавания.

Экспериментальное исследование показало, что молодые учителя быстро адаптируются к использованию в своей работе принципов развивающего, проблемного обучения, поскольку качество уроков намного выше. «...Мне не нужно тратить время на дисциплину в середине урока, частая смена видов деятельности даёт возможность и сосредоточиться, и задуматься, и передохнуть, и пообщаться с другом, и, самое важное, в конце урока ребята сами подводят итог, устанавливали тему урока, выдвигали гипотезу на следующий урок...», – рассказывали молодые учителя г. Ногинска при проведении поискового эксперимента нашего исследования.

Технологии проектирования позволяют модернизировать конструктивную функцию учителя, учитывая, при этом, комфортность в работе учителя и учащихся. Выявлена технология проектирования В.М. Монахова, которая предлагает инновационный способ подготовки к уроку, рассматривает целостность процесса обучения, интегрированность курсов педагогики, психологии, методики; предоставляет развитие творческого потенциала молодому учителю. «Педагогическая технология, – по мнению В.М. Монахова, – это продуманная во всех деталях модель совместной педагогической деятельности по проектированию, организации и проведению учебного процесса с безусловным обеспечением комфортных условий для учащихся и учителя. При этом обязательно задаются технологические нормы допустимых отклонений от проектируемого учебного процесса, в границах которых достижение планируемых результатов гарантировано». «Педагогическая технология – это набор технологических процедур, обновляющих профессиональную деятельность учителя и гарантирующих конечный планируемый результат».

Такое понимание педагогической технологии мы разделяем, однако, отметим, что в таком случае гарантированность результата не всегда достигается на уровне понимания, зачастую носит репродуктивный характер, что представляет не лучшую форму познания и может тормозить развитие умственной деятельности. Гарантированность результата иногда носит отсроченный характер, поэтому мы считаем, что не следует спешить с выводами о результатах обучения и развития каждого ученика средствами математики после первых приёмов технологии проектирования.

Однако в фундаментальной основе технологии лежит модель учебного процесса, которая универсализирует и систематизирует наше представление о главном, о сущностном в учебном процессе. Начинающему учителю необходимо овладеть теоретическими и практическими навыками проектировочной деятельности, которые не только повысят уровень успешности дидактической адаптации, но и предоставят возможность для творческого отношения к своей деятельности. Качественный анализ результатов повторной экспериментальной контрольной работы показал, что у всех категорий опрашиваемых значительно повысилось качество подготовки к разработке тематического и поурочного планирования, которое проявилось в многоаспектном представлении изучаемой темы, в чётких критериях оценок, в предвидении трудностей и ошибок учащихся по всей теме, в наличии разнообразных видов деятельности учащихся на уроке, созданию проблемно-поисковых ситуаций, целесообразному применению учебных задач, качественно новому отношению к каждому ученику и классу в целом; понимание целей и методов обучения математике позволило отбирать содержание индивидуальных и групповых заданий методически грамотно; отношение к педагогическим инновациям стало более значимым за счёт углублённой осведомлённости теоретических аспектов педагогических технологий и появления способов практического их применения своей работе.

Итак, на основании проведенного исследования можно утверждать, что применение инновационных педагогических технологий в методической работе молодого учителя, основанных на использовании развивающего обучения и процесса проектирования по В.М. Монахов, способствует повышению качества работы начинающего учителя. Следовательно, влияет на уровень успешности профессионально-педагогической адаптации, способствует дальнейшему профессиональному росту учителя математики.

Осталось только отметить, что молодых учителей надо теоретически ознакомить и методически вооружить особенностями применения данных технологий. Нами разработана программа и методическое обеспечение курса «Инновационные технологии в методической работе начинающего учителя математики», которые будут интересны и более опытным учителям. Мы экспериментально опробовали данный курс в Ногинском государственном педагогическим колледже. Считаем, что он может быть полезен при обучении студентов в высших педагогических учебных заведениях, методистам и работникам департаментов народного образования, курирующих деятельность молодых учителей.

Т. И. КИРЮХИНА

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Стремительное вхождение нашей страны в мировое экономическое и политическое сообщество, налаживание общественных, трудовых и личных связей с другими народами, преобразования в области науки и техники требуют активности человеческой психики. Основой формирования и развития личности является активное и целенаправленное отношение к себе и к окружающим, соединенное с высокой психологической культурой и нравственностью.

В настоящее время, когда с каждым днем увеличивается поток информации, реальной возможностью успеть за изменениями в обществе становится творческая адаптация человека. – «... жить в постоянно меняющемся, незавершенном мире может только творческая личность, ... готовая к риску развития, построения себя в мире и способная к творческому самовыражению» – отмечает Ю.А. Грибов (Грибов Ю.А. Условия развития творческого самовыражения учащихся и учителей. // «Вопросы психологии.» 1989 № 2, с.58)

Большая роль в развитии человека как творческой личности отводится школе.

Математическое образование в системе общего среднего образования занимает одно из ведущих мест, что определяется безусловной практической значимостью математики, ее возможностями в развитии и формировании мышления человека, ее вкладом в создание представлений о научных методах познания действительности.

Полновесное образование человека возможно лишь в условиях гуманизации и гуманитаризации. Ведь, как известно, основная цель образования заключается в становлении человека-творца, что предполагает формирование знаний и способов деятельности и создание учителем среды, благоприятной для развития способностей ученика, обеспечивающей саморегуляцию его личностного потенциала и побуждающей к поиску собственных результатов в обучении. Гуманизация имеет целью сформировать у учащегося личностно значимые для него знания и способы деятельности, а гуманитаризация образования – вооружить школьника основами творческой деятельности.

Одним из существенных факторов, влияющих на результативность обучения математике, является применение различных педагогических технологий.

Творческие способности человека могут развиваться только в процессе деятельности. Широкими возможностями для включения в творческую деятельность школьников обладают игровые технологии. В курсе математики 5-6 классов содержится много вычислительных правил. Поэтому для обучения правилам в системе развивающего обучения очень эффективно применять игровые технологии.

Психологическая теория игры отражена в трудах видных психологов – Л.С. Выготского, С.П. Рубинштейна, А.Н. Леонтьева, Д.Б. Эльконина, В.В. Давыдова. В проведенных ими исследованиях показано большое развивающее влияние всех видов игр на психическое развитие ребенка.

«Правильно поставленная игра, – отмечает психолог В.В. Давыдов, – позволит многому научить ребенка. Организация игровой деятельности детей и создание ее реквизита требуют не менее глубоких специальных научных знаний, психолого-педагогических изысканий, чем выработка медико-гигиенических норм обеспечения жизни ребенка».

В результате проведения методических исследований установлено большое значение дидактических игр в закреплении, углублении, расширении знаний и формировании интеллектуальных умений, оценки и самооценки школьников, определены некоторые переходы к систематизации игр, показано их использование при изучении определенных тем.

Например, при изучении темы «Сложение и вычитание обыкновенных дробей» были использованы сказки А.С. Пушкина.

ЗАДАНИЕ : Вспомните «Сказку о мертвой царевне и семи богатырях».

Ученики по очереди начинают рассказывать сказку до слов :

За невестою своей
Королевич Елисей
Между тем по свету скачет.

Сколько раз Елисей обращался за помощью? Ответить на вопрос вам поможет необычный квадрат:

I 1/4	I 1/2	I 3|4
1/2	3/4	1|5
2/7	7/7	I 3/7

Выполните действия:
– из первой строки выбрать наименьшее число;
– из второй - наибольшее;
– из третьей - не наибольшее и не наименьшее;
– найти сумму выбранных чисел.

Решение: I 1/4 + 3/7 +7/7 = 3

Представляется, что логичным продолжением работы, начатой на уроке, будет задание придумать «свою» подобную задачу, используя сказки А. С. Пушкина. Самостоятельное составление учащимися текстовых задач – один из самых сложных и самых ярких видов математических заданий творческого характера. Результаты могут быть, например, следующими:

ЗАДАНИЕ: «Сказка о царе Салтане».

Белка песенки поет
Да орешки все грызет,
А орешки не простые,
Все скорлупки золотые,
Ядра – чистый изумруд;

ЗАДАЧА: У белки три бригады, которые расфасовывают изумруды и золото по мешкам. Первая и вторая бригады могли бы выполнить задание за 9 дней; вторая и третья бригады – за 18 дней; первая и третья бригады – за 12 дней. За сколько дней бригады справятся с этим заданием, работая вместе?

Задание «составить и решить» задачу определенного вида ученики могут выполнить и дома. Самостоятельное составление учащимися текстовых задач в связи с усвоением ими определенных математических понятий позволит вывести усвоение нужного учебного материала на более высокий творческий уровень.

Основное назначение дидактических игр в различных ситуациях учебного процесса видим в том, чтобы сделать процесс усвоения математических знаний увлекательным: повысить активность учащихся, интенсивность их мышления, развивать непроизвольную память, воображение. Кроме того, в условиях игровой ситуации усиливается целенаправленность действий школьника, повышается интерес к процессу работы и ее результатам, что создает благоприятные предпосылки для активной познавательной деятельности.

В данное время, когда особую актуальность приобретает проблема интенсификации учебной деятельности школьников, поиски новых резервов, умений и навыков, которые кроются в самом процессе усвоения знаний, нам представляются весьма актуальными. Одним из таких резервов является оптимизация игровой деятельности как средства обучения и воспитания.

Игровые занятия разрабатываются таким образом, чтобы к учащимся были предъявлены определенные требования.

Чтобы играть, нужно знать суть игры – это первое требование, которое придает игре познавательный характер.

Правила игр, игровые ситуации должны быть действенными, то есть такими, чтобы у учащихся появилось желание участвовать в игре. Поэтому дидактические игры должны составляться с учетом возраста учащихся.

Правила и организация развивающих игр должны составляться и разрабатываться с учетом индивидуальных особенностей учащихся (с высокими и низкими математическими возможностями, активных и пассивных и т.д.).

Игра должна носить обучающий характер, где ученики приобретают новые навыки и знания.

Итак, в чем же заключается главная особенность применения игровых технологий? В том, что один из основных принципов обучения от простого к сложному, объединяется с очень важным принципом творческой деятельности самостоятельно по способностям.

Все сказанное свидетельствует о необходимости как можно чаще использовать игровые технологии в обучении математике с целью оптимизации процесса образования.

О.А. КЛУБНИЧКИНА

РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Современный этап развития социума характеризуется его вступлением в новую фазу – «информационное общество». Уже сегодня можно сказать, что главным общественным продуктом, обеспечивающим интеллектуализацию основных видов человеческой деятельности, станет информация.

В настоящее время школа характеризуется сменой образовательных парадигм, появлением различных типов школ, классов различных профильных направленностей. Поэтому появилась необходимость формирования у школьников умений, которые позволили бы им обучаться в системе альтернативного образования.

Необходимым условием в любой сфере деятельности является понимание роли науки в развитии цивилизации, а значит, изучение истории науки входит, как важнейшая часть, в процесс получения настоящего образования, в процесс формирования личности школьника.

Обращаясь к использованию элементов историзма в обучении математике, Ж. Дьедоне отмечал, что – «...в современном преподавании математики существует тенденция сразу вводить фундаментальные понятия в их наиболее общем виде. Если это часто и оправдывается необходимостью быстро придти к наиболее общим теоремам, тем не менее остается фактом, что эти общие понятия могут быть научно поняты, если осознается их происхождение и характер их изменения, начиная от более частных понятий, но более близких к интуиции...».

Математика – наука, возникшая еще в глубокой древности. Именно она демонстрирует возможности человеческого разума, мощь интуиции, силу воображения, ясность и точность рассуждений так, как это недоступно другим сферам интеллектуальной деятельности. Поэтому историко-математические сведения при изучении курса математики в общеобразовательной школе способны вызвать у учащихся удивление и, тем самым, повысить познавательный интерес к предмету. Напомним слова великого математика Р. Декарта: – «Отсутствие удивления означает, что предмет нас совершенно не затрагивает, мы рассматриваем его без всякой страсти».

Важнейшей особенностью современного этапа развития школы являются идеи развивающего обучения, гуманизации и гуманитаризации образования. Поэтому необходимо создать такие условия, чтобы раскрыть индивидуальность каждого ребенка, помочь ей развиться, проявиться – это, пожалуй, главная и ответственная задача современной школы.

В связи с этим, наибольшую значимость приобретает подход к учебному материалу, как средству интеллектуального развития школьников. Чтение книг о великих людях, знакомство с их жизнью и деятельностью не только расширяет эрудицию, но и дает сильную моральную поддержку, показывая примеры воли, твердости и упорства в достижении цели, мужества и стойкости в преодолении трудностей.

Сведения из истории математики, вводимые непосредственно при изучении определенных тем курса математики в школе позволяют:

– добиваться углубления знаний учащихся, определяемых программой;

– познакомить учащихся с историей возникновения математических терминов и знаков;

– познакомить учащихся с историей возникновения известных теорем и их доказательством, что позволит эффективно осмыслить и запомнить учебный материал;

– создать представление об особенностях развития математики у разных народов, показать их вклад в науку;

– познакомить учащихся с жизнью известных математиков, с эпохой, в которой они жили, придать, тем самым, эмоциональность математической науке, показать связь с практической деятельностью;

– сформировать у учащихся представление о математике, как о развивающейся науке.

Таким образом, правильное и систематическое включение в урок фрагментарных сведений из истории математики способствует лучшему усвоению основных научных идей, возбуждает интерес учащихся к предмету, активизирует познавательную деятельность, позволяет проследить эволюцию основных понятий математики.

Исторические сведения хорошо воспринимаются учениками, пробуждают интерес к истории науки, помогают им запомнить материал, заставляют учителя и учеников искать новые сведения, изучать историческую литературу, подбирать темы для самостоятельной работы.

Л.Ю.КОВАЛЁВА

К ВОПРОСУ О ВВЕДЕНИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

В процессе всей своей жизни человек часто сталкивается с событиями и явлениями, исход которых заранее не определен. Например, студент не знает, какие именно вопросы задаст экзаменатор, служащий – сколько времени у него займет дорога на работу завтра (через неделю); инвестор – окупятся ли его инвестиции и так далее. Тем не менее, в подобных ситуациях, связанных с неопределенностью, необходимо принимать решения. Поэтому каждому современному человеку необходимы знания вероятностно-статистического характера, так как в наше время, когда в жизнь стремительно вошли референдумы и социальные опросы, кредиты и страховые полисы, разнообразные банковские начисления, вряд ли можно считать образованным человека, хотя бы в общих чертах не знакомого со взаимодействием между «необходимым» и «случайным».

Кроме того, в повседневной жизни мы постоянно сталкиваемся с вероятностной терминологией в политических и научных текстах, широко используем их в нашей речи. (Она звучит в завтрашнем прогнозе погоды, в выступлениях политика и др.).

Задачи, которые ставит перед выпускниками средней школы жизнь, в большинстве своем связаны с необходимостью анализа влияния случайных факторов и принятия решений в ситуациях, имеющих вероятностную основу.

Значит, и формировать элементы вероятностно-стохастического мышления надо уже в школе, потому как практика показывает, что человеку, не понявшему вероятностных идей в детстве, в более зрелом возрасте они даются нелегко. Можно согласиться с утверждениями Л. Бычковой и В. Селютина о том, что – «...для творческой работы ... во всех областях науки статистическую культуру надо воспитывать с ранних лет». (3. с.13).

По мнению психолога А. Лобока уже на «...этапе комплексного мышления ребенка закладываются те фундаментальные механизмы, которые позволяют человеческому существу не просто следовать тем или иным объективным закономерностям, но и вступать с этими закономерностями в вариативно-творческий диалог...». (5. с.42). Таким образом, у ребенка закладывать основы вероятностного мышления, по сути дела, не требуется, так как в силу природных задатков, у детей довольно рано формируется вариативное восприятие мира.

Жизнь ребенка строится по закону игровой импровизации, а сетка его мышления – это вероятностная сетка. Мир воспринимается таким, какой он есть на самом деле, в котором все может быть, и он открыт любым, самым неожиданным и невероятным жизненным поворотам. Его мышление пока не сковано требованиями жесткой формально-логической достоверности. Именно такое вероятностное отношение к миру создает эффективную психологическую основу для подведения ребенка к понятиям элементов теории вероятностей и математической статистики.

Таким образом, систематическое изучение этого раздела математики можно начинать уже в начальной школе. К слову, в таких странах как Япония, Англия, Италия и других, вопросу воспитания стохастической культуры уделяется большое внимание: с элементами теории вероятностей и статистики учащиеся знакомятся с первых школьных лет, и на протяжении всего обучения усваиваются вероятностные подходы к анализу распространённых ситуаций, встречающихся в жизни.

Наше школьное образование, направленное на изучение законов жёсткой детерминации, пока лишь односторонне раскрывает сущность окружающего мира. Случайный характер многих явлений действительности оказывается за пределами внимания наших школьников. В результате этого их представления о характере многих природных и общественных процессов носят однобокий характер и неадекватны современной науке. Почему же школа загоняет мышление ребёнка в искусственный мир мёртвых схем, блокирует вероятностное отношение к миру, а не развивает его? А ведь именно школьные уроки математики могли бы стать для учащихся уроками развития вероятностного стиля мышления, который характеризуется связями случайности и необходимости.

При существующей системе образования, обучение вероятностному мышлению, этой столь простой и важной особенности современной науки, будет осуществимо с внедрением и стохастики в школьные программы по математике, и, самое главное, в принятии этого материала самими учителями. Ведь нынешние учителя математики с этим курсом знакомились в педагогическом вузе, но на практике, подавляющее большинство не может решить многие элементарные задачи на вычисление вероятности, требующие лишь более или менее развитой вероятностной интуиции.

Широко распространено убеждение, что понимание случайных явлений учащимися зависит от того, воспринимает ли сам учитель те или иные события как редчайшие или обыденные. Существует мнение, что подобные понятия трудно доходчиво изложить детям. Однако практика показывает: определенные конкретные логические операции, необходимые для понимания сущности случайных явлений, вполне доступны даже детям младшего возраста – при условии, что они изложены без помощи громоздкого математического аппарата. Идеальный дидактический материал для усвоения логических операций, необходимых для выработки вероятностного мышления, – это игра: рулетка, вытягивание жребия, статистические исследования, а также игры, в которых используется гауссова кривая распределения результатов случайного выбора. Участвуя в таких играх, дети прежде всего открывают для себя чисто качественное понятие случайности, определяемой как недостоверное событие, наступление которого нельзя с несомненностью вывести дедуктивно. Понятие вероятности, понимаемой как степень положительности, возникает позднее. Эти открытия ребёнок способен сделать ещё до того, как он овладеет техникой овладения вычисления вероятностей, без которой обычно не обходится изложение теории вероятностей.

Интерес ребёнка к проблемам вероятностного характера легко пробудить и развить задолго до систематического изложения статистических процессов и овладения соответствующими вычислительными приёмами. Статистические суждения и расчёты есть только инструменты, к использованию которых следует приступить лишь после того, как установлено их непосредственное понимание. Введение техники расчетов на первом этапе обучения способно, скорее всего, помешать развитию вероятностного мышления, а то и вовсе сделать его невозможным.

Таким образом, один из важнейших аспектов модернизации содержания математического образования состоит во включении в школьные программы элементов статистики и теории вероятностей, то есть новой стохастической линии, но не на формально-логическом уровне, как это было сделано ранее (1960-70 гг.). Её появление будет способствовать усилению общекультурного потенциала, развитию вероятностного мышления школьников.

При отборе материала для новой линии важно правильно оценить то, какие знания необходимы будут в повседневной жизни и для изучения таких дисциплин как современная физика, химия, астрономия, биология, языкознание, построенных на вероятностной базе. Например, статистическая физика не только завоевала себе право на существование, но и является основой всей современной физики. Понимание природы химических реакций, динамического равновесия, также невозможно без статистических представлений.

Знаменитые законы Менделя в биологии, положившие начало современной генетике, требуют для своего осмысления теоретико-вероятностных рассуждений и, самое важное, отказа от классических представлений полного детерминизма. Изучение таких значительных проблем биологии, как передача возбуждения, устройство памяти, передача наследственных свойств, вопросы расселения животных на территории, взаимоотношения хищника и жертвы, определение корреляционных связей между различными величинами, определение нормы и многое другое, требует хорошего знания математической статистики, а также теории вероятностей.

Астрономия использует статистический аппарат и представления в весьма широкой мере. Звёздная астрономия, исследования распределения материи в пространстве, изучение потоков космических частиц, распределения во времени и на поверхности Солнца солнечных пятен и многое другое нуждается в систематическом использовании статистических представлений и разнообразного математического аппарата теории вероятностей.

Кроме того, в последнее время статистические методы исследования во всё более значительной мере начинают привлекаться к историческим исследованиям: выяснение эпох захоронений, расшифровке надписей иероглифических текстов.

Другие направления изучения статистических закономерностей языка связаны с изучением повторяемости слов и букв, вычислением информативности языка конкретных писателей и поэтов. Эти методы используются для установки литературных подделок и авторства.

Мы видим, таким образом, что статистические концепции в современной науке являются не модой, не приходящим явлением, а связаны с конкретными её проблемами. Поэтому, на сегодняшний день для учащихся так необходимо овладение вероятностно-статистическими знаниями, и эти знания должны давать прежде всего уроки математики, которые помогут правильно осознать реальную действительность, открыть вероятностную природу окружающего мира, показать, что в мире случайностей можно не только хорошо ориентироваться, но и активно действовать.

В настоящее время наша страна находятся на пороге введения в школу стохастической линии уже на более раннем этапе обучения, охватывающем всех школьников. В стандарте основного общего образования по математике есть раздел, включающий в себя элементы комбинаторики, логики, статистики и теории вероятностей, разработана учебная и методическая литература. В связи с этим остро встают проблемы методической готовности учителей к успешной реализации этой линии, так как на внедрение в практику работы этого нового материала требуется немало времени.

Литература

Дж. Брунер. Психология познания. М.: Прогресс,1977.

Е.А. Бунимович, В.А. Булычёв. Вероятность и статистика. Учебное пособие для общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2002.

Л.О. Бычкова, В.Д. Селютин. Об изучении теории вероятностей и статистики в школе. // Математика в школе. 1999, № 5.

И.И. Гольдфайн. Элементы теории вероятностей в современном школьном курсе биологии. // Математика в школе. 2004, № 3.

Е.Р. Гурбатова. Роль допонятийных форм мышления в обучении детей математики. // Педагогика. 2004, № 6.

Л.Ю. КОВАЛЁВА

ИЗУЧЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ В ШКОЛЕ

Введение стохастической линии в школьные программы по математике вызвало к жизни множество вопросов по методике преподавания элементов теории вероятностей. Как вводить базовые понятия, какие школьные и жизненные задачи решать при помощи полученных знаний?

Опыт прошлых лет показал, что обучение основам теории вероятностей на абстрактно-формальном уровне в традиционной схеме урока дает, в основном, негативные результаты. То есть, выбрать путь объяснения через хорошо известные формулы и алгоритмы, формального объяснения нового материала по программе невозможно. Важно заинтересовать теорией вероятностей через историю зарождения «математики случая». Почему ее называют «знамением математики 20 века», как закладывалась основа очень интересной и глубокой науки?

По словам М. Глемана и Т. Варга – «...всё, что требуется, – это искусно связать теорию вероятностей с миром ребенка. Вокруг нас легко найти множество ситуаций, которые могут послужить толчком к глубоким размышлениям».(1,8). Действительно, сейчас невозможно указать ни одной области человеческой деятельности – от заводского производства до литературоведения, – где бы ни применялись вероятностные исследования.

Нужно обратить внимание детей на то, что слова «случай», «случайность», «случайно» очень часто нами употребляются в повседневной речи. Что же значит случайно произошедшее событие? Очень важно, чтобы ребенок как можно раньше познакомился с идеей, что событие **может быть, возможно, но не обязательно** – это понятие промежуточное между достоверностью и невозможностью.

Например, при бросании кубика может выпасть пять очков, а может и два, три и др., можно выиграть в лотерею, а можно и нет, – это события называемые «может быть». Событие «выпадет семь очков на грани кубика» никогда не произойдет в данных условиях (невозможное), событие «выпадет какое-либо из шести очков» всегда произойдёт (достоверное).

Таким образом, возможно подвести ребёнка к понятию случайного явления, полностью не зависящего от нашего контроля, а далее – к понятию вероятности случайного события.

Первый шаг на пути ознакомления детей с миром вероятности состоит в длительном экспериментировании, то есть многочисленных манипуляциях с разными предметами (игральными костями, волчками, монетами, шарами, то есть генераторами случайных чисел). Эксперимент повторяется много раз при одних и тех же условиях, а детям предлагается угадывать результат.

Например, учащимся предлагается ситуация: положим в мешок 3 красных, 3 белых и 3 синих шара. Сколько шаров нужно вынуть из мешка, чтобы наверняка иметь шары трёх цветов?

Дети предлагают разные значения и пытаются обосновать свой выбор, производя эксперименты. После этого делают вывод:

– если вынуть 7,8,9 шаров, мы наверняка будем иметь три цвета;

– если вынуть 3,4,5,6 шаров, мы возможно, но не обязательно будем иметь три цвета;

– если вынуть 1 или 2 шара, то невозможно получить три цвета.

Всё ещё оставаясь в качественной плоскости и среди идей того же уровня, нужно подвести детей к понятиям более вероятно, менее вероятно и, в дальнейшем, к понятию равновероятности.

Ещё один пример: в мешке уже шары белого и чёрного цвета. Вынимаем шары по одному. Есть ли полная уверенность в том, что при одном вынимании будет извлечён белый шар? Вопрос обсуждается с учащимися, проводится множество экспериментов и делается вывод, что нет, лишь в двух крайних случаях можно точно предсказать цвет вынимаемого шара. Если все шары чёрные, то появление белого невозможно, и наоборот, если все шары белые, то каждый вынутый шар будет белым. В остальных случаях есть лишь некоторая доля уверенности, что шар будет белым, и эта доля тем больше, чем большую долю составляют белые шары в мешке.

После некоторого числа таких примеров-экспериментов естественно возникает задача описать эту «долю уверенности», найти числовую характеристику для неё. Такой характеристикой и является вероятность.

Следует отметить, что на первом этапе производились элементарные рассуждения в ходе игр, экспериментов, в которых качественным образом сравнивались вероятности некоторых событий. Количественную характеристику вероятности можно проводить на втором этапе – численное измерение вероятности. С этого момента станет необходимостью использовать дроби. (Для учащихся 5-6-х классов вероятностный материал может послужить хорошим практическим приложением к теме "Дроби").

К понятию вероятности будет удобно подойти через относительную частоту наступления события, она есть грубый измеритель вероятности. Но, между тем, ведёт к тому, что вероятность будет ассоциироваться с числом из отрезка [0,1]. К слову, впервые понятие вероятности ввёл Я.Бернулли в работе "Искусство предположений". До этого речь шла о частоте, о числе благоприятных возможностей, о шансах и т. д. Мы также предпочтем говорить о частотах, так как это удобно из-за простоты и наглядности.

Для примера рассмотрим такую задачу:

Представим себе случайную машину, имеющую два состояния А и Б. Допустим, что машина сработала 100 раз, и при этом 28 раз реализовалось состояние А и 72 раза реализовалось состояние Б. Практически мы можем отбросить предположение о том, что вероятность А больше или равна половине, то есть 1/2 скорее её следует искать вблизи значения 0,28. Соответственно вероятность события Б составит 0,72.

Другая задача: выберем произвольный отрывок из текста, содержащий 100 слов. Допустим, количество слов из семи букв равно 16. Какова вероятность встретить слово из семи букв?

По аналогии с предыдущим примером легко увидеть, что вероятность искомого события равна 16/100 или 4/25.

Такие простые примеры подводят учащихся к тому, чтобы оценивать вероятности численно. В качестве связи с теоретико-множественными понятиями можно использовать ситуации, в которых вероятности приходилось бы складывать, вычитать и умножать. Анализ таких задач часто упрощается, если использовать таблицы.

Пример. Положим в урну один чёрный шар и два белых. Вытаскиваем один шар, записываем его цвет и возвращаем шар в урну. Вытаскиваем еще один шар и записываем его цвет.

Два последовательных извлечения (с возвращением) могут привести к следующим четырём результатам:

1. чёрный шар, чёрный шар;
2. чёрный шар, белый шар;
3. белый шар, чёрный шар;
4. белый шар, белый шар.

Какова вероятность каждого из этих исходов?

При помощи таблицы 1 легко указать всевозможные исходы событий и их вероятности.

Таблица 1

	Второе извлечение			
Первое извлечение	-	Ч	Б	Б
	Ч	ЧЧ	ЧБ	ЧБ
	Б	БЧ	ББ	ББ
	Б	БЧ	ББ	ББ

Таким образом, в одном случае получается результат: вытащили два чёрных шара; в двух случаях получается результат: вытащили один чёрный и один белый; в двух случаях получается результат: один белый и один чёрный; в четырёх – два белых шара. Следовательно, вероятность вытащить два чёрных шара равна 1/9; вероятность вытащить чёрный шар, а затем белый равна 2/9; вероятность вытащить белый шар, а затем чёрный равна 2/9; вероятность вытащить два белых шара равна 4/9.

Рассмотрим снова ту же ситуацию, но на этот раз не будем возвращать шар обратно в урну. Два последовательных извлечения без возвращения могут привести к трём результатам: ЧБ; БЧ; ББ. Какова вероятность каждого из результатов? В таблице 2 показаны все шесть возможных случаев.

Таблица 2

	Второе извлечение			
Первое извлечение	-	Ч	Б	Б
	Ч	-	ЧБ	ЧБ
	Б	БЧ	-	ББ
	Б	БЧ	ББ	-

Итак, в двух случаях получается результат: один чёрный шар и один белый; в двух случаях получается результат: один белый и один чёрный; в двух случаях получается результат: два белых шара. Следовательно, вероятность каждого из исходов равна 1/3.

На более поздних стадиях задачи комбинаторика должна позволить изучать более сложные вероятностные ситуации.

Таким образом, без введения готовых формул, теорем и определений, а только лишь на основе конкретных статистических экспериментов, можно решать задачи вероятностного характера на уроках математики в средней школе.

Литература

1. Гильдерман Ю.И. Закон и случай. Новосибирск: Наука,1991.

2. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях. М.: Просвещение,1979.

3. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. Начальные сведения из теории вероятностей в школьном курсе алгебры. // Математика в школе. №7, 2002.

М.С. ЛИТВИНА

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ СТОХАСТИКИ В УЧРЕЖДЕНИЯХ НАЧАЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Многие педагоги и методисты указывают на необходимость учета индивидуально-психологических особенностей учащихся в учебном процессе. С.Л. Рубинштейн писал, что лишь при знании и учете индивидуальных особенностей каждого человека можно обеспечить всем людям наиболее полное развитие и применение их творческих возможностей и сил. Также необходимо знание индивидуальных особенностей в процессе воспитания и обучения. Индивидуализированный подход к каждому учащемуся является одним из основных требований правильно поставленного процесса воспитания и обучения [7].

Анализ психолого-педагогической литературы показал, что в настоящее время особенно актуальной является проблема определения индивидуально-психологических особенностей учащихся гуманитарных специальностей в учреждениях начального профессионального образования, влияющих на усвоение ими математики и в частности стохастики.

В современной психологии изучение и диагностика индивидуальных особенностей личности происходит в основном на психофизиологическом и психологическом уровнях. Психофизиологический уровень основан на диагностике типологических свойств нервной системы, а психологический – на определении особенностей познавательных процессов.

1) Психофизиологические особенности учащихся в учреждениях начального профессионального образования.

Из физиологии известны ряд закономерностей в работе мозга, связанных с интеллектуальной (в том числе и познавательной) деятельностью человека. Эти закономерности основаны на представлениях о функциональной асимметрии головного мозга. Согласно этой точке зрения, психические функции распределяются между левым и правым полушариями головного мозга. Назовем такое распределение межполушарной дифференциацией. Установлено, что функцией левого полушария является оперирование вербально-знаковой информацией, чтение, счет, тогда как функция правого – оперирование образами, ориентация в пространстве, различение музыкальных тонов, мелодий и невербальных звуков. Заметим, что основное различие между полушариями определяется не столько особенностями используемого материала (вербального или образного), сколько способами его организации, характером переработки информации. Так, например, правое полушарие более активировано при чтении художественных рассказов, чем технических текстов, хотя, по формальным критериям, оба типа текстов относятся к вербальной информации [6]. Художественная литература в большей степени относится к образному мышлению, поэтому для ее восприятия и переработки требуется активное участие аппарата правого полушария. Еще одним примером является речевое общение. В речи человека выделяют два канала связи: словесный и просодический (под просодическим каналом связи понимают интонационно-голосовые компоненты речи). Словесно-смысловое содержание воспринимается и перерабатывается левым полушарием, а просодические компоненты - правым. Оба полушария, как уже отмечалось, способны к восприятию слов и образов и к их переработке, но эти процессы протекают в них по-разному. Правое полушарие обеспечивает чувственные формы отражения мира, левое полушарие связано с вербально-логическими процессами. Это объясняет связь некоторых сторон языковых способностей с работой правого полушария, а математических способностей – с работой левого полушария.

В настоящее время все большую поддержку получает концепция различных когнитивных стратегий полушарий головного мозга. Согласно этой концепции для левого полушария характерен аналитический сукцессивный (последовательный) способ обработки информации, а синтетический симультанный (одновременный) способ отличает правое полушарие [1]. Таким образом, с помощью «левополушарного» мышления осуществляется ряд последовательных операций, обеспечивающих логически непротиворечивый анализ предметов и явлений. Благодаря этому формируется модель объекта или явления, которую можно выразить словами или другими условными знаками. «Правополушарное» мышление создает возможность одномоментного схватывания многочисленных свойств объекта в их взаимосвязи друг с другом и во взаимодействии со свойствами других объектов, что обеспечивает целостность восприятия.

Из всего вышесказанного следует, что учащиеся, обладающие более развитым правым полушарием, могут испытывать трудности при изучении точных наук и наоборот. При обучении этих учащихся математике, учитель должен учитывать особенности их межполушарной асимметрии, т.е. должен опираться на сильные стороны «правополушарного» или «левополушарного» мышления.

Существует также другая концепция, опирающаяся на учение о сигнальных системах высшей нервной деятельности человека, выдвинутое И.П. Павловым. Под сигнальной системой понимается способ регуляции поведения в окружающем мире, свойства которого воспринимаются головным мозгом в виде сигналов [5]. Эти сигналы могут быть либо непосредственно улавливаемы органами чувств как ощущения цвета, звука, запаха и др., либо представлены в знаковой системе языка, в виде слова – «сигнала сигналов». Таким образом, сигналы могут быть двух видов: сенсорные соответствуют первой сигнальной системе, речевые – второй сигнальной системе, причем вторая сигнальная система у человека играет ведущую роль по отношению к первой. И.П. Павлов указывал на возможность индивидуальных различий в соотношении сигнальных систем. При обязательном функциональном преобладании второй сигнальной системы характер ее взаимодействия с первой может существенно варьироваться: у одних людей роль первой сигнальной системы оказывается относительно большей, у других – относительно меньшей. При относительном преобладании первой сигнальной системы складывается художественный тип личности, при относительном преобладании второй сигнальной системы – мыслительный, при относительно равном их представительстве – средний тип людей.

Таким образом, индивидуальные особенности, связанные с соотношением сигнальных систем, играют определенную роль в типе структуры обучаемости математике, как общеобразовательной дисциплине. Так, относительное преобладание второй сигнальной системы облегчает изучение предметов физико-математического цикла. Учащимся же, склонным к гуманитарным дисциплинам, чаще всего присуще относительное преобладание первой сигнальной системы.

Итак, относительное преобладание первой сигнальной системы у учащихся гуманитарных специальностей и второй сигнальной системы у учащихся технических специальностей необходимо учитывать при обучении их стохастике. Такой учет индивидуально-психологических особенностей соотношения сигнальных систем имеет два аспекта: во-первых, необходимо опираться на сильные и компенсировать слабые стороны ведущей сигнальной системы, а во-вторых, нужно способствовать развитию другой сигнальной системы.

2) Особенности познавательных процессов учащихся учреждений начального профессионального образования.

Когнитивные (познавательные) процессы у разных людей имеют свои особенности, для характеристики которых используют понятие когнитивного стиля. Под когнитивным стилем понимаются «относительно устойчивые индивидуальные особенности познавательных процессов субъекта, которые выражаются в используемых им познавательных стратегиях» [5]. Наша задача заключается в описании когнитивного стиля, характерного для учащихся учреждений начального профессионального образования.

Познавательные психические процессы делятся на: сенсорно-перцептивные (ощущение, внимание, восприятие), мнемические (процессы памяти) и интеллектуальные (мышление, воображение).

Познавательным процессом, с которого начинается любое познание, является восприятие. Восприятием называется отражение в сознании человека предметов или явлений при их непосредственном воздействии на органы чувств. Обычный ход восприятия заключается в том, что от первоначального общего, недифференцированного, примитивно-синтетического образа мы идем к его аналитическому восприятию, а затем снова к синтезу, но уже более совершенному, более дифференцированному. Таков общий для всех людей ход восприятия. Но восприятие человека характеризуется как общими закономерностями, так и индивидуальными особенностями, следовательно, выделяют такие типы восприятия как аналитический, синтетический, аналитико-синтетический и эмоциональный.

Наиболее распространенным является аналитико-синтетический тип восприятия. Если же в процессе восприятия основную роль играет операция синтеза (анализа), то такой тип восприятия называется синтетическим (аналитическим). Учащимся со способностями к гуманитарным наукам свойственно синтетическое восприятие, а учащимся со способностями к точным наукам – аналитическое восприятие. Если главное место занимают не операции мышления, а эмоции и чувства, то такое восприятие называется эмоциональным. В результате синтетического восприятия у человека создается яркий, обобщенный образ, который часто несет на себе и эмоционально-личностные моменты. Поэтому для учащихся гуманитарных специальностей свойственно также эмоциональное восприятие действительности.

Кроме предложенной классификации типов восприятия существуют и другие. В зависимости от анализаторов, участвующих в процессе восприятия, выделяют следующие виды: зрительный, слуховой, осязательный, кинестезический, обонятельный и вкусовой. В процессе обучения главную роль играют зрительное, слуховое и кинестезическое восприятие. Для гуманитариев характерно хорошо развитое зрительное восприятие, при этом слуховое восприятие, особенно абстрактных, отвлеченных явлений, может быть развито недостаточно. Именно поэтому большое внимание должно уделяться средствам наглядности. Если же используются словесные методы обучения, то речь учителя должна быть яркой, образной, эмоциональной для облегчения восприятия материала учащимися.

По степени целенаправленности деятельности личности выделяют преднамеренное (произвольное) и непреднамеренное (непроизвольное) восприятие. Произвольный вид познавательных процессов у гуманитариев развит хуже, чем непроизвольный, поэтому преподаватель должен учитывать недостаточное развитие у гуманитариев произвольного восприятия.

Вторым важным когнитивным процессом является память, под которой понимают запоминание, сохранение и последующее воспроизведение индивидом своего опыта. Индивидуальные различия в памяти людей определяются многообразием ее видов, форм, сторон и процессов. Так, по характеру психической активности выделяют двигательный, эмоциональный, образный и словесно-логический виды памяти. Образная память – это память на представления, на картины природы и жизни, на звуки, запахи, вкусы. У учащихся группы с интересом к гуманитарным наукам продуктивность образной памяти значительно выше, чем у учащихся других групп. Образная память характеризуется тем, что для нее характерны приемы целостного «схватывания» материала при запоминании, а также использование наглядно-образных опор при запоминании любого вида материала, вплоть до текстов по физике и математике.

В зависимости от характера целей деятельности выделяют непроизвольный и произвольный виды памяти. Если же обучение ведется на гуманитарных специальностях учреждений начального профессионального образования, то роль непроизвольного запоминания возрастает. Существуют некоторые закономерности непроизвольного запоминания:

– если материал входит в содержание основной цели деятельности, он запоминается лучше, чем в том случае, когда он включен в условия, способы достижения этой цели;

– материал, занимающий место основной цели в деятельности, запоминается тем лучше, чем более содержательные связи устанавливаются в нем;

– непроизвольно запоминается лучше тот материал, который вызывает активную умственную работу над ним;

– непроизвольное запоминание будет тем более продуктивным, чем более заинтересованно мы отнесемся к содержанию выполняемой задачи, (исследования показывают, что важным условием является сознание внутренней, собственно познавательной мотивации учебной деятельности) [4].

Поскольку у гуманитариев произвольное запоминание развито слабее, чем непроизвольное, то оно требует развития, совершенствования и внимания со стороны преподавателя. Поэтому преподаватель должен знать пути повышения эффективности преднамеренного запоминания: четкая постановка задачи, чтобы запомнить материал точно, полно и последовательно, указание срока, на который должно быть рассчитано запоминание, использование мотивов, побуждающих запоминать, использование рациональных приемов запоминания (составление плана, сравнение, классификация, систематизация материала, образные связи, воспроизведение и др.). Одним из способов организации произвольной памяти является использование приемов, которые сводятся к искусственному связыванию (ассоциированию) запоминаемого материала с какими-либо представлениями, которые легко запоминаются. В этом случае можно использовать хорошо развитую образную память учащихся.

Среди познавательных процессов человека главную роль играет мышление. Этот термин в современной психологии трактуется неоднозначно в силу несформированности концептуального аппарата, многообразия подходов. В широком смысле под мышлением понимают «процесс познавательной деятельности индивида, характеризующийся обобщенным и опосредствованным отражением действительности» [5]. В психологии мышления к настоящему времени накоплен обширный терминологический аппарат, касающийся различных видов мыслительной деятельности, ее процессов и механизмов.

В.А. Крутецкий на основе длительного и глубокого изучения умственных способностей учащихся наиболее близко подошел к описанию основных свойств их мышления и памяти, соответствующих открытым позже свойствам репрезентативных систем [2]. Им выделяются следующие типы: аналитический, геометрический и гармонический типы.

Аналитический тип характеризуется преобладанием хорошо развитого словесно-логического компонента над слабым наглядно-образным. Эти учащиеся легко оперируют отвлеченными схемами, успешно решают задачи, выраженные в абстрактной форме. У учащихся геометрического типа очень хорошо развит наглядно-образный компонент мышления. Они испытывают большую потребность в наглядном представлении изучаемых абстрактных понятий и отношений и с трудом оперируют отвлеченными схемами. Гармонический тип характеризуются развитием и словесно-логического и наглядно-образного компонентов мышления. Но и среди этих учащихся В.А. Крутецкий выделяет группу, тяготеющую к наглядно-образным опорам и представлениям и группу тех, кто предпочитает обходиться без наглядно-образных опор.

Мышление человека характеризуется активным поиском связей и отношений между разными событиями, явлениями, вещами, предметами. При выделении связей и отношений можно поступать по-разному. В одних случаях, чтобы установить отношения между объектами, нужно их реально изменить, преобразовать. В других – достаточно, не трогая сами объекты, изменить их образы, мыслительные представления. Существуют и такие случаи, когда отношения между объектами устанавливаются, не прибегая к практическому опыту или мысленному изменению объектов, а только путем рассуждения и умозаключения.

Таким образом, можно выделить следующую классификацию видов мышления: наглядно-действенное (предмет, действие), наглядно-образное (образ, схема) и словесно-логическое (символ, структура). Эти виды мышления можно рассматривать и как этапы онтогенетического развития мыслительной деятельности человека: до трех лет ребенок обладает в основном предметно-действенным мышлением, в возрасте 4-7 лет возникает наглядно-образное мышление, а в школьные годы формируется словесно-логическое мышление, причем достигает своего развития к 14-15 годам. Необходимо заметить, что соотношение этих видов мыслительной деятельности складывается по-разному, это и определяет индивидуальные особенности мышления. В частности, гуманитарии имеют более развитое наглядно-образное мышление, математики – словесно-логическое. Но, в любой области знаний при ее изучении мышление человека последовательно проходит эти этапы развития заново. Например, в математике изучение стохастического материала влияет на развитие всех трех форм мышления.

При изучении материала стохастического содержания, которое отвечает статистическому типу мышления приходится преодолевать некоторые трудности. Это связано с тем, что мышление в области стохастических представлений у учащихся в учреждениях начального профессионального образования находится в лучшем случае на уровне наглядно-действенного мышления, так как формальному курсу не предшествовало никакое обучение на стохастическом материале. Эти психологические особенности отмечались Д.В. Маневичем. «Понятия теории вероятностей, даже уже в первом приближении изученные, - не органичные и используются в мышлении не свободно. Они не устойчивы как опорные образы мышления. В процессе умственной деятельности приходится еще и еще раз производить анализ их существа и происхождения, доказывать себе их закономерность. Они неассимилированы из-за краткосрочного общения с учащимися, да еще и позднего» [3]. Поэтому главной задачей обучения стохастике является развитие наглядно-образного и словесно-логического мышления.

Особенность наглядно-действенного мышления состоит в том, что с его помощью решаются задачи, в которых объекты можно брать в руки, чтобы изменить их состояние, свойства, а также располагать в пространстве. Поскольку, работая с предметами, учащемуся легче наблюдать за своими действиями по их изменению, то в этом случае и легче управлять действиями: прекращать практические попытки, если их результат не соответствует требованиям задачи, или, наоборот, заставлять себя довести попытку до конца, до получения определенного результата, а не бросать ее выполнение, не узнав результата. С помощью наглядно-действенного мышления удобнее развивать такое важное качество ума, как способность при решении задач действовать целенаправленно и продуманно, сознательно управляя и контролируя свои действия.

Своеобразие наглядно-образного мышления заключается в том, что, решая задачи с его помощью, человек не имеет возможности реально изменять образы и представления. Это позволяет рассматривать разные пути, способы решения задач. Поскольку при решении задач с помощью наглядно-образного мышления человеку приходится оперировать образами объектов, то в этом случае труднее управлять своими действиями, контролировать их и осознавать, чем в том случае, когда имеется возможность оперировать самими объектами.

Особенностью словесно-логического мышления является то, что это отвлеченное мышление, в ходе которого человек действует не с объектами и их образами, а с понятиями о них, оформленными в словах или знаках. При этом человек действует по определенным правилам, отвлекаясь от наглядных особенностей объектов и их образов. Главная цель работы по развитию словесно-логического мышления заключается в том, чтобы с его помощью формировать у учащихся умение рассуждать, делать выводы, выявляя все новые свойства.

Таким образом, в процессе обучения стохастике формирование и совершенствование всех трех форм мышления способствует умственному и интеллектуальному развитию учащихся.

Литература

1. Геодакян В.А. Системно-эволюционная трактовка асимметрии мозга //Системные исследования: Ежегодник. 1986. М.: Наука, 1987. С.355-376.

2. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968. С. 432

3. Маневич Д.В. Теории вероятностей и статистика в школьном образовании. Ташкент, 1989. С. 183.

4. Общая психология. /Под ред. А.В.Петровского. М.: Просвещение, 1986. С. 464.

5. Психология: Словарь. /Под ред. А.В.Петровского, М.Г.Ярошевского. М.: Политиздат, 1990. С. 494.

6. Ротенберг В.С., Аршавский В.В. Поисковая активность и адаптация. М.: Наука, 1984. С. 193.

7. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. СПб: Питер, 2000. С. 712.

Г.Л. ЛУКАНКИН, А.Г. ЛУКАНКИН

КОНЦЕПЦИЯ ВНУТРИВУЗОВСКОЙ СИСТЕМЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ В МГОУ

Изменившиеся социально-экономические условия и реформирование системы образования России, в частности, стандартизация образования и сертификация образовательных услуг, вхождение нашей страны в Болонский процесс затронули основы и системы высшего педагогического образования. В условиях смены образовательной парадигмы (отход от предметно-знаниевой и переход на личностно-ориентированную) сегодня уже недостаточно готовить учителей, обладающих предметными знаниями. Изменение структуры и содержания образования, введение профильного обучения в старшей школе, современных технологий в школьное образование, повышение требований к педагогическому сообществу в связи с вхождением России в Болонский процесс настоятельно требуют особого внимания к качеству подготовки педагогических кадров.

Поэтому в число главных задач каждого высшего педагогического учебного заведения входит создание системы внутривузовской оценки качества обучения, т.е. системы контроля уровня знаний и управления качеством обучения студентов. Современное российское общество выдвигает высокие требования к уровню квалификации и компетенции выпускников высших профессиональных учебных заведений, которые могут быть достигнуты лишь при условии научной обоснованности, организационной четкости и контроле качества обучения, всех составляющих процесса профессиональной подготовки специалиста.

Условия, определяющие качество подготовки специалистов в МГОУ, включают: кадры, учебную и научно-исследовательскую деятельность, международное сотрудничество, ресурсы (материально-техническая база, социально-бытовые условия, финансовое обеспечение) и т.д.

Проблема обеспечения качества профессионального образования – проблема многоаспектная. Как известно, качество образования – это совокупность трех составляющих: обучения, воспитания, развития. Кроме того, это так же качество содержания образования, качество технологий обучения, качество результатов образования.

Под качеством подготовки специалистов понимается совокупность свойств и характеристик, определяющих готовность специалистов к эффективной профессиональной деятельности, включающей в себя способность к быстрой адаптации в любых профессиональных условиях, владение профессиональными умениями и навыками, умение использовать полученные знания для решения профессиональных задач, способность к восприятию инноваций в образовании.

Выделим некоторые коцептуально-методические основы оценки качества обучения студентов, на которые должен ориентироваться каждый преподаватель вуза. Во-первых, это фундаментальность обучения. Она позволяет оценить широту кругозора в соответствующих сферах знаний. Во-вторых, целевая специализация обучения. В-третьих, наличие творческих навыков и способности к интеграции нововведений. В-четвертых – умение и способности реализации знаний и инновационных проектов в профессиональной деятельности.

Существует мнение, что образовательный процесс нужно рассматривать, четко различая два понятия: качество подготовки студентов и качество самого этого процесса.

Качество знаний оценивается:

– по уровню требований при конкурсном отборе абитуриентов на основе анализа вступительных экзаменационных испытаний и их результатов;

– по уровню требований в ходе текущих аттестаций студентов (в ходе выполнения домашних и семестровых заданий, контрольных и лабораторных работ, сдачи коллоквиумов и др.);

– по уровню требований в ходе промежуточных аттестаций студентов(уровень программ экзаменов по учебным дисциплинам, курсовых работ, результаты сдачи экзаменов и др.);

– по степени усвоения студентами программного материала на основе контрольных опросов по утвержденным фондам контрольных заданий (тестов);

– по результатам итоговых аттестаций выпускников (уровню требований к перечню и содержанию выпускных квалификационных экзаменов, данным анализа тематики выпускных квалификационных работ, их соответствию профилям подготовки, организации и проведению итоговых аттестаций выпускников, ориентации на внешнюю оценку);

– по активности участия в НИРСе и УИРСе.

Для проведения контроля знаний студентов необходимо не только создать фонды контрольных заданий (тестов), хотя это и первоочередные задачи УМК факультетов, НМС университета, кафедр, но и определить базовые нормативные и правовые основы системы.

При определении характеристик и показателей качества обучения кафедры и факультеты (институты) университета должны руководствоваться следующими нормативно-правовыми документами: Законом РФ «Об образовании»; Федеральным законом «О воспитании и послевузовском профессиональном образовании»; Типовым положением об образовательном учреждении высшего профессионального образования (высшем учебном заведении) РФ; ГОС ВПО II поколения; Положением об итоговой государственной аттестации выпускников высших учебных заведений РФ; Уставом МГОУ; Положением о текущем контроле успеваемости студентов в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский государственный областной университет»; Положением о промежуточной аттестации студентов в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский государственный областной университет»; Положениями о факультете и кафедре Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный областной университет».

На основе выше указанных нормативно-правовых документов большинством кафедр университета разработаны и внедрены в учебный процесс критерии оценок знаний студентов по учебным курсам, требования общего порядка. Кроме того, критерии и требования ГОС ВПО по различным специальностям отдельными кафедрами расшифрованы в конкретных технологиях. Например, интерес, на наш взгляд, представляет «Методика дифференцированной оценки эффективности и качества процесса подготовки студентов по спецдисциплинам», разработанная на кафедрах факультета ИЗО и НР.

На некоторых факультетах, например, дефектологическом, физико-математическом, технологии и препринимательства, разработаны общие критерии для всех кафедр по контролю качества усвоения учебных дисциплин. При этом основополагающими называются следующие критерии:

– наличие представлений об изучаемом объекте;

– возможность выполнения студентом заданий на воспроизведение знаний, повторение информации, операций, действий;

– способность студента оперировать знаниями и умениями при решении теоретических и практических задач, которые приобретаются при изучении конкретных учебных дисциплин;

– умение решать типовые задачи, рассмотренные в процессе обучения;

– способность студента выполнять действия с уже изученным алгоритмом, но новым содержанием;

– способность самостоятельно «добывать» знания;

– способность студента решать специальные творческие задачи в ходе учебно-исследовательской, научно-исследовательской, профессионально-педагогической деятельности.

На кафедрах университета, как правило, элементами системы контроля и управления качеством подготовки студентов, будущих педагогов, считают следующие:

– анализ результатов вступительных испытаний (экзаменов) студентов, принятых на первый курс;

– обсуждение и анализ текущей аттестации и промежуточного контроля обучения студентов младших курсов;

– анализ результатов зачетно-экзаменационных сессий;

– активность участия в УИРС и НИРС;

– отслеживание динамики качества знаний студентов от первого к выпускному курсу.

Кроме того, результативными называют заведующие кафедрами и деканы факультетов такие формы контроля и управления качеством обучения, как групповые обсуждения различного вида студенческих работ, сравнительный анализ подготовленности городских и сельских школьников, мониторинг качества подготовки студентов младших и старших курсов. Эффективны такие методы управления, как обмен опытом оценки и управления качеством обучения на кафедральных методологических, научно-методических семинарах, в рамках УМК факультетов (кафедры математического анализа, высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики, теоретической физики, педагогики, основ производства и машиноведения и др.).

Используются и различные формы контроля качества деятельности преподавателей: взаимопосещение коллегами учебных занятий, систематическое посещение занятий заведующими кафедрами с последующим их анализом, проведение «открытых» занятий, анализ подготовленных преподавателями учебно-методических материалов и комплексов, контроль проведения индивидуальной работы со студентами, консультирования по выпускным квалификационным (дипломным) и курсовым работам.

К сожалению, приходится констатировать, что и в первом, и во втором поколениях государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования отсутствуют показатели контроля знаний. Во всех нормативных документах указывается, сколько времени отводится на лекции, семинары, реже на индивидуальную работу, но не на контроль, который необходим не только во время сессий. Контроль нужен и текущий, и промежуточный. Думается, есть необходимость отказаться от оценки качества обучения, в целом образования, только по показателям учебной успеваемости и перейти к комплексу оценок профессионального педагогического образования: качества знаний, умений, навыков, показателей личностного развития, всех тех показателей, что прописаны в квалификационных характеристиках педагогических специальностей и обозначены моделью выпускника вуза.

Что касается контроля знаний, сформированности профессиональных умений и навыков, контроля успеваемости студентов, следует сказать о разработанности специальных программ с указанием требований, критериев оценки, профессиональных характеристик многими кафедрами университета.

На всех факультетах университета формируются определенные системы педагогической диагностики знаний студентов с подразделением на текущий, тематический, промежуточный, итоговый контроль. Функционирование каждого вида педагогического контроля специфично в зависимости от специальности и дисциплины: это и мотивация обучения через опрос, контрольные задания, проверка данных самоконтроля; это и оценка результатов работы студентов над определенной темой или разделом курса; активность в ходе УИРС и НИРС; это и подведение итогов на заключительном этапе изучения курса через зачет, экзамен; это и определение квалификации выпускника при сдаче государственных экзаменов и при защите выпускных квалификационных работ. По охвату студентов используется индивидуальный, индивидуально-групповой и фронтальный контроль.

Систему контроля на большинстве кафедр университета образуют экзамены, зачеты, межсессионный учет, устные опросы, письменные контрольные работы. Кроме того, семестровые работы, дневниковые записи, коллоквиумы; срезово-комплексные контрольные работы, реферирование; «сюжетно-ролевые игры», решение «ситуационных задач» в системе текущего контроля; практико-ориентированные задания; подготовка и презентация исследовательских работ; задания на пленэрных и педагогических практиках, выставки студенческих работ на кафедрах ИЗО и НР.

Преподавателями, ведущими работу со студентами в институте дистанционного образования, практикуется проведение зачета с использованием письменных тестов, включающих множество заданий. Использование такого рода заданий позволяет сделать контроль достаточно валидным.

Но даже традиционная форма учета знаний как экзамен не должна ограничиваться только контролирующей функцией, а выполнять еще обучающую, воспитательную и мотивирующую функции. Обучающая состоит в выявлении по ходу экзамена ряда моментов, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными в семестре и при подготовке к экзамену. Воспитательная функция включает в себя ряд сторон: нравственную (честная сдача экзамена до сих пор проблематична), дисциплинарную, дидактическую и др. Мотивирующая функция: правильно организованный и профессионально проведенный экзамен может в значительной мере стимулировать учебную деятельность студентов, их участие в научной работе.

Одна из основных задач экзамена – направить работу студента на установление связей с другими учебными дисциплинами, другими разделами данного курса, между знаниями внутри раздела, иными словами – на обобщение материала; среди задач экзамена – побуждение студентов работать на понимание материала. Недостаточно номинативно-репродуктивных вопросов «что?» и «как?», важны «зачем?» (постановка цели, задачи, проблемы), «почему?» (объяснение путей решения проблемы) и «для чего?» (практическое применение в рамках специализации). Необходимо заметить, что подобный подход должен быть применен и к внутрисеместровым контрольным мероприятиям.

К формам, направленности и содержанию экзамена у кафедр университета самое пристальное внимание. Отдавая предпочтение устному экзамену, в большей мере реализуемому обучающую, воспитывающую и мотивирующую функции, преподаватели в качестве эксперимента предлагают на промежуточном этапе и письменный (репетиционный) экзамен с целью экономии времени. Правда, каждая письменная форма контроля завершается устной беседой со студентом.

Для сильных студентов предлагают «нестандартные» экзамены, в котором вопросы билета изначально выходят за пределы прочитанного курса, студенту разрешается пользоваться справочной и дополнительной литературой при условии, что там не содержится прямых ответов на них. Выбор такого экзамена, разумеется, добровольный.

Нередко практикуется сдача экзамена «автоматом», когда экзаменационная оценка проставляется по итогам успешной работы студента в семестре. Преподаватели делают это непосредственно перед началом экзамена, когда в процессе подготовки к нему студент уже реализовал обобщение материалов курса.

Традиционными становятся экзамены-дискуссии, контролирующие умения решать профессиональные проблемы в учебном коллективе, видеть проблему, искать пути ее решения, предлагать гипотезы. Этот контроль обнаруживает сформированность дискуссионной культуры мышления, систему самостоятельной работы и глубину подготовки студента. Как правило, этот экзамен предлагают преподаватели методических кафедр.

В рамках обозначенной проблемы коллективы методических кафедр университета перспективно предлагают ввести в практику различные другие формы экзаменов, обосновав, что нормативные документы о видах контроля не запрещают их. Возможен «выездной» экзамен, например, по методике преподавания дисциплины, который проводится в форме открытого урока перед студентами, учителями, методистами и требует перевода теоретических знаний на язык практических действий. Итогом процесса изучения этой же дисциплины может быть «коллективный» экзамен, проверяющий навыки методического моделирования уроков, когда в роли рецензентов и оппонентов выступают сами студенты. Предпочтение же студенты отдают «трехуровневому» экзамену, который состоит из трех заданий, разных по степени сложности. Этот экзамен раскрывает концептуальность методического мышления и культуру профессионального поведения студентов, проверяет базовые знания на первом уровне; второй вопрос проблемного характера требует осмысленной переработки информации и самостоятельных размышлений и выводов; на третьем уровне творческое задание требует нестандартного интегративного подхода, создает ситуацию интеллектуального затруднения, проверяет оригинальность и ассоциативность мышления студента, отчитывающегося за методический курс.

У большинства кафедр университета имеется опыт использования не только традиционных, но и новых контрольных мероприятий оценки качества обучения студентов.

К их числу можно отнести проектирование педагогических процессов и их моделирование, защита индивидуальных творческих работ, защита коллективных творческих проектов на кафедрах, спартакиады, предметные олимпиады, предметные конкурсы (факультеты – физико-математический, географо-экологический, ИЗО и НР, биолого-химический, физической культуры, русской филологии, педагогический, переводческий, лингвистический); участие студенческих работ в региональных и российских конкурсах и др.

Надо проявлять осторожность в использовании инновационных технологий. Причины самые различные. И все же в университете накоплен

определенный опыт их использования при контроле и управлении качеством обучения и мониторинга, например, использование модульно-рейтинговой системы оценки учебных знаний студентов.

Вводимая на некоторых кафедрах рейтинговая система оценки знаний студентов по дисциплине позволяет повысить качество подготовки учителей. Организация непрерывного контроля в течение всего срока изучения дисциплины стимулирует работу студентов в семестре. Своевременное выполнение контрольных мероприятий и получение высокого рейтинга на начальной стадии изучения дисциплины повышает, как правило, интерес студента к предмету. Только при рейтинговой системе контроля возможна сдача экзамена «автоматом».

Рейтинг можно рассматривать как способ оценки знаний, умений и навыков, но, как показывает опыт применения рейтинга, он является системой, организующей учебный процесс и активно влияющей на его качество и эффективность. Следует отметить, что в течение семестра студентов необходимо регулярно информировать о текущем рейтинге, который можно повысить, используя дополнительные виды контролируемых работ. К ним относятся участие в научной работе на кафедре, написание реферата, участие в олимпиадах, различного вида творческих конкурсах, научные доклады на конференциях и т.д.

Рейтинговая сумма баллов формируется по результатам трех основных видов контроля: текущего (на занятиях); промежуточного (контрольные мероприятия разных видов и жанров); итогового (зачет или экзамен). Используется также контроль исходного уровня и отсроченный контроль на остаточность знаний.

Опыт применения рейтинга на кафедрах и факультетах позволяет сделать выводы прежде всего о его положительных сторонах:

– наблюдается значительное снижение числа пропусков занятий;

– студенты проявляют более ответственное отношение к своевременной и систематической подготовке к практическим и лабораторным занятиям;

– Стимулируется познавательная активность студентов, так как отказ от обсуждения темы занятия означает понижение рейтинга;

– преподаватели отмечают высокую активность реферативной и научно-исследовательской работы;

– снижается эмоциональное напряжение у студентов при сдаче экзамена, «неожиданные» оценки практически исключены.

Таким образом, рейтинг служит развитию и закреплению системного подхода к изучению дисциплины.

На кафедрах факультетов (физико-математический, географо-экологический, ИЗО и НР) считают рейтинговую систему эффективной в следующем:

– она учитывает текущую успеваемость студента и тем самым значительно активизирует его самостоятельную работу;

– во-вторых, более объективно и точно оценивает знания студента;

– создает основу для дифференцированного подхода к обучению.

Рассматривая рейтинг как метод упорядоченного ранжирования студентов и как способ контроля качества обучения, преподаватели кафедр названных выше факультетов формируют сумму баллов по результатам трех основных видов контроля: текущего (на занятиях), промежуточного (контрольные работы, коллоквиумы), итогового (зачеты или экзамены). Причем каждый вид контроля оценивает различные виды деятельности студентов.

Включение модульно-рейтингового подхода в систему контроля и управления качеством обучения наших студентов требует определения стандартного инструмента измерения, которым может являться грамотно построенный и хорошо составленный тест открытого типа. Педагогический тест используют значительное количество кафедр университета.

Особое отношение к тестам у преподавателей факультета ИЗО и НР, читающих специальные дисциплины. Ведь здесь статистический подход, лежащий в основе тестирования как средства контроля знаний студентов, входит в противоречие с сутью искусства, как вида творчества. В данном случае тесты необходимы как предварительный фильтр.

Тесты по социально-гуманитарным дисциплинам в системе контроля качества профессиональной подготовки педагогов должны быть направлены и на проверку конкретных знаний, и на выявление способностей студентов к ассоциативному, творческому мышлению. Правильно составленные тесты рассчитаны не на механическое воспроизведение тех или иных фактов, а на сотворчество тестируемых. Предполагается, что тестируемый студент должен логически вычислить автора той или иной реплики, важной для текста фразы, основываясь на интонации, бытовых биографических реалиях, лексических особенностях, в целом речевой манере персонажа. Целесообразно предлагать для узнавания ключевые фразы текста с тем, чтобы в дальнейшем обратиться к ним, проанализировать их концептуальную роль и роль в тексте автора той или иной реплики.

Каким бы специфическим не был тест по содержанию, по целеполаганию, основным принципом диагностики уровня сформированности знаний и умений студентов методом тестового контроля можно назвать принцип научности конструирования дидактических тестов и точности измерений.

В основу диагностики должна быть положена система тестового контроля как упорядоченная совокупность взаимосвязанных элементов, включающая пропедевтический, тематический, итоговый, тестовый контроль, тест-контроль остаточных знаний.

Пропедевтический контроль. Анализ показывает, что пропедевтическому диагностированию уделяется недостаточное внимание, зачастую он и совсем упускается, хотя предварительное выявление уровня знаний обученное™ рассматривается педагогикой как необходимое звено.

Выявление объема начальных знаний студентов по конкретной дисциплине, оценка их в количественном и качественном отношениях, определение их процента от всей учебной программы обеспечивает пропедевтическое диагностирование посредством специально разработанных тестов. Такие тесты должны включать задания, позволяющие выявить ориентацию студентов по основным терминам, понятиям и положениям изучаемой дисциплины, уровень житейских знаний и эрудицию в соответствующей области научного знания.

При тематическом контроле, тесты используются в режиме контроля и в режиме обучения. В этом случае тестирование позволяет реализовать следующие функции: осуществление обратной связи, диагностирование хода дидактического рейтинга студента, измерение результатов учебного процесса.

Применение тематического тестового контроля выступает как стимул регулярной учебной работы студента в течение всего семестра, а не только перед итоговым контролем.

Итоговый тестовый контроль, осуществляемый после завершения обучения по всему курсу, выступает как элемент общей системы диагностики уровня усвоения знаний и умений студентов, позволяющий систематизировать и обобщить учебный материал. Он организуется как личностно-ориентированный процесс на основе пропедевтического диагностирования и прогнозирования деятельности студентов, предполагая свободу выбора в определении степени сложности тестов.

Тест-контроль остаточных знаний позволяет выявить сформировавшийся и закрепившийся уровень знаний и умений студентов в области конкретного научного знания по истечении определенного срока после завершения изучения какой-либо дисциплины.

Одним из существенных ограничений применения тестирования являются ограничения, накладываемые на ответы. В силу этого анализ способов решения задач и мыслительных операций, которые использует обучаемый, в большинстве случаев оказывается затруднен или вообще невозможен. Это обстоятельство указывает, что тестирование не следует рассматривать как идеальный и единственный метод объективного диагностирования знаний и умений. В ходе обучения, тестирование обязательно должно сочетаться с другими формами и методами контроля.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил выделить две группы недостатков тестов:

– они не исключают случайного выбора ответов наугад или методом исключения;

– при контроле отсутствует речевой аппарат, что делает невозможным проследить логику рассуждения обучаемого. Это совершенно недопустимо при подготовке учителей.

Однако и в рамках существующих ограничений диагностирование уровня сформированности знаний и умений обучаемых методом тестирования является наиболее основательным, надежным и объективным.

Банк тестов создан на значительном количестве кафедр университета. На протяжении ряда лет на кафедрах педагогики, физиологии и экологии человека, с основами медицинских знаний, иностранного языка, экономической теории, социальных наук и государственного управления, гражданско-правовых дисциплин, уголовно-правовых дисциплин, государственно-правовых дисциплин, ведущих работу в институте дистанционного образования, успешно осуществляется текущий контроль знаний студентов с помощью письменных тестовых заданий, содержащихся в публикациях кафедр. Более того, по ряду курсов вводится самоконтроль знаний на основе специально разработанных электронных программ, содержащих тестовые задания, на основе использования кейс-технологии.

Не все современные методы оценки знаний, получаемых в процессе обучения, отражают реально заложенный уровень профессиональной подготовки учителя, а тем более – качества образования, понимание которого включает не только профессиональные знания, но и характер и уровень образования в целом, культуру, способность самостоятельно найти решение проблемы и многое другое. В связи с этим, многими кафедрами используются новые подходы в выражении требований к профессиональной подготовке студентов с учетом всех четырех компонентов содержания образования – знаний, умений (способов деятельности), опыта ценностных отношений и опыта творческой деятельности. Новизна заключается в том, что для определения критериев используются слова, точнее раскрывающие смысл категорий «знать» и «уметь», в частности, знать-называть, объяснить, уметь-применять, выражать ценностные отношения, различать, сравнивать, использовать и т.д. Такой подход дает основания говорить о комплексном контроле и управлении качеством обучения, систематичности, последовательности и целостности контролирующих процедур.

Все вышесказанное доказывает, что эффективное управление обучением студентов университета невозможно без четко организованной системы контроля, который как органический компонент учебно-воспитательного процесса в вузе выполняет следующие функции:

– контролирующую;

– обучающую, цель которой – систематизация в процессе контроля знаний, профессиональных умений и навыков, их обобщение, логическая группировка, закрепление и совершенствование;

– диагностирующую, для которой первоочередным является определение объективно существующего уровня владения студентами профессиональными навыками, умениями и знаниями на конкретном этапе обучения, выявление положительного или отрицательного результата обучения, пробелов в подготовке, а также трудностей усвоения и эффективности избранной методики обучения ;

– корректирующую установление уровня сформированности развиваемых навыков и умений и их совершенствование путем внесения коррекции в учебный процесс;

– стимулирующую, цель которой – создание положительных мотивов овладения педагогической профессией, повышение интереса к ее освоению;

– воспитывающую, развивающую и дисциплинирующую.

Их реализация в системе контроля и управления качеством обучения обеспечивает развитие умений быстрой концентрации усилий для решения в определенный срок конкретной умственной задачи, сосредоточенности, мобилизации внутренних резервов студента, его самостоятельной мыслительной деятельности, воспитание критического отношения к своему труду, культуры мышления, логики, умений анализировать и обобщать, систематизировать и классифицировать и т.д.

Таким образом, система контроля и управления качеством обучения в нашем университете призвана повысить уровень профессиональной подготовки педагога, требования к которому должны быть обозначены в классификационных характеристиках всех педагогических специальностей.

Следует отметить, что со стороны Советов университета и факультетов, УМС университета и УМК факультетов, кафедр уделяется внимание проблеме создания системы контроля и управления качеством обучения студентов внутри вузовских подразделений. Анализ состояния позволяет констатировать: с одной стороны, нет ни одного подразделения, где бы ни рассматривалась вышеуказанная проблема, с другой стороны, она часто просто-напросто растворяется в содержании других вопросов. Как правило, это сентябрьское и февральское обсуждение итогов зачетно-экзаменационных сессий и приема в университет. Имеется информация о формах контроля при обсуждении таких проблем, как: «О реализации государственных стандартов», «О внедрении новых технологий обучения и контроля в учебный процесс», «О разработке квалификационной характеристики учителя», «Пути совершенствования профессиональной подготовки учителя» и др.

И все же, в функционировании единой внутривузовской системы контроля и управления качеством обучения будущих учителей еще существуют нерешенные проблемы, требующие внимания всех структурных подразделений университета, и есть немало оснований и поводов ее совершенствовать.

Во-первых, проблемы качества обучения необходимо рассматривать в контексте реформирования российского образования и интеграции высшей школы России в международное образовательное пространство.

Во-вторых, важно определить принципы, интегративные критерии системы контрольных мероприятий с ориентацией на конечный результат в профессиональной подготовке будущих учителей.

В-третьих, необходимо сформировать банк новых оценочных средств, в том числе компьютеризированные тестовые системы для первой итоговой государственной аттестации выпускников нашего вуза по ГОС ВПО второго поколения и промежуточной аттестации студентов на основе единых методологических и технологических подходов.

В-четвертых, создать презентационную (классификационную) характеристику выпускника университета по каждой отдельно взятой специальности. Представить предложения по уточнению требований к уровню подготовки будущего учителя.

Существуют и более конкретные задачи перед структурными подразделениями института:

– разработать программы тестового контроля по всем учебным дисциплинам, их блокам и модулям;

– в процессе контроля усвоения знаний использовать современные компьютерные технологии;

– более активно внедрять мониторинговую и рейтинговую системы в оценке качества обучения;

– разработать специальные методики (принципы, критерии, формы и т.д.) оценки качества обучения;

– ввести объективные критерии оценки, контроля и управления качеством образования, в частности, обучения;

– определить сущностные характеристики и параметры оценки профессиональных свойств и качеств специалиста, разработать квалификационные характеристики специалиста;

– привести в систему все контрольные меры и мероприятия с целью обеспечения качества выпускаемых нашим вузом специалистов;

– разработать и утвердить положения о текущей и промежуточной аттестации студентов университета;

– разработать и утвердить положение о рейтинговой оценке деятельности кафедры.

В университете необходимо завершить работу по формированию (а все необходимые предпосылки для этого имеются) эффективной системы контроля и управления качеством обучения студентов. Решение проблемы зависит от правильной постановки, понимания ее, согласованности действий всех структурных подразделений университета.

Г.Л. ЛУКАНКИН, Д.Д. ВАУЛИНА

О СОДЕРЖАНИИ ОБУЧЕНИЯ СТОХАСТИКЕ УЧАЩИХСЯ ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЫ

В соответствии с государственным стандартом общего образования, элементы теории вероятностей и математической статистики включены в курс математики средней школы. Поэтому вопрос о структуре и содержании курса стохастики при профильном обучении на старшей ступени общего образования исследуется специалистами.

Ниже будет рассмотрен один из возможных подходов к определению содержания обучения стохастике учащихся 10-11 классов некоторых профилей (гуманитарный, общеобразовательный, естественнонаучный). Отбор содержания будем проводить по принципу расширения.

Гуманитарный профиль

Математика для учащихся гуманитарного направления является лишь элементом общего развития. Они не будут в полном объеме использовать ее в своей дальнейшей профессиональной деятельности. Поэтому в курсе теории вероятности и математической статистики они должны получить лишь те знания и умения, которые им пригодятся в жизни. Следовательно, целесообразнее увеличить объем материала по статистике, а курс теории вероятности построить так, чтобы там присутствовал такой материал, который может быть необходим для статистической линии. Исходя из этого, можно предложить следующее содержание курса стохастики.

Элементы теории вероятностей

Зависимые и независимые случайные события. Условная вероятность. Теорема умножения. Теорема о сложении 2-х совместных событий. Формула Бернулли. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Случайные величины в статистике.

Элементы математической статистики

Генеральная совокупность и выборка. Представительная выборка. Уровни значимости и достоверности. Примеры применения теории вероятностей и статистики в практике: статистические методы оценки качества, надежности приборов, теория очередей, авторство литературных произведений, прогнозирование, страхование, определение шансов в лотереях и других играх. Статистика в экономических, социологических и медицинских исследованиях.

Общеобразовательный профиль.

Содержание материала по курсу стохастики для общеобразовательного профиля – это материал для гуманитариев и дополнительные темы, которые расширяют и углубляют знания учащихся по теории вероятностей. Вполне возможно, что они пригодятся им как профессиональный инструмент для решения производственных задач.

Элементы теории вероятностей

Зависимые и независимые случайные события. Условная вероятность. Теорема умножения. Теорема о сложении 2-х совместных событий. Формула Байеса. Формула Бернулли. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Случайные величины в статистике. Локальная теорема Муавра - Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Геометрические вероятности.

Элементы математической статистики

Генеральная совокупность и выборка. Представительная выборка. Уровни значимости и достоверности. Оценка параметров генеральной совокупности. Понятия об уровнях значимости и достоверности. Примеры применения теории вероятностей и статистики в практике: статистические методы оценки качества, надежности приборов, теория очередей, авторство литературных произведений, прогнозирование, страхование, определение шансов в лотереях и других играх. Статистика в экономических, социологических и медицинских исследованиях.

Естественнонаучный профиль.

Программа по стохастической линии естественнонаучного направления должна содержать материал, который учащиеся этого профиля могли бы использовать не только в повседневной жизни, но и в своей профессиональной деятельности. Содержание по курсу теории вероятностей и статистике состоит из материала предложенного для общеобразовательного направления и дополнительных тем, которые углубляли и расширяли бы знания учеников данного профиля.

Элементы теории вероятностей

Зависимые и независимые случайные события. Условная вероятность. Теорема умножения. Теорема о сложении 2-х совместных событий. Формула Байеса. Формула Бернулли. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Случайные величины в статистике. Локальная теорема Муавра - Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Геометрические вероятности. Аксиоматическое определение вероятности.

Элементы статистики

Статистические гипотезы и их проверка. Генеральная совокупность и выборка. Представительная выборка. Понятия об уровнях значимости и достоверности. Оценка параметров генеральной совокупности. Корреляция и причинно- следственная связь случайных величин. Примеры применения теории вероятностей и статистики в практике: статистические методы оценки качества, надежности приборов, теория очередей, авторство литературных произведений, прогнозирование, страхование, определение шансов в лотереях и других играх. Статистика в экономических, социологических и медицинских исследованиях.

Практические задания для каждого профиля.

Гуманитарный

Статистический анализ общеэкономических процессов (рост безработицы, падение курса рубля, инфляционные процессы, итоги выборов и т.д.).

Общеобразовательный

Вероятностная оценка событий.

Естественнонаучный

Статистическая обработка массивов данных экспериментов. Вероятностная оценка выигрыша в игре.

Т.А. ЛЫСКИНА

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МНОГОЧЛЕНОВ В УСЛОВИЯХ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ОБУЧЕНИЯ

Современный и будущий работодатели заинтересованы в таком работнике, который наделен следующими качествами:

–самостоятельностью и умением решать разнообразные проблемы (т. е. применять полученные знания для их решения);

– способностью мыслить творчески;

Выпускник современной школы должен уметь гибко адаптироваться в меняющихся жизненных ситуациях, приобретать самостоятельно необходимые ему знания, применять их на практике для решения разнообразных возникающих проблем, самостоятельно критически мыслить, грамотно работать с информацией, быть коммуникабельным, работать над развитием собственной нравственности, интеллекта, культурного уровня.

Таким образом, главное стратегическое направление развития системы образования находится в решении проблемы личностно-ориентированного образования, такого образования, в котором личность ученика была бы в центре внимания педагога, психолога, в котором деятельность учения – познавательная деятельность, а не преподавание, – была бы ведущей в тандеме учитель – ученик, чтобы традиционная парадигма образования – учитель – учебник – ученик была бы со всею решительностью заменена на новую парадигму – ученик – учебник – учитель. Именно так построена система образования в лидирующих странах мира. Она отражает гуманистическое направление в философии, психологии и педагогике.

Индивидуализация обучения в рамках сложившейся классно-урочной системы приводит к особой форме организации учебного процесса – дифференцированному обучению.

Под дифференцированным обучением в педагогике понимают такой учебный процесс, который основан на всестороннем изучении индивидуальных особенностей учащихся, создание на этой основе типологических групп и организации работы этих групп.

Над проблемой дифференцированного обучения работали и работают А.А. Бударный, В.А. Гусев, Ю.М. Колягин, Х.У. Лийметс, А..Г. Макоев, И..М. Чередов и др.

В этих работах обосновывается объективная необходимость дифференциации обучения, даются рекомендации по его внедрению в практику школы, рассматриваются различные аспекты профильной и уровневой дифференциации.

В обучении математике дифференциация имеет особое значение, что объясняется спецификой этого учебного предмета. Математика объективно является одной из самых сложных дисциплин и вызывает субъективные трудности у многих школьников. В то же время, имеется большое число школьников с явно выраженными способностями к этому предмету. Разрыв в возможностях восприятия курса учащимися, находящимися на двух «полюсах», весьма велик.

Заметим, что в преподавании математики накоплен определенный опыт дифференцированного обучения. Он относится в основном к обучению сильных школьников (в России имеется широкая сеть школ и классов с углубленным изучением математики, практикуются также факультативные занятия). Однако дифференциацию обучения нельзя рассматривать исключительно с позиций интересующихся математикой учащихся и по отношению лишь к старшему звену школы. Ориентация на личность ученика требует, чтобы дифференциация обучения математике учитывала потребности всех школьников – не только сильных, но и тех, кому этот предмет дается с трудом или чьи интересы лежат в других областях.

В дидактике обучение принято считать дифференцированным, если в его процессе учитываются индивидуальные различия учащихся. Вопросы индивидуализации обучения с давних пор привлекали внимание прогрессивных педагогов. О необходимости учета индивидуальных особенностей детей в воспитании и обучении говорили такие выдающиеся педагоги, как Я. А. Коменский, И. Г. Песталоцци, Ж. Ж. Руссо, П. Ф. Лесгафт и многие другие.

Знаменитый русский педагог К. Д. Ушинский в своих трудах также затрагивает проблему индивидуализации обучения. По его мнению, основой успешного обучения является постоянное и всестороннее изучение личности ребенка.

Константин Дмитриевич писал, что деление класса на группы, из которых одна сильнее другой, не только не вредно, но даже полезно, если наставник умеет, занимаясь одной группой сам, дать двум другим группам полезное самостоятельное задание.

Цель индивидуального подхода состоит в том, чтобы учащиеся не только успешно овладели всеми необходимыми знаниями, умениями и навыками, но и выработали свой индивидуальный стиль деятельности. Требуется воспитать яркую индивидуальную личность.

Сущность индивидуализации обучения состоит в адаптации обучения, либо

– к содержанию и уровню знаний, умений и навыков;

– к характерным особенностям процесса усвоения;

– к некоторым характерным устойчивым особенностям личности;

– к различным сочетаниям перечисленных выше особенностей и различий.

Сочетание учета индивидуальных особенностей учащихся и коллективного характера обучения приводит к особой форме организации учебной деятельности – дифференцированному обучению.

Под дифференциацией понимают такую систему обучения, при которой каждый ученик, овладевая некоторым минимумом общеобразовательной подготовки, являющейся общезначимой и обеспечивающей возможность адаптации в постоянно изменяющихся жизненных условиях, получает право и гарантированную возможность уделять преимущественное внимание тем направлениям, которые в наибольшей степени отвечают его склонностям.

Уровневая дифференциация предполагает, что, обучаясь в одном классе, по одной программе и учебнику, школьники могут усваивать материал на различных уровнях. Определяющим при этом является уровень обязательной подготовки. Его достижение свидетельствует о выполнении учеником минимально необходимых требований к усвоению содержания. На его основе формируются более высокие уровни овладения материалом. По отношению к этому виду дифференциации в последнее время получил распространение термин «уровневая дифференциация».

Уровневая дифференциация основывается не только на психолого-педагогических различиях школьников, но и на планировании результатов обучения: явном выделении уровня обязательной подготовки и формировании на этой основе повышенных уровней овладения материалом. Сообразуясь с ними и учитывая свои потребности, способности и интересы, ученик получает право и возможность выбирать глубину и объем усвоения учебного материала, варьировать свою учебную нагрузку.

Достижение обязательных результатов обучения становится при таком подходе тем объективным критерием, на основе которого может видоизменяться ближайшая цель обучения каждого ученика и перестраиваться, в соответствии с этим, содержание его работы: или его усилия направляются на овладение материалом на более высоких уровнях, или продолжается работа по формированию важнейших опорных знаний и умений. Именно такой подход приводит к тому, что дифференцированная работа получает прочный фундамент, приобретает реальный, осязаемый и для учителя и для ученика смысл. Резко увеличиваются возможности работы с сильными учениками, т. к. учитель уже не связан необходимостью спросить все, что он давал на уроке, со всех школьников. Также отпадает необходимость постоянно разгружать программы и снижать общий уровень требований, ориентируясь на слабых школьников.

Для успешного и эффективного осуществления уровневой дифференциации необходим ряд важных условий. Выделенные уровни усвоения материала и в первую очередь обязательные результаты обучения должны быть открытыми для учащихся. Ясное знание конкретных целей при условии их посильности, возможность выполнить требования учителя активизирует познавательные способности школьников, причем на разных уровнях. Необходимо наличие определенных ножниц между уровнем требований и уровнем обучения. Не следует отождествлять уровень, на котором ведется преподавание с обязательным уровнем усвоения материала. Первый должен быть в целом выше, иначе уровень обязательной подготовки не будет достигнут, а учащиеся, потенциально способные усвоить больше, не будут двигаться дальше. Уровневая дифференциация достигается не за счет того, что одним ученикам дают больше, а другим меньше, а в силу того, что, предлагая ученикам одинаковый объем материала, устанавливаются различные уровни требований к его усвоению. Добровольность в выборе уровня усвоения и отчетности. В соответствии с ним каждый ученик имеет право добровольно и сознательно решать для себя, на каком уровне ему усваивать материал. Именно такой подход позволяет формировать у школьников познавательную потребность, навыки самооценки, планирования и регулирования своей деятельности.

Уровневую дифференциацию можно организовать в разнообразных формах, которые существенно зависят от индивидуальных подходов учителя, от особенностей класса, от возраста учащихся и др. Уровневый подход к дифференциации позволяет учитывать такие качества школьников, как самостоятельность, работоспособность, интерес к учению, уровень мышления, внимательность и др.

Специфика математики как учебного предмета, выраженная в широкой опоре на ранее изученный материал, сложности логических рассуждений, приводит к тому, что при изучении математики явно заметно расслоение учащихся. Одни ученики плохо усваивают фактический материал, с трудом производят выкладки по показанному образцу, не могут использовать новые знания в сочетании с ранее изученными. Другие легко оперируют изученными понятиями и свойствами, способны применить полученные знания в новых ситуациях, могут самостоятельно найти пути решения усложненных задач. В практике преподавания дифференциация может осуществляться при помощи целенаправленной системы дидактических материалов, составленных с учетом доминирующих особенностей различных групп учащихся.

В седьмом классе при изучении темы « Многочлены» оптимальным является деление класса на группы. На данном этапе обучения учащиеся уже подготовлены к групповой работе. Необходимо четко обозначить цель урока и определить обязанности каждого члена группы. Оптимальным является разделение класса на смешанные группы. Этим достигается закрепление пройденного материала хорошо успевающими учениками и более четкое понимание темы отстающими учащимися. Работа с учениками продвинутого уровня может вестись индивидуально, независимо от работы групп.

Ниже приводится план урока в форме семинара-практикума.

Тема урока: «Применение преобразований целых выражений».

(7 класс.)

Цели урока:

1) закрепить у учащихся навыки преобразований целых выражений;
– развивать логическое мышление;
– развивать аккуратность.

План урока.

Время	Содержание работы.							
1 - 2	Запись числа, готовность к уроку.							
3 - 5	Формирование групп и выдача индивидуального задания.							
6 - 15	**ИЗ №1**	ИЗ №2	ИЗ №3	ИЗ №4	Группа 1.	**Группа 2.**	Группа 3.	Считаем **устно.**
16 - 30	№12 №13 №14 №15 №16	№17 №18 №19 №20 №21	№22 №23 №24 №25	№26 №27 №28 №29 №30	№6 №7 №8	№9 №10 №11	№1 №2 №3 №4 №5	Решение **задач с разбором на доске.** №31 №32 №33 №34
31 -35	Аналогичные задания.				**Подготовка групп к ответу возле доски.**			**Самост. работа.**
36 - 39					**Ответ гр. 1.**			
40 - 43						**Ответ гр.2**		
44 - 45	Задавание на дом. Подведение итогов урока. Выставление оценок.							

<u>*Задания для групп.*</u>

<u>Группа 3.</u> (ПППОО)

Разложите на множители многочлен:

а) $x^8 - x^4 - 2$; б) $a^5 - a^2 - a - 1$; в) $n^4 + 4$; г) $n^4 + n^2 + 1$.

Докажите, что $p^2 - 1$ кратно 24, если p – простое число, большее 3.

Упростите выражение:

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$.

Представьте многочлен $3x^3 + 7x^2 + 9x + 6$ в виде многочлена $ay^3 + by^2 + cy + d$, где $y = x + 1$.

Разложите на множители:

а) $-15x^2 + 4yz - 10xz + 6xy$;

б) $pq - 20k^3 - 4k^2 p - 5qp$;

в) $15x^2 + 2yz - 5xz - 6xy$;

г) $mp + 10n^2 - 2mn - 5np$.

<u>Группа 1.</u> (ООООМ)

Вычислите наиболее простым способом значение многочлена: $x^4 - 20x^3 - 19x^2 - 32x + 40$ при $x = 21$.

Докажите, что выражения $(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$ и $a^4 - b^4$ тождественно равны. Какое из них удобнее для вычислений при: а) $a = 2$, $b = 0{,}1$; б) $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{1}{4}$?

Найти числовые значения выражений, предварительно разложив их на множители:

а) $32a^2x-25ax$ при $a=\frac{2}{5}$, x=15.

б) x(a+3)-y(a+3) при a=4; $x=\frac{3}{4}$; $y=\frac{1}{2}$.

в) 5x(m-2)-4x(m-2) при $x=\frac{2}{5}$; $m=5\frac{3}{4}$;

г) $4a^2(x+7)-3a^2(x+7)$ при $a=-\frac{1}{5}$; $x=8$.

Группа 2. (ММMОО)

Докажите, что значение выражения (n+8)(n-4)-(n+3)(n-2)+27 ни при каком целом n не делится на 3.

Вычислите кратчайшим путем:

а) $21\cdot3{,}8+62\cdot3{,}8+17\cdot3{,}8$;

б) $34\cdot1{,}78+25\cdot1{,}78+41\cdot1{,}78$;

в) $\frac{59^2-41^2}{59^2+2\cdot59\cdot41-41^2}$.

Используя микрокалькулятор, найдите значение многочлена:

а) $3{,}5x^3-2{,}1x^2+1{,}9x-16{,}7$ при x=-6,9; x=-2,4; x=3,7;

б) $0{,}82x^4-3{,}4x^2+7{,}4x$ при x=-0,53; x=0,62; x=1,7.

Индивидуальное задание № 1. (М)

Докажите, что выражение принимает лишь положительные значения:

а) x^2+2x+2; б) $a^2+b^2-2ab+1$.

Вычислите:

а) $1005\cdot995$; б) $0{,}94\cdot1{,}06$; в) $10\frac{1}{7}\cdot9\frac{6}{7}$.

Разложите на множители:

а) $b^2+10b+25$; б) $16x^2-8x+1$; в) $x^4+2x^2y+y^2$.

Найдите значение выражения:

$(3a+2b)^2-(2a-b)^2$ при a=1,35 и b=-0,65.

Докажите, что при любом натуральном n значение выражения $(n+1)^2-(n-1)^2$ делится на 4.

Индивидуальное задание № 2. (М)

17. Докажите, что выражение принимает лишь положительные значения: а) $4x^2-4x+6$; б) $x^2+y^2+z^2+2xy+5$.

Вычислите:

а) $108\cdot92$; б) $1{,}09\cdot0{,}91$; в) $99\frac{7}{9}\cdot100\frac{2}{9}$.

Разложите на множители:

а) $c^2-8c+16$; б) $4c^2+12c+9$; в) $a^6-6a^3b^2+9b^4$.

Найдите значение выражения:

$(2y-c)^2+(y+2c)^2$ при c=1,2 и y=-1,4.

Докажите, что при любом натуральном n значение выражения $(2n+3)^3-(2n-1)^2$ делится на 8.

Индивидуальное задание № 3. (О)

Докажите, что значение выражения

(2n+1)(n+5)-2(n+3)(n-3)-(5n+13) ни при каком целом n не делится на 6.

Найдите наиболее удобным способом значение выражения:

а) $3a^2b+2ab^2$ при $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{2}$;

б) $2mn^2-3m^2n+1$ при $m=-\frac{1}{2}$, $n=\frac{2}{3}$.

Представьте в виде произведения:

а) $\frac{27}{64}-y^{12}$; б) $-x^{15}+\frac{1}{27}$; в) $3\frac{3}{8}a^{15}+b^{12}$; г) $1\frac{61}{64}x^{18}+y^3$.

Докажите тождество:

$(a^2+b^2)(ab+cd)-ab(a^2+b^2-c^2-d^2)=(ac+bd)(ad+bc)$.

Индивидуальное задание № 4. (П)

Докажите, что квадрат нечетного числа есть число нечетное.

Докажите тождество:

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$.

Найдите значение выражения:

а) $x(x+3)^2-(x-1)(x^2+x+1)$ при $x=-4$;

б) $(2p-1)(4p^2+2p+1)-p(p-1)(p+1)$ при $p=1{,}5$.

Представьте в виде произведения:

а) $x^3+y^3+2x^2-2xy+2y^2$; б) $a^3-b^3+3a^2+3ab+3b^2$;

в) $a^4+ab^3-a^3b-b^4$; г) $x^4+x^3y-xy^3-y^4$.

Может ли выражение $0{,}001-(a+100)^2$ принимать положительные значения?

Устный счет.

Вычислить:

а) 85^2-15^2; б) 175^2-25^2; в) 388^2-312^2; г) $5{,}6^2-4{,}4^2$.

Найдите числовые значения выражений, предварительно разложив их на множители:

а) $x^2-2xy+y^2$ при $x=65$, $y=15$;

б) $5a^2-10ab+5b^2$ при $a=124$, $b=24$;

в) $\frac{1}{2}a^2+ab+\frac{1}{2}b^2$ при $a=64$, $b=36$.

Задачи для решения с разбором у доски.

Докажите, что выражение $2b-b^2-2$ может принимать лишь отрицательные значения.

Докажите, что разность квадратов двух последовательных четных чисел делится на 4.

Докажите, что разность квадратов двух последовательных нечетных чисел делится на 8.

Разложите на множители:

а) a^2-b^2-a+b; б) $m^3-m^2n-mn^2+n^3$;

в) $2m^2-bm+4$; г) $3p^2+27p+54$.

Самостоятельная работа.

Докажите, что значение выражения может быть лишь числом положительным:

а) $y^2-10y+30$; б) $c^2+4cd+4d^2+4$.

Разложите на множители:

а) $(x-5)^2-16$; б) $(b+7)^2-9$;

в)* $1{,}69y^{14}-1{,}21$; г)* $81-(a+7)^2$.

Упростите выражение:

а) $(a+2)(a-2)-a(a-5)$;

б) $(b-4)(b+4)-(b-3)(b+5)$.

Предложенная разработка урока – лишь один из способов организации обучения, при которой каждый член группы активно принимает участие в работе на уроке, достигает поставленных в начале урока целей, самоутверждается в коллективе.

А. В. НЕЛАЕВ

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ В КРУГОВЫХ ОБЛАСТЯХ C^n

Данная заметка примыкает к работе автора [7]. Она содержит *вывод* используемой в [7] *основной интегральной формулы* (A) для введенного автором *класса* Λ *ограниченных выпуклых полных круговых областей* D пространства $\mathbf{C}^n$ ($n \geq 2$). Основу доказательства составляют известное *интегральное представление Ж. Лерэ* и развиваемый автором *метод вариации*. Далее, с помощью созданного *И.И. Бавриным метода интегродифференциальных операторов* (см, напр., [2]), устанавливаются операторные обобщения формулы (A).

Голоморфность ядра, близость структуры последнего внутреннего интеграла к классическому интегралу Коши из теории функций одного комплексного переменного, удачное параметрическое «расслоение» многообразия интегрирования — все это делает найденные интегральные представления удобными для приложений.

§ 1. Предварительные замечания

Пусть область U^n — единичный поликруг:

$$U^n = \{z = (z_1, ..., z_n) \in \mathbf{C}^n : |\, z_1 \,| < 1, ..., |\, z_n \,| < 1\},$$

его остов

$$T^n = \{\xi = (\xi_1, ..., \xi_n) \in \mathbf{C}^n : |\, \xi_1 \,| = 1, ..., |\, \xi_n \,| = 1\},$$

функция $f(z)$ голоморфна в U^n и непрерывна в $U^n \bigcup T^n$ (кратко: $f(z) \in A(U^n) \bigcap C(U^n \bigcup T^n)$. Тогда одно из интегральных представлений, входящих в формулу Темлякова – Опиаля – Сичака [12] имеет вид

$$\underset{z \in U^n}{f(z)} = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int\limits_{\Delta^*} d\tau \int\limits_{T^n} \frac{f(\xi)}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\xi_1} z_1 - ... - \frac{\tau_n}{\xi_n} z_n\right)^n} \frac{d\xi}{\xi}, \quad (1)$$

где $\tau_1, ..., \tau_n$ — вещественные параметры, определенные на $(n-1)$-мерном симплексе

$$\Delta = \{\tau = (\tau_1, ..., \tau_n) : \tau_1 + ... + \tau_n = 1,\ \tau_1 > 0, ..., \tau_1 > 0\},$$

который также можно представить в виде

$$\Delta = \{\tau : \tau_1 = 1 - \tau_2 - ... - \tau_n,\ (\tau_2, ..., \tau_n) \in \Delta^*\},$$

где $\Delta^* = \{(\tau_2, ..., \tau_n) : 0 < \tau_2 < 1, 0 < \tau_3 < 1 - \tau_2, ..., 0 < \tau_n < 1 - \tau_2 - ... - \ - \tau_{n-1}\}$,

$$\int\limits_{\Delta^*} d\tau = \int\limits_{\Delta^*} d\tau_2 \ldots d\tau_n, \qquad \frac{d\xi}{\xi} = \frac{d\xi_1}{\xi_1} \ldots \frac{d\xi_n}{\xi_n}.$$

Отметим, что формула (1) является фактически иной формой записи известной интегральной формулы Коши для поликруга.

Отметим также, что при невырожденном линейном отображении поликруг переходит в круговой аналитический полиэдр

$$U_*^n = \{z \in C^n : \left| r_{\mu 1} z_1 + ... + r_{\mu n} z_n \right| < 1, \mu = \overline{1,\ n}\},$$

где $r_{\mu n}$ $(\mu, \nu = \overline{1,\ n})$ — произвольные комплексные постоянные с условием $\det \| r_{\mu\nu} \| \neq 0$, а формула (1), согласно результатам [4], принимает вид

$$f(z)=\frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_{T^n}\frac{f(\zeta)}{(1-\tilde{u})^n}\frac{d\xi}{\xi},\ (2)$$

где

$$\tilde{u}=\sum_{\mu=1}^{n}\frac{\tau_\mu}{\xi_\mu}\sum_{\nu=1}^{n}r_{\mu\nu}z_\nu=\sum_{\nu=1}^{n}z_\nu\sum_{\mu=1}^{n}\frac{\tau_\mu}{\xi_\mu}r_{\mu\nu},$$

функция $f(z)\in A(U_*^n)\bigcap C(U_*^n\bigcup T_*^n)$, T_*^n — образ T^n, $\zeta=(\zeta_1,\ldots,\zeta_n)\in T_*^n:\zeta_\mu=R_{\mu 1}\xi_1+\ldots+R_{\mu n}\xi_n$, $\mu=\overline{1,\ n}$, $R_{\mu\nu}$ — элементы матрицы, обратной к $\|r_{\mu\nu}\|$: $\|R_{\mu\nu}\|=\|r_{\mu\nu}\|^{-1}$.

Наводящей идеей последующих исследований явился тот факт, что интегральное представление (2) оказывается справедливым и при некоторых *переменных* матрицах $\|R_{\mu\nu}\|$, элементы которых являются *функциями* параметров τ: $R_{\mu\nu}=R_{\mu\nu}(\tau)$. Например, в случае $R_{\mu\nu}=\delta_{\mu\nu}\sqrt{\tau_\nu}$ ($\delta_{\mu\nu}$ — символ Кронекера), $\nu=\overline{1,\ n}$, из формулы (2) для полиэдра U_*^n получаем интегральное представление, входящее в интегральную формулу Темлякова – Опиаля – Сичака для гипершара $B^n=\{z\in\mathbf{C}^n:|z_1|^2+\ldots+|z_n|^2<1\}$. А это, учитывая, что гипершар и полиэдр U_*^n биголоморфно друг на друга не отображаются, свидетельствует о том, что вопрос о переходе в формуле (2) к переменным матрицам нельзя свести к вопросу о преобразовании интегральных представлений при биголоморфных отображениях областей.

Возникла проблема: выяснить, для какого класса областей (или, что эквивалентно, для какого множества матриц $\|R_{\mu\nu}\|$) будет справедливо интегральное представление вида (2) (имеется в виду, что принципиальная конструкция сохранится), если $R_{\mu\nu}$ считать *функциями* от τ.

Приведем еще один пример. Пусть, $R_{\mu\nu}(\tau)=\delta_{\mu\nu}r_\nu(\tau)$, где $r_\nu(\tau)$, $\nu=\overline{1,\ n}$, система функций, параметризующих выбранную произвольным образом кратнокруговую область D' типа (T) ([2], [12]). В этом случае полиэдр U_*^n переходит в область D', а формула (2), учитывая, что в этом случае элементы матрицы $\|R_{\mu\nu}(\tau)\|$ оказываются связанными с элементами обратной ей матрицы $r_{\mu\nu}(\tau)=\frac{\delta_{\mu\nu}}{r_\nu(\tau)}$ соотношениями $r_{\nu\nu}(\tau)=\frac{1}{R_{\nu\nu}(\tau)}=\frac{1}{r_\nu(\tau)}$, – в соответствующее интегральное представление из формулы Темлякова – Опиаля – Сичака. Этот пример показывает, что искомый класс областей заведомо содержит весь класс кратнокруговых областей типа (T).

Отметим также, что согласно результатам работы автора [4] искомый класс областей содержит и класс круговых областей, образуемых при невырожденных линейных отображениях кратнокруговых областей типа (T) (то есть когда $R_{\mu\nu}$ постоянные и $\det\|R_{\mu\nu}\|\neq 0$, $\mu,\nu=\overline{1,\ n}$).

Перейдем к конструктивному решению обозначенной проблемы.

§ 2. Вывод основной интегральной формулы (А)

Пусть D — ограниченная область пространства $\mathbf{C}^n$ ($n \geq 2$) с кусочно-гладкой границей ∂D, допускающая параметрическое задание вида

$$D = \bigcup_{\tau \in \Delta} \{z \in \mathbf{C}^n : \left| r_{\mu 1}(\tau) z_1 + \ldots + r_{\mu n}(\tau) z_n \right| < 1, \ \mu = \overline{1, n}\}, \quad (3)$$

где функции (вообще говоря, комплекснозначные) $r_{\mu\nu}(\tau) \in \in C^1(\Delta) \bigcap C(\overline{\Delta}), \ \mu, \nu = \overline{1, n}$, причем $\det_{\tau \in \Delta} r(\tau) \equiv \det_{\tau \in \Delta} \| r_{\mu\nu}(\tau) \| \neq 0$.

Из условия (3) вытекает, что если точка $z \in D$, то и множество точек вида $(\chi z_1, \ldots, \chi z_n) \in D$, где $|\chi| \leq 1, \ \chi \in \mathbf{C}$, то есть D является *полной круговой* областью с центром в начале координат.

На основании (3) также заключаем, что частью границы области D является гладкая гиперповерхность (граница Шилова области D)

$$\Gamma = \{\zeta \in \mathbf{C}^n : \zeta_\mu = \sum_{\nu=1}^{n} R_{\mu\nu}(\tau) \xi_\nu, \ \tau \in \Delta, \ \xi \in T^n, \ \mu = \overline{1, n}\} \quad (4)$$

(кратко: $\zeta = R(\tau) \xi$, где $R(\tau) = \| R_{\mu\nu}(\tau) \| = r^{-1}(\tau)$.

При выполнении условия (3) для любой $f(z) \in A(D) \bigcap C(D \bigcup \Gamma)$ имеет место *интегральная формула Лерэ*[*], которую в данном случае (используя правило замены переменных в дифференциальной форме) можно записать в виде

$$\underset{z \in D}{f(z)} = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int_{\Delta^*} d\tau \int_{T^n} f(\zeta) \frac{\delta(\lambda(\tau, \xi)) \wedge d\xi}{\langle \lambda(\tau, \xi), \zeta - z \rangle^n}. \quad (5)$$

Здесь $\lambda(\tau, \xi) = (\lambda_1(\tau, \xi), \ldots, \lambda_n(\tau, \xi))$ — произвольная гладкая на Γ вектор-функция, такая, что для всех $z \in D$ и $\zeta \in \Gamma$ выполняется *условие Лерэ*

$$\langle \lambda(\tau, \xi), \zeta - z \rangle = \lambda_1(\tau, \xi)(\zeta_1 - z_1) + \ldots + \lambda_n(\tau, \xi)(\zeta_n - z_n) \neq 0; \quad (6)$$

дифференциальная форма

$$\delta(\lambda(\tau, \xi)) = \sum_{\nu=1}^{n} (-1)^{\nu-1} \lambda_\nu \frac{\partial(\lambda_1, \ldots [\nu] \ldots, \lambda_n, \zeta_1, \ldots, \zeta_n)}{\partial(\tau_2, \ldots, \tau_n, \xi_1, \ldots, \xi_n)} \quad (7)$$

($[\nu]$ означает, что пропущено λ_ν).

Произведем над формулой (5) следующие преобразования.

Во-первых, подберем функции $\lambda_\nu(\tau, \xi)$ таким образом, чтобы знаменатель ядра интеграла (5) по своему внешнему виду совпадал со знаменателем ядра интеграла (2). С этой целью положим

---

[*] Интегральная формула Лерэ (см., напр., [3]; [11], § 10) позволяет для любой ограниченной области из $\mathbf{C}^n$ с кусочно-гладкой границей получить (вследствие известной произвольности в выборе входящих в интеграл Лерэ компонентов) целый класс интегральных представлений. В этой общности формулы Лерэ кроется важная проблема оптимального выбора входящих в нее компонентов— такого, который наиболее удачно соответствовал бы тем областям голоморфности и тем задачам, в которых эта формула применяется.

$$\lambda_\nu(\tau,\xi)=\sum_{\mu=1}^{n}\frac{\tau_\mu}{\xi_\mu}r_{\mu\nu}(\tau),\qquad \nu=\overline{1,\ n}. \ (8)$$

При этом будем иметь

$$\langle\lambda\,(\tau,\xi),\zeta\rangle=\left(\frac{\tau_1}{\xi_1}r_{11}(\tau)+\ldots+\frac{\tau_n}{\xi_n}r_{n1}(\tau)\right)(R_{11}(\tau)\,\xi_1+\ldots+R_{1n}(\tau)\,\xi_n)+$$

$$+\ldots+\left(\frac{\tau_1}{\xi_1}r_{1n}(\tau)+\ldots+\frac{\tau_n}{\xi_n}r_{nn}(\tau)\right)(R_{n1}(\tau)\,\xi_1+\ldots+R_{nn}(\tau)\,\xi_n)=$$

$$=\sum_{\mu=1}^{n}\tau_\mu(r_{\mu1}R_{1\mu}+r_{\mu2}R_{2\mu}+\ldots+r_{\mu n}R_{n\mu})+$$

$$+\sum_{\mu=1}^{n}\tau_\mu\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\neq\mu}}^{n}\frac{\xi_\nu}{\xi_\mu}(r_{\mu1}R_{1\nu}+r_{\mu2}R_{2\nu}+\ldots+r_{\mu n}R_{n\nu}).$$

Здесь, в силу вытекающих из свойств алгебраических дополнений равенств

$$\sum_{s=1}^{n}R_{\mu s}\,r_{s\nu}=\delta_{\mu\nu},\qquad \sum_{s=1}^{n}R_{s\nu}\,r_{\mu s}=\delta_{\mu\nu},$$

выражения, стоящие в круглых скобках в предпоследней строке, оказываются равными единице, а в круглых скобках в последней строке — нулю. Поэтому получаем

$$\langle\lambda\,(\tau,\xi),\zeta\rangle=\tau_1+\ldots+\tau_n=1$$

и, следовательно,

$$\langle\lambda\,(\tau,\xi),\zeta-z\rangle=1-\hat{u}\,,$$

где

$$\hat{u}=\sum_{\mu=1}^{n}\frac{\tau_\mu}{\xi_\mu}\sum_{\nu=1}^{n}r_{\mu\nu}(\tau)\,z_\nu. \ (9)$$

Во-вторых, в силу выполняющегося тождественно неравенства

$$|\,\hat{u}\,|\leq\sum_{\mu=1}^{n}\tau_\mu\left|\sum_{\nu=1}^{n}r_{\mu\nu}(\tau)\,z_\nu\right|$$

заключаем, что для выполнения условия (6) достаточно потребовать выполнимость условия

$$\sum_{\mu=1}^{n}\tau_\mu\left|\sum_{\nu=1}^{n}r_{\mu\nu}(\tau)\,z_\nu\right|<1,\qquad \forall\,\tau\in\Delta,\ \forall\,z\in D,$$

или

$$D=\text{внутр.}\bigcap_{\tau\in\Delta}\{z:\ \sum_{\mu=1}^{n}\tau_\mu\,\big|\,r_{\mu1}(\tau)\,z_1+\ldots+r_{\mu n}(\tau)\,z_n\,\big|<1\}, \ (10)$$

кратко:

$$D=\text{внутр.}\bigcap_{\tau\in\Delta}D_\tau.$$

Отметим, что область D при этом будет являться *выпуклой областью* — как внутренность пересечения выпуклых областей D_τ — и, следовательно, D будет *областью голоморфности*.

В-третьих, заметим, что дифференциальную форму (7) можно представить в виде определителя:

$$\delta(\lambda(\tau,\xi)) = \begin{vmatrix} \lambda_1 & \frac{\partial\lambda_1}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_1}{\partial\tau_n} & \frac{\partial\lambda_1}{\partial\xi_1} & \dots & \frac{\partial\lambda_1}{\partial\xi_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_n & \frac{\partial\lambda_n}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\lambda_n}{\partial\tau_n} & \frac{\partial\lambda_n}{\partial\xi_1} & \dots & \frac{\partial\lambda_n}{\partial\xi_n} \\ 0 & \frac{\partial\zeta_1}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\zeta_1}{\partial\tau_n} & \frac{\partial\zeta_1}{\partial\xi_1} & \dots & \frac{\partial\zeta_1}{\partial\xi_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \frac{\partial\zeta_n}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\zeta_n}{\partial\tau_n} & \frac{\partial\zeta_n}{\partial\xi_1} & \dots & \frac{\partial\zeta_n}{\partial\xi_n} \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Выделенный класс ограниченных выпуклых полных круговых областей D, удовлетворяющих условиям (3) и (10), и принято называть *классом* Λ.

Таким образом, оказывается справедливой следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть* $D \in \Lambda$. *Тогда для любой функции* $f(z) \in A(D) \bigcap C(D \bigcup \Gamma)$ и $z \in D$ *имеет место интегральное представление*

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi i)^n} \int\limits_{\Delta^*} d\tau \int\limits_{T^n} f(\zeta) \frac{\delta(\lambda(\tau,\xi)) \wedge d\xi}{(1-\hat{u})^n}, \quad (12)$$

где $\zeta = R(\tau)\,\xi$.

Теперь займемся приведением формулы (12) к удобному для приложений виду. С этой целью, во-первых, обозначая параметр ξ_1 через η, вводя вместо $\xi_2, \dots, \xi_n$ новые параметры $t_2, \dots, t_n$ по формулам

$$\xi_2 = \eta\, e^{-it_2}, \dots, \xi_n = \eta\, e^{-it_n}$$

и меняя порядок интегрирования, перепишем (12) в виде

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi)^n\, i} \int\limits_{\Delta^*} d\tau \int\limits_0^{2\pi} dt \int\limits_{|\eta|=1} f(\zeta) \frac{\eta^{2n-1} e^{-i|t|}\, \delta(\lambda(\tau,t,\eta))\, d\eta}{(\eta-u)^n}, \quad (13)$$

где

$$u = \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \exp(it_\mu) \sum_{\nu=1}^{n} r_{\mu\nu}(\tau)\, z_\nu \quad (14)$$

(здесь и далее, для сокращения записи, формально вводим параметр $t_1 \equiv 0$), $|t| = t_2 + \dots + t_n$,

$$\zeta_\mu = \sum_{\nu=1}^{n} R_{\mu\nu}(\tau)\,\eta\, e^{-it_\nu} = \eta\, \hat{\zeta}_\mu(\tau,t),$$

$$\lambda_\nu(\tau,t,\eta) = \sum_{\mu=1}^{n} \frac{\tau_\mu}{\eta} r_{\mu\nu}(\tau)\, e^{it_\mu} = \frac{1}{\eta} \hat{\lambda}_\nu(\tau,t),$$

$$(\tau, t, \eta) \in M = \{(\tau, t, \eta) : \tau \in \Delta,\ 0 \le t_\nu \le 2\pi,\ \nu = \overline{2,\ n},\ |\eta| = 1\},$$

$$\int_0^{2\pi} dt = \int_0^{2\pi} dt_2 \dots \int_0^{2\pi} dt_n .$$

Во-вторых, производя в определителе (11) указанную замену параметров, приведем этот определитель к виду

$$\delta\left(\lambda(\tau, t, \eta)\right) = \frac{1}{\eta^n} e^{i|t|} v, \quad (15)$$

где

$$v = v(\tau, t) = i^{n-1} \begin{vmatrix} \hat{\lambda}_1 & \frac{\partial\hat{\lambda}_1}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\lambda}_1}{\partial\tau_n} & -\hat{\lambda}_1 & \frac{\partial\hat{\lambda}_1}{\partial t_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\lambda}_1}{\partial t_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{\lambda}_n & \frac{\partial\hat{\lambda}_n}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\lambda}_n}{\partial\tau_n} & -\hat{\lambda}_n & \frac{\partial\hat{\lambda}_n}{\partial t_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\lambda}_n}{\partial t_n} \\ 0 & \frac{\partial\hat{\zeta}_1}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\zeta}_1}{\partial\tau_n} & \hat{\zeta}_1 & \frac{\partial\hat{\zeta}_1}{\partial t_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\zeta}_1}{\partial t_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \frac{\partial\hat{\zeta}_n}{\partial\tau_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\zeta}_n}{\partial\tau_n} & \hat{\zeta}_n & \frac{\partial\hat{\zeta}_n}{\partial t_2} & \dots & \frac{\partial\hat{\zeta}_n}{\partial t_n} \end{vmatrix} \quad (16)$$

(т. е. параметр η удалось вынести за знак определителя).

Производя подстановку (15) в формулу (13), получим *основную интегральную формулу*

$$f(z) = \frac{(n-1)!}{(2\pi)^n i} \int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} v\, dt \int_{|\eta|=1} f(\zeta) \frac{\eta^{n-1} f(\zeta)}{(\eta-u)^n} d\eta . \quad \text{(A)}$$

§ 3. Условия на параметризующие функции

Установим условия, которым должны удовлетворять параметризующие круговую область (3) функции $r_{\mu\nu}(\tau),\ \mu, \nu = \overline{1,\ n}$, чтобы выполнялось условие (10). Для этого естественно потребовать, чтобы при любом фиксированном $\tau \in \Delta$ граница области D не выходила за пределы области

$$D_\tau = \{z \in \mathbf{C}^n : \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \left| r_{\mu 1}(\tau) z_1 + \dots + r_{\mu n}(\tau) z_n \right| \le 1\},$$

а функция

$$\Phi(x, \xi) = \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \left| \sum_{\nu=1}^{n} r_{\mu\nu}(\tau) \zeta_\nu(x, \xi) \right|,$$

где параметры $x = (x_1, \dots, x_n)$ изменяются на симплексе Δ, $\zeta(x, \xi) = = R(x)\, \xi$ *, при $x = \tau$ тождественно по $\xi \in T^n$ имела максимум.

* Здесь $R(x)$ — матрица, образуемая из $R(\tau)$ при замене τ на x.

Необходимым условием существования такого экстремума является

$$\left.\frac{\partial \Phi(x,\xi)}{\partial x_p}\right|_{x=\tau} = 0, \quad \forall\, \xi \in T^n, \quad p = \overline{2,\ n}\,, \ (17)$$

достаточным условием — выполнимость (17) и

$$(-1)^k \det A_k > 0, \quad \forall\, \xi \in T^n, \quad k = \overline{1,\ n-1}\,, \ (18)$$

где

$$A_1 = a_{22}, \quad A_2 = \begin{Vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{Vmatrix}, \ldots, \qquad A_{n-1} = \begin{Vmatrix} a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{Vmatrix}, \quad (19)$$

$$a_{pq} = \left.\frac{\partial^2 \Phi(x,\xi)}{\partial x_p\, \partial x_q}\right|_{x=\tau}, \quad p, q = \overline{2,\ n}.$$

Пусть функции $R_{\mu\nu}(\tau)$ удовлетворяют дополнительно условию дважды непрерывной дифференцируемости на Δ. В этом случае необходимым условием существования требуемого максимума является совокупность условий (17) и

$$(-1)^k \det A_k \geq 0, \quad \forall\, \xi \in T^n, \quad k = \overline{1,\ n-1}\,. \ (20)$$

Но (20) включает в себя (18). Следовательно, совокупность (17) и (20) является условием *необходимым и достаточным*.

Приведем условия (17) к явному виду. Введем с этой целью следующие обозначения:

$$R'_p(\tau) = \left\| \frac{\partial R_{\mu\nu}(\tau)}{\partial \tau_p} \right\|, \qquad r(\tau)\, R'_p(\tau) = \left\| A_{\mu\nu p}(\tau) \right\|,$$

$$r(\tau)\, R(x) = \left\| B_{\mu\nu}(\tau, x) \right\|, \qquad \pi_\mu = \pi_\mu(\tau, x, \xi) =$$

$$= B_{\mu 1}(\tau, x)\, \xi_1 + \ldots + B_{\mu n}(\tau, x)\, \xi_n, \quad p = \overline{2,\ n}; \quad \mu = \overline{1,\ n}.$$

Тогда (при фиксированном $\tau \in \Delta$)

$$\Phi(x,\xi) = \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \left| \pi_\mu \right|,$$

$$\frac{\partial \Phi(x,\xi)}{\partial x_p} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{n} \frac{\tau_\mu}{\left|\pi_\mu\right|} \left(\frac{\partial \pi_\mu}{\partial x_p}\, \overline{\pi}_\mu + \pi_\mu \frac{\partial \overline{\pi}_\mu}{\partial x_p} \right).$$

Полагая теперь $x = \tau$ и учитывая, что матрицы $r(\tau)$ и $R(\tau)$ являются взаимно обратными, будем иметь:

$$B_{\mu\nu}(\tau, \tau) = \delta_{\mu\nu}, \qquad \left| \pi(\tau, \tau, \xi) \right| = 1, \qquad \mu = \overline{1,\ n},$$

$$\left.\frac{\partial \Phi(x,\xi)}{\partial x_p}\right|_{x=\tau} = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \Big(\xi_\mu^{-1} \sum_{\nu=1}^{n} A_{\mu\nu p}(\tau)\, \xi_\nu + \quad (21)$$

$$+\xi_\mu \sum_{\nu=1}^{n} \overline{A_{\mu\nu p}(\tau)\,\xi_\nu^{-1}}), \quad p=\overline{2,\ n}.$$

Согласно условию (17) правые части равенств (21) должны быть тождественно по ξ равны нулю. Приравнивая к нулю слагаемые, зависящие только от τ, и коэффициенты при $\xi_\mu \xi_\nu^{-1}$, получим:

$$\sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \operatorname{Re} A_{\mu\mu p}(\tau)=0, \quad (22)$$

$$\tau_\mu A_{\mu\nu p}(\tau)+\tau_\nu \overline{A_{\nu\mu p}(\tau)}=0, \quad (23)$$

$$\mu,\nu=\overline{1,\ n}; \quad \mu\neq\nu; \quad p=\overline{2,\ n},$$

или, что то же самое:

$$\sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu \left(\operatorname{Re} \sum_{\nu=1}^{n} r_{\mu\nu}(\tau) \frac{\partial R_{\nu\mu}(\tau)}{\partial \tau_p} \right)=0, \quad p=\overline{2,\ n}, \quad (22')$$

$$\sum_{j=1}^{n} \left(\tau_\mu \overline{r_{\mu j}(\tau)} \frac{\partial \overline{R_{j\nu}(\tau)}}{\partial \tau_p}+\tau_\nu r_{\nu j}(\tau) \frac{\partial R_{j\nu}(\tau)}{\partial \tau_p} \right)=0, \quad (23')$$

$$\mu,\nu=\overline{1,\ n}; \quad \mu>\nu; \quad p=\overline{2,\ n}$$

(заменив в системе (23) условие $\mu\neq\nu$ на $\mu>\nu$, мы тем самым без ущерба для (23) отбросили половину ее уравнений — комплексно-сопряженные выражения).

§ 4. Операторные обобщения основной интегральной формулы (А)

Здесь мы воспользуемся созданным И. И. Бавриным (см., напр., [2]) *методом интегродифференциальных операторов*.

Пусть p — произвольное натуральное число. Рассмотрим дифференциальный оператор L_p от голоморфной функции:

$$L_p[f(z)]=pf(z)+z_1 f'_{z_1}(z)+\ldots+z_n f'_{z_n}(z). \quad (24)$$

Взаимно обратный ему интегральный оператор имеет вид:

$$L_p^{(-1)}[f(z)]=\int_0^1 \varepsilon^{p-1} f(\varepsilon z_1,\ldots,\varepsilon z_n)\,d\varepsilon,$$

т. е. всегда определен для звездных относительно начала координат областей; к ним, в частности, относятся и наши области $D\in\Lambda$.

Лемма. *Пусть функция* $f(z)\in A(D)\bigcap C^1(D\bigcup\Gamma)$. *Тогда*

$$\underset{z\in D}{f(z)}=\frac{(n-2)!}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} v\,dt \int_{|\eta|=1} \frac{\eta^{n-2} L_{n-1}[f(\zeta)]}{(\eta-u)^{n-1}}\,d\eta. \quad (25)$$

Доказательство. Непосредственной проверкой убеждаемся в тождестве

$$L_p\left[\frac{\eta^{p-1}}{(\eta-u)^p}\right]=\frac{p\eta^p}{(\eta-u)^{p+1}},\ (26)$$

откуда

$$L_p^{(-1)}\left[\frac{p\eta^p}{(\eta-u)^{p+1}}\right]=\frac{\eta^{p-1}}{(\eta-u)^p}.\ (27)$$

В условиях леммы интегральная формула (A) имеет место для функции $L_{n-1}[f(z)]$:

$$L_{n-1}[f(z)]=\frac{(n-1)!}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*}d\tau\int_0^{2\pi}v\,dt\int_{|\eta|=1}\frac{\eta^{n-1}L_{n-1}[f(\zeta)]}{(\eta-u)^n}d\eta.$$

Действуя на обе части этой формулы оператором $L_{n-1}^{(-1)}$, используя голоморфность ядра интеграла и тождество, образуемое из (27) при $p=n-1$, получим (25).

Аналогичным образом, составляя интегральную формулу (25) для функции $L_{n-2}[f(z)]$, действуя затем на обе части полученной формулы оператором $L_{n-2}^{(-1)}$ и используя тождество, образуемое из (27) при $p=n-2$, получаем

$$f(z)=\frac{(n-3)!}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*}d\tau\int_0^{2\pi}v\,dt\int_{|\eta|=1}\frac{\eta^{n-3}L_{n-1}[L_{n-2}[f(\zeta)]]}{(\eta-u)^{n-2}}d\eta\ (28)$$

(здесь, разумеется, предполагаем, что $f(z)\in A(D)\bigcap C^2(D\bigcup\Gamma)$.

Повторяя начатый процесс $n-1$ раз (применяя последовательно операторы $L_{n-3},\ L_{n-4},\dots,L_1$ и используя тождества, образуемые из (27) при последовательном задании *p* значений $n-3,\ n-4,\dots,1$), на последнем шаге получим

$$f(z)=\frac{1}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*}d\tau\int_0^{2\pi}v\,dt\int_{|\eta|=1}\frac{L_{n-1}[L_{n-2}\dots[L_1[f(\zeta)]]\dots]}{\eta-u}d\eta,\ (29)$$

где $f(z)\in A(D)\bigcap C^{n-1}(D\bigcup\Gamma)$.

Все образуемые при этом формулы (включая и (A)) можно объединить в виде одной. Именно, оказывается справедливой следующая теорема.

Теорема 2. *Если функция* $f(z)$ *голоморфна в области* $D\in\Lambda$ *и* μ *раз* $(0\le\mu\le n-1)$ *непрерывно дифференцируема в* $D\bigcup\Gamma$, *то для* $k=0,1,\dots,\mu$ *и* $z\in D$

$$f(z)=\frac{(n-k-1)!}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*}d\tau\int_0^{2\pi}v\,dt\int_{|\eta|=1}\frac{\eta^{n-k-1}L_{n-k,\ n-1}^{(k)}[f(\zeta)]}{(\eta-u)^{n-k}}d\eta,\ (30)$$

где

$$L_{n,\ n-1}^{(0)}[f]\equiv f,\quad L_{n-1,\ n-1}^{(1)}[f]\equiv L_{n-1}[f],$$

$$L_{n-k,\ n-1}^{(k)}[f]=L_{n-1}[L_{n-2}\dots[L_{n-k}[f]]\dots].$$

Формула (30) является обобщением на круговые области класса Λ интегральной формулы Темлякова – Опиаля – Сичака.

Литература

1. Айзенберг Л. А. Интегральные представления голоморфных функций многих комплексных переменных // Труды Московского матем. общества. М. 1970. Т. 21, С. 3 – 26.

2. Баврин И. И. Операторный метод в комплексном анализе. М.: Прометей 1991, С. 200.

3. Лере Ж. Дифференциальное и интегральное исчисления на комплексном аналитическом многообразии. М.: ИЛ. 1961.

4. Нелаев А. В. Об интегральных формулах для функций нескольких комплексных переменных, аналитических в круговых областях, и свойствах некоторых интегралов // Математический анализ и теория функций: Респуб. сб. трудов. М.: Изд-во МОПИ. Вып. 1, 1973, С. 179 – 193.

5. Нелаев А. В. Интегральные представления голоморфных функций многих комплексных переменных в круговых областях и некоторые их приложения. М. 1985. Деп. в ВИНИТИ 20.08.85, № 6123-85Деп. С.107 Монография.

6. Нелаев А. В. Интегральные представления в круговых областях // Комплексный анализ и его приложения: Межвуз. сб. научн. трудов. М.: Прометей 1996, С. 75 – 92.

7. Нелаев А. В. К теории интегральных представлений в C^n// Вестник МГОУ. Серия «физика-математика». М.: Изд. МГОУ. – 2005, №7. С.102-128.

8. Темляков А. А. Интегральные представления // Доклады АН СССР. 1960, Т. 131, № 2. – С. 263 – 264.

9. Хвостов А. Т. Интегральное представление функций двух комплексных переменных, аналитических в круговых областях // Доклады АН СССР. 1975, Т. 223, № 1. – С. 49 – 52.

10. Хенкин Г. М. Метод интегральных представлений в комплексном анализе // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики (фундаментальные направления). М.: ВИНИТИ. 1985. Т., С. 23 – 124.

11. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985. ч. 2. – С. 464.

12. Opial Z., Siciak J. Integral formulas for functions holomorphic in convex n-circular domains // Zesz. Nauk. Uniw. Jagiell. 1963. V. 9, № 77, P. 67 – 75.

А.В.НЕЛАЕВ

КЛАССЫ ХАРДИ И ФОРМУЛА КАРЛЕМАНА ДЛЯ КРУГОВЫХ ОБЛАСТЕЙ

В данной статье мы коротко остановимся на двух распространениях результатов работы [7]. Первое посвящено ослаблению требований в интегральных представлениях на границе круговой области $D \in \Lambda$; второе – выводу интегрального представления, в котором многообразие интегрирования существенно меньше границы Шилова области D.

Предполагаем известными результаты и обозначения работы [7].

1°. Классы Харди функций, голоморфных в областях $D \in \Lambda$

Определение 1. Голоморфную в области $D \in \Lambda$ функцию $f(z) = f(z_1,...z_n)$ назовем функцией класса Харди $h_\delta(D)$ $(\delta > 0)$, если

$$\lim_{\rho\to 1}\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta < \infty ,$$

где $\rho\tilde{\xi} = (\rho\tilde{\xi}_1,...,\rho\tilde{\xi}_n)$, $\tilde{\xi}_\mu = \sum_{\nu=1}^{n} R_{\mu\nu}(\tau)e^{i(\theta - t_\nu)}$, $\mu = \overline{1,n}$.

Теорема 1. Для того, чтобы голоморфная в области $D \in \Lambda$ функция $f(z) \in h_\delta(D)$, необходимо и достаточно выполнение следующих двух условий: 1) для почти всех (τ, t) (в смысле меры Лебега) функция $f(\varsigma(\tau,t,u)) \equiv f\left(\sum_{\nu=1}^{n} R_{1\nu}(\tau)ue^{-it_\nu}, \ ... \ , \sum_{\nu=1}^{n} R_{n\nu}(\tau)ue^{-it_\nu}\right)$ принадлежит классу Харди H_δ в единичном круге $|u| < 1$; 2) на гиперповерхности Γ функция $|f(z)|^\delta$ суммируема, т.е. $\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta < \infty$.

Необходимость. Сравнение формул (9) и (10) из [7] показывает, что если точка $z \in D$, то

$$|u| = \left| \sum_{\mu=1}^{n} \tau_\mu (r_{\mu 1}(\tau)z_1 + ... + r_{\mu n}(\tau)z_n)e^{it\mu} \right| < 1,$$

а при $z \in D \cup \Gamma$ $|u| \le 1$. Поскольку функция $f(z)$ голоморфна в области D, то $f(\varsigma(\tau,t,u))$ при всех (τ, t) является голоморфной функцией переменного u в круге $|u| < 1$. Как следует из граничных свойств голоморфных функций одного комплексного переменного, функция $\int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta$ является неубывающей функцией от ρ при $0 \le \rho < 1$. Отсюда, на основании известной леммы П.Фату [8, с.15], получаем

$$\lim_{\rho\to 1}\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta = \int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} \left\{ \lim_{\rho\to 1} \int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta \right\} dt , \quad (1)$$

что доказывает необходимость условия 1). Из той же леммы П.Фату следует и необходимость условия 2).

Достаточность. Пусть условия 1) и 2) выполнены. Тогда по теореме Ф.Рисса [8, с.89] для почти всех (τ, t) справедливо равенство

$$\lim_{\rho\to 1}\int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta d\theta = \int_0^{2\pi} \left\{ \lim_{\rho\to 1} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^\delta \right\} d\theta ,$$

с учетом которого мы можем переписать равенство (1) в виде

$$\lim_{\rho\to 1}\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_0^{2\pi} \left| f\left(\rho\tilde{\xi}\right)\right|^{\delta} d\theta = \int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_0^{2\pi} \left| f\left(\tilde{\xi}\right)\right|^{\delta} d\theta .$$

Последнее равенство – в силу условия 2) – означает, что $f(z)\in h_\delta(D)$. Теорема доказана.

Обратимся к теореме 2 из работы [7]: Если функция $f(z)$ голоморфна в области $D\in\Lambda$ и μ раз $(0\le\mu\le n-1)$ непрерывно дифференцируема в $D\cup\Gamma$, то для $k=0,1,...,\mu$ и $z\in D$

$$f(z)=\frac{(n-k-1)!}{(2\pi)^n i}\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} v dt \int_{|\eta|=1} \frac{\eta^{n-k-1} L^{(k)}_{n-k,n-1}\left[f(\varsigma)\right]}{(\eta-u)^{n-k}} d\eta . \quad (*)$$

Замечание 1. В формуле (*) условие $f(z)\in A(D)\cap C^k(D\cup\Gamma)$ можно заменить на $L^{(k)}_{n-k,n-1}\left[f(\varsigma)\right]\in A(D)\cap C(D\cup\Gamma)$.

Справедливость замечания вытекает из структуры используемых в формуле дифференциальных операторов И.И. Баврина

$L^{(k)}_{n-k,n-1}[f]=L_{n-1}\left[L_{n-2}...\left[L_{n-k}[f]\right]...\right]$,

$L^{(0)}_{n,n-1}[f]\equiv f$, $L^{(1)}_{n-1,n-1}[f]\equiv L_{n-1}[f]$.

Замечание 2. Утверждение теоремы 2 из [7] остается в силе и в той более общей ситуации, если вместо непрерывности $L^{(k)}_{n-k,n-1}[f(z)]$ в $D\cup\Gamma$ требуется лишь принадлежность $L^{(k)}_{n-k,n-1}[f(z)]$ классу Харди $h_1(D)$.

Действительно, пусть $L^{(k)}_{n-k,n-1}[f(z)]\in h_1(D)$. Представим $f(z)$ как предел равномерно сходящейся внутри D последовательности функций $\left\{f^{[m]}(z)\right\}$, где $f^{[m]}(z)=f\left[\left(1-\frac{1}{m}\right)z_1,...,\left(1-\frac{1}{m}\right)z_n\right]$, $m=2,3,...$, голоморфных в D, для которых $L^{(k)}_{n-k,n-1}\left[f^{[m]}(z)\right]\in C(D\cup\Gamma)$. Записывая интеграл (*) для $f^{[m]}(z)$ и переходя к пределу при $m\to\infty$, получаем формулу (*) для случая $L^{(k)}_{n-k,n-1}[f(z)]\in h_1(D)$.

Будем далее понимать интегральную формулу (*) в указанном обобщенном смысле.

2°. Формула Голузина-Крылова в случае круга

В 1926 году известный шведский математик Т. Карлеман [11] впервые получил для плоской области специального вида интегральную формулу, которая, в отличие от классической интегральной формулы Коши, восстанавливала в области голоморфную функцию не по всей границе, а лишь по некоторой ее части. В честь этого результата, в дальнейшем, целый ряд формул аналогичного характера в одно- и многомерном комплексном анализе (в последнем случае если восстановление идет по части границы Шилова области) стали именовать формулами Карлемана. В 1933 году Г.М. Голузин и В.И. Крылов [3] обобщили результат Т. Карлемана на односвязные плоские области. Применительно к единичному кругу $U=\{z\in C:|z|<1\}$ формула Голузина-Крылова заключается в следующем [8, с. 105-107].

Пусть $E\subset\partial U=\{\varsigma\in C:|\varsigma|=1\}$ – измеримое множество точек границы круга, имеющее положительную меру Лебега. Тогда для любой голоморфной в U функции f из класса Харди $H_1(U)$ и любой точки $z\in U$ имеет место формула

$$f(z)=\lim_{m\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_E \frac{f(\varsigma)}{\varsigma-z}\left[\frac{e^{\varphi(\varsigma)}}{e^{\varphi(z)}}\right]^m d\varsigma . \quad (2)$$

Здесь $\varphi(z)=p(z)+iq(z)$ – голоморфная в U функция («гасящая» функция), $p(z)$ – гармоническая в U функция, являющаяся решением задачи Дирихле для характеристической функции $\lambda_E(\varsigma)$ множества E:

$$\lambda_E(\varsigma)=\begin{cases}1, \text{ если } \varsigma\in E,\\ 0, \text{ если } \varsigma\in \text{CE},\end{cases}$$

$q(z)$ – сопряженная с $p(z)$ гармоническая функция.

Сходимость в (2) равномерна на компактах в U.

3°. Формула Карлемана для круговых областей $D\in\Lambda$

Отметим, что в случае $k=n-1$ формула (*) (понимаемая в указанном выше обобщенном смысле) принимает вид

$$f(z)=\frac{1}{(2\pi)^n i}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}vdt\int\limits_{|\eta|=1}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{(\eta-u)}d\eta. \quad (3)$$

Формула (3) примечательна тем, что последний внутренний интеграл в ней имеет ядро Коши относительно комплексного переменного u. Этой особенностью интеграла (3) мы и воспользуемся.

Теорема 2. Пусть функция $f(z)$ голоморфна в области $D\in\Lambda$ и $L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(z)]\in h_1(D)$. Пусть далее $E(\tau,t,\eta)$ – измеримое подмножество гиперповерхности Γ, для которого почти при всех (τ,t) функция $\omega(\tau,t)=\int\limits_{|\eta|=1}\lambda_E(\tau,t,\eta)|d\eta|$ отлична от нуля ($\lambda_E(\tau,t,\eta)$ – характеристическая функция множества $E(\tau,t,\eta)$). Тогда для $z\in D$ справедлива формула

$$f(z)=\lim_{m\to\infty}\frac{1}{(2\pi)^n i}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}vdt\int\limits_{E(\tau,t,\mu)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta \quad (4)$$

(интеграл понимается в смысле Лебега), где «гасящая» функция $\varphi_{\tau,t}(u)=p_{\tau,t}(u)+iq_{\tau,t}(u)$ голоморфна в круге $|u|<1$, $p_{\tau,t}(u)$ – гармоническая в том же круге функция, являющаяся решением задачи Дирихле для функции $\lambda_E(\tau,t,\eta)$ при каждых фиксированных (τ,t), а $q_{\tau,t}(u)$ – функция, гармонически сопряженная с $p_{\tau,t}(u)$.

Доказательство. Опираясь на тот, отмеченный в ходе доказательства теоремы 1 факт, что если $z\in D$, то $|u|<1$, а при $z\in D\cup\Gamma$ $|u|\le 1$, из формулы (3) на основании классической интегральной формулы Коши получаем

$$f(z)=\frac{1}{(2\pi)^{n-1}}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}vL_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]dt. \quad (5)$$

Далее, так как по условию $L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(z)]\in h_1(D)$, то, согласно теореме 1, для почти всех (τ,t) функция $L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]\in H_1$ в круге $|u|\le 1$ и, следовательно, мы можем применить к ней формулу (2). В результате получаем, что для почти всех (τ,t)

$$L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]=\lim_{m\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta. \quad (6)$$

Поясним, что эта формула восстанавливает функцию $L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]$ внутри круга $|u|<1$ по ее граничным значениям на части окружности $|\eta|=1$.

Сравнение формул (5) и (6) дает

$$f(z)=\frac{1}{(2\pi)^n i}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}v\left\{\lim_{m\to\infty}\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta\right\}dt\,. \quad (7)$$

Отметим, что интеграл

$$\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}vdt\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta$$

существует – в силу измеримости подынтегральной функции.

Осталось показать, что в (7) возможен предельный переход под знаком интеграла. С этой целью оценим модуль разности

$$|J|=\left|\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}vL_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]dt-\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}v\left\{\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta\right\}dt\right|\le$$

$$\le\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}|v|\left|L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]}{\eta-u}\left[\frac{e^{\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{e^{\varphi_{\tau,t}(u)}}\right]^m d\eta\right|dt\,.$$

Заметим, что при выводе формулы (2) Г.М. Голузин и В.И. Крылов [8, с.106] получили ее предельным переходом при $m\to\infty$ из следующего соотношения:

$$f(z)=e^{-m\varphi(z)}\cdot\frac{1}{2\pi i}\int\limits_E\frac{f(\varsigma)e^{m\varphi(\varsigma)}}{\varsigma-z}d\varsigma+e^{-m\varphi(z)}\cdot\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{CE}\frac{f(\varsigma)e^{m\varphi(\varsigma)}}{\varsigma-z}d\varsigma\,.$$

Аналогом этого соотношения в нашем случае является

$$L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma(\tau,t,u))]=e^{-m\varphi_{\tau,t}(u)}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{E(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]e^{m\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{\eta-u}d\eta+$$

$$+e^{-m\varphi_{\tau,t}(u)}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{CE(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]e^{m\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{\eta-u}d\eta\,.$$

Производя подстановку в оценку для $|J|$, получаем:

$$|J|\le\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}|v|\left|e^{-m\varphi_{\tau,t}(u)}\right|\left|\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{CE(\tau,t,\eta)}\frac{L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]e^{m\varphi_{\tau,t}(\eta)}}{\eta-u}d\eta\right|dt\le$$

$$\le\frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}|v|e^{-mp_{\tau,t}(u)}dt\int\limits_{CE(\tau,t,\eta)}\frac{\left|L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]e^{m\varphi_{\tau,t}(\eta)}\right|}{|\eta-u|}|d\eta|\,.$$

Фиксируем точку u и обозначим $d=\min\limits_{|\eta|=1}|\eta-u|$. Тогда

$$|J|\le\frac{1}{2\pi d}\int\limits_{\Delta^*}d\tau\int\limits_0^{2\pi}dt\int\limits_{CE(\tau,t,\eta)}|v|\left|L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]\right|e^{-mp_{\tau,t}(u)}|d\eta|$$

(в последнем интеграле отсутствует $\left|e^{m\varphi_{\tau,t}(\eta)}\right|$, т.к. при всех (τ,t) гармоническая функция $p_{\tau,t}(\eta)$ обращается в нуль для любых $\eta\in CE(\tau,t,\eta)$, поскольку для этих значений η характеристическая функция $\lambda_E(\tau,t,\eta)=0$.

По построению $0<p_{\tau,t}(u)=\mathrm{Re}[\varphi_{\tau,t}(u)]<1$ и, следовательно,

1) $e^{-mp_{\tau,t}(u)}\to 0$ при $m\to\infty$, причем (в силу независимости $L_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]$ и v от m) указанное стремление имеет место и для подынтегральной функции в целом;

2) $e^{-mp_{\tau,t}(u)}\le 1$, т.е. подынтегральная функция при любых m не превосходит функции $\left|vL_{1,n-1}^{(n-1)}[f(\varsigma)]\right|$, которая суммируема.

Но тогда, в силу теоремы Лебега о предельном переходе под знаком интеграла, интеграл

$$\int_{\Delta^*} d\tau \int_0^{2\pi} dt \int_{CE(\tau,t,\eta)} \left| vL_{1,n-1}^{(n-1)}\left[f(\varsigma)\right] e^{-mp_{\tau,t}(u)} \right| \left| d\eta \right|$$

стремится к нулю при $m \to \infty$, т.е. $J \to 0$ при $m \to \infty$. Теорема доказана.

Замечание 3. Условие, наложенное в теореме на функцию $\omega(\tau,t)$, можно заменить следующим, эквивалентным ему условием: при почти всех значениях (τ,t) множество $E(\tau,t,\eta)$ имеет положительную меру по η (это непосредственно вытекает из определения характеристической функции множества).

Замечание 4. В частном случае – для n-круговых областей типа (T) – результаты, аналогичные теоремам 1 и 2, были ранее установлены автором (см., напр., [4]), а при $n = 2$ (для двоякокруговых областей А.А. Темлякова) – соответственно Л.А. Айзенбергом [1] и В.П.Шейновым [10].

Литература

1. Айзенберг Л.А. Об интегралах Темлякова и граничных свойствах аналитических функций двух комплексных переменных // Докл. АН СССР. 1958. Т.120, №5, С.935-938.

2. Баврин И.И. Операторный метод в комплексном анализе. М.: изд. «Прометей» МПГУ. 1991. С. 200.

3. Голузин Г.М., Крылов В.И. Обобщенная формула Carleman'а и ее приложение к аналитическому продолжению функций // Матем. сб. 1933. Т.40, № 2. С. 144-149.

4. Нелаев А.В. Интегралы Темлякова в C^n: развитие и применение к исследованию краевых задач линейного сопряжения // Комплексный анализ и математическая физика: Сб. науч. тр., посв. 100-летию со дня рожд. проф. А.А. Темлякова. М.: изд. МГОУ, 2003, С. 205-235.

5. Нелаев А.В. Интегральные представления, классы Харди и аналог формулы Карлемана для функций, голоморфных в круговых областях // Функц. пространства. Дифференц. операторы. Проблемы математич. образования: Тезисы докладов второй междунар. конференции, посв. 80-летию чл. корр. РАН, проф. Л.Д. Кудрявцева. М.: Физматлит, 2003, С. 82-84.

6. Нелаев А.В. К теории интегральных представлений в C^n// Вестник МГОУ. Серия «физика-математика». М.: изд.МГОУ. 2005, №7, С.102-128.

7. Нелаев А.В. Об интегральных представлениях в круговых областях C^n. – Статья помещена в данном сборнике Вестника МГОУ. С.74-85.

8. Привалов И.И. Граничные свойства аналитических функций. М.-Л.: Гостехиздат, 1950, С. 336.

9. Темляков А.А. Интегральные представления функций двух комплексных переменных // Докл. АН СССР. 1958. Т.120, №5, С. 976-979.

10. Шейнов В.П. Распространение формулы Крылова-Голузина на случай двух комплексных переменных // Учен. зап. МОПИ. М., 1962. Т.110, С. 133-139.

11. Carleman T. Les functions quasianalytiques. Paris, 1926, P. 116.

12. Opial Z., Siciak J. Integral formulas for functions holomorphic in convex n-circular domains // Zesz. Nauk. Univ. Jagiell. 1963. V. 9, №77. P. 67-75.

А.В. НЕЛАЕВ

ГРАНИЧНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, ГОЛОМОРФНЫХ В ОБЛАСТЯХ РЕЙНХАРТА ПРОСТРАНСТВА C^n

§1. Введение

Открытые А.А. Темляковым в 1954 году интегральные представления голоморфных функций для ограниченных выпуклых полных двоякокруговых областей и развитый на их основе математический аппарат интегралов типа Темлякова (см, напр., [1]; А.А. Темляков [14]; Л.А. Айзенберг [2]; Г.Л. Луканкин, В.И. Боганов [6]; А.Т. Хвостов [15]) явились той базой, на основе которой Г.Л. Луканкин (см, напр., [8], [10]) а затем и его ученики (В.И. Боганов [5], И.Н. Виноградова [7] и др.) начали исследования по разработке теории краевых задач линейного сопряжения функций двух комплексных переменных, голоморфных в двоякокруговых областях.

Параллельно велись работы по распространению интегральных представлений Темлякова в пространство C^n ($n \geq 2$). На этом пути польские математики З. Опиаль и Й. Сичак [16] получили интегральную формулу, включающую n интегральных представлений, для введенного ими класса ограниченных выпуклых полных n-круговых областей (областей Рейнхарта) типа (T). В дальнейшем формула Опиаля-Сичака (обычно называемая формулой Темлякова-Опиаля-Сичака) неоднократно операторно обобщалась И.И. Бавриным – с помощью созданного им метода интегродифференциальных операторов (см, напр., [3], [4]).

Г.Л. Луканкин [9] впервые ввел понятие общего интеграла типа Темлякова с определяющей областью типа (T) из C^n ($n \geq 2$).

Автором, с помощью развиваемого метода *линейных дифференциальных операторов с переменными коэффициентами* (см, напр., [13]), были исследованы [11] интегралы типа Темлякова и интегралы типа Темлякова-Баврина с n-круговыми определяющими областями типа (T). В частности, было установлено, что их поведению вне определяющей области присуща определенная *обобщенная аналитичность в смысле А.А. Темлякова*.

Важным и часто встречающимся в исследованиях в C^n подклассом областей типа (T) являются области D типа (A):

$$D = \{z = (z_1,...,z_n) \in C^n : c_1|z_1| + ... + c_n|z_n| < 1, c_1 > 0,...,c_n > 0\}. \quad (1)$$

В данной заметке продолжено исследование свойств интеграла типа Темлякова I рода с определяющей областью $D \subset C^n$ $(n > 2)$ типа A:

$$F(z) = \frac{1}{(2\pi)^n i} \int d\omega_\tau \int d\omega_\theta \int\limits_{|\eta|=1} \frac{f(\tau,\theta,\eta)}{\eta - u} d\eta \, . \quad (2)$$

Разработанный математический аппарат интеграла (2) в дальнейшем применяется при постановке и решении краевых задач линейного сопряжения в C^n (типа задачи Римана).

§2. Общие положения

Отметим, прежде всего, что в интеграле (2)

$$u = c_1 z_1 + c_2 z_2 e^{-i\theta_2} + ... + c_n z_n e^{-i\theta_n} \, ,$$

$\theta = (\theta_2,...,\theta_n), 0 \leq \theta_j \leq 2\pi, j = \overline{2,n}$, $\quad \tau = (\tau_1,...,\tau_n) \in \Delta$, $\Delta - (n-1)$-мерный симплекс:

$$\Delta = \{\tau : \tau_1 + ... + \tau_n = 1,\ \tau_1 > 0,...,\tau_n > 0\} = \{\tau : \tau_1 = 1 - \tau_2 - ... - \tau_n,\ (\tau_2,...,\tau_n) \in \Delta^*\},$$

$$\Delta^* = \{(\tau_2,...,\tau_n) : 0 < \tau_2 < 1,\ 0 < \tau_3 < 1 - \tau_2,...,\ \ 0 < \tau_n < 1 - \tau_2 - ... - \tau_{n-1}\},$$

$$\int d\omega_\tau = \int\limits_{\Delta^*} d\tau_2 ... d\tau_n, \quad \int d\omega_\theta = \int\limits_0^{2\pi} d\theta_2 ... \int\limits_0^{2\pi} d\theta_n$$

и окружность $|\eta| = 1$ ориентирована, как обычно – в положительном направлении.

Будем предполагать, что плотность интеграла (2) функция $f(\tau,\theta,\eta)$ есть функция класса μ $(f(\tau,\theta,\eta)\in\mu)$, то есть определена и непрерывна по совокупности аргументов на множестве $M=\{\tau,\theta,\eta:\ \tau\in\overline{\Delta},\ 0\le\theta_j\le 2\pi,\ |\eta|=1,\ j=\overline{2,n}\}$, 2π-периодична по θ_j, $j=\overline{2,n}$, и удовлетворяет по η условию Гельдера H_α $(0<\alpha\le 1)$: $|f(\tau,\theta,\eta')-f(\tau,\theta,\eta'')|<K|\eta'-\eta''|^\alpha$, где постоянные $K>0$ и α не зависят от τ и θ.

Учитывая, что ядро интеграла (2) не зависит от τ, условимся далее рассматривать этот интеграл в виде

$$F(z)=\frac{1}{(2\pi)^n i}\int d\omega_\theta\int\limits_{|\eta|=1}\frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta-u}d\eta, \quad (3)$$

где $\varphi(\theta,\eta)=\int f(\tau,\theta,\eta)d\omega_\tau$.

В [11] было установлено, что определяемые интегралом (3) функции являются голоморфными в определяющей области D и в неограниченных областях

$$E_\nu=\{z\in C^n:\ c_\nu|z_\nu|-c_1|z_1|-\ldots-c_{\nu-1}|z_{\nu-1}|-c_{\nu+1}|z_{\nu+1}|-\ldots-c_n|z_n|>1\},\quad \nu=\overline{1,n}, \quad (4)$$

неголоморфными, вообще говоря, в $C^n\setminus\left(\overline{D\cup E_1\cup\ldots\cup E_n}\right)$ и непрерывными во всем пространстве C^n, за исключением расположенных на соответствующих координатных плоскостях окружностей

$$B_\nu=\{z\in C^n:\ z=(0,\ldots,0,z_\nu,0,\ldots,0),\ |z_\nu|=c_\nu^{-1}\},\quad \nu=\overline{1,n}, \quad (5)$$

называемых *окружностями особенностей* интеграла (3) (легко проверить, что в их точках тождественно по всем θ_j выполняется равенство $|u|=1$).

Внутренний интеграл в (3) (по η) при $|u|=1$ будем далее понимать как *особый (сингулярный)*, в смысле главного значения по Коши.

Отметим, что сопряжение области D с каждой из областей E_ν происходит по соответствующей окружности B_ν, $\nu=\overline{1,n}$.

Введем обозначения

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{|\eta|=1}\frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta-u}d\eta=\begin{cases}\Phi^+(\theta,u), & \text{если } |u|<1,\\ \Phi^-(\theta,u), & \text{если } |u|>1,\end{cases}$$

и будем называть функции $\Phi^+(\theta,u)$ и $\Phi^-(\theta,u)$ *определяющими функциями* интеграла типа Темлякова I рода (3).

Учитывая, что всюду в области D тождественно по всем θ_j выполняется неравенство $|u|<1$ (действительно, в этом случае $|u|=|c_1z_1+c_2z_2e^{-i\theta_2}+\ldots+c_nz_ne^{-i\theta_n}|\le c_1|z_1|+\ldots+c_n|z_n|<1$), а в областях E_ν $(\nu=\overline{1,n})$ – неравенство $|u|<1$ (пусть $z\in E_\nu$; тогда $|u|=|c_\nu z_\nu e^{-i\theta_\nu}+c_1z_1+\ldots+c_{\nu-1}z_{\nu-1}e^{-i\theta_{\nu-1}}+c_{\nu+1}z_{\nu+1}e^{-i\theta_{\nu+1}}+\ldots+c_nz_ne^{-i\theta_n}|\ge c_\nu|z_\nu|-c_1|z_1|-\ldots-$ $-c_{\nu-1}|z_{\nu-1}|-c_{\nu+1}|z_{\nu+1}|-\ldots-c_n|z_n|>1$), заключаем, что в D справедлива формула

$$F(z)=\frac{1}{(2\pi)^{n-1}}\int\Phi^+(\theta,u)d\omega_\theta, \quad (6)$$

а в областях E_ν, $(\nu=\overline{1,n})$ – формула

$$F(z)=\frac{1}{(2\pi)^{n-1}}\int\Phi^-(\theta,u)d\omega_\theta. \quad (7)$$

§3. Предельные значения интеграла (3) на окружности B_1

Без ограничения общности рассуждений будем далее для определенности считать $\nu = 1$. Пусть точка $\tilde{z}_1^0 \equiv \left(z_1^0, 0, ..., 0\right) \in B_1$. Обозначим

$$F^+\left(\tilde{z}_1^0\right) = \lim_{\substack{z \to \tilde{z}_1^0 \\ z \in D}} F(z), \qquad F^-\left(\tilde{z}_1^0\right) = \lim_{\substack{z \to \tilde{z}_1^0 \\ z \in E_1}} F(z), \qquad u_1 \equiv u\Big|_{z = \tilde{z}_1^0} = e^{i \arg \tilde{z}_1^0} \equiv \eta_1 .$$

Теорема 1. Если функция $\varphi(\theta, \eta)$ такова, что интеграл $\int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - u} d\eta$ имеет равностепенно абсолютно непрерывные (n-1) – кратные интегралы по θ_j, $j = \overline{2, n}$, и сингулярный интеграл $\frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - u_1} d\eta \quad \left(|u_1| = 1\right)$ существует почти всюду на окружности особенностей B_1, то интеграл типа Темлякова I рода почти всюду на B_1 имеет конечные предельные значения из областей D и E_1, вычисляемые по формулам

$$F^+\left(\tilde{z}_1^0\right) = \frac{1}{(2\pi)^n i} \int d\omega_\theta \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - \eta_1} d\eta + \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int \varphi(\theta, \eta_1) d\omega_\theta \text{ , (8)}$$

$$F^-\left(\tilde{z}_1^0\right) = \frac{1}{(2\pi)^n i} \int d\omega_\theta \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - \eta_1} d\eta - \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int \varphi(\theta, \eta_1) d\omega_\theta \text{ , (9)}$$

причем эти значения не зависят от пути приближения точки z к $\tilde{z}_1^0 \in B_1$.

Доказательство теоремы основано на формулах Сохоцкого для определяющих функций:

$$\lim_{\substack{z \to \tilde{z}_1^0 \\ z \in D}} \Phi^+(\theta, u) \equiv \Phi^+(\theta, \eta_1) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - \eta_1} d\eta + \frac{1}{2} \varphi(\theta, \eta_1),$$

$$\lim_{\substack{z \to \tilde{z}_1^0 \\ z \in E_1}} \Phi^-(\theta, u) \equiv \Phi^-(\theta, \eta_1) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - \eta_1} d\eta - \frac{1}{2} \varphi(\theta, \eta_1).$$

§4. Характер непрерывности предельных значений

Теорема 2. Предельные значения интеграла типа Темлякова I рода (3) из областей D и E_1 в точках окружности особенностей B_1 удовлетворяют условию Гельдера H_λ, причем $\lambda = \alpha$, если $0 < \alpha < 1$, и $\lambda = 1 - \sigma$, если $\alpha = 1$, где σ-сколь угодно малое положительное число.

Доказательство теоремы сводится к проверке выполнимости для любой пары точек $\tilde{z}_1'$, $\tilde{z}_1'' \in B_1$ неравенств

$$\left| F^+(\tilde{z}_1') - F^+(\tilde{z}_1'') \right| < K \left| \eta_1' - \eta_1'' \right|^\lambda,$$

$$\left| F^-(\tilde{z}_1') - F^-(\tilde{z}_1'') \right| < K \left| \eta_1' - \eta_1'' \right|^\lambda,$$

где $\tilde{z}_1' = \left(c_1^{-1} \eta_1', 0, ..., 0\right)$, $\tilde{z}_1'' = \left(c_1^{-1} \eta_1'', 0, ..., 0\right)$.

§5. О поведении интеграла (3) в бесконечно удаленных точках

Множество бесконечно удаленных точек пространства $\overline{C^n}$ состоит из точек $(z_1, ..., z_n)$, у которых хотя бы одна координата равна ∞.

Теорема 3. В бесконечно удаленных точках пространства $\overline{C^n}$ при стремлении к ним произвольным способом из области E_1 интеграл типа Темлякова I рода (3) обращается в нуль.

Доказательство. Пусть p - произвольное положительное число, $1 < p < \infty$. Тогда для области

Доказательство. Пусть p - произвольное положительное число, $1 < p < \infty$. Тогда для области

$$E_{1,p} = \left\{ z \in C^n : \ c_1|z_1| - c_2|z_2| - ... - c_n|z_n| > p \right\}$$

тождественно по всем θ_j, $j = \overline{2,n}$, выполняется неравенство $|u| > p$. Следовательно, если $z \in E_{1,p}$, то

$$F(z) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int \Phi_p^-(\theta,u) d\omega_\theta, \ (10)$$

где

$$\Phi_p^-(\theta,u) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|\eta|=1} \frac{\varphi(\theta,\eta)}{\eta - u} d\eta, \ |u| > p.$$

Далее, пусть точка z стремится к бесконечно удаленной точке из области $E_{1,p}$ (понятно, что это не может быть точка, у которой ограничена первая координата) и $p \ge p_0 = \frac{c}{\delta} + 1$, где δ - сколь угодно малое положительное число, $c = \sup\limits_{\substack{0 \le \theta_j \le 2\pi, \ j=\overline{2,n} \\ |\eta|=1}} |\varphi(\theta,\eta)|$. Тогда

$\left|\Phi_p^-(\theta,u)\right| < \delta$ и, следовательно,

$$|F(z)| \le \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int \left|\Phi_p^-(\theta,u)\right| d\omega_\theta < \frac{\delta}{(2\pi)^{n-1}} \int d\omega_\theta = \delta. \ (11)$$

Полученное неравенство и показывает, что в бесконечно удаленных точках при стремлении к ним произвольным способом из области $E_{1,p}$ интеграл типа Темлякова I рода (3) обращается в нуль. Теорема доказана.

Определение 1. Будем говорить, что функция $f(z)$ есть функция класса (T), если она: 1) непрерывна во всем пространстве C^n за исключением точек окружностей B_ν, $\nu = \overline{1,n}$, 2) голоморфна в $D \cup E_1 \cup ... \cup E_n$, 3) неголоморфна, вообще говоря, в $C^n \setminus \left(\overline{D \cup E_1 \cup ... \cup E_n}\right)$, 4) $f(z)$ имеет конечные предельные значения в точках окружностей B_ν при стремлении точки z к точке $\tilde{z}_\nu^0 = \left(0,...,0,c_\nu^{-1}\eta_\nu,0,...,0\right) \in B_\nu$ $\left(|\eta_\nu| = 1\right)$ из D и E_ν, $\nu = \overline{1,n}$.

Следствие 1. Всякая функция, определяемая интегралом типа Темлякова I рода (3), принадлежит классу (T).

Литература:

1. История отечественной математики. Киев: «Наукова думка», 1970, Т.4, Кн.1, С. 193-210.

2. Айзенберг Л.А. Об интегралах Темлякова и граничных свойствах аналитических функций двух комплексных переменных // Докл. АН СССР. 1958, Т. 120, №5, С. 935-938.

3. Баврин И.И. Интегральные представления голоморфных функций многих комплексных переменных // Докл. АН СССР. 1966, Т. 169, №3, С. 495-498.

4. Баврин И.И. Операторный метод в комплексном анализе. М.: изд. «Прометей» МПГУ, 1991, С. 200.

5. Боганов В.И. Интеграл типа Темлякова и некоторые краевые задачи // Учен. зап. МОПИ. М., 1967, Т. 188, С. 57-79.

6. Боганов В.И., Луканкин Г.Л. Интеграл типа Темлякова и его предельные значения // Докл. АН СССР. 1967, Т. 176, №1, С. 16-19.

7. Виноградова И.Н. О решении некоторых краевых задач // Теория функций, функциональный анализ и их приложения: Сб. трудов. М.: изд. МОПИ, 1972, Вып. 15(2), С. 198-216.

8. Луканкин Г.Л. О некоторых краевых задачах теории аналитических функций двух комплексных переменных // Учен. зап. МОПИ, М., 1964, Т. 137, С. 83-88.

9. Луканкин Г.Л. Об интегралах типа Темлякова // Учен. зап. МОПИ, М., 1967, Т. 188, С. 81-88.

10. Луканкин Г.Л. Пространственная задача линейного сопряжения // Вестник МАН ВШ. 1998, №4 (6), С. 82-90.

11. Нелаев А.В. Операторная связь между некоторыми интегралами // Математический анализ и теория функций: Респ. сб. трудов. М.: изд. МОПИ, 1973, Вып. 1, С. 169-178.

12. Нелаев А.В. Разложение интегралов типа Темлякова в обобщенно-степенные ряды // Математический анализ и теория функций: Респ. сб. трудов. М.: изд. МОПИ, 1974, Вып. 3, С. 95-116.

13. Нелаев А.В. Метод линейных дифференциальных операторов с переменными коэффициентами в исследовании комплексных интегралов в // Математика. Компьютер. Образование: Сб. научн. трудов. М.: «Прогресс-Традиция», 2000, Вып. 7, Ч.2, С. 444-451.

14. Темляков А.А. Интегральные представления // Учен. зап. МОПИ. М., 1954, Т. 21, С. 7-21.

15. Хвостов А.Т. Исследование поведения интегралов типа Темлякова методом линейных однородных дифференциальных операторов первого порядка // Докл. АН СССР, 1969, Т. 186, №3, С. 522-525.

16. Opial Z., Siciak J. Integral formulas for functions holomorphic in convex n-circular domains // Zesz. Nauk. Univ. Jagiell. 1963, V.9, №77, P. 67-75.

К.Б.НУРТАЗИНА

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБЛИГАЦИЙ

В статье дан математический анализ потоков платежей, сопровождающих процессы эмиссии и обслуживания основных ценных бумаг – облигаций.

Основные понятия. Облигация – это эмиссионная ценная бумага, закрепляющая право ее владельца на получение от эмитента облигации ее номинальной стоимости или иного имущественного эквивалента в предусмотренный срок. Любая облигация характеризуется тремя важными параметрами: номинальной стоимостью, купонной ставкой, датой погашения. На основании этих трех параметров (и еще нескольких характеристик, зависящих от того, облигация какого типа приобретается) проводится анализ облигации и сравнение ее с другими возможными инвестициями.

Облигации общего вида

А. Взятие кредита в банке и его погашение. Пусть кредит размером D взят на n лет. Поток платежей состоит из положительного платежа в момент взятия кредита и отрицательных платежей погашения. Существует довольно много схем погашения кредита. Каждой схеме соответствует свой поток. Рассмотрим несколько наиболее распространенных схем:

А 1. Погашение производится одним платежом в конце срока кредита

D $-D(1+i)^n$

I---I

0--- n

Здесь $D(1+i)^n$ – наращенная сумма.

А 2. Погашение производится равными суммами в конце 1-го, 2-го,... n-го года.

D $-r$ $-r$ $-r$

I-------- -I------------I----------...---------------------I

0---------1- ----------2- ---------....------------------- n

Выплаты представляют собой годовую ренту длительностью n лет с современной величиной D, следовательно, величину r можно найти из уравнения $D=r\,a(n,i)$, где $a(n,i)$ – коэффициент приведения ренты, равный $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$.

А 3. Погашение основного долга одним платежом в конце с выплатой процентных денег в конце каждого года.

D $-iD$ iD $-iD$-D

I---------I------------I----------...---------------------I

0---------1- ----------2- ---------....--------------------n

А 4. Погашение основного долга равными годовыми выплатами. При этом способе в конце каждого года выплачивается n-я доля основного долга, т.е. $\frac{D}{n}$. Кроме того, выплачиваются процентные деньги с суммы, которой пользовались этот год

D $-r_1$ $-r_2$ $-r_n$

I--------- I------------I----------...---------------------I

0---------1- ----------2- ---------....--------------------n

Здесь $r_1 = \frac{D}{n} + iD$, $r_2 = \frac{D}{n} + i\left(D - \frac{D}{n}\right)$, … , $r_n = \frac{D}{n} + \frac{iD}{n}$.

Идея дюрации потока неотрицательных платежей как среднего момента платежа [2] может быть применима и к части потока, состоящей из платежей одного знака.

Например, все частичные выплаты взятого кредита образуют такой поток. Для взявшего кредит выгоднее отодвинуть средний момент платежа как можно дальше. В этом смысле самой выгодной схемой погашения кредита нужно считать схему А 1.

Предложение 1. Способ А 1 погашения кредита самый безопасный.

В следующем смысле: если заемщик может погасить кредит каким-то способом, то он может погасить кредит и способом А 1.

Доказательство. Пусть заемщик может погасить кредит каким-то способом, но пусть он направляет деньги не в банк, а на специальный счет в этом банке, где на деньги будут начисляться сложные проценты. Деньги и проценты будут на этом счете накапливаться до момента погашения, а затем будут перечислены с этого счета в банк – это и будет способ А 1 погашения кредита.

Б. Выпуск облигаций и обслуживание (оплата купонов и гашение). Рассмотрим различные типы облигаций. Достаточно проследить за одной облигацией номиналом N, обозначим рыночную цену Р, курс облигации обозначим k, так что $k = \frac{P}{N}$, ставку купона (если он есть) обозначим q, доходность к погашению будем обозначать j.

Начнем с того, что промежуточные выплаты обозначим c_1 в первый год, c_2 во второй и т.д., c_n в последний год – год гашения, тогда эта последняя величина должна включать и сумму гашения (обычно номинал облигации). Тогда доходность к погашению облигации j находится из уравнения $P = \frac{c_1}{1+j} + \frac{c_2}{(1+j)^2} + \cdots + \frac{c_n}{(1+j)^n}$.

Пусть ставка процента i, тогда внутренняя стоимость облигации может быть вычислена по формуле $V = \frac{c_1}{1+i} + \frac{c_2}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{c_n}{(1+i)^n}$.

Так как P – это рыночная цена, то для инвестора чистая приведенная стоимость (net present value, NPV) равна разности между V и P.

Б 1. Бесконупонная облигация, гашение через n лет по номиналу.

P N

I---I

0--- n

В момент эмиссии ее внутренняя стоимость находится из уравнения $V(1+i)^n=N$, так что в этот момент $V=N(1+i)^{-n}$. Цена и курс облигации в момент эмиссии называется ценой и курсом размещения.

Пусть цена размещения есть P, найдем доходность к погашению. Это просто – цена P, наращиваемая по ставке доходности j (пока неизвестной) через n лет достигнет номинала N, значит, $P(1+j) =N$, откуда и находим доходность к погашению j.

Б 2. Облигация без промежуточных купонов с выплатой купонных процентов при гашении через n лет по номиналу.

$P\ N(1+q)^n$

I---I

0--- n

Владелец облигации при гашении получает $N(1+q)^n$, для нахождения ее внутренней стоимости в момент эмиссии эту величину надо дисконтировать к моменту 0 по ставке процента i, так что $V = N\ \frac{(1+q)^n}{(1+i)^n}$. Доходность к погашению j для этой облигации определяется из уравнения $P(1+j)^n = N(1+q)^n$.

Б 3. Купонная облигация с погашением через n лет по номиналу и с выплатой годовых купонов. Это самый распространенный тип облигации.

D -r_1 -r_2 -r_n

I----------I-------------I-----------...----------------------I

0---------1- ----------2- ---------....----------------------*n*

Купонные доходы есть годовая рента длительностью *n* лет и годовым платежом qN, следовательно, ее современная величина равна $qN\ a(n,i)$, где $a(n,i)$ – коэффициент приведения такой ренты, равный $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$. Добавим сюда еще современную величину номинала погашения $N(1+i)^{-n}$, получим внутреннюю стоимость облигации

$$V = qN\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + N(1+i)^{-n}.$$

Доходность такой облигации находится из уравнения

$$P=qN\frac{1-(1+j)^{-n}}{j} + N(1+j)^{-n},$$

в котором P – известная величина, а j искомая.

Математический анализ облигаций

Для облигаций типа Б 3, то есть облигаций с ежегодными одинаковыми купонами и выплатой номинала при погашении, осуществляется способы оценки облигаций.

Теорема 1. Если облигация имеет рыночную цену, равную номиналу, то ее доходность к погашению равна ее купонной ставке. Однако если рыночный курс облигации ниже ее номинала (в таком случае говорят, что облигация продается с дисконтом), то доходность к погашению будет выше купонной ставки. Наоборот, если рыночный курс облигации выше номинала (в таком случае говорят, что облигация продается с премией), то ее доходность к погашению меньше купонной ставки.

Доказательство. Возьмем нужную формулу из Б 3: $P = \frac{qN\left[1-(1+j)^{-n}\right]}{j} + n(1+j)^{-n}$. В этой формуле n можно трактовать как число лет, остающихся до гашения облигации. Если эту формулу преобразовать, то получим:

$$\frac{q}{j}\left[1-(1+j)^{-n}\right] + (1+j)^{-n} = \frac{P}{N} = K \quad (1)$$

Пусть $K>1$. Предположим, что $q \leq j$. Увеличим левую часть формулы (1), заменив $\frac{q}{j}$ на 1. Тогда получим, что левая часть равна 1 и в то же время, согласно равенству, она больше 1. Противоречие доказывает теорему.

Теорема 2. Если рыночный курс облигации увеличивается, то доходность к погашению должна падать и наоборот, если рыночный курс облигации падает, то ее доходность к погашению должна расти.

Доказательство. Прямо следует из формулы дисконтирования:

$$P = \frac{qN}{1+j} + \frac{qN}{(1+j)^2} + \cdots + \frac{qN+N}{(1+j)^n} \quad (2)$$

– все слагаемые в силу их строения должны либо расти либо уменьшаться, так что если P увеличивается, то все слагаемые должны увеличиваться, а потому j должно уменьшаться и наоборот (рис. 1).

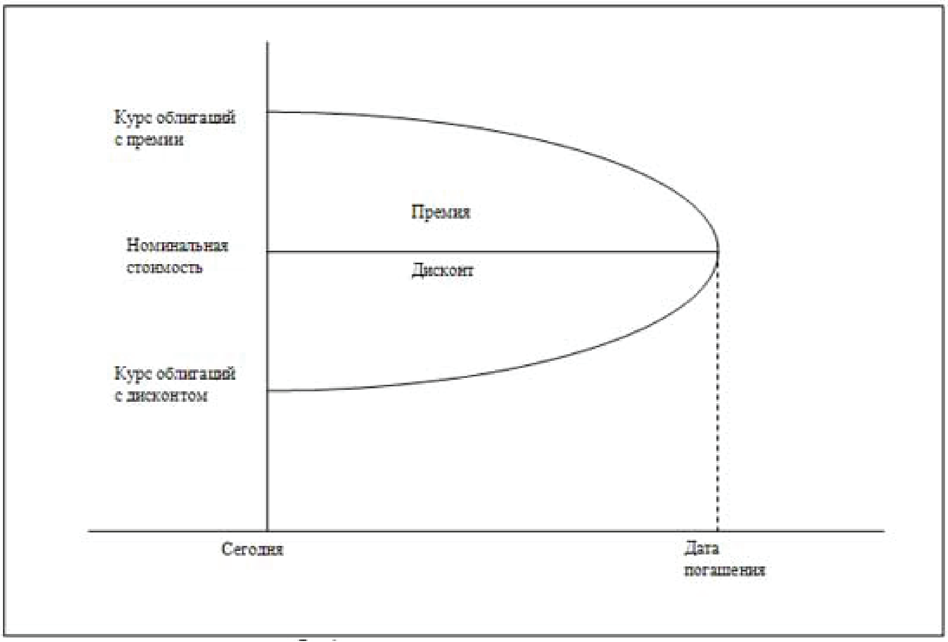


Рис.1

Теорема 3. Если доходность к погашению облигации не меняется в течение срока ее обращения, то величина дисконта или премии будут уменьшаться при уменьшении срока до ее погашения.

Доказательство. Из первой теоремы следует, что рыночная цена облигации с постоянной доходностью будет либо все время больше номинала, либо меньше. Пусть P_n – рыночная цена облигации за n лет до погашения и пусть $P_n > N$, тогда $j<q$ – согласно теореме 1. Легко видеть, что

$$P_n - P_{n-1} = \frac{qN+N}{(1+j)^n} - \frac{N}{(1+j)^{n-1}},$$

так что неравенство P_n - P_{n-1} >0 эквивалентно неравенству

$$\frac{qN+N}{(1+j)^N} - \frac{N}{(1+j)^n} - \frac{N}{(1+j)^{n-1}} > 0,$$

а последнее неравенство эквивалентно неравенству $(qN+N)>N(1+j)$, но это неравенство верно, ибо $q>j$.

Теорема 4. Если доходность облигации не меняется в течение срока обращения, то премия или дисконт будут уменьшаться все быстрее при приближении к моменту гашения.

Комментарии этой теоремы при больших n .

Предположим, что функция $f(t)$ описывает цену какого-либо актива во времени и цена актива сохраняет его доходность j неизменной, причем в некоторый фиксированный момент $T>0$ цена актива должна быть равной N. Оказывается, что тогда $f(t)=Ne^{j(t-T)}$, если цена актива растет и - $f(t)=Ne^{j(t-T)}$, если цена актива снижается. При этом конкретное значение доходности j определяется значением цены актива еще в какой-либо точке, например, при $t=0$. При больших n цена облигации рассматриваемого типа будет вести себя именно так. Величина премии или дисконта будет при этом равна модулю разности $N-Ne^{j(T-t)}$ и будет при приближении t к T приближенно равна модулю величины $Nj(T-t)$, как и предписывает четвертая теорема.

Теорема 5. Уменьшение доходности облигации приведет к росту ее курса на величину большую, чем соответствующее падение курса при увеличении доходности на ту же величину.

Доказательство. Сначала проиллюстрируем эту теорему (Рис. 2.).

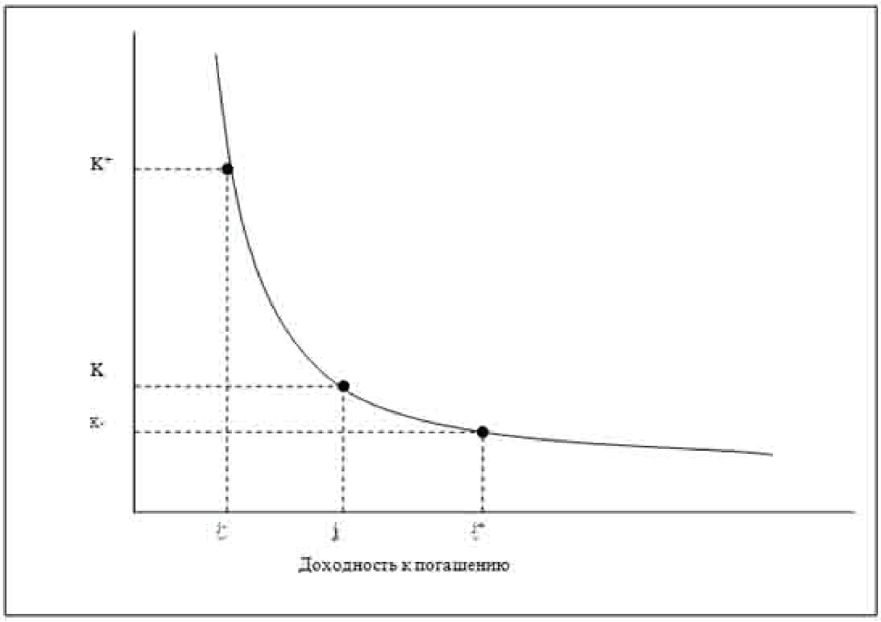


Рис.2.

На этом рисунке разности j-j$^-$, j$^+$-j одинаковы, но, как видно из рис.2, соответствующие разности курсов K-K$^-$, K$^+$-K неодинаковы, именно K^+-K>K-K^-. Пусть курс есть некоторая функция доходности: $K=f(j)$, тогда пятая теорема утверждает, что

$$f(j-\Delta)-f(j) > f(j)-f(j+\Delta) \text{ или } f(j+\Delta) + f(j-\Delta) > 2f(j).$$

Как известно, для непрерывных функций такое свойство эквивалентно выпуклости функции f . В дифференциальной форме выпуклость функции f равносильна положительности 2-й производной f. На основании формулы (1) $K = \frac{q}{j}\left[1-(1+j)^{-n}\right]+(1+j)^{-n}$. Найдем производную второго порядка функции $K=f(j)$:

Первая производная:

$$\frac{\partial K}{\partial j} = -\frac{q}{j^2}\left[1-(1+j)^{-n}\right]-n(1+j)^{-n-1}-\frac{q}{j}n(1+j)^{-n-1}.$$

Далее,

$$\frac{\partial^2 K}{\partial j^2} = \frac{2q}{j^3}\left[1-(1+j)^{-n-1}\right]+\frac{q}{j^2}n(1+j)^{-n-1}+n(n+1)(1+j)^{-n-2}+$$

$$+\frac{q}{j^2}n(1+j)^{-n-1}+\frac{q}{j^2}n(n+1)(1+j)^{-n-2}.$$

Так как (1+j)>1, и, значит, $(1+j)^{-k}<1$ при k>0 , и тем самым,

$[1-(1+j)^{-k}]>0$. Видим, что $\frac{\partial^2 K}{\partial j^2} > 0$.

Теорема 6. Относительное изменение курса облигации (то есть в %) в результате изменения доходности будет тем меньше, чем выше купонная ставка.

Доказательство. Известно, что отношение относительных изменений функции y и ее аргумента x называется эластичностью и обозначается E_x^y. В дифференциальной форме эластичность выражается так: $E_x^y = \frac{\partial y}{\partial x} : \frac{y}{x}$.

Таким образом, шестая теорема утверждает, что эластичность курса облигации по ее доходности есть убывающая функция купонной ставки.
Рис.2.

Литература

1. Жуленев С.В. Финансовая математика. М.: МГУ, 2001, С. 480.

2. Нуртазина К.Б. Оптимальное управление финансовыми системами / Сб. науч. тр. межд. конф., «Устойчивость и процессы управления», посвящ. 75-летию акад. В.И. Зубова, 29 июня – 1 июля 2005 / Под ред. Овсянникова Д.А., Петросяна Л.А. / СПб.: СпбГУ, 2005, С.1581-1587.

3. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. М.: ИНФРА-М, 2004, С. 2007

Р.А. ОГАНЯН

ЯВНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ М-НОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Так называются целые положительные числа $B^n_{m,k}$, определенные по формуле:

$$\left(1+x+\ldots+x^{m-1}\right)^n = \sum_{n=0}^{(m-1)n} B^n_{m,k}\, x^k \;. \;(1)$$

При m = 2 $B^n_{2,k} = \binom{n}{k}$, поэтому в этом случае явная формула существует:

$$B^n_{2,k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Можно ли обобщить эту формулу на случай m = 3,4,5,…?

Теория этих коэффициентов наиболее полно излагается в книге Бондаренко Б.А. [1]. Но и в ней, и в других известных нам источниках – явная формула для $B^n_{m,k}$ $(m>2)$ отсутствует. Близкая проблема, в случае m = 3, ставится в [2].

В статье приводятся простые формулы для перечисления перестановок, а затем и - решений двух видов диофантовых уравнений. Они позволили полиномиальную формулу преобразовать к виду, сокращающему число вычислений. На ее основе записывается аналогичная формула для n-ой производной от произведения m функций. Откуда, в частности, следует вариант формулы Бруно [3] для случая $f[u(x)] = u^m(x)$, которая и позволяет найти искомую формулу. А благодаря ей и формулу вероятности - в независимых испытаниях Бернулли (которую мы обобщили на случай m исходов) - удается записать в явном виде.

Изложенный способ нахождения явной формулы может оказаться полезным и для других комбинаторных чисел с известной производящей функцией.

1. Формула перечисления перестановок без повторений.

Пусть $M_n = \{a_1,\ldots,a_n\}$,

$P(M_n) \equiv P(a_1,\ldots,a_n)$ – множество всех перестановок элементов M_n. Очевидно $P(a_i) = a_i$,

$$P(a_1,a_2) = \begin{Bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 & a_2 \\ P(a_2) & P(a_1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 & a_2 \\ P(M_2 \setminus a_1) & P(M_1 \setminus a_2) \end{Bmatrix},$$

$$P(M_3) = \begin{Bmatrix} a_1 \quad a_1 & a_2 \quad a_2 & a_3 \quad a_3 \\ \boxed{P(a_2,a_3)} & \boxed{P(a_1,a_3)} & \boxed{P(a_1,a_2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \quad a_1 & a_2 \quad a_2 & a_3 \quad a_3 \\ \boxed{P(M_3 \setminus a_1)} & \boxed{P(M_3 \setminus a_2)} & \boxed{P(M_3 \setminus a_3)} \end{Bmatrix}.$$

А в общем случае

$$P(M_n) = \begin{Bmatrix} \overbrace{a_1 \ldots a_1}^{(n-1)!} & \overbrace{a_2 \ldots a_2}^{(n-1)!} & \cdots & \overbrace{a_n \ldots a_n}^{(n-1)!} \\ \boxed{P(M_n \setminus a_1)} & \boxed{P(M_n \setminus a_2)} & \boxed{\ldots} & \boxed{P(M_n \setminus a_n)} \end{Bmatrix} = \bigcup_{i=1}^{n} \left(\{a_i\} \times P(M_n \setminus a_i)\right), (2)$$

причем, если $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$, то в (2) перестановки будут расположены в лексикографическом порядке, если же $a_i > a_{i+1}$, то в антилексикографическом.

Пример. $M_3 = \{4,1,0\}$:

$$P(4,1,0)\overset{(2)}{=}\left\{\begin{matrix} 4 \quad 4 & 1 \quad 1 & 0 \quad 0 \\ \boxed{P(1,0)} & \boxed{P(4,0)} & \boxed{P(4,1)} \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} 4 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 4 \end{matrix}\right\} \qquad (3)$$

2. Формула перечисления перестановок с повторениями. Пусть A_n - n-мультимножество: $A_n = \left\langle a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m} \right\rangle$, $\sum_{i=1}^{m} k_i = n$, k_i – число повторений a_i в A_n,

$P(A_n) \equiv P\left(a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m}\right)$ – множество всех перестановок элементов A_n,

$\mathrm{P}(k_1, \ldots, k_m)$ – число всех перестановок элементов мультимножества A_n, тогда

$$P\left(a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m}\right) = \left\{\begin{matrix} \overbrace{\begin{matrix} a_1 & \ldots & a_1 \end{matrix}}^{\mathrm{P}(k_1-1,k_2,\ldots,k_m)} & \ldots & \overbrace{\begin{matrix} a_m & \ldots & a_m \end{matrix}}^{\mathrm{P}(k_1,\ldots,k_m,k_m-1)} \\ \boxed{P\left(a_1^{k_1-1} a_2^{k_2} \ldots a_m^{k_m}\right)} & \ldots & \boxed{P\left(a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m} a_m^{k_m-1}\right)} \end{matrix}\right\} \qquad (4)$$

или

$$P\left(a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m}\right) = \bigcup_{i=1}^{m} \left(\{a_i\} \times P(A_n \setminus a_i)\right),$$

отсюда, при $k_i \equiv 1$ (тогда $m = n$) следует (2). Если $a_i < a_{i+1}$, то в (4) перестановки будут расположены в лексикографическом порядке, если же $a_i > a_{i+1}$, то в антилексикографическом.

Напомним, что

$$\left|P\left(a_1^{k_1} \ldots a_m^{k_m}\right)\right| = \mathrm{P}(k_1, \ldots, k_m) = \binom{k_1 + \ldots + k_m}{k_1, \ldots, k_m} = \frac{(k_1 + \ldots + k_m)!}{k_1! \ldots k_m!}. \qquad (5)$$

Пример. $A_3 = \left\langle 5^1 0^2 \right\rangle$, тогда $\left|P\left(5^1 0^2\right)\right| = \dfrac{3!}{1!2!} = 3$, $\mathrm{P}(0,2) = 1$, $\mathrm{P}(1,1) = 2$,

$$P\left(5^1 0^2\right) \overset{(4)}{=} \left\{\begin{matrix} \overset{\mathrm{P}(0,2)}{5} & \overbrace{0 \quad 0}^{\mathrm{P}(1,1)} \\ P\left(0^2\right) & P\left(5^1 0^1\right) \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{matrix}\right\} \qquad (6)$$

Заметим, что схема (2) значительно эффективнее алгоритма перечисления перестановок, приведенного в [4], а перечисление перестановок с повторениями в [4] и [5] - не рассматривается.

3. Разбиение чисел. Пусть P^n – множество всех разбиений числа n:

$$P^n = \{1^{r_1} \dots n^{r_n} : \quad r_i = \overline{0,n}, \quad \sum_{i=1}^{n} i\, r_i = n\} \quad ,(7)$$

P_k^n – множество всех разбиений числа n на k частей:

$$P_k^n = \{1^{r_1} \dots n^{r_n} : \quad r_i = \overline{0,n}, \quad \sum_{i=1}^{n} i\, r_i = n, \quad \sum_{i=1}^{n} r_i = k\} \qquad (7^*)$$

или

$$P_k^n = \{(p_1, \dots, p_k): \quad p_i = \overline{1, n-k+1}, \quad p_i \ge p_{i+1}, \ \sum_{i=1}^{n} p_i = n\}.$$

p_k^n – число всех разбиений n на k частей; p_n – число всех разбиений n:

$$p_k^n = \left|P_k^n\right|, \ p_n = \left|P^n\right| = \sum_{k=1}^{n} p_k^n .$$

Пример. Пусть n = 5, тогда

$$\begin{array}{lccccccl}
k: & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & & \\
P_k^5: & 5 & 4\,1 & 3\,1^2 & 2\,1^3 & 1^5 & & \\
 & & 3\,2 & 2^2 1 & & & & \\
p_k^5: & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & \to & p_5 = 7
\end{array} \qquad (8)$$

Легко видеть, что

$$P_1^n = \{n\}, \quad P_{n-1}^n = \{2\,1^{n-2}\}, \quad P_n^n = \{1^n\}, \quad p_1^n = p_{n-1}^n = p_n = 1,$$

$$P_2^n = \begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \end{array} \begin{Bmatrix} n-1 & n-2 & \dots & n-[n/2] \\ 1 & 2 & \dots & [n/2] \end{Bmatrix}, \quad p_2^n = [n/2],$$

$$P_{k-1}^{n-1} \times \{1\} \subseteq P_k^n \qquad \to \qquad p_{k-1}^{n-1} \le p_k^n .$$

Есть множество таблиц [3,6] с перечислением разбиений из P_k^n и чисел p_n.

4. Диофантово уравнение $\mathbf{k_1}+\ldots+\mathbf{k_m}=\mathbf{n}$. D_n^m – множество всех решений диофантова уравнения $k_1+\ldots+k_n=n,\quad k_i=\overline{0,n}$:

$$D_n^m=\left\{(k_1,\ldots,k_m): k_i=\overline{0,n}, \sum_{i=1}^m k_i=n\right\},\quad m\in N .(8^*)$$

Отсюда, например, $D_n^1=\{n\}$.

Легко видеть, что

$$D_n^m=\bigcup_{k=1}^{l}\bigcup_{(p_1,\ldots,p_k)\in P_k^n} P(p_1,\ldots,p_k,\underbrace{0,\ldots,0}_{m-k}),\qquad l=\min\{m,n\} (9)$$

А если разбиения в P_k^n упорядочить (например, антилексикографичеки):

$$P_k^n=\{(p_{i1},\ldots,p_{ik})\}_{i=1}^{p_k^n},$$

где p_{ij} - j-тая часть $\left(i=\overline{1,k}\right)$ i-го разбиения n на k частей: $\sum_{j=1}^k p_{ij}=n, i=\overline{1,p_k^n}$, то формулу (9) можно переписать так:

$$D_n^m=\bigcup_{k=1}^{l}\bigcup_{i=1}^{P_k^n} P(p_{i1},\ldots,p_{ik},\underbrace{0,\ldots,0}_{m-k}),\quad l=\min\{m,n\} (10)$$

Эта формула сводит перечисление всех решений диофантова уравнения $k_1+\ldots+k_n=n,\quad k_i=\overline{0,n}$ к перечислению $\sum_{k=1}^l p_k^n$ перестановок m-мультимножеств, указанных в ней.

Теперь перейдем к формуле пересчета элементов D_n^m. Пусть $\overline{S_m^n}$ – множество сочетаний с неограниченными повторениями из m элементов $a_1,\ldots,a_m$ по n:

$$\overline{S_m^n}=\left\{a_1^{k_1}\ldots a_m^{k_m}:\quad k_i=\overline{0,n},\quad \sum_{i=1}^m k_i=n\right\}$$

Очевидно взаимно однозначное соответствие:

$$(k_1,\ldots,k_m)\in D_n^m \quad\leftrightarrow\quad a_1^{k_1}\ldots a_m^{k_m}\in\overline{S_m^n}.$$

Поэтому

$$\left|D_n^m\right|=\left|\overline{S_m^n}\right|=\overline{C}_m^n=C_{m+n-1}^n=\binom{m+n-1}{n}=\frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}.(11)$$

Пример. Пусть m = 3, n = 5. Тогда $l = 3,\ \sum_{k=1}^{3} p_k^5 \overset{(8)}{=} 5.\quad \left|D_5^3\right| \overset{(11)}{=} 21$.

$$D_5^3 \overset{(10),(7)}{=} P(5,0,0)\cup\left[P(4,1,0)\cup P(3,2,0)\right]\cup\left[P(3,1,1)\cup P(2,2,1)\right] \overset{(6),(3)}{=}$$

$$= \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{matrix}\begin{Bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{Bmatrix}\cup\begin{Bmatrix} 4 & 4 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 1 & 4 \end{Bmatrix}\cup\begin{Bmatrix} 3 & 3 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 2 & 3 \end{Bmatrix}\cup\begin{Bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{Bmatrix}\cup\begin{Bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

4.1. Рекуррентная формула для перечислений векторов $\mathbf{D_n^m}$. Из (12)

$$D_5^3 = \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{matrix}\left\{\begin{array}{cccccc|ccccc|cccc|ccc|cc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right\}$$

отсюда

$$D_5^3 = \begin{matrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{matrix}\left\{\begin{array}{cccccc} 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 & 1\ 1\ 1\ 1\ 1 & 2\ 2\ 2\ 2 & 3\ 3\ 3 & 4\ 4 & 5 \\ \boxed{D_5^2} & \boxed{D_4^2} & \boxed{D_3^2} & \boxed{D_2^2} & \boxed{D_1^2} & \boxed{D_0^2} \end{array}\right\}$$

А в общем случае

$$D_n^m = \begin{matrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{matrix}\left\{\begin{array}{cccc} \overbrace{0\ \ldots\ 0}^{\binom{m-2+n}{n}} & \overbrace{1\ \ldots\ 1}^{\binom{m-2+n-1}{n-1}} & \cdots & \overbrace{n}^{\binom{m-2}{0}} \\ \boxed{D_n^{m-1}} & \boxed{D_{n-1}^{m-1}} & \ldots & \boxed{D_0^{m-1}} \end{array}\right\} = \bigcup_{i=0}^{n}\left(\{i\}\times D_{n-i}^{m-1}\right). \quad (12^*)$$

5. Диофантово уравнение $\mathbf{k_1 + 2k_2 + \ldots + mk_m = n}$. Θ_n^m - множество всех решений этого уравнения:

$$\Theta_n^m = \left\{(k_1,\ldots,k_m):\quad k_i = \overline{0,n},\quad \sum_{i=1}^{m} ik_i = n\right\} \quad (13)$$

$P_{\overline{1,m}}^n$ – множество тех разбиений из P^n, которые содержат только числа $1,2,\ldots,m$:

$$P_{\overline{1,m}}^n = \left\{\left\langle 1^{k_1}\ldots m^{k_m}\right\rangle:\quad k_i = \overline{0,n},\quad \sum_{i=1}^{m} ik_i = n\right\},\quad m = \overline{1,n} \quad (14)$$

Очевидно

$$\Theta_0^1 = \{0\},\quad \Theta_1^1 = \{1\},\quad \Theta_n^1 = \{n\},\quad \Theta_0^m = \{(\underbrace{0,\ldots,0}_{m})\},\quad \Theta_1^m = \{(1,\underbrace{0,\ldots,0}_{m-1})\} \quad (15)$$

$$P_{\overline{1,1}}^n = P_1^n = \{n\},\quad P_{\overline{1,m}}^n \subseteq P^n,\quad P_{\overline{1,n}}^n = P^n,\quad P_{\overline{1,n-1}}^n \cup \{n\} = P^n \quad (16)$$

Легко видеть, что

$$\Theta_n^m \overset{(13),(14)}{=} \bigcup_{\left\langle 1^{k_1}\dots m^{k_m}\right\rangle \in P^n_{\overline{1,m}}} (k_1,\dots,k_m), \quad m<n \quad (17)$$

$$\Theta_n^m \overset{(14),(16)}{=} \bigcup_{\left\langle 1^{k_1}\dots m^{k_m}\right\rangle \in P^n} (k_1,\dots,k_n,\underbrace{0,\dots,0}_{m-n}), \quad m \ge n \quad (18)$$

$$\left|\Theta_n^m\right| \underset{(18)}{\overset{(13),(14)}{=}} \begin{cases} \left|P^n_{\overline{1,m}}\right|, & m<n \\ p_n, & m \ge n \end{cases} \quad (19)$$

$$\Theta_n^m \overset{(17)}{=} \bigcup_{(k_1,\dots,k_m,\underbrace{0,\dots,0}_{p-m})\in\Theta_n^p} (k_1,\dots,k_m), \quad m \le p \le n \quad (20)$$

$$\Theta_n^m \overset{(18)}{=} \bigcup_{(k_1,\dots,k_m)\in\Theta_n^n} (k_1,\dots,k_n,\underbrace{0,\dots,0}_{m-n}) \overset{(15)}{=} \Theta_n^n \times \Theta_o^{m-n}, \quad m \ge n \quad (21)$$

$$\Theta_n^n \overset{(20)}{=} \begin{array}{c} k_1 \\ \vdots \\ k_{n-1} \\ k_n \end{array} \underbrace{\begin{Bmatrix} & \Theta_n^{n-1} & & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{Bmatrix}}_{p_n-1} = \left(\Theta_n^{n-1}\times\{0\}\right)\cup\left(\Theta_0^{n-1}\times\{1\}\right), \quad (22)$$

$$\Theta_n^m \underset{(19)}{\overset{(21)}{=}} \begin{array}{c} k_1 \\ \vdots \\ k_n \\ k_{n+1} \\ \vdots \\ k_m \end{array} \underbrace{\begin{Bmatrix} & \Theta_n^n & \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{Bmatrix}}_{p_n-1} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} m-n \quad = \Theta_n^n \times \Theta_0^{m-n}, \quad m \ge n \quad (23)$$

Заметим, что $n \le p_n, \forall n \in N$ и $n < p_n$ для $n > 3$, поэтому Θ_n^n изображен не в виде квадрата, а удлиненного прямоугольника.

6. Два алгоритма решения уравнения $\mathbf{k_1 + 2k_2 + \dots + mk_m = n}$.

Алгоритм А.

1. В таблице «Разбиение n на k частей» [3,6] из строчки n, где перечислены все разбиения из P^n, выбрать те, которые принадлежат $P^n_{\overline{1,m}}$, а если $m > n$, то все разбиения из P^n. (Для небольших n разбиения из $P^n_{\overline{1,m}}$ и P^n легко перечислить и без таблицы).
2. Привести их к общему виду: $1^{k_1},\dots,m^{k_m}$.

3. Составить множество всех полученных векторов $(k_1,\ldots,k_m)$ – это и будет искомое Θ_n^m.

Пример 1. $m=2,\quad n=3,\quad k_1+2k_2=3,\quad \Theta_3^2=?$

$$P_{\overline{1,2}}^{3}\overset{(14)}{=}\{1^3,12\},\quad \left|\Theta_3^2\right|\overset{(19)}{=}\left|P_{\overline{1,2}}^{3}\right|=2,\quad P_{\overline{1,2}}^{3}=\{1^3 2^0,1^1 2^1\},\quad \Theta_3^2\overset{(17)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}3 & 1\\ 0 & 1\end{Bmatrix} \tag{24}$$

Пример 2. $m=3,\quad n=3,\quad k_1+2k_2+3k_3=3,\quad \Theta_3^3=?$

$$p_3=3,\quad \Theta_3^3\overset{(22)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\\k_3\end{array}\left\{\begin{array}{ccc}\multicolumn{2}{c}{\Theta_3^2} & 0\\ & & 0\\ \underbrace{0\quad 0}_{2} & & 1\end{array}\right\}\overset{(24)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\\k_3\end{array}\begin{Bmatrix}3 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{Bmatrix} \tag{25}$$

Пример 3. $m=2,\quad n=4,\quad k_1+2k_2=4,\quad \Theta_4^2=?$

$$P_{\overline{1,2}}^{4}\overset{(14)}{=}\{1^4,1^2 2,2^2\}=\{1^4 2^0,1^2 2^1,1^0 2^2\},\quad \Theta_4^2\overset{(17)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}4 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 2\end{Bmatrix} \tag{26}$$

Пример 4. $m=3,\quad n=6,\quad k_1+2k_2+3k_3=6,\quad \Theta_6^3=?$

$$P_{\overline{1,2}}^{6}\overset{(14)}{=}\{1^6,1^4 2,1^2 2^2,2^3,1^3 3,123,3^2\}=\{1^6 2^0 3^0,1^4 2^1 3^0,1^2 2^2 3^0,1^0 2^3 3^0,1^3 2^0 3^1,1^1 2^1 3^1,1^0 2^0 3^2\},$$

$$\left|\Theta_6^3\right|\overset{(19)}{=}7,\quad \Theta_6^3\overset{(17)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\\k_3\end{array}\begin{Bmatrix}6 & 4 & 2 & 0 & 3 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2\end{Bmatrix}\to\Theta_6^2\overset{(20)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}6 & 4 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 3\end{Bmatrix} \tag{27}$$

Пример 5. $m=2,\quad n=n,\quad k_1+2k_2=n,\quad \left|\Theta_n^2\right|=?,\quad \Theta_n^2=?$

$$P_{\overline{1,2}}^{n}\overset{(14)}{=}\{1^n 2^0,2^{n-2}2^1,1^{n-4}2^2,\ldots,1^{n-2k}2^k,\ldots,1^{n-2n[n/2]}2^{[n/2]}\}$$

$$\left|\Theta_n^2\right|=[n/2]+1,\quad \Theta_n^2\overset{(17)}{=}\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}n & n-2 & n-4 & \ldots & n-2k & \ldots & n-2[n/2]\\ 0 & 1 & 2 & \ldots & k & \ldots & [n/2]\end{Bmatrix}=\{(n-2i,i)\}_{i=0}^{[n/2]} \tag{28}$$

Отсюда, при $n=3,4,6$, следует (24), (26) и (27), а при $n=2,5$:

$$\Theta_2^2=\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{Bmatrix},\quad \Theta_5^2=\begin{array}{c}k_1\\k_2\end{array}\begin{Bmatrix}5 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{Bmatrix}$$

Пример 6. $m=5,\quad n=3,\quad k_1+2k_2+3k_3+4k_4+5k_5=3,\quad \left|\Theta_3^5\right|=?,\quad \Theta_3^5=?$

$$P^3 = \{3,21,1^3\} \to \left|\Theta_3^5\right| \overset{(19)}{=} 3, \quad \Theta_3^5 \overset{(23)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4\\ k_5 \end{array} \left\{ \underbrace{\begin{array}{ccc} \multicolumn{3}{c}{\boxed{\Theta_3^3}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}}_{p_3} \right\} \overset{(25)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4\\ k_5 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\}$$

Алгоритм B основан на рекуррентной формуле:

$$\Theta_n^m = \begin{array}{c} k_1\\ \vdots\\ k_m \end{array} \left\{ \begin{array}{cccc} \boxed{\Theta_n^{m-1}} & \boxed{\Theta_{n-m}^{m-1}} & \boxed{\ldots\ \Theta_{n-km}^{m-1}} & \boxed{\ldots\ \Theta_{n-[n/m]m}^{m-1}} \\ \underbrace{0\ \ldots\ 0}_{\left|\Theta_n^{m-1}\right|} & \underbrace{1\ \ldots\ 1}_{\left|\Theta_{n-m}^{m-1}\right|}\ \ldots & \underbrace{k\ \ldots\ k}_{\left|\Theta_{n-km}^{m-1}\right|}\ \ldots & \underbrace{[n/m]\ \ldots\ [n/m]}_{\left|\Theta_{n-[n/m]m}^{m-1}\right|} \end{array} \right\} \quad (29)$$

Из (19) и (29) следует, что

$$\left|\Theta_n^m\right| \ge \left|\Theta_{n-k}^m\right|, \ k = \overline{1, n}, \qquad \sum_{k=0}^{[n/m]} \left|\Theta_{n-km}^{m-1}\right| = \left|\Theta_n^m\right|.$$

Примеры.

$$\Theta_3^2 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{cc} \boxed{\Theta_3^1} & \boxed{\Theta_1^1} \\ 0 & 1 \end{array} \right\} \overset{(15)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{cc} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{array} \right\},$$

$$\Theta_3^3 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{cc} \boxed{\Theta_3^2} & \boxed{\Theta_0^2} \\ 0\ \ 0 & 1 \end{array} \right\} \overset{(28)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right\},$$

$$\Theta_3^4 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} \multicolumn{3}{c}{\boxed{\Theta_3^3}} \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\} \overset{(25)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\},$$

$$\Theta_3^5 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4\\ k_5 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} \multicolumn{3}{c}{\boxed{\Theta_3^4}} \\ 0 & \ldots & 0 \end{array} \right\} = \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3\\ k_4\\ k_5 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right\},$$

$$\Theta_6^3 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} \boxed{\Theta_6^2} & \boxed{\Theta_3^2} & \boxed{\Theta_0^2} \\ 0\ \ldots\ 0 & 1\ \ldots\ 1 & 2 \end{array} \right\} \overset{(28)}{=} \begin{array}{c} k_1\\ k_2\\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccccccc} 6 & 4 & 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right\},$$

$$\Theta_8^3 \overset{(29)}{=} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} \boxed{\Theta_8^2} & \boxed{\Theta_5^2} & \boxed{\Theta_2^2} \\ 0 \;\ldots\; 0 & 1 \;\ldots\; 1 & 2 \;\; 2 \end{array} \right\} \overset{(28)}{=} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{cccccccccc} 8 & 6 & 4 & 2 & 0 & 5 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{array} \right\}.$$

Заметим, что формулы (22), (23) и (28) следуют и из (29).

7. Полиномиальная формула в терминах разбиения чисел. Напомним, что

$$(x_1 + \ldots + x_m)^n = \sum_{(k_1,\ldots,k_m)\in D_n^m} \mathrm{P}(k_1,\ldots,k_m) x_1^{k_1} \ldots x_m^{k_m} \quad (30)$$

отсюда, ввиду (9),

$$(x_1 + \ldots + x_m)^n = \sum_{k=1}^{l} \sum_{(p_1,\ldots,p_k)\in P_k^n} \mathrm{P}(p_1,\ldots,p_k) \sum_{(k_1,\ldots,k_m)\in P(p_1,\ldots,p_k,\underbrace{0,\ldots,0}_{m-k})} x_1^{k_1} \ldots x_m^{k_m}, \quad l = \min\{m,n\} \quad (31)$$

или, ввиду (10)

$$(x_1 + \ldots + x_m)^n = \sum_{k=1}^{l} \sum_{i=1}^{p_k^n} \mathrm{P}(p_{i1},\ldots,p_{ik}) \sum_{(k_1,\ldots,k_m)\in P(p_{i1},\ldots,p_{ik},\underbrace{0,\ldots,0}_{m-k})} x_1^{k_1} \ldots x_m^{k_m}, \quad l = \min\{m,n\}, (32),$$

где $p_{i1},\ldots,p_{ik}$ - i-тое разбиение n на k частей: $\sum_{j=1}^{k} p_{ij} = n, \quad i = \overline{1, p_k^n}$.

Эта формула, в отличие от (30), уменьшает число вычислений; она более удобна для ручных вычислений и для составления алгоритма.

Пример 1. $m = 3, n = 5 \rightarrow l = 3.$

$$\begin{array}{llll} k: & 1 & 2 & 3 \\ P_k^5: & \{5\} & \{41,32\} & \{311,221\}, \\ p_k^5: & 1 & 2 & 2 \end{array}$$

$$\mathrm{P}(5) \overset{(5)}{=} 1, \quad \mathrm{P}(4,1) \overset{(5)}{=} 5, \quad \mathrm{P}(3,2) \overset{(5)}{=} 10, \quad \mathrm{P}(3,1,1) \overset{(5)}{=} 20, \quad \mathrm{P}(2,2,1) \overset{(5)}{=} 30, \quad (33)$$

$$(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_3)^5 \overset{(32)}{=} \mathrm{P}(5) \sum_{(k_1,k_2,k_3)\in P(5,0,0)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} + \mathrm{P}(4,1) \sum_{(k_1,k_2,k_3)\in P(4,1,0)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} +$$

$$+ \mathrm{P}(3,2) \sum_{(k_1,k_2,k_3)\in P(3,2,0)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} + \mathrm{P}(3,1,1) \sum_{(k_1,k_2,k_3)\in P(3,1,1)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} + \mathrm{P}(2,2,1) \sum_{(k_1,k_2,k_3)\in P(2,2,1)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \overset{(12),(33)}{=}$$

$$= \mathrm{x}_1^5 + \mathrm{x}_2^5 + \mathrm{x}_3^5 + 5\left(\mathrm{x}_1^4\mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2^4 + \mathrm{x}_1^4\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_3^4 + \mathrm{x}_2^4\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_2\mathrm{x}_3^4\right) +$$

$$+ 10\left(\mathrm{x}_1^3\mathrm{x}_2^2 + \mathrm{x}_1^2\mathrm{x}_2^3 + \mathrm{x}_1^3\mathrm{x}_3^2 + \mathrm{x}_1^2\mathrm{x}_3^3 + \mathrm{x}_2^3\mathrm{x}_3^2 + \mathrm{x}_2^2\mathrm{x}_3^3\right) + 20\left(\mathrm{x}_1^3\mathrm{x}_2\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2^3\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2\mathrm{x}_3^3\right) +$$

$$+ 30\left(\mathrm{x}_1^2\mathrm{x}_2^2\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_1^2\mathrm{x}_2\mathrm{x}_3^2 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_2^2\mathrm{x}_3^2\right).$$

Пример 2. $m = 3$, $n = 2 \rightarrow l = 2$.

$$\begin{array}{lll} k: & 1 & 2 \\ P_k^2: & \{2\} & \{11\} \\ p_k^2: & 1 & 1 \end{array}, \mathrm{P}(2) \overset{(5)}{=} 1, \quad \mathrm{P}(1{,}1) \overset{(5)}{=} 2, \qquad (34)$$

$$D_2^3 \overset{(9)}{=} P(2{,}0{,}0) \cup P(1{,}1{,}0) \overset{(2),(4)}{=} \begin{Bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{Bmatrix} \cup \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{Bmatrix}, (35)$$

$$(\mathrm{x}_1 + \mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_3)^2 \overset{(32)}{=} \mathrm{P}(2) \sum_{(k_1,k_2,k_3) \in P(2,0,0)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} + \mathrm{P}(1{,}1) \sum_{(k_1,k_2,k_3) \in P(1,1,0)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} x_3^{k_3} \overset{(34),(35)}{=}$$

$$= \mathrm{x}_1^{\ 2} + \mathrm{x}_2^{\ 2} + \mathrm{x}_3^{\ 3} + 2(\mathrm{x}_1\mathrm{x}_2 + \mathrm{x}_1\mathrm{x}_3 + \mathrm{x}_2\mathrm{x}_3).$$

8. Формула для n-ой производной произведения m функций. По аналогии с полиномиальной формулой для $u_i = u_i(x)$, имеющих n производных, можно [7] написать обобщение формулы Лейбница [7]:

$$(u_1 \ldots u_m)^{(n)} = \sum_{\substack{k_1 + \ldots + k_m = n \\ k_i = \overline{0,n}}} \mathrm{P}(k_1, \ldots, k_m) u_1^{(k_1)} \ldots u_m^{(k_m)}, \quad u_i^{(0)} \equiv u_i \ (36)$$

отсюда, ввиду (9)

$$(u_1 \ldots u_m)^{(n)} = \sum_{k=1}^{l} \sum_{(p_1,\ldots,p_k) \in P_k^n} \mathrm{P}(p_1, \ldots, p_k) \sum_{(k_1,\ldots,k_m) \in P(p_1,\ldots,p_k,\underbrace{0,\ldots,0}_{m-k})} u_1^{(k_1)} \ldots u_m^{(k_m)}, \quad l = \min\{m, n\} (37)$$

или, учитывая (7),

$$(u_1 \ldots u_m)^{(n)} = \sum_{\substack{k_1 + 2k_2 + \ldots + nk_n = n \\ k_i = \overline{0,n}, \ \sum_{i=1}^{n} k_i \le m}} \mathrm{P}\left(1^{k_1} \ldots n^{k_n}\right) \sum_{(r_1,\ldots,r_m) \in P(0^{k_0} 1^{k_1} \ldots n^{k_n})} u_1^{(r_1)} \ldots u_m^{(r_m)}, \quad k_0 = m - \sum_{i=1}^{n} k_i, \qquad (38)$$

где

$$\mathrm{P}\left(1^{k_1} \ldots n^{k_n}\right) \overset{(5)}{=} \frac{(k_1 + 2k_2 + \ldots + nk_n)!}{(1!)^{k_1} \ldots (n!)^{k_n}} \ (39)$$

и

$$\left| P\left(0^{k_0} 1^{k_1} \ldots n^{k_n}\right) \right| \overset{(5)}{=} \mathrm{P}(k_0, k_1, \ldots, k_n) = \frac{(k_0 + k_1 \ldots + k_n)!}{k_0! k_1! \ldots k_n!} .(40)$$

Заметим также, что

$$\sum_{i=1}^{n} k_i \le m \quad \to \quad m - \sum_{i=1}^{n} k_i \ge 0 \quad \to \quad k_0 \ge 0 .$$

9. Формула для n-ой производной от степени функции. Пусть

$$u_i(x) = u(x), \quad i = \overline{1, m},$$

тогда, очевидно

$$\sum_{(r_1,\ldots,r_m)\in P(0^{k_0}1^{k_1}\ldots n^{k_n})} u^{(r_1)}\ldots u^{(r_m)} = u^{k_0}\left(u^{(1)}\right)^{k_1}\ldots\left(u^{(n)}\right)^{k_n}\left|P\left(0^{k_0}1^{k_1}\ldots n^{k_n}\right)\right|, \quad k_0 = m - \sum_{i=1}^{n} k_i$$

и

$$\left(u^m\right)^{(n)} \overset{(38),(40)}{=} \sum_{\substack{k_1+2k_2+\ldots+nk_n=n \\ k_i=\overline{0,n}, \quad \sum_{i=1}^{n} k_i \le m}} \mathrm{P}\left(1^{k_1}\ldots n^{k_n}\right)\mathrm{P}\left(k_0, k_1, \ldots, k_n\right) u^{k_0}\left(u^{(1)}\right)^{k_1}\ldots\left(u^{(n)}\right)^{k_n}$$

отсюда, ввиду (39) и (40), следует вариант формулы Бруно [3] для $f(u) = u^m, \quad u = u(x)$:

$$\left(u^m\right)^{(n)} = n! \sum_{\substack{k_1+2k_2+\ldots+nk_n=n \\ k_i=\overline{0,n}, \quad \sum_{i=1}^{n} k_i \le m}} \frac{m^{\underline{k}} u^{m-k}}{k_1!\ldots k_n!}\left(\frac{u^{(1)}}{1!}\right)^{k_1}\ldots\left(\frac{u^{(n)}}{n!}\right)^{k_n}, \quad k = \sum_{i=1}^{n} k_i, \tag{41}$$

где $m^{\underline{k}}$ - убывающая факториальная степень [2]:

$$m^{\underline{k}} = m(m-1)\ldots(m-k+1), \qquad m^{\underline{0}} \overset{def}{=} 1 .$$

Ясно, что

$$m^{\underline{k}} u^{m-k} = \left(u^m\right)_u^{(k)} . \tag{42}$$

Заметим, что условие $\sum_{i=1}^{n} k_i \le m$, отсутствующее в формуле Бруно, отсекает вычисление слагаемых, заведомо равных нулю.

Отметим также, что

$$m^{\underline{k}} = \frac{m!}{(m-k)!}, \quad m^{\underline{m}} = m!, \quad m^{\underline{m+k}} \overset{k\ge 1}{=} 0, \quad m^{\underline{1}} = m . \tag{43}$$

9.1. Частные случаи. Если υ из N такое, что

$$u^{(\upsilon)}(x) \ne 0, \quad u^{(\upsilon+1)}(x) \equiv 0,$$

то формула (41) примет более простой вид

$$\left(u^m\right)^{(n)} = n! \sum_{\substack{k_1+2k_2+\ldots+\upsilon k_\upsilon = n \\ k_i=\overline{0,n},\quad \sum\limits_{i=1}^{\upsilon} k_i \le m}} \frac{m^{\underline{k}} u^{m-k}}{k_1!\ldots k_\upsilon!}\left(\frac{u^{(1)}}{1!}\right)^{k_1}\ldots\left(\frac{u^{(\upsilon)}}{\upsilon!}\right)^{k_\upsilon}, \quad k=\sum_{i=1}^{\upsilon} k_i. \tag{44}$$

Пример 1. Пусть $u(x)=1+x+x^2$, тогда $u'=1+2x,\quad u''=2,\quad u'''\equiv 0,$ поэтому в этом случае $\upsilon=2$ и формула (44) примет вид

$$\left[\left(1+x+x^2\right)^m\right]^{(n)} = n! \sum_{\substack{k_1+2k_2=n \\ k_i=\overline{0,n},\ k_1+k_2\le m}} \frac{m^{\underline{k}}\left(1+x+x^2\right)^{m-k}}{k_1!k_2!}\left(1+2x\right)^{k_1}, \quad k=k_1+k_2.$$

Но

$$\Theta_n^2 \overset{(13)}{=} \left\{\left(k_1,k_2\right):\quad k_1+2k_2=n,\ k_i=\overline{0,n}\right\} \overset{(28)}{=} \{(\overset{k_1}{n-2i},\ \overset{k_2}{i})\}_{i=0}^{[n/2]} \tag{45}$$

отсюда $k_1+k_2=n-i,$ но $k_1+k_2\le m$, следовательно $n-i\le m$, т.е. $i\ge n-m$, поэтому

$$\left[\left(1+x+x^2\right)^m\right]^{(n)} = n!\sum_{i=n-l}^{[n/2]}\frac{m^{\underline{n-i}}}{i!\left(n-2i\right)!}\left(1+x+x^2\right)^{m-n-i}\left(1+2x\right)^{n-2i}, \quad l=\min\{m,n\}.$$

Пример 2. Пусть $u(x)=\sum\limits_{k=0}^{r-1}x^k$, тогда $u'=\sum\limits_{k=1}^{r-1}kx^{k-1},\quad u''=\sum\limits_{k=2}^{r-1}k(k-1)x^{k-2}$ и

$$u^{(s)}=\sum_{k=s}^{r-1}k(k-1)\ldots(k-s+1)x^{k-s}=\sum_{k=s}^{r-1}k^{\underline{s}}x^{k-s},\quad s=\overline{0,r-1};\qquad u^{(s)}\equiv 0,\quad s\ge r,$$

отсюда, ввиду (43)

$$u^{(s)}(0)=\begin{cases} s!, & s=\overline{0,r-1} \\ 0, & s\ge r\end{cases} \quad\to\quad \frac{u^{(s)}(0)}{s!}=\begin{cases}1, & s=\overline{0,r-1}\\ 0, & s\ge r\end{cases},$$

поэтому из (44)

$$\left[\left(\sum_{k=0}^{r-1}x^k\right)^m\right]^{(n)}_{x=0} = n!\sum_{\substack{k_1+2k_2+\ldots+(r-1)k_{r-1}=n \\ k_i=\overline{0,n},\quad \sum\limits_{i=1}^{r-1}k_i\le m}}\frac{m^{\underline{k}}}{k_1!\ldots k_{r-1}!},\quad k=\sum_{i=1}^{r-1}k_i,\quad n=\overline{0,(r-1)m}. \tag{46}$$

10. Формула для m-номиальных коэффициентов. Для перехода к более привычным обозначениям произведем замену: $m:=n,\quad n:=k,\quad k:=r,\quad r:=m$, тогда формула (46) примет вид:

$$\left[\left(\sum_{i=0}^{m-1} x^i\right)^n\right]^{(k)}_{x=0} = k! \sum_{\substack{r_1+2r_2+\ldots+(m-1)r_{m-1}=k \\ r_i=\overline{0,k}, \quad \sum_{i=1}^{m-1} r_i \le n}} \frac{n^{\underline{r}}}{r_1!\ldots r_{m-1}!}, \quad r=\sum_{i=1}^{m-1} r_i, \quad k=\overline{0,(m-1)n}. \qquad (47)$$

Легко видеть, что

$$\left[\left(\sum_{i=0}^{m-1} x^i\right)^n\right]^{(k)} \overset{(1)}{=} \sum_{r=k}^{(m-1)n} r^{\underline{k}} B^n_{m,k} x^{r-k}, \quad k=\overline{0,(m-1)n},$$

отсюда

$$\left[\left(\sum_{i=0}^{m-1} x^i\right)^n\right]^{(k)}_{x=0} = k! B^n_{m,k}$$

и, ввиду (47)

$$B^n_{m,k} = \sum_{\substack{r_1+2r_2+\ldots+(m-1)r_{m-1}=k \\ r_i=\overline{0,k}, \quad \sum_{i=1}^{m-1} r_i \le n}} \frac{n^{\underline{r}}}{r_1!\ldots r_{m-1}!}, \qquad r=\sum_{i=1}^{m-1} r_i, \qquad k=\overline{0,(m-1)n}, \qquad (48)$$

Или с учётом (43)

$$B^n_{m,k} = \sum_{\substack{r_0+\ldots+r_{m-1}=n \\ r_1+2r_2+\ldots+(m-1)r_{m-1}=k \\ r_i=\overline{0,l}}} \frac{n!}{r_0!\ldots r_{m-1}!}, \quad l=\min\{k,n\}, \quad k=\overline{o,(m-1)n}. \qquad (48^*)$$

10.1. Частные случаи. Случай $m=2$.

Тогда $r_1=k \quad \to \quad r=k, \quad k\le n$, поэтому

$$B^n_{2,k} \overset{(48)}{=} \frac{n^{\underline{k}}}{k!} \overset{(43)}{=} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}, \quad k=\overline{0,n}.$$

Случай $m=3$. Тогда

$$B^n_{3,k} = \sum_{\substack{r_1+2r_2=k \\ r_i=\overline{0,k}, \quad r_1+r_2\le n}} \frac{n^{\underline{r}}}{r_1!r_2!}, \quad r=r_1+r_2, \quad k=\overline{0,2n}.$$

$$r_2 := i \to r_1 = k - 2i \text{ и } r_1 + r_2 = k - i, \quad k - i \le n \quad \to \quad i \ge k - n,$$

но

$$\Theta_k^2 \overset{(45)}{=} \{(k-2i, i)\}_{i=0}^{[k/2]},$$

поэтому

$$B_{3,k}^n = \sum_{i=k-l}^{[k/2]} \frac{n^{k-i}}{i!(k-2i)!}, \quad l = \min\{k, n\}, \quad k = \overline{0,2n} \tag{49}$$

Или, ввиду (48*),

$$B_{3,k}^n = \sum_{i=k-l}^{[k/2]} \frac{n!}{i!(k-2i)!(n-k+i)!}, \quad l = \min\{k, n\}, \quad k = \overline{0,2n}. \tag{49*}$$

Арифметический треугольник для триномиальных коэффициентов $B_{3,k}^n$:

$(1+x+x^2)^n$	k \ n	0	1	2	3	4	5	6	…	k	…	2n	$\sum_{k=0}^{2n} B_{3,k}^n$
$(1+x+x^2)^0$	0	1											3^0
$(1+x+x^2)^1$	1	1	1	1									3^1
$(1+x+x^2)^2$	2	1	2	3	2	1							3^2
$(1+x+x^2)^3$	3	1	3	6	7	6	3	1					3^3
…	.	.	.	.	.	.	.	.					.
$(1+x+x^2)^n$	n	$B_{3,0}^n$	$B_{3,1}^n$	$B_{3,2}^n$	.	.	.	.	…	$B_{3,k}^n$	…	$B_{3,2n}^n$	3^n

Проверка формулы (49) в случае $n = 3$, $k = \overline{0,6}$:

$$B_{3,0}^3 = \sum_{i=0}^{0} \frac{3^0}{0!0!} \overset{(42)}{=} 1, \quad B_{3,1}^3 = \sum_{i=0}^{0} \frac{3^1}{0!1!} \overset{(43)}{=} 3,$$

$$B_{3,2}^3 = \sum_{i=0}^{1} \frac{3^{2-i}}{i!(2-2i)!} = \frac{3^2}{0!2!} + \frac{3^1}{1!0!} \overset{(42)}{=} 3 + 3 = 6,$$

$$B_{3,3}^3 = \sum_{i=0}^{1} \frac{3^{3-i}}{i!(3-2i)!} = \frac{3^3}{0!3!} + \frac{3^2}{1!1!} \overset{(43)}{=} 1 + 6 = 7,$$

$$B_{3,4}^3 = \sum_{i=1}^{2} \frac{3^{4-i}}{i!(4-2i)!} = \frac{3^3}{1!2!} + \frac{3^2}{2!0!} = 3 + 3 = 6,$$

$$B_{3,5}^{3}=\sum_{i=2}^{2}\frac{3^{\underline{5-i}}}{i!(5-2i)!}=\frac{3^{\underline{3}}}{2!1!}=3,$$

$$B_{3,6}^{3}=\sum_{i=3}^{3}\frac{3^{\underline{6-i}}}{i!(6-2i)!}=\frac{3^{\underline{3}}}{3!0!}=1.$$

Случай $m=4$**.** Тогда

$$B_{4,k}^{n}\overset{(48)}{=}\sum_{\substack{r_1+2r_2+3r_3=k\\ r_i=\overline{0,k},\ \sum_{i=1}^{3}r_i\le n}}\frac{n^{\underline{r}}}{r_1!r_2!r_3!},\quad r=r_1+r_2+r_3,\quad k=\overline{0,3n}. \tag{50}$$

Пусть, например, $n=2,\quad k=3$, тогда

$$\left\{(r_1,r_2,r_3):r_i=\overline{0,3},\ \sum_{i=1}^{3}ir_i=3\right\}\overset{(25)}{=}\begin{array}{c}r_1\\r_2\\r_3\\r_1+r_2+r_3:\end{array}\begin{array}{c}\left\{\begin{matrix}3&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{matrix}\right\}\\ \begin{matrix}3&\underline{2}&\underline{1}\end{matrix}\end{array}\overset{\sum_{i=1}^{3}ir_i\le 2}{=}\begin{array}{c}r_1\\r_2\\r_3\end{array}\left\{\begin{matrix}1&0\\1&0\\0&1\end{matrix}\right\}$$

поэтому

$$B_{4,3}^{2}\overset{(50)}{=}\sum_{\substack{r_1+2r_2+3r_3=3\\ r_i=\overline{0,3},\ \sum_{i=1}^{3}r_i\le 2}}\frac{2^{\underline{r}}}{r_1!r_2!r_3!}=\frac{2^{\underline{2}}}{1!1!0!}+\frac{2^{\underline{2}}}{0!0!1!}\overset{(43)}{=}2+2=4.$$

Что соответствует значению $B_{4,3}^{2}$ в арифметическом треугольнике для 4-номиальных коэффициентов $B_{4,k}^{n}$:

$(1+x+x^2+x^3)^n$	k \ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	k	…	3n	$\sum_{k=0}^{3n}B_{3,k}^{n}$
$(1+x+x^2+x^3)^0$	0	1														3^0
$(1+x+x^2+x^3)^1$	1	1	1	1	1											3^1
$(1+x+x^2+x^3)^2$	2	1	2	3	4	3	2	1								3^2
$(1+x+x^2+x^3)^3$	3	1	3	6	10	12	12	10	6	3	1					3^3
…	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.					.
$(1+x+x^2+x^3)^n$	n	$B_{4,0}^{n}$	$B_{4,1}^{n}$	$B_{4,2}^{n}$	.	.	.	.	.	.	.	…	$B_{4,k}^{n}$	…	$B_{4,3n}^{n}$	3^n

11. n-мерный, m-значный куб, множество $\mathbf{D_n^m}$ и числа $\mathbf{B_{m,k}^n}$. M_m^n - n-мерный, m-значный куб:

$$M_m^n=\{(k_1,\dots,k_n):\ k_i=\overline{0,m-1}\}\quad\to\quad |M_m^n|=m^n, \tag{51}$$

$M^n_{m,k}$ - k-тый слой n-мерного, m-значного куба:

$$M^n_{m,k} = \left\{ (k_1, \dots, k_n):\ k_i = \overline{0, m-1}, \sum_{i=1}^{n} k_i = k \right\}, \quad k = \overline{0, (m-1)n}. \tag{52}$$

Оказывается

$$\left| M^n_{m,k} \right| = B^n_{m,k}\ , \quad k = \overline{0, (m-1)n}. \tag{53}$$

Очевидно

$$M^n_m = \bigcup_{k=0}^{(m-1)n} M^n_{m,k} \quad \rightarrow \quad \sum_{k=0}^{(m-1)n} B^n_{m,k} \overset{(51),(53)}{=} m^n,$$

$$M^n_{m+1,m} \overset{(52)}{=} \left\{ (k_1, \dots, k_n):\ k_i = \overline{0, m}, \sum_{i=1}^{n} k_i = m \right\} \overset{(8^*)}{=} D^n_m. \tag{54}$$

Легко видеть

$$M^1_1 = \{0\}, \quad M^1_2 = \{0,1\}, \quad M^1_3 = \{0,1,2\}, \ \dots, \quad M^1_m = \{0,1,\dots,m-1\}, \quad \left| M^1_m \right| = m,$$

$$M^2_3 = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 0\ 0\ 0 & 1\ 1\ 1 & 2\ 2\ 2 \\ \boxed{M^1_3} & \boxed{M^1_3} & \boxed{M^1_3} \end{array} \right\} =$$

$$= \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_1 + k_2: \end{array} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right\} \\ \begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & \underline{2} & 1 & \underline{2} & 3 & \underline{2} & 3 & 4 \end{array} \end{array} \rightarrow \quad M^2_{3,2} = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{array} \right\}.$$

А в общем случае

$$M^n_m = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{array} \left\{ \begin{array}{ccccc} \overbrace{0 \ \dots \ 0}^{m^{n-1}} & \overbrace{1 \ \dots \ 1}^{m^{n-1}} & \dots & \overbrace{m-1 \ \dots \ m-1}^{m^{n-1}} \\ \boxed{M^{n-1}_m} & \boxed{M^{n-1}_m} & \dots & \boxed{M^{n-1}_m} \end{array} \right\} = \bigcup_{i=0}^{m-1} \left(\{i\} \times M^{n-1}_m \right). \tag{55}$$

Заметим, что

$$M^1_{m,k} = \begin{cases} \{k\}, & k = \overline{0, m-1} \\ \varnothing, & k < 0, k > m-1 \end{cases}, \qquad M^n_{1,0} = \begin{array}{c} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{array} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\}$$

отсюда, например

$$M^1_{m,m-1} = \{m-1\}, \qquad M^1_{m,m} = \varnothing, \qquad M^2_{1,0} = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right\}. \tag{56}$$

На основании (54) нетрудно сообразить, что имеет место обобщение формулы (12*), а именно: если $m > k$, то

$$M^{n}_{m,k} = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{array} \left\{ \begin{array}{cccc} \overbrace{0 \ \dots \ 0}^{B^{n-1}_{m,k}} & \overbrace{1 \ \dots \ 1}^{B^{n-1}_{m-1,k-1}} & \dots & \overbrace{m-1 \ \dots \ m-1}^{B^{n-1}_{m-k,0}} \\ \boxed{M^{n-1}_{m,k}} & \boxed{M^{n-1}_{m-1,k-1}} & \dots & \boxed{M^{n-1}_{m-k,0}} \end{array} \right\} = \bigcup_{i=0}^{k} \left(\{i\} \times M^{n-1}_{m-i,k-i} \right) \tag{57}$$

отсюда при $m-k=1$ следует (12*).

Пример 1. $n=2, m=3, k=2.$

Легко видеть, что $B^1_{3,1} = B^1_{2,1} = B^1_{1,0} = 1$, поэтому

$$M^2_{3,2} \overset{(57)}{=} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ \boxed{M^1_{3,2}} & \boxed{M^1_{2,1}} & \boxed{M^1_{1,0}} \end{array} \right\} \overset{(56)}{=} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{array} \right\} \tag{58}$$

Пример 2. $n=3, m=3, k=2.$

В этом случае $B^2_{3,2} = 3, B^2_{2,1} = 2, B^2_{1,0} = 1$.

$$M^3_{3,2} = \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{ccc} 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \quad 1 & 2 \\ \boxed{M^2_{3,2}} & \boxed{M^2_{2,1}} & \boxed{M^2_{1,0}} \end{array} \right\} \underset{(56)}{\overset{(58)}{=}} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{array} \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right\}. \tag{59}$$

Из (57) и (53) следует неизвестная нам формула

$$\sum_{i=0}^{k} B^{n-1}_{m-i,k-i} = B^{n}_{m,k}, \quad m > k, \tag{60}$$

она отличается от рекуррентной формулы для треугольника из чисел $B^n_{m,k}$:

$$\sum_{i=1}^{m} B^{n-1}_{m,k-m+i} = B^{n}_{m,k}.$$

А из (11), (53) и (54) следует еще одна интересная формула:

$$B^{n}_{m+1,m} = \binom{m+n-1}{m}. \tag{61}$$

12. Независимые испытания Бернулли в случае m исходов. Рассмотрим урну с m одинаковыми шарами, пронумерованными от 0 до m-1. Испытание: из урны извлекается шар (с возвратом) n раз и регистрируются номера извлеченных шаров: $k_1, \dots, k_n$.

Ω – пространство элементарных событий: $\Omega = M^n_m$,

p – вероятность извлечения шара с номером k $\left(k = \overline{0, m-1}\right)$: $p = \dfrac{1}{m}$,

$P^n_{m,k}$ – вероятность того, что сумма номеров извлеченных n шаров окажется равной k:

$$P_{m,k}^{n} \overset{(52)}{=} \frac{\left|M_{m,k}^{n}\right|}{\left|M_{m}^{n}\right|} \underset{(51)}{\overset{(53)}{=}} \frac{B_{m,k}^{n}}{m^{n}} = p^{n} B_{m,k}^{n}.$$

Отсюда следует явная формула для $P_{m,k}^{n}$:

$$P_{m,k}^{n} \overset{(48^*)}{=} m^{-n} \sum_{\substack{r_0+\ldots+r_{m-1}=n \\ r_1+2r_2+\ldots+(m-1)r_{m-1}=k \\ r_i=\overline{0,l}}} \frac{n!}{r_0!\ldots r_{m-1}!}, \quad l=\min\{k,n\}, \quad k=\overline{0,(m-1)n}. \quad (62)$$

В общем случае имеет место

Теорема. Пусть u_i – число шаров в урне, имеющих номер i, $i=\overline{0,m-1}, u_i \geq 1, u=\sum_{i=0}^{m-1} u_i$, p_i – вероятность извлечь из урны шар с номером $i: p_i = u_i/u; P_k^n(p_0,\ldots,p_{m-1})$ – вероятность того, что сумма номеров извлечённых n шаров окажется равной k; l:=l, тогда

$$P_k^n(p_0,\ldots p_{m-1}) = \sum_{\substack{r_0+\ldots r_{m-1}=n \\ r_1+2r_2+\ldots+(m+1)r_{m-1}=k \\ r_i=\overline{0,l}}} \frac{n!}{r_0!\ldots r_{m-1}!} p_0^{r_0}\ldots p_{m-1}^{r_{m-1}}, \quad k=\overline{0,(m-1)n}.$$

Отсюда, при $p_i \equiv 1/m$ следует (62), а при m=2, следует формула Бернулли.

Литература

Бондаренко Б.А. Обобщенные треугольники и пирамиды Паскаля, их фракталы, графы и приложения. Ташкент. 1990.

Грехем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики (С кратким предисловием В.И. Арнольда). М.,1998. С.67, 417.

Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М.,1963. С.48, 130.

Андерсен Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М., СПб., Киев., 2003, С. 243.

Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. М., 1990, С. 216.

Эндрюс Г. Теория разбиений. М., 1982, С.244.

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1, М.-Л., 1951, С. 274.

Н.А.СЕМЕНОВ

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ. ТРЕТИЙ ЭТАП

Критерий Рунге выполняет две функции: 1) уточнение вычисленного значения интегральной суммы и 2) диагностика достигнутой точности результата. На первых этапах данной работы [1] проведена ревизия второй из этих функций. Для более точной диагностики введен новый вариант критерия с масштабным коэффициентом, зависящим от нескольких факторов (вместо универсального делителя «15» в критерии Рунге для метода Симпсона). Установлены существенные различия в ходе вычисления двух классов интегралов, названных нами *легкими* и *тяжелыми*. Здесь предполагается проверить правильность выполнения критерием Рунге первой функции – уточнения результатов вычисления интегралов. Изменим несколько формулу (1.1)

$$R_N = (S_N - S_N/2) / CR(CN) ; I_N = S_N + R_N . (3.1)$$

Зависимость оптимальной величины делителя CR(CN) от нормированного числа делений CN нужно определить. С помощью новой экспертной программы на базе того же, что и раннее, массива из 15 интегралов, установлено, что для легких интегралов критерий Рунге с коэффициентом CR=15 даёт превосходные результаты. Для тяжелых интегралов эта классическая величина знаменателя совершенно непригодна. Эти интегралы пришлось разделить на 2 подгруппы в зависимости от числа циклов, которое требуется для завершения интегрирования с определённой точностью, например, DEL=10^{-14}. Первую группу назовём *среднетяжелой*. В неё входят интегралы вар. 12 и 14; для них требуется около 18 циклов, а оптимальный CR=4.66. Интегралы вар. 6 и 13 нуждаются в 30 циклах, а оптимальный CR=1.83.

Изменение CR внесло качественные изменения в ход процесса интегрирования: существенно ускорило его, изменило оптимальные значения коэффициента CS, входящего в критерий DS, определяющий достигнутую точность результата. В отличие от ранее введенной функции (2.3), теперь оптимальна ступенчатая функция CS с высотой ступенек 21 и 2 для этих подгрупп. Ускорение интегрирования привело к уменьшению максимального числа делений N и, соответственно, нормированного их числа CN. Теперь *среднетяжелая* подгруппа занимает участок, ограниченный сверху значением CN=14.5, а вторая – CN=25.

Отмечена такая особенность. В момент перескока CR со ступеньки на ступеньку, происходящего в процессе вычисления интеграла, значения критерия DS сбиваются. Поэтому противопоказано затягивать переходный процесс, например заменой ступенек плавно изменяющейся функцией. Новые значения CR и CS нужно вводить как можно раньше, сразу после выхода из области существования предыдущей группы, в частности для большинства легких интегралов эта граница CN=10.5. В результате получены следующие зависимости:

```
 IF CN<10.5 THEN CR=15: CS=75-3*(14-JD) ELSE _
IF CN<14.5 THEN CR=4.66: CS=21 ELSE CR=1.83: CS=2 (3.2)
```

На ряде примеров стало понятно, что выбор функции CS (2.4) для легких интегралов неудачен и мы снова обратились к программе CURVE76A (Приложение 3.1). Решили игнорировать единственную инверсную точку и провести прямую линию посреди коридора допустимых значений для всех остальных точек. Новая линейная функция, соответствующая (3.2), показана красным, а предыдущая (2.4) – белым. Контрольные расчеты должны показать, оправдан ли этот риск.

Экспертная программа, учитывающая все высказанные соображения, дана в Приложении 3.2. По этой программе был проведен расчет массива из 15 интегралов при заданных погрешностях DEL=10^{-JD} ; JD=6, 8, 10, 12, 14.

Главным и почти неожиданным результатом является весьма существенное сокращение времени счета и числа циклов при вычислении *тяжёлых* интегралов. Для вычисления с точностью 10^{-14} понадобилось 23..24 цикла вместо 30, то есть пришлось вычислять в 64..128 раз меньше значений в узловых точках. Более впечатляюще звучит сравнение времени счета. На современном Note Book фирмы NEC, Versa P/75, pentium расчет варианта 6, при указанной точности, занял 30 секунд, а по программе второго этапа – 1 час 17 минут, в 155 раз дольше! Для *среднетяжелых*, соответственно, 13 циклов вместо прежних 18.

Об эффективности диагностики можно судить по тому: что из всех 75 расчетов в 74-х достигнута заданная точность. Превышение погрешности в 1,5 раза наблюдалось только один раз в вар. 11 при задании DEL=10^{-8}. В двух вариантах – 7 и 15 почти всегда происходил перебор на один цикл. Причем вар. 7 вообще уникальный: уже после двух циклов, т.е. при четырех узлах достигается абсолютная точность; понятно, что диагностика не поспевает и останавливает расчет на трех циклах, восьми узлах. В других вариантах, *тяжелых* и *легких* зафиксировано 6 случаев перебора на один цикл, причём все они происходят только при малых заданных точностях JD=6 и 8. Общий итог: в 59 случаях из 75 (79%) диагностика работала безукоризненно. Заметим, что расчет одного интеграла (вар. 3) при правильном диагнозе замедлился, по новой программе по сравнению со старой, число циклов увеличилось на 1..3; для него оптимальны параметры счета *легких* интегралов, а по числу циклов он попадает в область *тяжелых*.

Для непосредственного использования алгоритма интегрирования в произвольной рабочей программе дана редакция в виде подпрограммы-функции и необходимых элементов вызывающего модуля (Приложение 3.3). Здесь еще сохранены некоторые итоговые параметры, позволяющие судить о качестве работы программы. В минимальном формате нужно исключить из функции строку SHARED, а в вызывающем модуле – эталонное значение IE и большинство операторов печати, оставив печать вычисленного значения интеграла и, может быть, числа циклов LN. Конечно, можно ничего не печатать, а просто использовать результаты в работе основной программы.

Литература:

1. Н.А.Семенов. Оптимизация алгоритма численного интегрирования. Первый этап. В «Вестнике», Серия «Физика-Математика». М.: Издательство МГОУ, 2005, №7, С.155-159

2. Н.А. Семенов. Оптимизация алгоитма численного интегрирования. Второй этап. В «Вестнике», Серия «Физика-Математика», М.: Издательство МГОУ, 2005, №7, С. 160-163

Приложение 3.1

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ CS(JD) ДЛЯ ЛЕГКИХ ИНТЕГРАЛОВ

```
'PROGRAM Curve from point Curve76A.BAS 19.03.05
SCREEN 12:      DEFINT I-J: DIM P(9), R(9)
DATA    58.32, 128.97, 58.32, 106.06, 45.14, 71.66
```

```
DATA 0.025, 3, 62.70, 83.8, 61.82, 193, 61.82, 89.56
DATA58.32, 128.97, 58.32, 106.06, 45.14, 71.66
DATA 45.14, 17.35, 11.70, 69.55, 37.28, 121.97
VIEW (1,1)-(500,479),0: WINDOW (-1,130)-(10,-1)
LINE (0,125)-(0,0),14 : LINE (0,0)-(9,0),14
 For i=1 to 8 : Line(i,1.5)-(i,-1.5),14: Next: READ K,CE
DEF FNEX(X)=MIN(75, MAX(17,(1-K*(X-2.7)^CE)*75))
DEF FNLN(X)=75-3*X
FOR I=1 TO 9: READ R(I), P(I): NEXT
FOR I=1 TO 9: Z=I-1: CIRCLE(Z,R(I)),1,14: CIRCLE(Z,P(I)),1,10: NEXT
PSET(0,75): FOR X=0 TO 9 STEP .1: LINE -(X, FNEX(X)),15: NEXT
PSET(0,75): FOR X=0 TO 9 STEP .1: LINE -(X, FNLN(X)),12: NEXT
LOCATE 1,58: ? "JD P_DOWN P_UP FNEX(X)"
FOR I=1 TO 9 : LOCATE 2+I,58: JD=15-I: X=I-1:
? USING "##"; JD;: ? USING " ###.##"; R(I) P(I) FNEX(X): NEXT
LOCATE 13, 72: ? USING "K = #.###"; K
LOCATE 14, 72: ? USING "CE= #.##"; CE :
END
```

Приложение 3.2

ЭКСПЕРТНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

```
' EXPER83B - modifide EXPER83A. CURVE83A 2315.04.05
CLS: DEFEXT A-I,O-Z: DEFINT J,L,M : DEFQUD K,N
PI=4*ATN(1): A=0: B=1
'J=1:DEFFNU(X)=1/SQR(1-X*X): B=1/2: IE=PI/6
'J=2:DEFFNU(X)=1/(1+X*X): IE=PI/4
'J=3:DEFFNU(X)=1/(1+2*X)^3: IE=2/9
'J=4:DEFFNU(X)=1/(2+X)^2: IE=1/6
'J=5:DEFFNU(X)=X*X/(2+X)^4: IE=(1/2-1/3-4/27)/3
'J=6:DEFFNU(X)=2*SQR(X)/(1+X): IE=4-PI
'J=7:DEFFNU(X)=X^3*(2-X)^2: B=2: IE=16/15
'J=8:DEFFNU(X)=1/(1-X*X): B=1/2: IE=LOG(3)/2
'J=9:DEFFNU(X)=1/(1+X*X)^2 : IE=PI/8+1/4
'J=10:DEFFNU(X)=1/(1-X*X)^2: B=1/2: IE=LOG(3)/4+1/3
'J=11:DEFFNU(X)=1/(X*(1+X^3)): A=1: B=2: IE=LOG(16/9)/3
'J=12:DEFFNU(X)=X*SQR((1-X*X)^3) : IE=1/5
'J=13:DEFFNU(X)=X*SQR(1-X*X): IE=1/3
'J=14:DEFFNU(X)=X*X*SQR((1-X*X)^3) : IE=PI/32
'J=15:DEFFNU(X)=COS(2*SIN(X)-3*X)/PI: B=PI: IE=0.128943249474402051
FOR JD=6 TO 14 STEP 2: DEL=EXP10(-JD): LR=0: LS=0
? " VAR =" J TAB(15): ? USING "DEL =##.^^^^"; DEL
'?"LogN I CNDSDIDS/DICRCS"
N=1: LN=0: D=B-A: V=0: S=0.0123456789: I=S: W=(FNU(A)+FNU(B))/2
MTIMER
DO: N=2*N: Incr LN: Incr W,V: H=D/N: V=0: SP=S: IP=I: CN=LN*14/JD
 FOR K=1 TO N-1 STEP 2: X=A+K*H :INCR V,FNU(X): NEXT K
IF CN<10.5 THEN CR=15: CS=75-3*(14-JD) ELSE _
IF CN<14.5 THEN CR=4.66: CS=21 ELSE CR=1.83: CS=2
S=2*H*(W+2*V)/3: R=(S-SP)/CR: I=S+R:
DI=Abs((I-IE)/IE):DS=Abs((I-IP)/(I*CS)):
? USING "##"; LN;:? USING " ###.##"; CN CR CS;
? USING " ##.###^^^^"; DS/DEL DI/DEL DS/DI DR/DEL
```

```
IF LR=0 AND DI<=DEL AND LS=0 AND DS<=DEL THEN LR=1: LS=1: ? " R S"
ELSEIF LR=0 AND DI<=DEL THEN: LR=1: ? " R"
ELSEIF LS=0 AND DS<=DEL THEN:LS=1: ? " S"
ELSE: ? " " : END IF
LOOP UNTIL DS<=DEL AND DI<=DEL AND S><0
?"LN CN CR CS DS/DEL DI/DEL DS/DI DR/DEL "
? "COMPUTED VALUE =";:
? USING "##.################## VAR =## JD =##"; I J JD
? " TRUE VALUE =";
? USING "##.################## DSP/DEL=##.###^^^^"; IE DSP/DEL
? USIMG "T =#####.###### s"; MTIMER/1E6
DO: LOOP UNTIL INKEY$=" " : ? NEXT: END
```

Приложение 3.3

ПОДПРОГРАММА-ФУНКЦИЯ

ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

```
' EXP83B – Ведущий модуль с выводом части результатов
CLS: DEFEXT A-I,O-Z: DEFINT J,L,M : DEFLNG K,N
DEL=1.E-14: PI=4*ATN(1)
DEFFNU(X)=X*X/(2+X)^4: A=0: B=1: IE=(1/2-1/3-4/27)/3
'DEF FNU(X)=2*SQR(X)/(1+X): A=0: B=1: IE=4-PI
ING=INTEGR(A,B,DEL): DI=ABS((ING-IE)/IE)
?: ? "RESULTS:INGDELDSDILN"
PRINT USING "##.################"; ING;
PRINT USING " ##.###^^^^"; DEL DS DI;: PRINT USING " ###"; LN
PRINT USING "TRUE =##.################"; IE
END

FUNCTION INTEGR(A,B,DEL)
SHARED DS,LN
JD=-LOG10(DEL): N=1: LN=0: D=B-A: V=0: S=0.0123456789
I=S: W=(FNU(A)+FNU(B))/2
DO: N=2*N: H=D/N: Incr LN: Incr W,V: V=0: SP=S: IP=I: CN=LN*14/JD
 FOR K=1 TO N-1 STEP 2: X=A+K*H :INCR V,FNU(X): NEXT K
 IF CN<10.5 THEN CR=15: CS=75-3*(14-JD) ELSE _
 IF CN<14.5 THEN CR=4.66: CS=21 ELSE CR=1.83: CS=2
S=2*H*(W+2*V)/3: R=(S-SP)/CR: I=S+R: DS=Abs((I-IP)/(I*CS))
LOOP UNTIL DS<=DEL AND S><0
INTEGR=I
END FUNCTION
```

И.Н. СЕРБИС

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ В КОМПЬЮТЕРНОМ КЛАССЕ НА ОСНОВЕ MICROSOFT WINDOWS XP

В статье рассказывается о необходимости соблюдения режима работы в компьютерном классе, опыте организации рабочего места учащегося, обеспечения безопасности установленных программ и файлов пользователей путем соответствующей настройки операционной системы Microsoft Windows XP.

На сегодняшний день большинство ВУЗов и многие школы имеют современные компьютерные классы. Один из таких классов был создан в Московском государственном областном университете на базе Института дистанционного образования около года назад.

В этом классе занятия по психологии, педагогике и другим дисциплинам проводятся параллельно у нескольких групп студентов. Кроме этого, студенты и преподаватели проходят обучение по курсу Intel «Обучение для будущего».

За каждым компьютером всегда находится только один человек. Все компьютеры в классе пронумерованы и закреплены за учащимися. Такая организация работы позволяет, во-первых, хранить файлы учащегося только на одном компьютере, что исключает путаницу, а во-вторых, обеспечить ответственность обучаемых за порядок на своем рабочем месте.

Согласно методическим рекомендациям по оборудованию и использованию кабинетов информатики (2), на каждом рабочем месте должен находиться журнал использования компьютера, а преподаватель на каждом занятии в журнале использования кабинета информатики должен отмечать включение и отключение рабочих мест учащихся от электропитания. Однако, в настоящее время, такие записи могут выполнять программы, которые, кроме того, позволяют идентифицировать каждого учащегося и преподавателя по его персональному паролю.

На каждый компьютер во время занятия выставляется табличка с именем и фамилией учащегося, что упрощает запоминание имен преподавателем и налаживание общения внутри группы в случае, если учащиеся не знакомы друг с другом.

«Работа на ПЭВМ или ВДТ, особенно длительная, приводит к появлению ряда неблагоприятных состояний, таких как зрительный и костно-мышечный дискомфорт, появление головной боли, стрессовые расстройства» (2). Поэтому следует регулярно проводить гимнастику для глаз (через 20-25 минут) и выполнять физические упражнения (через 45 минут) (2). Рекомендуемый комплекс таких упражнений приводится в (3, Приложения 16, 17, 18).

«Пренебрегать выполнением комплексов упражнений для глаз, физкультминутками и физкультпаузами не следует, так как проведение их улучшает функциональное состояние зрительного анализатора, центральной нервной, сердечно-сосудистой, дыхательной, мышечной и др. систем организма, способствует ликвидации застойных явлений в нижней половине тела и ног, образующихся при работе в положении сидя, улучшает кровоснабжение мозга» (2).

Имя учетной записи	Права
Администратор	администратор
И-1	пользователь
ФТП-1	пользователь

В самом начале работы кабинета и в процессе его функционирования возникли вопросы, связанные с безопасностью, аналогичные тем, которые описаны в (1):

Права доступа	**Ограничения**
администратор	✓ может создавать новые учетные записи; ✓ может удалять имеющиеся или устанавливать новые программы; ✓ может принудительно изменять пароль любой учетной записи; ✓ может просматривать и редактировать файлы любой учетной записи.
пользователь	– не может создавать новые учетные записи; – не может удалять имеющиеся или устанавливать новые программы; ✓ может изменять пароль только своей учетной записи; ✓ может просматривать и редактировать файлы только своей учетной записи.

Как защитить операционную систему и другое программное обеспечение от изменения (стирания, добавления нового и т.д.)? Несанкционированное вмешательство в компьютер может привести к необходимости устанавливать все программное обеспечение и производить его настройку заново, что представляет собой достаточно трудоемкий процесс.

Как защитить результаты работы пользователя (его файлы) от изменения или удаления другими пользователями, работающими за одним с ним компьютером?

Решение этих вопросов также отчасти совпадает с (1). На всех компьютерах класса установлена операционная система Microsoft Windows XP Professional. Именно благодаря встроенной в неё системе разграничения доступа удалось решить указанные выше проблемы.

Проблема несанкционированного вмешательства в программное обеспечение компьютеров была решена следующим образом. По умолчанию в Windows XP существует только одна учетная запись с именем Администратор и правами администратора (полный доступ к ресурсам компьютера). Доступ к ней был ограничен паролем. Кроме этого, были созданы учетные записи с именами, соответствующими названиям групп, работающих за компьютерами. В таблице справа приведен пример списка учетных записей и их прав доступа. Ограничения, накладываемые правами доступа, приведены в следующей таблице.

Новым учетным записям, Windows XP по умолчанию присваивает права пользователя. При этом для каждой новой учетной записи автоматически создается новая конфигурация, включающая место для хранения файлов (персональная папка «Мои документы») и некоторые другие параметры (например, фоновый рисунок рабочего стола).

Такая организация работы позволяет решить и вторую проблему с разграничением доступа между пользователями, работающими на одном компьютере, так как Windows XP запрещает просмотр, а тем более редактирование или удаление, файлов других учетных записей. При этом каждый учащийся может задать пароль на свою учетную запись, что не позволит другим войти в его конфигурацию. При этом учетная запись Администратор может как просматривать файлы Пользователей, так и принудительно изменять их пароль, что позволяет сохранить контроль над ситуацией в сложных случаях.

Кроме решения указанных проблем, наличие учетной записи для каждого пользователя компьютера позволяет учащимся работать в собственной конфигурации. Это оказывает положительное влияние на учебный процесс, так как опытные пользователи склонны настраивать систему согласно своим нуждам, а Windows XP позволяет производить такую настройку в рамках только своей конфигурации, не затрагивая остальных пользователей. В этом случае компьютер действительно становится персональным. Каждому учащемуся создаются комфортные условия для работы.

Следует отметить, что все файлы учащихся хранятся в папках с названиями, соответствующими фамилиям и инициалам учащихся (например, файлы Петрова хранятся в папке PetrovIA). Это упрощает определение принадлежности файлов в случае затруднительных ситуаций.

Итак, работа в классе организована следующим образом:

– перед первым занятием группы на каждом компьютере создается новая учетная запись, название которой совпадает с названием группы;

– в начале первого занятия учащихся знакомят с правилами работы в кабинете;

– учащиеся рассаживаются за компьютеры, компьютеры закрепляются за ними, на каждый компьютер выставляется табличка с именем и фамилией учащегося;

– учащиеся заходят в компьютеры под учетными записями своей группы. Они могут поменять пароль для того, чтобы никто другой (из их или другой группы) не мог зайти в их конфигурацию;

– учащиеся создают папки (обычно на “Рабочем столе”), названия которых являются их фамилиями и инициалами, написанными латинскими буквами, в дальнейшем, все файлы сохраняются в эти папки;

– по окончании занятия учащиеся выходят из своей конфигурации;

– по окончании последнего занятия группы, на всех компьютерах удаляется учетная запись группы.

Литература

Кусургашева С.Г. Построение и использование локальной сети компьютерного класса. http://krs.fio.ru/includes/conf/Kusurgasheva_SG.doc

Методические рекомендации по оборудованию и использованию кабинетов информатики (разработано в Институте информатизации образования Российской академии образования). Образовательный портал Спасского информационно-компьютерного центра. http://www.rusedu.info/modules.php?op=modload&name=News&file=article&sid=36&MDPROSID=ff6d04cd0ce0f249a5fd18340401b53c

Санитарные правила и нормы СанПиН 2.2.2.542-96 «Гигиенические требования к видеодисплейным терминалам, персональным электронно-вычислительным машинам и организации работы» (утв. постановлением Госкомсанэпиднадзора РФ от 14 июля 1996 г. N 14). http://monitors.narod.ru/sanpin/

А.А. СИНЯВИНА

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СХЕМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА КУРСА ФИЗИКИ ОСНОВНЫХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

Конструирование курса физики основных общеобразовательных учреждений (основной школы) на основе теоретических обобщений в виде понятий, законов, идей физической картины мира предполагает отражение в нем физических теорий, в которые эти обобщения входят. Они образуют системы знаний.

В структуре физической теории различают основание, ядро, следствия, практические приложения. Эмпирический базис теории, идеализированный объект, система фундаментальных понятий и физических величин, правила действий над физическими величинами и соотнесения физических величин с опытом составляют основание теории. В качестве «моста» между эмпирическим базисом и совокупностью новых понятий, выражающих основные содержательные обобщения, выступает идеализированный объект. Он представляет собой абстрактную модель и воплощает сущность исследуемой области явлений, служит исходной «клеточкой» познания [4, с. 23, 6].

Система законов, определяющая связи и изменения фундаментальных физических величин, совокупность законов сохранения, принципы симметрии и инвариантности, законы связи новых и старых теорий, мировые постоянные составляют ядро теории. К практическим приложениям теории относятся объяснение фактов, общая интерпретация теорий, предсказание явлений [4, с. 24].

Рассматривая системы знаний в курсе физики основной школы, необходимо определиться с понятием системы. По мнению А.И. Уемова, понятие системы является универсальным. Всякое множество может быть представлено в виде системы в том случае, если будет определено соответствующее системообразующее отношение [7, с. 97]. Исходя из изложенного понимания системы, научное знание может быть систематизировано огромным, теоретически сколь угодно большим числом различных способов.

Действительно, это находит подтверждение в систематизации научного знания, представленного в учебниках разных авторов. В качестве примера подтверждения этой мысли приведем высказывание Д. Джанколи, автора английского учебника «Физика»: – «То, что курс по традиции начинается с механики, представляется вполне оправданным, поскольку механика была исторически первым разделом физики и содержит в себе очень много общефизических понятий. Существуют различные способы расположения отдельных тем внутри этого раздела, и мы не настаиваем на обязательном точном следовании порядку глав, принятому в данной книге. Например, статику можно изучать как до, так и после динамики. Одна из причин выбранного здесь расположения состоит в том, что автору из собственного опыта преподавания известно, как трудно дается студентам понятие силы в отсутствие движения... Кроме того, более позднее изложение статики обладает еще одним преимуществом: к этому времени студент уже полностью осваивает понятие момента силы, столь важное для задач статики и трудное для понимания, когда движение не рассматривается. Наконец, статика является по существу частным случаем динамики, и мы строим ее изучение на том, что статической система становится тогда, когда ей что-либо мешает остаться динамической» [2, с. 9].

Авторы Берклеевского курса физики «Механика» отмечают: – «Важное условие, определяющее план изложения первой части нашего курса, посвященной механике, состоит в том, что в этой части курса должны быть подробно изучены лоренцевы преобразования пространства и времени, импульса и энергии как необходимая предпосылка для изложения теории электричества и магнетизма» [3, с. 13].

Э.В. Шпольский во введении к учебнику для высших учебных заведений «Атомная физика» пишет: – «К построению системы квантовой механики мы подойдем с иной стороны. Руководящая точка зрения будет заключаться в том, чтобы логическая схема квантовой механики была возможно ближе к схеме механики классической. Причина этого стремления понятна хотя бы уже потому, что так называемая «классическая механика» оправдала себя в применении к огромному кругу явлений; на основании принципа соответствия следует ожидать, кроме того, что механика макроскопических систем должна быть предельным случаем механики квантовой, микроскопической: законы и результаты последней должны автоматически переходить в законы классической механики в тех случаях, когда можно положить постоянную Планка равной нулю. Естественно поэтому ожидать, что основным понятиям и уравнениям классической механики соответствуют в квантовой механике какие-то свои важные понятия и уравнения. Само собой разумеется, что это будут новые понятия, более общие, нежели понятия классической механики, так как последняя неприменима к движению очень малых частиц» [8, с. 9].

Современные исследования проблем конструирования содержания курса физики в средней и профильной школах также ориентированы на физические теории как структурные единицы научного знания [6].

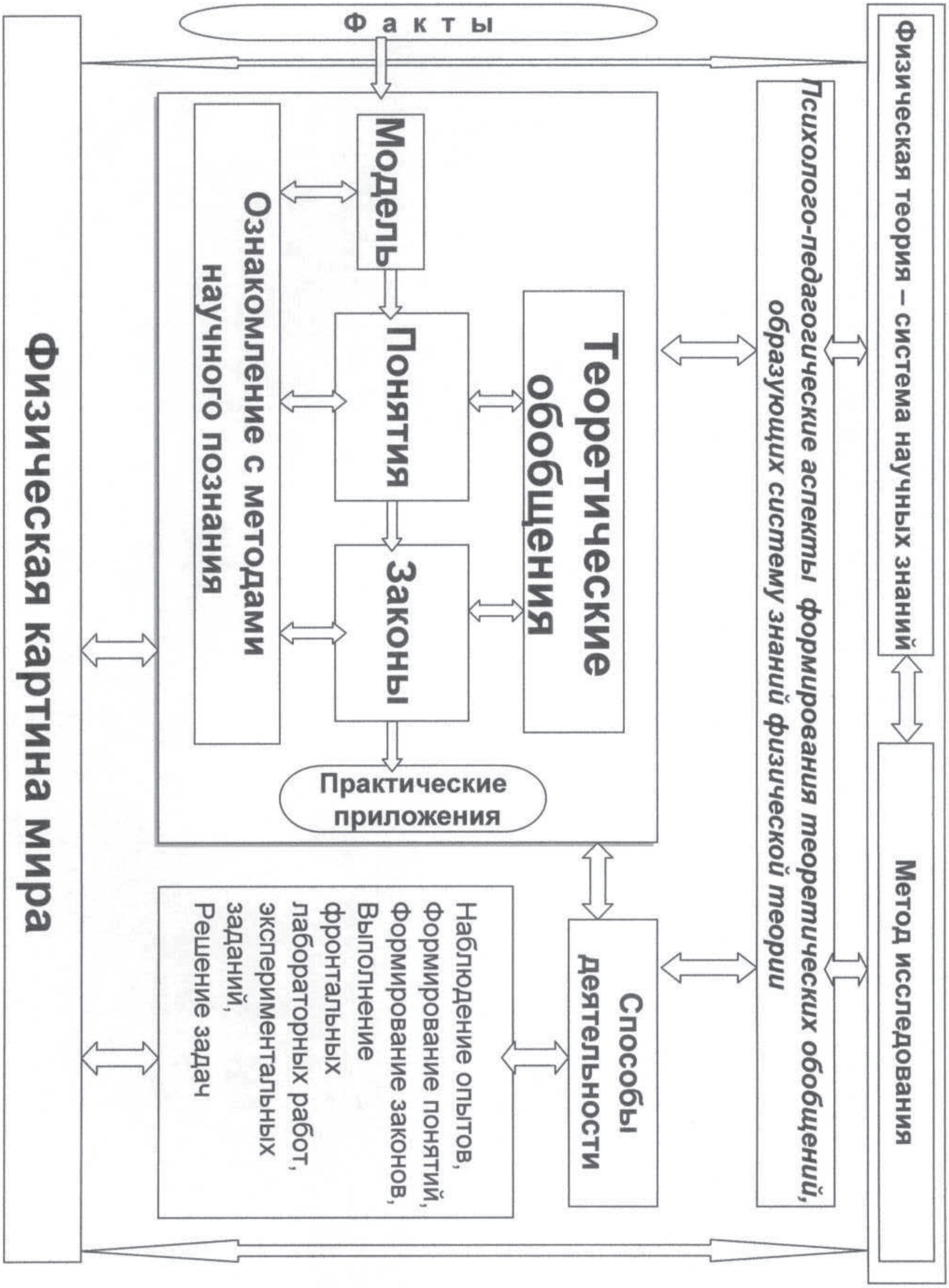
И.С. Алексеев отмечает, что структуру научного знания можно исследовать разными способами. Основываясь на работах П.В. Копнина, который выделяет два подхода к изучению структуры научного знания – формальный и понятийный, – он предлагает еще один подход, названный модельным [1, с. 229]. Если формальный подход основывается на превращении знаний в идеальную модель, построенную на принципах формального исчисления, а понятийный – связан с использованием и развитием законов и категорий диалектики, то модельный подход занимает промежуточное положение между названными двумя подходами. При модельном подходе предполагается изображение объектов рассуждения в некоторых схемах рисуночного или графического характера, которые не требуют полной формализации процедур с этими объектами. Изображения объектов рассуждения играют в логическом исследовании роль моделей знания.

Язык науки как и всякий язык отражает два аспекта – план выражения и план содержания. Моделирование плана выражения связано со структурой научных знаний, которая не может полностью раскрыть их содержание. Моделирование плана содержания фиксирует общую характеристику знания, связанную с объектами соотнесения знания [1, с. 230].

В данной статье сделана попытка рассмотреть теоретические обобщения в виде понятий, законов, идей физической картины мира, входящих в физические теории, с точки зрения модельного подхода.

Принимая во внимание план выражения, на рисунке 1 представлена структурная модель содержания физического знания, составляющая основу конструирования учебного материала курса физики основных общеобразовательных учреждений [9, 10]. Назовем ее *теоретической схемой представления учебного материала курса физики*. Она представляет собой сложную систему элементов знания: факты, модели, понятия, законы, практические приложения [5].

Теоретическая схема отражает обобщения, характерные для систем научных знаний – физических теорий, которые рассматриваются совместно с методом исследования. На рисунке теоретическая схема представлена в виде нескольких взаимосвязанных блоков. В верхней части схемы показана взаимосвязь системы научных знаний – теории с методом исследования. Система физических теорий вместе с методами исследования входит в физическую картину мира.


Факты
Физическая теория – система научных знаний
Психолого-педагогические аспекты формирования теоретических обобщений, образующих систему знаний физической теории
Модель
Понятия
Законы
Теоретические обобщения
Ознакомление с методами научного познания
Практические приложения
Метод исследования
Способы деятельности
Наблюдение опытов, формирование понятий, формирование законов, Выполнение фронтальных лабораторных работ, экспериментальных заданий, Решение задач
Физическая картина мира

Конструирование курса физики на основе теоретических обобщений, входящих в физические теории, требует обоснования психолого-педагогических особенностей и возможности их формирования у учащихся 7-9 классов. Эти особенности отражены на схеме отдельным блоком.

В центре схемы расположены теоретические обобщения в виде понятий и законов, которым предшествует физическая модель. Их формирование осуществляется во взаимосвязи с методом научного познания, методами теорий. Каждая физическая теория имеет прикладное значение. Этот аспект отражен блоком «Практические приложения». Блоки выражают элементы теоретического знания, а вместе с фактами они составляют определенную теоретическую схему: факты - модель - понятия - законы - практические приложения.

Формирование понятий и законов осуществляется посредством разных способов деятельности, которые на схеме представлены блоком «Способы деятельности». Он содержит: наблюдение опытов, формирование понятий, законов, выполнение фронтальных лабораторных работ, экспериментальных заданий, решение задач.

Формирование теоретических обобщений на основе различных способов деятельности приводит к развитию элементов физической картины мира.

Рассматривая данную теоретическую схему в плане содержания, необходимо отметить, что в этом аспекте ее реализация осуществляется через содержательные модели учебного материала разделов и тем курса физики основных общеобразовательных учреждений.

В качестве примера приведем содержательные модели, представляющие систему знаний, входящую в термодинамику, а также систему знаний одной из частных теорий электродинамики – электростатики.

На рисунке 2 изображена содержательная модель, представляющая систему знаний, входящих в термодинамику. Изучение темы опирается на понятия механики – сила, механическая работа, закон сохранения энергии. Идеализированными объектами термодинамики являются равновесное состояние термодинамической системы, равновесный процесс. Равновесное состояние термодинамической системы характеризуется постоянством параметров системы. Термодинамическая система может переходить из одного состояния в другое. При этом предполагается, что параметры системы меняются так медленно, что в любой момент времени ее состояние можно считать равновесным. В этом случае и сам процесс называют равновесным.

К основным понятиям термодинамики относятся: термодинамическая система, параметры системы – давление, объем, температура, масса; температура, внутренняя энергия, количество теплоты и др.

При изучении термодинамики формируются знания о газовых законах – законе Бойля - Мариотта, законе Гей - Люссака, законе Шарля, а также первом законе термодинамики.

Закон Бойля - Мариотта утверждает: для газа данной массы произведение давления газа на его объем постоянно, если температура газа не меняется.

Закон Гей - Люссака: для данной массы газа отношение объема к абсолютной температуре постоянно, если давление газа не меняется.

Закон Шарля: для данной массы газа отношение давления к абсолютной температуре постоянно, если объем газа не меняется.

Газовые законы справедливы для идеального газа. При давлениях, в сотни раз больше атмосферного, наблюдаются существенные отклонения от этих законов.

Формирование теоретических обобщений осуществляется при изучении тем «Газовые законы» и «Внутренняя энергия. Первый закон термодинамики». Тема «Тепловые машины» отражает практические применения теоретических обобщений термодинамики. В ней рассматриваются паровая машина, двигатель внутреннего сгорания, паровая и газовая турбины, реактивный двигатель.


Структурная схема термодинамики курса физики основной школы
Факты
Нагревание тел
Силы и движения тел
Механическая работа. Закон сохранения механической энергии
Модели
Теоретические обобщения
Практические приложения
Равновесное состояние термодинамической системы. Равновесный процесс
Понятия
Термодинамическая система. Параметры системы: P, V, T, m. Температура. Внутренняя энергия. Количество теплоты. Удельная теплоемкость. Удельная теплота сгорания топлива. КПД теплового двигателя.
Законы
Закон Бойля-Мариотта: pV = const при T = const, m = const. Закон Гей-Люссака: V/T = const при p = const, m = const. Закон Шарля: p/T = const при V = const, m = const. Первый закон термодинамики: U = Q + A
Тепловые машины: паровая машина, двигатель внутреннего сгорания, паровая и газовая турбины, реактивный двигатель
Ознакомление с методами познания природы: метод научного познания, термодинамический метод
Идеи физической картины мира: связь между теориями – использование понятий механики в теории – термодинамике, развитие общенаучного понятия – энергии применительно к тепловым процессам.
Способы деятельности

Рис. 2

При изучении раздела происходит развитие знаний о методах познания и элементах физической картины мира. Учащиеся знакомятся с элементами термодинамического метода. Идеи физической картины мира представлены связями физических теорий, например, использованием понятий механики в теории – термодинамике. При изучении термодинамики происходит дальнейшее развитие общенаучного понятия – энергии.

Содержательная модель, представляющая систему знаний одной из частных теорий электродинамики – электростатики изображена на рисунке 3.

Фактами служат электризация тел трением, два вида зарядов, действия электрического тока, электростатическое взаимодействие. Изучение темы предполагает использование понятий механики – силы и работы силы.

В основе теории – электростатики лежит модель – точечный электрический заряд – заряженное тело, размер которого во много раз меньше расстояния до тела, на которое оно действует. Используются также модели -однородное электрическое поле, линии напряженности электрического поля.

Основными понятиями при изложении темы являются электрический заряд, электростатическое поле, напряженность электрического поля, электрическое напряжение.

При изучении темы рассматриваются закон сохранения электрического заряда и закон Кулона.

Закон сохранения электрического заряда выполняется для замкнутых систем. Под замкнутой системой понимают такую систему, через границы которой не проникают никакие другие заряженные частицы, однако, в замкнутую систему может проникать электромагнитное поле, например свет. Закон сохранения электрического заряда утверждает: в замкнутой системе алгебраическая сумма электрических зарядов постоянна.

Закон Кулона, устанавливающий взаимодействие двух неподвижных точечных заряженных тел, утверждает: сила взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению абсолютных значений зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

В качестве практических приложений приведены устройства для накопления электрических зарядов – конденсаторы, электрометр, амперметр, вольтметр.

При изучении темы развиваются идеи физической картины мира на примере электростатического взаимодействия, прослеживается связь физических теорий, сохранение физических величин на примере сохранения электрического заряда.

Обобщая, можно сказать, что конструирование курса физики основных общеобразовательных учреждений предполагает теоретическую схему, отражающую план выражения научного знания – теоретические обобщения, входящие в физические теории. Реализация предложенной теоретической схемы в плане содержания научного знания осуществляется через содержательные модели тем и разделов курса, включающие факты, модели, понятия, законы, практические приложения.


Электрический заряд. Электрическое поле
Факты
Электризация тел
Работа силы
Модели
Точечный заряд. Однородное электростатическое поле. Линии напряженности электрического поля
Теоретические обобщения
Понятия
Электрический заряд, электростатическое поле, напряженность электрического поля, электрическое напряжение
Законы
Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона
Практические приложения
Устройства для накопления электрических зарядов – конденсаторы, электрометр, амперметр, вольтметр
Ознакомление с методами: метод научного познания, метод аналогии
Идеи физической картины мира: электростатическое взаимодействие, связь физических теорий, сохранение физических величин
СПОСОБЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
Рис. 3

Литература

1. Алексеев И.С. Структура механики Ньютона / В книге «Системный анализ и научное знание»/Отв. редактор Д.П. Горский. М.: Издательство «Наука», 1978, С. 229 - 245.

2. Джанколи Д. Физика в 2-х т. Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1989, С. 656.

3. Китель Ч., Найт В., Рудерман М. Механика: Учебное руководство: Пер. с англ. /Под ред. А.И. Шальникова и А.С. Ахматова. 3-е изд., М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. (Берклеевский курс физики). С. 448.

4. Мултановский В.В. Физические взаимодействия и картина мира в школьном курсе. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1977., С. 168.

5. Синявина А.А. Формирование теоретических обобщений при изучении физики в общеобразовательных учреждениях. М.: МГОУ, 2005, С. 108.

6. Совершенствование содержания обучения физике в средней школе/ Под ред. В.Г. Зубова, В.Г. Разумовского, Л.С. Хижняковой. М.: Педагогика, 1978, С. 176.

7. Уемов А.И. Формальные аспекты систематизации научного знания и процедур его развития/ В книге «Системный анализ и научное знание»/Отв. редактор Д.П. Горский. М.: Издательство «Наука», 1978, С. 95-141.

8. Шпольский Э.В. Атомная физика, Т. 2: Электронная оболочка тома и атомное ядро. 2-е изд. Л., Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950, С. 718.

9. Хижнякова Л.С, Синявина А.А. Физика: Механика. Термодинамика и молекулярная физика: Учеб. для 7-8 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2000, С. 256.

10. Хижнякова Л.С, Синявина А.А. Физика: Основы лектродинамики. Элементы квантовой физики: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2001. С. 288.

А. А. СИНЯВИНА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНЦЕНТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ КУРСА ФИЗИКИ ОСНОВНЫХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

Изложение учебного материала по физике должно быть организовано таким образом, чтобы перед учащимися была представлена постоянно развивающаяся система знаний. В связи с этим возникают проблемы конструирования содержания курса, его структуры.

В методике преподавания физики использовали следующие способы конструирования содержания учебного материала – радиальный, ступенчатый и концентрический. Так, радиальное построение курса физики было характерно для дореволюционных гимназий. При этом изучение разделов курса происходило поочередно: сначала полностью изучалось содержание одного раздела, затем других, не возвращаясь к предшествующему разделу. Такое построение учебного материала неизбежно приводило к нарастанию трудности его усвоения [7].

Ступенчатое построение курса физики в основном относится к советской школе, и все учебники почти целого столетия построены в соответствии со ступенчатой системой, во главу угла которой ставились два метода изучения природы – эмпирический и теоретический. В связи с этим любопытно высказывание известного методиста – ученого Н.В. Кашина, который обобщил результаты реформы образования по физике, проходившей с 1898 по 1915 гг. XX в. в книге «Методика физики»: – «В физике как науке мы различаем две существенные стороны: эксперимент и теорию. 1. Эксперимент, хорошо разработанный как метод, позволяет накоплять факты, точно устанавливать их природу, их взаимную связь и создавать таким образом материальное содержание науки. 2. Работа теоретической мысли выражается в созидании целого ряда гениальных интуиций, лежащих в основании главных физических теорий, а также в применении метода математического анализа для разработки этих теорий со всеми из них следствиями. Обе стороны – эксперимент и теория – должны найти себе достаточное выражение также в физике, как учебном предмете. В этих целях представляется наиболее удобным строить курс физики в средней школе в виде двух ступеней, выдвигая вперед на первой ступени – эксперимент, а на второй – научную теорию» [1, с. 85-86].

Необходимо заметить, что в начале XX в. на изучение физики отводилось: на первой ступени (4-5 классы) – 3 и 4 часа в неделю соответственно; на второй (6-7 классы) – также 3 и 4 часа.

В советский период изучение физики в средней школе проводилось согласно ступенчатой системе построения курса, которая способствовала, по мнению авторов, повышению общего и политехнического образования школьников [7, с. 121]. Ступенчатое построение состоит в том, что материал делится по трудности на две части, но при этом некоторые разделы или темы курса входят только в первую часть, не повторяясь во второй; другие изучаются только во второй ступени. Однако при этом присутствуют разделы и темы, материал которых распределен между обеими ступенями. Так, вопросы механики были распределены между двумя ступенями. На первой ступени, например, рассматривались равномерное и неравномерное движение, понятие средней скорости, а в курсе физики девятого класса присутствовал учебный материал о координате, скорости и перемещении при равномерном и неравномерном прямолинейном движении, скорость и ускорение при криволинейном движении.

За последнее десятилетие авторы появившихся учебников находятся в поиске оптимального построения курса физики основной школы. И уже отчетливо видно, что ступенчатое построение курса физики не в состоянии решить основные задачи обучения физике. На современном этапе это и не представляется возможным, поскольку курс физики в 10-11 классах стал профильным.

Концентрическое построение курса в методике трактовали как сосредоточение всего учебного материала в двух частях (концентрах). Причем, к первой части относили наиболее простые вопросы всех разделов курса физики, а ко второй – наиболее сложные вопросы из тех же разделов с повторением изученного в первой части. Однако это несколько упрощенное представление о концентрическом построении курса.

Слово «концентр» – сложное латинское слово, образованное от двух слов con (вместе, с) и centrum (центр), т.е. вместе + центр, с центром. Очень часто слово «концентрический» соотносили только с окружностями разных радиусов (обычно увеличивающихся), имеющих один общий центр [6].

Слово «концентрический» может иметь различные значения в зависимости от того, в какой области знаний используется. Так, в химии слово «концентрический» означает концентрированный, сгущенный; в горном деле – обогащенный и др. В дальнейшем можно воспользоваться такими синонимами слова, как сосредоточенный, накопленный.

Если обратиться к историческим истокам концентрической системы построения курса физики, то можно обнаружить, что она была заимствована из немецкой школы. В России впервые о ней заговорили математики, и это не случайно. Становление математики как самостоятельной области знания опередило подобное становление физики на много веков. Поэтому уже в первой половине XIX в. известный методист и педагог-писатель П.С. Гурьев, излагая главные положения, которые должны составлять основу школьного образования, обращал внимание на систему знаний – математические теории. Он говорил: – «Но если справедливо, что наука в преподавании ее детям должна начинаться с наглядных представлений, то тем более справедливо, что на этих представлениях она останавливаться не может, не потеряв своего достоинства, так как настоящее ее значение – служить для исследования разума и высших его проявлений. Разум же удовлетворяется только началами, законами,

причинами явлений, но не разнообразной перестановкой последних. Единства в разнообразии, твердой опоры для мышления – вот чего требует разум, как требует корабль несокрушимого якоря» [9, с. 419 - 420].

Он также отмечал: – «... необходимо, чтобы теория развивалась подобно тем концентрическим кругам, которые примечаем на спокойной поверхности воды в то время, когда косвенно прорезывает ее брошенный издали камень» [9, с. 419].

На необходимость концентрического изучения в гимназиях арифметики, алгебры и геометрии указывал известный математик В.А. Евтушевский (1836 -1888), полагая, что первым концентром этого изучения должны являться пропедевтические курсы, вторым – систематические курсы этих предметов. «Учащийся, – утверждал Евтушевский, – должен прежде всего ознакомиться с материалом предмета, без которого широкое систематическое построение невозможно; затем этот материал, рассмотренный всесторонне, группируется в стройный систематический курс и впоследствии ему дается более научное развитие» [9, с. 594].

В конце XIX в. физики также обратили внимание на концентрическое построение курса. Одним из первых учебников физики, построенным по концентрической системе, был назван учебник физики К.Д. Краевича. Сам К.Д. Краевич отмечал следующее: – «Выпуская каждое из десяти предыдущих изданий, я делал многие изменения, дополнения и сокращал сообразно открытиям, совершенствованиям научных и педагогических приемов, указаниям преподавателей и собственному опыту» [9, с. 559; 12].

Действительно, учебник физики К.Д. Краевича построен так, что в первой его части даны вопросы статики, а в конце второй – наиболее сложные вопросы динамики. Учебник К.Д. Краевича претерпел двадцать шесть изданий, был удостоен премии Петра Великого и на протяжении многих десятилетий был одним из лучших учебников физики отечественной школы. В это время появились учебники физики других авторов И.И. Косоногова, Н.А. Любимова, А.В. Цингера и др. [2, 5, 15]. Например, профессор Московского университета Н.А. Любимов в своем учебнике физики впервые использовал материал истории физики в качестве средства обучения.

В этот период появляются различные методики, также провозглашающие целью построение концентрического курса физики общеобразовательных учреждений, например, «Методика физики и содержание приборов в исправности» В.В. Лермантова [4].

Анализируя содержание названных и других учебников физики XIX и XX вв., методических пособий, можно видеть, что под концентрической системой построения содержания учебного материала подразумевалось лишь дополнение к уже имеющемуся содержанию, его расширение за счет включения более сложных вопросов. Однако совсем не шла речь о том, что на концентрической основе должно строиться изучение физических теорий [11].

Физика в школе на рубеже двух веков (XIX и XX) не представляла систематический курс, поскольку многие теории были незаконченными, а вопросы квантовой и ядерной физики еще не были исследованы. Поэтому вопрос о концентрической системе построения учебного материала, не соотнесенный с изучением физических теорий, так и оставался на уровне обсуждений и разговоров на различных съездах, совещаниях. А в 1915 г. было принято двухступенчатое построение содержания учебного материала по физике, просуществовавшее почти целое столетие.

Кроме рассмотренных структур организации учебного материала, Ч.Куписевич выделяет спиральную структуру [3]. Особенность такой структуры состоит в том, что исходная для учащихся проблема постепенно расширяется, углубляется круг знаний, связанных с ней, исключаются перерывы в формировании знаний, т.е. такая структура не ограничивается одноразовым представлением отдельных тем курса.

В отечественной педагогической литературе чаще всего употребляется термин «цикличность» [8, с. 125-132]. П.И. Пидкасистый отмечает, что там, где в технологических процессах выделены и обоснованы циклы, предоставляется возможность управлять процессами на научных основах. Учебный процесс подобно другим процессам имеет свои циклы. Под циклом понимают совокупность определенных актов учебного процесса, итог последовательных микрорезультатов учения. Между циклами существуют определенные взаимные интервалы. Движение от одного интервала к другому есть своеобразный скачок обучения. Это новое состояние ученика как субъекта учения, как личности в целом. Результат отдельных циклов – это уже макрорезультат учения, это те качественные изменения, которые произошли в ученике как личности. Основными показателями циклов учебного процесса являются цель, средства и результат. П.И. Пидкасистый не противопоставляет циклический характер обучения спиральному. Он отмечает, что «циклы учебного процесса представляют собой спираль, в каждом витке которой отражаются все стороны учебного процесса: цель - деятельность преподавания - средства преподавания и учения - деятельность учения - результат» [8, с. 131]. В каждом цикле содержатся новые качества, стороны, свойства изучаемых понятий и категорий.

В.Г. Разумовский, рассматривая реализацию принципа цикличности в курсе физики, показывает на анализе схемы процесса познания, данной А. Эйнштейном, цикличность развития научного знания. Он отмечает, что «это, конечно, не означает, что мысль в научном познании крутится по кругу, процесс идет по спирали: если логические следствия, вытекающие из гипотезы, не подтверждаются экспериментом, то появляются новые факты, на основе которых меняется модель вплоть до того, что создается новая [10, с. 86 - 87].

На использование принципа цикличности в методике обучения физике обращает внимание Ю.А. Сауров. Он приводит развернутую его оценку: «Принцип цикличности достаточно адекватно, экономно отражает в структуре и содержании тем, разделов, иногда отдельных вопросов логику научных теорий, выраженную формулой: основание — ядро – следствия. При таком подходе к построению содержания, во-первых, удается получить целостную систему знаний, в которой объединены факты об объектах и явлениях, средства их описания, примеры применения. Во-вторых, обеспечивается сочетание фундаментальных и прикладных знаний как при создании целых курсов, так и в рамках сравнительно небольших тем. В-третьих, последовательнее в материале находят отражение методологические вопросы, которые все чаще становятся прямым объектом усвоения» [10, с. 87 - 88].

Из приведенных учеными высказываний можно видеть, что понятия цикла и витка спирали не находятся в противостоянии. Последующий цикл, что тоже самое – последующий виток спирали – представляют систему знаний в развитии, новом качестве.

На современном этапе развития общего образования по физике ведущими целями становятся освоение системы знаний и ознакомление с методами познания природы, овладение умениями применять полученные знания, развитие познавательных интересов, творческих способностей, формирование убежденности в познаваемости мира, научного мировоззрения.

Конструирование содержания учебного материала курса на основе теоретических обобщений в виде понятий, законов, идей физической картины мира, входящих в фундаментальные физические теории, позволяет выделить среди структур представления учебного материала концентрическую систему.

Действительно, концентрическая структура предъявления учебного материала не вступает в противоречие с циклом познания. Она также отражает уровень сформированности знаний посредством увеличения радиуса предполагаемой окружности. В качестве примера можно привести одновременное существование в общеобразовательной школе пропедевтических курсов (5-6 классы) и систематического курса (7-9 классы). В пропедевтическом курсе содержание учебного материала по физике представлено на уровне физических явлений, отдельных понятий и элементов понятий. На основе эксперимента рассматриваются механические, тепловые, электрические, магнитные, световые явления. В качестве элемента понятия приведем пример понятия энергии.

Так, учащиеся шестого класса знакомятся с понятием энергии через механическую работу (кстати, также элемент понятия), ее видами кинетической и потенциальной, обозначением, единицей измерения, преобразованиями энергии на простейших примерах.

В систематическом курсе физики общеобразовательной школы понятие энергии развивается в разделе механики. Учащиеся изучают теорему о кинетической энергии, потенциальную энергию поднятого над землей тела, выраженные формулами, закон сохранения полной механической энергии. Затем понятие энергии претерпевает свое дальнейшее развитие при изучении других разделов курса – термодинамики, кинетической теории идеального газа, электродинамики, элементов ядерной физики [13, 14].

Поскольку курс физики общеобразовательной школы построен на основе теоретических обобщений в виде понятий, законов, идей физической картины мира, то по сравнению с пропедевтическим курсом он представлен более высоким уровнем предъявления учебного материала. Этот уровень соответствует следующему «витку спирали».

Также можно сравнить совокупность элементов физики, изучаемых в интегрированных курсах начальной школы и в пропедевтическом курсе (5-6 классы). Так, в курсах математики, окружающего мира, природоведения представлены некоторые физические явления; элементы отдельных понятий, например, термины; единицы измерения длины, массы, температуры, времени, скорости, площади, объема; приборы для измерения величин (термометр, линейка, мензурка, часы). Знания по физике, формируемые в курсах начальной школы, носят фрагментарный характер, однако, их накопление и развитие в пропедевтическом курсе позволяет формировать систему знаний, представляющую различные физические теории, в 7-9 классах в виде понятий, законов, идей физической картины мира.

Таким образом, наиболее приемлемой в предъявлении содержания учебного материала для систематического курса физики общеобразовательной школы является концентрическая система. Она обладает рядом достоинств по сравнению с радиальной и ступенчатой:

– не ограничивается одноразовым представлением отдельных тем курса;

– способствует расширению и развитию знаний – от механических явлений и элементов понятий в пропедевтическом курсе физики до системы знаний в виде понятий, законов, идей физической картины мира в систематическом курсе. Это расширение знаний соотносится с увеличением радиуса концентрической окружности на модели структуры. Подобная модель структуры подачи учебного материала курса физики в общеобразовательных учреждениях позволяет на разных этапах обучения (начальная школа, 5-6- классы, 7-9 классы) формировать систему знаний по физике во взаимосвязи с методом научного познания.

Литература

1. Кашин Н.В. Методика физики. Пособие для преподавания физики в средней школе. Москва, типография В.М. Саблина, 1916, С. 258.

2. Косоногов И.И. Концентрический учебник физики. Киев, 1908, С. 579.

3. Куписевич Ч. Основы общей дидактики/ Пер. с польск. О.В. Долженко. М.: Высш. шк., 1986, С. 368.

4. Лермантов В.В. Методика физики и содержание приборов в исправности. Изд-е второе. М., Государственное издательство, 1923, С. 179.

5. Любимов Н.А. Начальные основания физики, М., 1861.

6. Новый французско-русский словарь/ В.Г. Гак, К.А. Ганшина. М.: «Русский язык»; Paris: Editions Librairie du Globe, 1994, С. 1195.

7. Основы методики преподавания физики в средней школе/Под ред. А.В. Перышкина и др. М.: Просвещение, 1984, С. 398.

8. Пидкасистый П.И. Цикличность процесса обучения/ В книге «Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей. Под ред. П.И. Пидкасистого. М.: Российское педагогическое агентство, 1996, С. 125-132.

9. Прудников В.Е. Русские педагоги-математики XVIII - XIX веков. Пособие для учителей. М., ГУЛИ МП РСФСР, 1956, С. 640.

10. Разумовский В.Г. Физика в школе. Научный метод познания и обучение/ В.Г. Разумовский, В.В. Майер. М.: Гуманитар, изд. Центр ВЛАДОС, 2004, С. 463. (Библиотека учителя физики).

11. Синявина А.А. Построение курса физики по концентрической системе / В кн. «Проблемы формирования обобщений на уровне теории при обучении физике». М.: МГОУ, 2003, С. 20-23.

12. Турышев И.К. История развития методики физики в России. Владимир, ВГПИ, 1974, С. 231.

13. Хижнякова Л.С., Синявина А.А. Физика: Механика. Термодинамика и молекулярная физика: Учеб. для 7-8 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2000, С. 256.

14. Хижнякова Л.С., Синявина А.А. Физика: Основы электродинамики. Элементы квантовой физики: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2001, С. 288.

15. Цингер А.В. Начальная физика, 1910.

А.А. СИНЯВИНА

ФОРМИРОВАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО СПОСОБА МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО КУРСА ФИЗИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Важнейшей целью общего образования является всестороннее развитие человека, которое осуществляется посредством организованного учебно-воспитательного процесса, включающего определенные ступени обучения. В настоящее время общеобразовательной становится девятилетняя школа, после окончания которой молодым людям предоставлено право выбора профессии и типа учебного заведения для продолжения образования [4]. В этих условиях задача всестороннего развития человека приобретает еще большую актуальность. В ее решение особый вклад вносят предметы естественнонаучного профиля и, в частности, физика. Изучение курса физики общеобразовательной школы направлено на развитие мышления учащихся, формирование у них научной картины мира, овладение методами познания природы. В связи с этим курс физики основной школы должен способствовать их формированию и содержать теоретические обобщения в виде понятий, законов, идей физической картины мира.

В настоящее время ведутся поиски в разработке содержания и методов обучения, соответствующих поставленным задачам при обучении физике. Эти поиски связаны с процессом создания различных вариативных учебников для школы, направленных на совершенствование методической системы обучения учащихся физике в соответствии с требованиями образовательного стандарта по физике, ориентированного на повышение научного уровня знаний – формирование понятий, законов, идей физической картины мира.

Современная философия, педагогика трактуют научное мировоззрение как наиболее общую, высшую форму общественного сознания, включающую в себя систему философских, экономических и социально-политических взглядов. Совокупность мировоззренческих идей, объясняющих сущность и законы развития природы, общества, мышления оформляется в сознании учащихся в виде взглядов, убеждений, гипотез, аксиом, ведущих идей и ключевых понятий той или иной науки, создающих научную основу объяснения различных естественных и общественных процессов, явлений [5, 7].

Физика как фундамент естественнонаучного образования вносит наибольший вклад в формирование научного мышления и физической картины мира, которая включает систему фундаментальных идей, понятий и законов физики. Как отмечает В.В. Мултановский [6], физическая картина мира является обобщением на уровне концептуальных систем понятий фундаментальных физических теорий, которое служит одним из основных средств формирования научного мировоззрения и способа мышления.

Различают эмпирический и научно-теоретический способы мышления, соответственно эмпирические и теоретические обобщения. Различие эмпирического и теоретического уровней познания связано с глубиной проникновения в сущность явлений. Для теоретического познания исходным является идеализированный объект, представляющий собой некоторую идеальную модель реального объекта, например, материальную точку, идеальный газ, точечный электрический заряд, электромагнитную волну. Теоретическое познание имеет опосредованный характер, не учитывающий непосредственную связь субъекта с реальным объектом. Деятельностью субъекта при этом служат теоретические рассуждения.

Целью эмпирического познания и его формой является факт как субъективный образ объективной реальности (знание о реальности). Оказывается, что само существование факта, его признание и понимание в значительной степени зависят от теоретических предпосылок, положенных в основу обнаружения факта. Поэтому в науке отмечают теоретическую нагруженность фактов, которая вскрывает взаимосвязь эмпирического и теоретического.

Постижение сущности познаваемых объектов осуществляется с помощью логического мышления, которое всегда абстрактно. Оно оперирует определенными логическими образами - обобщениями в форме понятий, суждений, умозаключений.

Понятия, в том числе и физические величины, относятся к содержательным, теоретическим обобщениям. Они характеризуют такую форму мышления, которая призвана отражать сущность явлений и отношение к ним. Классифицируя обобщения по уровням, В.В. Мултановский относит физические понятия к первому уровню теоретического обобщения. Последующие уровни обобщения он связывает с физическими законами, теориями, физической картиной мира.

Закон раскрывает связь между понятиями. Наиболее важные связи между величинами выражаются физическим законом. Примером физического закона служит, например, закон всемирного тяготения Ньютона, согласно которому тела притягиваются друг к другу с силой, модуль которой прямо пропорционален произведению масс этих тел и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.

Естественнонаучные законы являются описательными. Они не утверждают, какими должны быть явления природы, а лишь описывают то, каков действительный характер того или иного явления природы. Слово «закон» используется в тех случаях, когда его применимость проверена в широком классе явлений и имеется четкое представление о том, каковы ограничения и область при¬менения данного закона. Но даже в этом случае при получении новой информации некоторые законы могут быть видоизменены или даже отброшены [3, с. 19; 11].

Так, при изучении газовых законов необходимо понимать, что они применимы для идеального газа, например для воздуха, который является смесью газов. При давлениях, в сотни раз больше атмосферного, наблюдаются существенные отклонения от закона.

Теория представляет такую форму мышления, в которой из нескольких суждений выводится новое суждение. Она содержит обобщенное и систематизированное знание о законах некоторого класса объектов. В физической теории различают следующие компоненты:

– эмпирические предпосылки теории – ее основные факты, данные и результаты их логико-математической обработки;

– главные допущения, идеализации, фундаментальные законы, принципы;

– определение производных физических величин с помощью основных, логические выводы, доказательства;

– эксперимент как проверка выводов и результат практической деятельности;

– философская интерпретация теоретических обобщений [6, 9].

В структуре физической теории различают основание, ядро, следствия, практические приложения. Понятия и законы, составляющие систему знаний физической теории, называются содержательными или теоретическими обобщениями. Так, основными понятиями термодинамики являются макроскопические параметры состояния термодинамической системы, к которым относятся давление, объем, температура; понятие внутренней энергии системы, а, точнее, ее изменение, и др. Ядро теории составляют законы термодинамики – первое начало термодинамики, второе и третье. Идеализированными объектами термодинамики служат термодинамическая равновесная система и термодинамический равновесный процесс.

Физическая картина мира представляет собой модель природы. Она включает в себя предшествующие уровни теоретических обобщений. Составляющими физической картины мира служат физические теории, общенаучные понятия, философские принципы. Как достаточно широкое обобщение физическая картина мира входит в состав естественнонаучной картины мира.

Ниже представлена таблица, в которой приведены фундаментальные физические теории, примеры физических теорий, входящих в состав фундаментальных теорий.

Примеры теоретических обобщений – основных понятий, законов, входящих в физические теории

Физическая теория – система научных знаний	Примеры подсистем – *теорий, входящих в фундаментальную теорию*	Система знаний			Методы
		Основные понятия	Законы	Идеализированные объекты	
Механика	Механика Ньютона	Скорость, ускорение, перемещение, масса, сила, энергия	Определение положения тела с течением времени по заданным начальным условиям. Первый, второй, третий законы Ньютона	*Материальная точка* — объект пренебрежимо малых размеров, имеющий массу. Применяется в случае поступательного движения тела и в случае, когда в изучаемом движении можно пренебречь вращением тела вокруг его центра масс	Координатный, динамический
	Статика	Сила, момент силы, пара сил	Аксиомы статики как следствие основных законов механики	*Абсолютно твердое тело* – тело, расстояния между точками которого всегда остаются неизменными	Графический, статический
	Гидростатика	Сила, давление	Закон Паскаля, закон Архимеда	*Идеальная жидкость* – воображаемая жидкость, лишенная вязкости и теплопроводности	Статический
	Аэростатика	Сила, давление	Закон Паскаля, закон Архимеда	*Идеальный газ* – теоретическая модель газа, в которой не учитывается взаимодействие его частиц (воздух)	Статический

Статистическая физика	Термодинамика	Параметры состояния – давление температура, объем; внутренняя энергия	Уравнения состояния, первое начало термодинамики, второе начало термодинамики, третье начало термодинамики	Термодинамическое равновесное состояние, термодинамический равновесный процесс	Термодинамический
	Кинетическая теория газов	Средние значения скорости, кинетической энергии движения молекул		Идеальный газ	Статистический
Классическая электродинамика	Электростатика	Электрический заряд, сила, элетростатическое поле, напряженность электростатического поля, разность потенциалов	Закон Кулона.	Точечный электрический заряд	Метод научного познания
	Теория электромагнитного поля	Напряженность и индукция электрического и магнитного полей, электрическая и магнитная проницаемость, электропроводность и др	Уравнения Максвелла, принцип суперпозиции полей.	Непрерывное электромагнитное поле	
Квантовая физика	Квантовая механика	Импульс, энергия, момент импульса и др.	Уравнение Шредингера, принцип тождественности	Система материальных точек, взаимодействующих между собой	Статистический

Показана система знаний - теоретических обобщений – в виде примеров основных понятий той или иной теории, законов, а также связь определенной теории с методом познания. Каждая теория имеет свой идеализированный объект [14].

Так, основными понятиями классической механики являются скорость, ускорение, перемещение, масса, сила. Понятие энергии относится к общенаучным понятиям. Оно используется в разных разделах физики. Уравнение движения, законы Ньютона составляют законы механики.

Идеализированный объект классической механики – материальная точка. Основными методами служат координатный и динамический.

Понятия силы, момента силы, пары сил характерны для статики. Аксиомы статики, как следствие основных законов механики, составляют ее закономерности. В качестве идеализированного объекта теории выступает абсолютно твердое тело, а методов – графический, статический.

Теоретические обобщения рассматриваются в границах физических теорий и входят в ее структуру – основание, ядро, следствия, практические приложения. Система знаний, образованная теоретическими обобщениями, изучается во взаимосвязи с методом теории.

Обобщения в виде понятий и законов, входящих в определенные физические теории, были характерны при изучении физики в средней школе. Интерес к обобщенным формам знания, к способу мышления, называемому научно-теоретическим, возник в 40-х - 60-х годах XX в. [12]. В это время задача формирования физических понятий становится стратегической задачей при изучении физики. Конструирование содержания учебников физики для средней школы стало осуществляться на основе понятий, законов, принципов, входящих в такие физические теории, как механика, молекулярная физика, термодинамика, электродинамика, квантовая физика. Надо отметить, что средняя школа была общеобразовательной, и большинство учащихся заканчивали ее. Однако, как отмечают В.Г. Разумовский, Л.П. Свитков и др., формирование физической картины мира и научно-теоретического способа мышления учащихся при изучении систематического курса физики средней школы было не на должном уровне [10, 12].

Можно предположить, что низкий уровень научного мышления учащихся средней школы объяснялся тем, что систематический курс физики изучался на протяжении короткого промежутка времени. Однако процесс формирования научного мышления довольно длительный.

Курс физики основной школы многие десятилетия рассматривался как подготовительный курс к изучению систематического курса на второй ступени обучения физике. При этом учебный материал курса включал физические явления, некоторые понятия и элементы понятий, а также избранные эмпирические закономерности, например, путь, средняя скорость, закон Архимеда – (в механике); виды теплопередачи, теплоемкость, уравнение теплового баланса – (в учебном материале о тепловых явлениях); последовательное и параллельное соединение проводников, законы Ома, Джоуля - Ленца при изучении электрических явлений; закон отражения света – (при формировании знаний о световых явлениях). В качестве методологических знаний были использованы положения молекулярно-кинетической теории и элементы электронной теории в курсе физики основной школы. Однако законы и основные понятия, составляющие физические теории, в курсе физики первой ступени не изучались, а взаимосвязь физического эксперимента и моделирования не рассматривалась, так как формирование физических знаний осуществлялось в основном на эмпирическом уровне.

Проведенные Академией педагогических наук в 70 - 80-е годы XX в. глубокие исследования состояния учебного процесса по физике выявили недостатки в формировании у учащихся научных знаний – общих научных понятий, фундаментальных законов природы, в том числе законов сохранения, элементов гносеологического знания, – которые имеют важнейшее значение для развития научного мировоззрения, осуществления воспитания. Данные исследования вскрыли ряд упущений при изучении физики на первой ступени, например, было отмечено, что не уделяется должного внимания роли теории как источнику нового знания в физике, теоретическим обобщениям в виде понятий, законов.

Существенное изменение педагогических задач при изучении курса физики основной школы привело к тому, что появились учебные комплекты по физике, например, авторов Н. В. Важеевской, С.В. Громова, А.Е. Гуревича, Ю.И. Дика, В.А. Орлова, Н.С. Пурышевой, Г.Н. Степановой и др., отражающие системность знаний, ознакомление с методами познания природы [2, 8]. Анализ учебных комплектов показывает, что в настоящее время ведется интенсивный поиск новых, более совершенных структур курса физики, позволяющих усилить его воспитательную роль путем включения в содержание элементов истории развития науки, методологических знаний.

В современных условиях основной формой знания при изучении физики не только в средней, но и в основной школе, является физическая теория. Такой подход обусловлен, прежде всего, тем, что назрела необходимость формирования уже на ранних этапах обучения физике системных знаний, отражающих различные организации научных знаний – физические теории, их структурирование, взаимосвязь элементов.

Использование систематического курса физики в основной школе позволит разрешить противоречие в формировании научного мышления учащихся, связанного с временным промежутком. Изучив систему понятий, законов, идей физической картины мира в систематическом курсе физики основной школы, учащиеся продолжают изучение систематического курса физики в средней (профильной) школе.

В авторском курсе физики [15, 16] представлена система знаний в виде теоретических обобщений и строится на основе частных теорий. Система знаний включает понятия, законы, некоторые идеи физических теорий и физической картины мира. При этом используются разнообразные средства формирования физической картины мира. Так, при изучении курса учащиеся знакомятся с общенаучными понятиями о материи и простейших формах ее движения, энергии как количественной мере физических форм движения, взаимодействии как основном свойстве объектов, а также делении с точки зрения физики окружающего нас материального мира и Вселенной в целом на мегамир, макромир и микромир. Идея ознакомления учащихся с методами познания природы проходит на протяжении всего курса физики, начиная от вводной главы и заканчивая заключительной главой. Учащиеся знакомятся с эмпирическим и теоретическим методами познания природы на примере физического эксперимента и моделирования. В зависимости от поставленных задач и степени приближения в их решении обсуждается роль моделей в познании природы, использование вариативных моделей. В содержание курса включены примеры проявления материального единства мира в виде изучаемых величин и законов, применяющихся к физическим объектам и явлениям в любой области пространства: энергия, масса, импульс, заряд; законы сохранения энергии, импульса, электрического заряда. Ознакомление с экологическими проблемами, обусловленными достижениями в области техники и производства, также является ведущей идеей курса.

Структура разделов курса отражает научно-теоретический способ мышления. Основой конструирования содержания учебного материала служит система научных знаний, которая отражает определенную физическую теорию. Эту систему составляют экспериментальные факты, модели, понятия, величины, законы, выводы, примеры практического использования в технике. Усвоение элементов системы предполагает познавательную деятельность, характерную для цикла научного познания и адаптированную к циклу учебного познания.

Таким образом, изучение систематического курса физики в общеобразовательных учреждениях способствует формированию научного мышления учащихся, физической картины мира на более ранних этапах обучения физике и их развитию на профильном этапе обучения. Системный характер знаний, отражающий теоретические обобщения в виде понятий, законов, идей физической картины мира в рамках физических теорий, определяет научно-теоретический способ мышления.

Литература

1. Вихман Э. Квантовая физика. Учеб. руковод. Пер. с англ. / Под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. 3-е изд., М.: Наука, 1986, С. 392.

2. Громов СВ. Физика: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений/С.В. Громов, Н.А. Родина. 4-е изд., М.: Просвещение, 2002, С. 158.

3. Джанколи Д. Физика в 2-х т. Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1989, С. 656.

4. 12-летняя школа. Проблемы и перспективы развития общего среднего образования/ Под ред. В.С. Леднева, Ю.И. Дика, А.В. Хуторского. М.: ИОСО РАО, 1999, С. 264.

5. Лихачев Б.Т. Педагогика: Курс лекций/ Учеб. пособие для студентов педагог. учеб. заведений и слушателей ИПК и ФПК. 4-е изд., перераб. и доп. М.:Юрайт, 2000, С. 523.

6. Мултановский В.В. Физические взаимодействия и картина мира в школьном курсе. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1977, С. 168.

7. Основы философии: Учебное пособие для вузов/Рук. авт. колл. и отв. ред. Е.В. Попов. М.: Гуманит. изд. центр Владос, 1997, С. 320.

8. Пурышева Н.С., Важеевская Н.Е. Физика, 7 кл.: Учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. М.: Дрофа, 2001, С. 208.

9. Рузавин Г.И. Научная теория. Логико-методологический анализ. М.: Мысль, 1978, С. 17.

10. Разумовский В.Г. Элементы теории познания в программу средней школы. / В книге «Проблемы формирования теоретических обобщений и вариативных технологий обучения физике», М.: МПУ, 1999, С. 17 - 18.

11. Рейф Ф. Статистическая физика. Учеб. руковод. Пер. с англ. / Под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. 3-е изд. М.: Наука, 1986, С. 336.

12. Свитков Л.П. К методике обобщения знаний на уровне физической теории// В сб. «Проблемы формирования теоретических обобщений и вариативных технологий обучения физике. Педагогический вуз, общеобразовательные учреждения», М: МПУ, 1999, С. 14.

13. Синявина А.А. Формирование теоретических обобщений при изучении физики в общеобразовательных учреждениях. М.:МГОУ, 2005, С. 107.

14. Физика: Энциклопедия./ Под ред. Ю.В. Прохорова. М.: Большая Российская энциклопедия, 2003, С. 944.

15. Хижнякова Л.С., Синявина А.А. Физика: Механика. Термодинамика и молекулярная физика: Учеб. для 7-8 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2000, С. 256.

16. Хижнякова Л.С., Синявина А.А. Физика: Основы электродинамики. Элементы квантовой физики: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учрежд. М.: Вита Пресс, 2001, С. 288.

И.И. ТОПИЛИНА

ИНФОРМАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ: ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

Коренные изменения в общественной жизни России ставят проблему образовательной подготовки учителя. Этого настойчиво требует необходимость воспитания социализированного и культурного человека в условиях коренного изменения информационной среды, опасной по влиянию информационных потоков, и отсутствие научно обоснованной подготовки подрастающего поколения к взаимодействию с этой средой. Преодолеть этот разрыв и использовать воздействие внешней информационной среды в образовательных целях может только педагог, специально подготовленный к такой деятельности. В тоже время, необходимо признать, что профессиональная (по сути информационная) деятельность педагога, опирающаяся в большинстве случаев на вербальные средства обучения, не соответствует сложной информационной системе учащегося. «Возвращением» школьника в реальную, «человеко соразмерную» среду жизнедеятельности и обучением его безопасному взаимодействию с виртуальной реальностью может заниматься педагог, имеющий достаточный опыт работы в информационной среде. Во время обучения в вузе у будущих школьных учителей, необходимо сформировать стойкую готовность сообразовывать, а если возникнет необходимость, то и адаптировать или изменять свою деятельность в связи с развитием информационного общества, педагогической науки и ее передовыми достижениями.

В связи с этим проблема наращивания потенциала знаний под влиянием современного информационного общества, выработки качественно новых образовательных технологий приобретает значение важного педагогического принципа и требует своего всестороннего исследования, что определяется и такими факторами, как:

– широкое внедрение персональных компьютеров и развитие информационных технологий, оказывающих влияние на развитие человека, его мировоззрения, характер взаимоотношений с окружающим миром;

– развитие компьютерных коммуникаций и их влияние на взаимоотношения людей, изменение системы восприятия информации и создание условий, позволяющих манипулировать сознанием людей, изменяя его характеристики.

– стремительное развитие информатизации, которое требует не только компьютерной грамотности, но и определенного уровня информационной культуры, основанной на понимании закономерностей развития информационного общества.

В конце XX - начале XXI века социум энергично пошел по пути развития информационного общества, основой развития которого явилось усвоение и использование информации и знаний. Объем знаний за прошедшее столетие стремительно вырос и составил 1015 - 1016 степени. По расчетам ученых, получены свидетельства, что объем сегодняшних знаний к их показателям в 2025 г., составляют лишь 1% [1]. Столь стремительный прирост технологической и «знаниевой» среды стал приобретать все более глобальные размеры и влиять на развитие всех без исключения стран мира.

Скорость обновлений и изменений форм внедрения информации не могли оставаться незамеченными для системы образования. Стало очевидным, что жизнеспособными в будущем окажутся только те системы, которые сумеют адаптироваться к изменяющимся условиям внешней среды [1]. Причем имеется в виду не только природно-биологическая среда, но и столь же мощно проявляющая себя информационная и техногенная среды.

Образование – целостный процесс, развивающийся в единстве со стремительно изменяющейся окружающей информационной средой общества, и его нужно не только приспосабливать к интенсивно изменяющимся условиям, но и выводить его на новый уровень развития.

Долгое время классическое образование основывалось на модели непосредственного личностного взаимодействия педагога и ученика. Эта модель остается доминирующей и в наши дни, однако в передовых в технологическом отношении странах все явственнее происходит сдвиг, связанный с влияниями информационной среды, которая все более становится источником проблем для современного образования. По сути дела педагоги и учителя всех образовательных уровней под влиянием проходящей во всех сферах жизни общества информационной революции вынуждены сосредоточить свое внимание и на быстро изменяющейся среде и на ее воздействиях на внутренний мир человека, и на выработке адекватных педагогических принципов, соответствующих этому стремительно проходящему процессу.

Вместе с тем, следует отметить, что технизация образования, при всех ее возможных плюсах в плане доступности информации, далеко не всегда способствует росту знаний. Техника оперативно доставляет человеку информацию, необходимую для приобретения знаний, но не сами знания, которые позволяют правильно распорядиться информацией, теми сведениями и фактами, которые он усваивал на протяжении многих лет. Поэтому подлинный смысл образования связан именно с развитием познавательной способности человека.

Сегодня стало очевидным, что инфосфера общества предлагает современному школьнику гораздо больше потоков информации, чем те, которые были доступны их сверстникам в предыдущие эпохи. Для большей части нынешних старшеклассников наиболее активными источниками знаний о мире стали средства массовой информации и коммуникации. Серьезное воздействие СМИ на формирующуюся личность фиксируется психологами и социологами как более действенное, по сравнению с традиционными средствами обучения (Г. Грачев, Д. Леонтьев, В. Хайруллин). Это связано с их практически неограниченными возможностями внедрения информации через все каналы и формы получения её человеком.

Жизнь человека в информационном обществе все более превращается в существование в суперсимволической реальности, в которой он получает информацию о мире в виде предметных образов и делает их достоянием своего собственного сознания в качестве представлений, мыслей, удерживаемых в памяти [6]. Если в традиционных культурах развитие ребенка и молодого человека происходило в непосредственном общении с реальными людьми, объектами культуры и природой – модели непосредственного общения, сознательно контролируемого взаимодействующими людьми, то ныне молодежь развивается в условиях преимущественно «виртуальной реальности», создаваемой СМИ. Значительная часть жизненного мира личности представлена некоторым искусственным миром, в который все чаще погружается человек, и с которым он взаимодействует, причем создается этот мир технической системой, способной не только подавать комплексную стимуляцию на его органы чувств, но и адекватно реагировать на ответные речевые и двигательные действия субъекта, – модель общения опосредованного техническими средствами.

Современные СМИ и технические системы порождают, таким образом, ирреальное техногенно изготовленное пространство, вызывающие у человека, взаимодействующего с ним, вполне реальные переживания и действия, которые, в свою очередь, неадекватны реальной жизненной ситуации [2]. Если в эпоху преобладания бумажных носителей информации человек для достраивания гносеологических образов вынужден был обращаться к окружающей его реальности, все углубляя и расширяя уровни её освоения, то в эпоху информационного общества возникла возможность целостного (визуального, аудиального, динамического и т.д.) представления реальности с заранее заданными проектировщиком свойствами. Это повлекло, с одной стороны, угасание познавательной поисковой активности у учащихся, с другой стороны, создало реальную угрозу превращения человеческого сообщества в объект массового манипулирования со стороны тех или иных заинтересованных кругов.

Вместе с тем надо отметить, что технология навязывания культурных ценностей является в конечном итоге не только мало продуктивной, но и приводит к еще более быстрому их забвению и их утрате. Потому в образовании важность имеет и принцип очеловечивания ценностей в содержании информации, и столь высокую роль сейчас играет принцип проблемного мышления, который помогает молодому человеку осознать смысл и ценность информационных потоков, содержания в них общечеловеческих ценностей (добра, пользы, путей их осуществления в жизни). Но для этого они должны быть приняты на уровне личностного смысла, т.е. поняты, как имеющие значение для личности. Очевидно, что духовно-личностное измерение свойственно любым явлениям обучения и воспитания. Отсутствие же такого отношения снимает и их личностный смысл, низводя его творческое начало к обезличенному «выполнению операций».

К сожалению, школа крайне ограничена в построении соответствующей по силе воздействия образовательной среды из-за отсутствия материальных, методологических, технологических и кадровых ресурсов. Традиционные способы обучения, используют из всего многообразия каналов получения информации преимущественно те, которые оперируют вербальными сигналами (аудиальный, визуальный). Такой способ обмена информацией является наиболее сложным, так как требует значительной активности самого учащегося (в плане использования ресурсов восприятия, мышления, памяти и т.д.). Специфика вербального общения в данном случае является дополнительным фильтром, создаваемым ограничительными свойствами кодировки-декодировки речи. Соответственно, предоставляемая СМИ более доступная образная (имажитивная) информация, проникающая через все возможные каналы на все уровни сознания, зачастую независимо от воли воспринимающего, является более действенной.

Значение информационной среды раскрывается через характер породившей ее культуры. Она накладывает свой ощутимый отпечаток на человека, как через формы взаимоотношений людей, так и через духовное состояние народа, стереотипы его восприятия жизни, ее значения и смысла; роли событий прошлого для современного общества, осознания истории своей страны и ее смыслов для настоящего и будущего. Базой новых информационно-коммуникативных средств обучения, а также создания адекватной информационной среды обучения должен стать такой подход, все компоненты которого наполнены человеческими смыслами, служат человеку, способствуют его культурному развитию. Эти компоненты показывают отношения к человеку как субъекту жизни, способному к самоизменению; к преподавателю – как к посреднику между учеником и культурой, способному, исходя из любой области знания, ввести его в мир культуры и информации, оказать поддержку личности в ее индивидуальном самоопределении в мире информации и культурных ценностей; к образованию – как к культурному процессу, движущими силами которого являются личностные смыслы, диалог и сотрудничество его участников в достижении целей культурного саморазвития [3]. Обучение с применением новых информационно коммуникативных технологий, использование на уроке видео-средств расширяют пространство класса, позволяют каждому увидеть то, что при рассказе учителя он создавал бы средствами своего воображения. Таким образом, экранное изображение оказывает прицельное воздействие на восприятие детей.

В настоящее время образование далеко ушло вперед от той точки, когда в нем преобладала передача культурного опыта в виде логически завершенной системы знаний, нацеленной на создание завершенной научной картины мира [4]. Сегодня обязанности учителя все в большей степени требуют от него умения проектировать информационную среду, адекватную целям полноценного развития учеников, построения условий для роста их знаний, осуществляемого в единстве с их духовным становлением. В соответствии с этим, ведущими педагогическими установками преподавателя являются не столько умение транслировать некий объем необходимой и значимой культурной информации, сколько формировать многомерную способность учеников к осознанному восприятию информации, развивать у них тягу к самореализации личности. Фундаментальными ценностями здесь выступают феномены выбора, свободы, нравственности, самореализации. Они осознаются не как внешние (социальной среды, условий существования, этнических образцов поведения), но как внутренние устои, связанные с личностными структурами (рефлексии, критичности, мотивации и др.). Именно внутренние факторы, в конечном счете, и определяют целеустремленность, интерес, волю к самореализации и самоутверждению личности. [5]. В связи с этим, установки медиаобразования направлены на формирование информационного проблемного поля, насыщенного эвристическими, игровыми, образовательными и другими продуктивными методами педагогического взаимодействия, стимулирующих креативные способности через непосредственное вовлечение в творческую деятельность, восприятие, интерпретацию и анализ структуры медиатекста [6].

Обновление установок современного образования на усиление в нем информационной составляющей, приводящей его в соответствие с уровнем развития информационных технологий общества, требует серьезной профессиональной подготовленности учителей в педвузе, которая должна учитывать серьезное влияние факторов информационной среды общества, целесообразности привлечения той или иной информации в образовательный процесс, ее избирательности и достоверности. Оттенки ее идейного, духовно-нравственного содержания, запечатлевают культуру отношений людей, сказываются на состоянии профессиональной подготовки школьных учителей.

Осознание учителем особенностей развития личности детей в условиях стремительного обновления информационной среды общества предполагает необходимость переориентации с технократических позиций абстрактной эффективности знаний на природу развития творческих способностей человека, на понимание принципиальной важности проблем культуры для современного образования. К сожалению, на сегодняшний день в человеческом обществе, машины и компьютеры, вместо того чтобы быть средством осуществления целей, установленных волей человека, сами становятся целью. Возникает серьезная проблема взаимодействия человека и техники, именно она вызвала в свое время серьезные предостережения у западных философов и психологов таких как, Э. Фромм, М. Хайдеггер, А. Швейцер и др., которые сказали что машина постепенно порабощает человека, рождает роботизированный, «кибернетический тип» личности.

Парадокс сегодняшней ситуации состоит в том, что подготовка студентов в области информатики сугубо математизирована, в ней нет гуманитарного осмысления науки. Для решения этой проблемы нужны специалисты-гуманитарии, которые помогут развивать информатику как метадисциплину. Необходима также адаптация гуманитарного образования к условиям новой информационной среды, построение новой образовательной модели гуманитарного образования, основанной на современных информационных и педагогических технологиях, новом содержании образовательных программ различного уровня и их кадровом обеспечении.

Создание благоприятных условий для формирования информационной среды в образовательном учреждении предполагает осуществление коммуникативно-воспитательных действий со стороны учителя. Они должны быть, с одной стороны, далеки от наставнического морализаторства, от обучения «правильному» поведению и заученным действиям, с другой – быть максимально направленными в сторону понимающего и сопереживающего участия, оказания педагогической поддержки ученику.

Это становится возможным, если у педагога сформирован когнитивно-личностный компонент информационной культуры, который у преподавателя представляет собой систему педагогических знаний, умений и навыков, направляющих специалиста по пути саморазвития, а также совокупность норм и ценностей, его представление о роли и месте информационной культуры в системе педагогических отношений. Признаком сформированной информационной культуры является высокая степень ее вариативности в зависимости от индивидуальных особенностей преподавателя, ситуации взаимодействия, возрастных и индивидуальных особенностей отдельных учащихся и их групп, от технической базы образовательного учреждения.

Другим важным компонентом является деятельностно-личностный компонент информационной культуры учителя-гуманитария, который обеспечивает достижение духовного и нравственного здоровья через личностно-значимую, индивидуально-ориентированную активность как предпосылку развития устойчивых привычек гуманистического образа жизни [3]. Каждый из этих компонентов информационной культуры является необходимым в содержании информационной подготовки будущего учителя, но, вместе с тем, в отрыве от других не является достаточным для успешности последующей самостоятельной педагогической деятельности. Очевидно, что информационная педагогическая культура и информационная составляющая профессиональной культуры учителя могут быть достигнуты лишь при условии, что содержание и методы информационной подготовки в вузе обеспечивают формирование всех названных компонентов. Возросшее значение в ней роли информационной составляющей позволит молодым специалистам самим адаптироваться к новым требованиям образования, изменениям социальной структуры общества и с готовностью ответить на запросы рынка труда.

Литература

1. Долятовский В.А., Касаков А.И., Гамалей Я.В. Фильтрация, усвоение и использование знаний в управлении социальными и экономическими системами. Ростов н/Д. СКНЦ ВШ-РГЭУ-ОГИ, 2003.

2. Грачёв Г. В. Информационная безопасность личности: теория и технология психологической защиты: Дис. д-ра психол. наук. М., 2000.

3. Бондаревская Е.В., Кульневич С.В. Педагогика: Личность в гуманистических теориях и системах. Ростов н/Д., 1999.

4. Оконь В.Н. Введение в общую дидактику. М., 1990.

5. Гребенюк О.С. Педагогика индивидуальности. Калининград, 1995.

6. Федоров А.В., Челышева И.В. Медиаобразование в России: Краткая история развития. Таганрог, 2002.

И.И. ТОПИЛИНА

ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДГОТОВКА УЧИТЕЛЯ КАК ОДИН ИЗ ГЛАВНЫХ ФАКТОРОВ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННОГО ОТЕЧЕСТВЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Конец XX столетия со всей очевидностью показал зависимость развития человеческой цивилизации от быстро развивающихся информационных средств и технологий. Современное общество отводит информации роль важного фактора социального развития, качественно изменившего требования к уровню подготовки специалистов и к обретению членами общества таких качеств, которые позволят полноценно пользоваться достижениями в области информационных и компьютерных технологий. Процессы информатизации всех сфер жизни общества, использование новых коммуникативных технологий, интенсивное развитие Интернет и насыщение информацией мирового образовательного пространства поставили перед отечественной системой образования задачу серьезной и неотложной модернизации.

Способность оперативно работать с большим количеством информации, учиться и переучиваться в течение всей жизни становится одной из базовых компетенций современного человека. В условиях становления информационного общества, мы все чаще убеждаемся, что, подчас, ни в жизни, ни в учебно-воспитательном процессе не удается преодолеть существующий разрыв между темпом и уровнем развития самой культуры и, темпом и уровнем присвоения ее человеком. В связи с этим, учеными дифференцируются два основных методологических подхода к процессу информатизации общества [1]:

– технократический, когда информационные технологии считаются средством повышения производительности труда и их использование ограничивается, в основном, сферами производства и управления;

– гуманитарный, когда информационная технология рассматривается как важная часть человеческой жизни, имеющая значение не только для производства, но и для человека, являясь способом решения проблемы гуманизации человеческого существования.

Важность в нынешней ситуации приобретает состояние информационной составляющей профессиональной подготовки учителей. В наши дни, когда обновление знаний происходит достаточно быстро, и включение в систему мышления человека компьютеров позволяет присоединить к возможностям собственного мозга мощь общечеловеческого интеллекта, сконцентрированного в программах, вводимых в компьютер, обнаруживается громадное расширение интеллектуальных возможностей человека. При этом меняется стиль его мышления, способы общения, оценки себя и окружающих. [2].

Культура, которая представляет собой очень сложное явление, в разных своих проявлениях показывает, что она насквозь информационная и способна транслировать разнообразные смыслы, знания в широком полисубъектном пространстве. Образование в ней является одним из специфических коммуникативных русел. Оно передает от одного субъекта к другому культурные традиции, научное наследие, систему взглядов на мир, личностные смыслы и т.п. [3]. В системе образования знания и жизненные ценности осваиваются через диалог педагога и ученика, в котором постоянно задействована информационная составляющая, передающая информацию и понимание одного человека другим. Компьютер со своей богатой операционной средой способствует диалогу различных культур, который не должен превращаться в монолог. В то же время нерегулируемый диалог может принести с собой отрицательные последствия. Это связано с тем, что информационные технологии, телекоммуникационные сети, многократно расширив рынок информационной продукции, активно внедрились в жизнь общества и стали серьезно вмешиваться, переструктурировать ценностные ориентации людей, и, в особенности, молодежи.

Информационная подготовка учителя должна включать в себя знание и целенаправленный поиск таких культурных стратегий общества, которые возникают как ответная реакция на выхолащивание духовного компонента в развитии рациональной техногенной цивилизации, как осознание необходимости переориентации технического прогресса с природы на человека, как понимание принципиальной неразрешимости важных проблем человечества без решения проблем культуры [4]. Это состояние проецирует новую социально-педагогическую реальность и заставляет искать соответствующие ей иные образовательные модели. Специфика современной педагогической ситуации состоит в том, что разработанная ранее знаниевая система обучения вошла в противоречие с современными условиями. Например, требование общества выйти на качественно новый уровень экономического, политического развития и невозможностью это сделать в силу несовершенства образовательной системы; стремление молодого поколения к новым источникам информации, самовыражению своих способностей с помощью новых технологий и отсутствие в образовательном сообществе возможности реализовать творческий потенциал каждой личности; устоявшееся содержание, формы и методы учебного процесса в вузах и стремление молодых людей по-новому творчески развивать себя; реализация новых задач образования и общий низкий уровень информационной культуры педагогов и т.д. Если в XIX в. основная задача науки и, соответственно, образования состояла в расширении знаний, то в XX столетии на первый план вышла задача объяснения и понимания огромного, накопленного всем предшествующим познавательным опытом фактического материала. В этот переходный период уровень культуры, интеллектуальные технологии и личностные качества человека становятся необходимой основой движения вперед, которая требует новых подходов и приоритетов в решении проблем в области информационного обеспечения образования.

В поле зрения современной информатики должны попасть не только вопросы технологий, но и закономерности возникновения и функционирования разных видов информации, присутствующих в разных видах научного знания и свидетельствующих о многообразии протекающих информационных процессов в обществе [5]. Практика уже неоднократно показывала, что недочеты и ошибки в этой сфере могут вызвать в социальной жизни общества перекосы, грозящие разрушительными эффектами, способными привести к драматическим исходам. История культуры также преподносит убедительные примеры зависимости развития общества от способов использования информации. Поэтому не случайно для истории и образования, что в последней четверти XX века культурные стратегии и способ их осуществления через образовательные системы оказались в центре внимания во всех развитых странах мира и были отнесены к числу приоритетных направлений государственной и межгосударственной политики.

Невиданная до сих пор мобильность содержания и оформления компьютерной страницы способна непредсказуемым образом расширять социокультурный диапазон воздействия заложенного в ней знания. Речь идет о непредсказуемости в смысле перехода от жестко фиксированного текста, характерного для классической письменной культуры, к «мягкому» тексту на экране компьютера с его мгновенной готовностью к трансформации. Принципиально по-иному начинает действовать потенциальная сверхъемкость информации, обеспечиваемая глобальной сетью баз данных, баз знаний и экспертных систем, к которым можно подключить каждую индивидуальную экранную книгу, сделав ее книгой «тысячи и одного автора». Поэтому и информационная составляющая профессиональной культуры будущего педагога должна иметь принципиально иное методологическое и технологическое наполнение.

Дальнейшее развитие информатизации требует не только компьютерной грамотности, но и определенного уровня информационной культуры, основанной на понимании закономерностей развития информационного общества. При этом, в первую очередь, должно измениться понимание сути информатизации и информатики. Уже сейчас под информатизацией понимают не столько внедрение информационных технологий в различные сферы жизни общества, сколько развитие информации, расширение информационных каналов, углубление их связей, усиление их влияния на человека и общество. Информатизация современного научного знания вызвала глубокие социальные изменения, что привело к необходимости переосмысления и сущности самой информатики [6], изменения на нее научных взглядов, выяснения механизмов влияния информатизации на развитие общества, на формирование нового этапа информационной культуры, построение теорий информационного общества и т.д. Поэтому в поле зрения современной информатики должны лежать закономерности возникновения и функционирования всех видов информации, закономерности и последствия информационных процессов в обществе. Изучение информационных процессов, источников и каналов информации позволит глубже понять причины и характер социального поведения, социальных взаимодействий. Дальнейшее развитие информационного общества показывает усиление социального фактора информатики, определяющего ее как гуманитарную науку.

Для большей части нынешних старшеклассников наиболее активными источниками знаний о мире стали средства массовой информации и коммуникации. Воздействие СМИ оказывает на формирующуюся личность более впечатляющее воздействие, по сравнению с традиционными средствами обучения. Это связано с их практически неограниченными возможностями внедрения информации через все каналы и формы получения её человеком. К сожалению, школа крайне ограничена в этом смысле из-за отсутствия материальных, методологических, технологических и кадровых ресурсов. Возникает серьезное противоречие между необходимостью воспитания социализированного и культурного человека и быстрыми условиями изменения информационной среды. Современный учащийся «погружен» в насыщенную разнообразную информационную сферу. Она воздействует на него не только традиционными второсигнальными путями, но и непосредственно на рецепторы (первосигнальным, неосознаваемым путем). Соответственно, предоставляемая СМИ более доступная образная информация, проникающая через все возможные каналы на все уровни сознания, зачастую независимо от воли воспринимающего, является более действенной. Это позволяет утверждать, что профессиональная (по сути информационная) деятельность педагога, опирающаяся в большинстве случаев на вербальные средства обучения, не соответствует сложной информационной системе учащегося. Следовательно, современная образовательная среда не соответствует принципу адекватности среды обучения и не соответствует многообразной информационной среде современного общества.

Высокотехнологичная информационная среда, в которой находится учащийся в наши дни, имеет тенденцию к «освобождению» человека от ответственности за происходящее, к переводу человеческого поведения на уровень машинных программ. Привыкая полагаться на безграничные возможности программируемой техники, человек все реже попадает на позиции, требующие самостоятельного принятия решений, постепенно теряет способность ставить цели и достигать их. Все реже молодой человек прибегает к рефлексии совести, все меньше осознается подрастающими поколениями ответственность за собственную жизнь и развитие общества. В то же время возрастающий объем информации, циркулирующей в современном обществе, быстрая смена способов деятельности в разных областях человеческой жизни актуализируют способность к непрерывному обучению. Поэтому все более острой проблемой для образования становится не «обучить чему-либо», а сформировать, в первую очередь, свойство обучаемости.

Такие характеристики позволяют утверждать, что школе, в условиях глобальной информатизации, требуется не только и не столько повышение качества технологической подготовки учителя к работе с информационно-коммуникативными средствами обучения, но, прежде всего, существенное изменение самой методологии образования. Очевидно, что потребуются изменения в подготовке педагогов. Одним из путей модернизации обучения в педвузе является внедрение в методику преподавания дисциплин достижений информационных технологий и формирование информационной составляющей профессионально-педагогических знаний будущих учителей. Необходимо определение принципов и методов, направленных на ликвидацию неграмотности молодых людей в области информационной безопасности, ориентацию их на информационную компетентность, профессиональную мобильность (в использовании информации, умении ее понимать, анализировать, продуманно использовать), на воспитание их в духе эколого-нравственного императива, способного нейтрализовывать негативные воздействия масс-медиа на детей и подростков. Нужны специалисты, которые способны создать в школе условия для роста и саморазвития школьников на базе использования новых информационно-коммуникативных технологий, смогут противодействовать негативному влиянию средств массовой информации и коммуникаций на сознание и поведение учащихся. В начале XXI века системе образования необходимо учесть вопросы, связанные с дальнейшим развитием информационно-коммуникативной сферы и ее гармоничной интеграции с культурным наследием человечества, с развитием творческого потенциала личности, который придает смысл всей предметно-деятельной сфере жизни человека.

Литература

1. Интернет в гуманитарном образовании. / Под ред. Е.С. Полат. М., 2001.

2. Каракозов С.Д. Информационная культура в контексте общей культуры личности // Пед. информатика. 2000.

3. Батракова С.Т. Педагогическое общение как диалог в культуре // Педагогика. 2002.

4. Гершунский Б.С., Шейерман Р.Л. Общечеловеческие ценности в образовании // Педагогика. 1992.

5. Кузнецов А.А. О концепции содержательной области “Информатика” в 12-летней школе // Информатика и образование. 2000.

6. Матросов В.Л., Жданов С.А. Информационные технологии в процессе подготовки будущего учителя // Проблемы информатизации высшей школы. М., 1998.

И.И. ТОПИЛИНА

ИНФОРМАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ КАК НЕОБХОДИМЫЙ КОМПОНЕНТ ВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГОВ ГУМАНИТАРНО-ЭСТЕТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

В жизни человечества важную роль играет деятельность, не связанная непосредственно с воздействием на материальный мир. Духовная жизнь людей, их межличностные взаимодействия основываются на очень важных категориях прекрасного, возвышенного, должного и справедливого, категориях глубоко продуманных человеком. Соответствующие этим категориям науки принято называть гуманитарными. Информатизация способствует новому синтезу гуманитарных и естественных наук, преодолению их отчуждения друг от друга. Можно с уверенностью говорить о том, что одно из перспективных направлений развития социально-гуманитарных наук сейчас связано с активным внедрением методов и средств информатики. Подтверждением тому стало появление в 1990-х годах «отраслевых» информатик в целом ряде научных областей – в истории, социологии, филологии и т.д.

Однако уже сейчас ясно, что в развитии любой «отраслевой» информатики происходит перекос в сторону прикладных исследований, основанных на практическом применении информационных технологий в социально-гуманитарных науках, в сторону предпочтения логики средств перед логикой содержания гуманитарных исследований. На начальном этапе информатизации в гуманитарных науках как развития и внедрения инструментальных средств это было необходимо и способствовало развитию самих гуманитарных наук. Вместе с тем, логика научного развития такова, что наука, вооруженная более совершенными средствами, приводит к такому ее состоянию, когда возникает необходимость переосмысления первичных категорий, переопределения и уточнения понятий, лежащих в основе самой науки. Современная информационная среда предъявляет новые требования к системе гуманитарного знания. Этот процесс затрагивает как область гуманитарного образования: его методики, технологий и контролирующего аппарата, так и фундаментальных исследований в области гуманитарных наук, где информационные технологии применяются не только на этапе обработки, хранения и кодифицированного анализа традиционного материала, но и становятся самостоятельным объектом гуманитарного исследования.

Информатизация гуманитарных наук позволила выявить глубокие социальные изменения, вызванные процессом информатизации. Это привело к необходимости переосмысления понимания информатики, изменения научных взглядов на саму науку информатику, выяснения механизмов влияния информатизации на развитие общества, на формирование нового этапа информационной культуры, построение теорий информационного общества и т.д. В поле зрения современной информатики должны лежать закономерности возникновения и функционирования всех видов информации, закономерности и последствия информационных процессов в обществе. Изучение информационных процессов, источников и каналов информации позволит глубже понять причины и характер социального поведения, социальных взаимодействий. Необходимость и важность подобных исследований определяется рядом факторов.

Во-первых, внедрение персональных компьютеров, развитие информационных и коммуникационных технологий оказывает заметное влияние на развитие человека, на изменение его мировоззрения, систему личностных ценностей. Погружаясь в виртуальные компьютерные миры, человек сталкивается с необходимостью изменения стиля жизни, образа мышления, характера взаимоотношений с окружающим миром.

Во-вторых, информатизация общества приводит к изменению социальных связей и отношений между людьми. Создание и развитие компьютерных коммуникаций вызывает изменение коммуникационных процессов в обществе, характера коммуникационных взаимодействий. Массовые коммуникации меняют систему социокультурного восприятия информации, позволяют по существу манипулировать сознанием людей, изменяя его характеристики.

Наконец, дальнейшее развитие информатизации требует не только компьютерной грамотности, но и определенного уровня информационной культуры, основанной на понимании закономерностей развития информационного общества. При этом, в первую очередь, должно измениться понимание сути информатизации и информатики. Уже сейчас под информатизацией понимают не столько внедрение информационных технологий в различные сферы жизни общества, сколько развитие информации, расширение информационных каналов, углубление их связей, усиление их влияния на человека и общество. Это приводит к максимально расширенному пониманию информатики как междисциплинарной науки, изучающей в первую очередь закономерности и особенности информационных процессов в обществе и социальные последствия информатизации. Отсюда возникает социальный фактор информатики, определяющий ее как науку гуманитарную или гуманитарную информатику. Такое представление об информатике сейчас все более и более укрепляется в науке. Тем не менее, еще господствует представление об информатике как математической дисциплине, которая изучает лишь технические и технологические вопросы, связанные с информацией. Парадокс сегодняшней ситуации состоит в том, что информатика сугубо математизирована и в ней практически нет гуманитарного осмысления самой науки.

Вместе с тем, уже наработан достаточный научный материал и развита теория информационного общества, которая позволяет говорить о гуманитарной информатике не только как о научном направлении, но и как о системе знаний об информационном обществе, которая может являться базой для подготовки специалистов в этой области. Примером могут служить многочисленные исследования философов, историков, филологов, психологов по гуманитарным проблемам информатики.

С другой стороны, в системе образования сложилась ситуация, когда в области гуманитарной информатики нет специалистов. В России лишь начинаются фундаментальные исследования в области информатизации социальной сферы, практически не изучаются закономерности развития информационного общества, не исследуется в историческом развитии и философском осмыслении понятие информационная культура. И это обстоятельство, прежде всего, сказывается на образовании. Техническое совершенство в области информационных технологий сводится практически на нет в отсутствие соответствующих педагогических средств. А создать такие средства можно только на основе новых методологических принципов из области гуманитарных наук.

Для решения этих проблем необходимы специалисты-гуманитарии, которые помогут развивать информатику как науку, определяющую во всех отношениях развитие современного общества. Необходимо создать систему подготовки кадров – специалистов в области гуманитарной информатики, как науки, изучающей закономерности возникновения и развития информации в обществе, закономерности и последствия информационных процессов в обществе, философию и методологию информационного общества, и самой информатизации как социального явления. Необходима организация и постановка научных исследований в области информатизации путем объединения усилий специалистов в различных гуманитарных областях и в области информатики. Необходимо развивать научные исследования в области исследования влияний информационных технологий в гуманитарном воспитании. В связи с чем актуальность приобретают такие темы, как:

– теория информационного общества;

– проблемы информационной культуры;
– этика и эстетика сетевой культуры;
– информация и ее роль в развитии общества;
– культурно-антропологические аспекты информатизации;
– знание в информационном обществе;
– психология личности в условиях информатизации;
– гуманитарные проблемы информатики.

Назрела необходимость подготовки специалистов-гуманитариев в области информатики, которая учитывала бы как специфику гуманитарных наук, так и накопленный опыт использования информационных технологий в отдельных отраслях гуманитарного знания. Это способствовало бы достижению таких целей, как:

– расширение исследовательского инструментария специалистов-гуманитариев;
– повышение конкурентоспособности выпускников гуманитарных факультетов на рынке интеллектуального труда.

Помимо курса информатики студентам гуманитарных факультетов будут предложены такие учебные курсы как «Информационное общество: теория и практика», «Информационное мировоззрение и информационная культура», «Культурно-антропологические аспекты информатизации», «Язык как информационная модель реальности», «Процессы коммуникации в современном обществе», «Личность в информационном обществе», «Информация и ее роль в развитии общества» и др. Учебно-методическая работа должна быть направлена не только на «информатизацию гуманитариев», но и на расширение гуманитарной, методологической подготовки студентов специальности «информатика». На наш взгляд, еще одна важная проблема в области информатизации связана со специфическим статусом информатики как математической дисциплины, хотя в образовательном стандарте информатика обозначена как гуманитарная специальность. Парадокс сегодняшней ситуации состоит в том, что подготовка студентов в области информатики сугубо математизирована, в ней нет гуманитарного осмысления науки. Для решения этой проблемы нужны специалисты-гуманитарии, которые помогут развивать информатику как метадисциплину. Необходима адаптация гуманитарного образования к условиям новой информационной среды, построение новой образовательной модели гуманитарного образования, основанной на современных информационных и педагогических технологиях, новом содержании образовательных программ различного уровня и их кадровом обеспечении.

Н.В. УРУСОВА

О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГЕОГРАФИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В СТАРШИХ КЛАССАХ ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЫ

Одной из тенденций в развитии системы образования в России в XXI веке является введение в школьный курс математики элементов теории вероятностей и математической статистики. Среди проблем, связанных с указанным процессом, выделяются своей важностью и насущностью следующие:

– разработка методики обучения стохастике в средней школе;

– подготовка школьных учителей к преподаванию стохастики;

– создание методических пособий по данному разделу школьного курса математики.

Решением рассматриваемых проблем в последние десятилетия занимались такие учёные как Бычкова Л.О., Воробьёва С.И., Даданов З.С., Кудратов Ж., Курындина К.Н., Маневич Д.В., Потапов В.Г., Селютин В.Д., Фирсов В.В. и др. Многие из них, в том числе Даданов З.С., Курындина К.Н., Маневич Д.В., Кудратов Ж., уделяли большое внимание межпредметным связям при обучении элементам теории вероятностей и математической статистики, в особенности связям с естественнонаучными дисциплинами. В рамках элективного курса «Основы теории вероятностей и математической статистики» в классах физико-математического и естественнонаучного профилей было бы полезно, с нашей точки зрения, изучить процесс статистической обработки информации на географическом и биологическом материале. Нам хотелось бы обратить внимание на тот факт, что на данный момент в школе в рамках преподавания элементов математической статистики рассматривается чаще всего лишь процесс статистической обработки дискретного ряда. Однако представляется весьма полезным ознакомить учащихся с особенностями обработки интервального ряда данных, тем более что в биологических и географических науках такой ряд встречается едва ли не чаще дискретного. Возникает он если признак не дискретен, или число единиц изучаемой совокупности достаточно велико.

Рассмотрим соответствующий пример на географическом материале. Предположим, что n – число объектов (единиц), x – значение изучаемого признака для i-го объекта, которое в статистике носит название варианты. При простой группировке единиц изучаемой совокупности возникает проблема определения числа групп (k). Если k будет слишком мало, то не выявится закономерность распределения случайного признака; если слишком велико, то случайные изменения исказят форму распределения. На практике число групп часто определяется по формуле

$$k \approx 1+3{,}32\lg n.$$

Несложные вычисления могут привести нас к следующей таблице (см. табл. 1), которую вполне возможно предложить ребятам составить самим.

Таблица 1.

Количество вариант	Число классов
25-40	5-6
40-60	6-8
60-100	7-10
100-200	8-12
Более 200	10-15

В нашем случае получим:

k≈1+3,32lg100=7,64.

Так как число групп целое, логично выбрать k=9 (можно и k=8, но тогда границы классов будут являться дробными числами, что в данном случае нецелесообразно).

Для нахождения *величины одного класса* можно размах вариации разделить на количество классов. В нашем случае величину классового промежутка находим так:

z=(8,6-0,8)/8=0,975.

Для простоты примем z=1.

Таблица 2.

№ группы j	Интервал изменения t	Количество точек f_j	Середина интервала x'_j	$x'_j \cdot f_j$	Накопленная частота V_j	Частость w_j
1	0-1	1	0,5	0,5	1	0,01
2	1-2	8	1,5	12	9	0,08
3	2-3	14	2,5	35	23	0,14
4	3-4	20	3,5	70	43	0,20
5	4-5	24	4,5	108	67	0,24
6	5-6	18	5,5	99	85	0,18
7	6-7	8	6,5	52	93	0,08
8	7-8	5	7,5	37,5	98	0,05
9	8-9	2	8,5	17	100	0,02
Итого		100		431		1

Отметим следующее:

Начало первого класса не обязательно должно совпадать со значением минимальной варианты (ребята сами заметят, что в противном случае часто пришлось бы выбирать неудобные для обработки границы классов).

На правильное построение шкалы для классов нужно обращать большое внимание. Во-первых, необходимо, чтобы все классовые промежутки имели одну и ту же величину. Во-вторых, нельзя допустить, чтобы одна и та же варианта попала в два класса. В данном случае в таблице верхняя граница предыдущего интервала посторяет нижнюю границу следующего. Условимся значения признака, совпадающие со значением верхней границы, включать в последующий интервал.

Процесс вычисления статистических показателей набора данных, сгруппированных в интервальный ряд, во многом отличается от аналогичногго процесса для дискретного ряда данных.

Если данные не сгруппированы в интервальный ряд, *среднее арифметическое* вычисляется по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

где n – число изучаемых единиц, x_i – значение признака i-й единицы. В нашем же случае средняя величина вычисляется как *средневзвешенная* по формуле

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^{k} x'_j \, w_j \quad ,$$

где $\sum_{j=1}^{k} w_j = 1$, w_j – частость, x'_j – значение признака дискретного ряда или середины интервала интервального ряда.

Итак, в данном случае имеем: $\bar{x}$ = 431/100 = 4,31. Таким образом, среднегодовая температура воздуха для изучаемой территории по данным таблицы равна 4,31^{0}С.

Кроме средней арифметической и средней взвешенной, в статистическом анализе исходных данных используют структурные средние: медиану и моду.

Медиана – величина значения признака, делящая ранжированный ряд на 2 равные части. В интервальном случае медиана вычисляется по формуле

$$Me = x_{Me_{\min}} + \frac{0{,}5 \cdot \sum f_j - V_{Me-1}}{f_{Me}} \cdot z,$$

где $x_{Me_{\min}}$ – нижняя граница медианного интервала, f_{Me} – частота в медианном интервале, V_{Me-1} - накопленная частота, предшествующая медианной, z – длина интервала.

Найдём медианное значение среднегодовой температуры воздуха.

$x_{Me_{\min}} = 4$, $f_{Me} = 24$, $V_{Me-1} = 43$, z =1.

Me=4+(50-43)/24·1≈4,29.

Мода – величина признака, которая встречается чаще всего. Для дискретного ряда мода – значение признака с максимальной частотой. Для интервального ряда мода вычисляется по формуле

$$Mo = x_{Mo_{\min}} + \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})} \cdot z,$$

где $x_{Mo_{\min}}$ – нижняя граница модального интервала, f_{Mo} – частота в модальном интервале, f_{Mo-1} – частота, предшествующая модальной, f_{Mo+1} – частота интервала, следующего непосредственно за модальным.

В нашем случае

Mo= 4+ (24-20)/(24-20+24-18) ·1=4,40.

Желательно, чтобы средняя арифметическая и среднее квадратическое отклонение вычислялись с точностью, по крайней мере на один десятичный знак большей, нежели значения отдельных вариант. В нашем случае данные показатели вычислены с точностью до одной сотой.

Рассмотрим простейшие показатели вариации признака – среднее абсолютное отклонение, среднеквадратическое отклонение, дисперсию и коэффициент вариации.

Для обычного ряда *среднее абсолютное отклонение* определяется по формуле

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n},$$

а для интервального, по формуле

$$d = \frac{\sum_{j=1}^{k} |x'_j - \bar{x}| \cdot f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j},$$

где $\bar{x}$ – среднее значение признака, x_i – значение признака i-го объекта, x'_j – середина j-го интервала, f_j – частота в j-м интервале.

По данным таблицы 2 среднее абсолютное отклонение равно 1,36. Это значит, что в среднем среднегодовая температура воздуха в рассматрваемых точках отклоняется от средней по всем точкам на 1,36^{0}С.

В статистике более распространённым является *среднеквадратическое отклонение*, определяемое по формулам

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}}$$ для ранжированного ряда,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{k}\left(x'_j - \overline{x}\right)^2 \cdot f_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j}}$$ для интервального ряда.

В нашем случае $\sigma = 1{,}70$.

Дисперсией называется квадрат среднеквадратического отклонения. Нетрудно доказать (доказательство, на наш взгляд, вполне доступно старшекласснику), что

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \left(\overline{x}\right)^2 .$$

Для данных, приведённых в таблице 2, $\sigma^2 = 2{,}87$.

Из относительных показателей вариации, оценивающих интенсивность вариации, укажем, к примеру, *коэффициент вариации*. Он находится по формуле

$$\nu = \frac{\sigma}{\overline{x}} .$$

Для нашего примера $\nu \approx 39{,}4\%$. Последнее значение свидетельствует о том, что среднее отклонение рассматриваемых значений от среднего составляет 39,4% среднего значения. Заметим, что коэффициент вариации даёт возможность сравнивать изменчивость признаков, выражающихся в различных единицах измерения, и устанавливать различия в степени изменчивости. Учёт изменчивости с помощью коэффициента вариации очень важен при планировании опытов, установлении величины необходимых опытных групп, а также при оценке результатов опытов.

Отметим, что было бы чрезвычайно полезно объяснить ребятам цель составления интервального ряда. Вполне возможно предложить им найти статистические характеристики сначала для данного ранжированного ряда, а затем для интервального, полученного в результате преобразования исходного.

Литература

Архипов Ю.Ф. Математические методы в географии. Чебоксары, 2002, С. 100.

Маневич Д.В. Теория вероятностей и статистика в школьном образовании. Ташкент, 1989, С. 200.

Рокицкий П.Ф. Биологическая статистика. Минск, 1973, С. 320.

Селютин В.Д. Научные основы методической готовности учителя к обучению школьников стохастике. Орёл: ОГУ, 2002, С. 200.

И.М. ЧЕЛЯБОВ, Э.И. ЭФЕНДИЕВ

ОБОБЩЕНИЕ - ТРАНСЛЯЦИЯ КАК МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Под обобщением обычно понимают процесс нахождения в заданных предметах или явлениях общих свойств, признаков или частей, элементов и т.п. В исследованиях психологов и педагогов понятие «трансляция» рассматривается как перенос метода решения с одних задач на другие [5].

Предлагаемый метод заключается в обобщении - переносе метода решения или свойств одних элементов геометрической фигуры (например, высот) на другие (биссектрисы и медианы) при составлении и решении задач.

Рассмотрим вначале задачу, выражающую следующее свойство двух высот треугольника.

Задача 1.

Если в ΔABC высоты AA_1 и BB_1 (или их продолжения) пересекаются в точке O, то около четырехугольника OB_1CA_1 можно описать окружность.

Решение.

Если в ΔABC $\angle C < 90^0$ то точка O лежит внутри треугольника, а при $\angle C > 90^0$ эта точка – вне треугольника. Но независимо от расположения этой точки для четырехугольника OB_1CA_1 выполняется достаточное условие его вписываемости в окружность: равенство суммы двух противоположных углов 180^0 (Действительно, $\angle OB_1C+\angle OA_1C=180^0$)

Обобщая эту задачу, перенося указанное свойство высот на биссектрисы и медианы, получим еще две задачи.

Задача 2.

Существует ΔABC в котором O – точка пересечения биссектрис AA_1 и BB_1 и около четырехугольника можно описать окружность.

Доказать.

Решение.

Так как

$\angle AOB=\angle A_1OB_1=180^0-\dfrac{\angle A+\angle B}{2}=180^0-(90^0-\dfrac{\angle C}{2})=90^0+\dfrac{\angle C}{2}$, то

$\angle C+\angle A_1OB_1=180^0$ при $\angle C=60^0$

Тогда около четырехугольника OA_1CB_1 можно описать окружность.

Задача 3.

В условии задачи 2 слово «биссектрис» заменяют на «медиан».

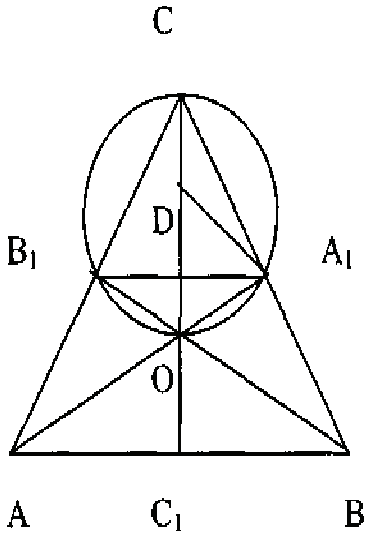


Рис.1

Решение. Пусть в ΔABC медианы пересекаются в точке О. (рис.1). Разделив отрезок $CO=\frac{2}{3}CC_1$ пополам точкой D и соединив ее с точкой A_1 получим ΔODA_1 составленный из $1/3$ частей медиан: $OA_1=\frac{1}{3}AA_1$, $OD=\frac{1}{3}CC_1$, $DA_1=\frac{1}{3}BB_1$ (DA_1 - средняя линия ΔOCB, поэтому

$DA_1=\frac{1}{2}\ OB=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}BB_1=\frac{1}{3}BB_1$)

Тем самым мы доказали дополнительно, что <u>из медиан любого треугольника можно составить треугольник.</u> Около четырехугольника OB_1CA_1 если $\angle COA_1=\angle CB_1A_1=\angle A$ и $\angle COB_1=\angle CA_1B_1=\angle B$ можно описать окружность, так как при этом $\angle B_1OA_1+\angle C=\angle A+\angle B+\angle C=180^0$

Тогда из условия $DA_1\|OB_1$ следует, что $\angle COB_1=\angle ODA_1$, как накрест лежащие при параллельных OB_1 и DA_1 и секущей СО. А так как в ΔODA_1 $\angle DOA_1=\angle A$ и $\angle ODA_1=\angle B$ то $\angle OA_1D=\angle C$, т.е. треугольник, составленный из медиан данного треугольника, подобен данному треугольнику.

В работах [1,2] к этому результату приходят, рассматривая автомедианный треугольник, <u>квадраты сторон которого образуют арифметическую прогрессию</u> ($a^2+b^2=2c^2$, где AB=c, AC=b, BC=a). Желающих ознакомиться с другими интересными свойствами такого треугольника мы отсылаем к известным публикациям [3,4].

Наша практика показывает, что не всегда указанный метод приводит к желаемым результатам. Однако, в процессе их исследования мы приходим к новым свойствам геометрических фигур. Например, известно, что в равнобедренном треугольнике треугольник, вершинами которого являются основания медиан (или высот, биссектрис) является равнобедренным. Для медиан и высот обратные утверждения (условия достаточности) так же верны. (На доказательствах этих несложных утверждений мы не будем останавливаться.)

Транслируя эти достаточные условия на биссектрисы, И.Ф. Шарыгин в своей работе [8] приводит такую задачу: «Про данный треугольник известно, что треугольник, образованный основаниями биссектрис, является равнобедренным. Будет ли верным утверждение, что и данный треугольник является равнобедренным?». Он доказал, что исходный треугольник необязательно равнобедренный, а тупоугольный, но привести пример такого треугольника (со сторонами или углами) не смог.

Нами найдено необходимое и достаточное условие существование такого треугольника: <u>если углы треугольника образуют геометрическую прогрессию со знаменателем 2</u> [7]. Из этого условия нетрудно получить и величины углов: $\frac{\pi}{7}, \frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}$ Заметим, что необходимое и достаточное условие, чтобы треугольник был с такими углами, было известно и принадлежит П.С. Моденову [6]:

$$\begin{cases} bc = a(b+c) \\ bc = c^2 - a^2 \end{cases}$$

где a, Ь, c - стороны треугольника, противолежащие соответственно

углам $\frac{\pi}{7}, \frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}$

В конце приведем пример, как можно транслировать метод решения с частного случая на общий.

Задача 4. В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла меньше биссектрисы наибольшего острого угла. Доказать.

Решение. Пусть в ΔABC $\angle A=90^0$, $\angle B>\angle C$ и O - точка пересечения биссектрис AA_1, BB_1. Докажем, что $AA_1<BB_1$(рис. 2)

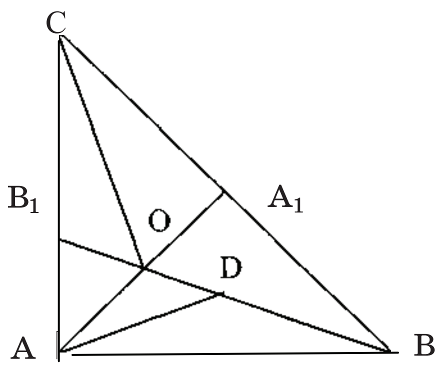


Рис. 2

Если D - середина биссектрисы BB_1 то из прямоугольного ΔBAB_1 следует, что DB_1=DB=DA или BB_1=2AD

В ΔAOD AD – наибольшая сторона, так как она лежит против тупого угла ($\angle AOD=180^0-\frac{\angle A+\angle B}{2}=180^0-(90^0-\frac{\angle C}{2})=90^0+\frac{\angle C}{2}$, поэтому AD>AO).

Тогда с учетом равенства (1) имеем BB_1>2AO (2)

Кроме того, по свойству биссектрисы угла треугольник имеет два равенства:

$$\frac{OA}{OA_1}=\frac{AB}{BA_1}(в\Delta BAA_1 \quad BO-биссектриса) \qquad (3)$$

$$\frac{OA}{OA_1}=\frac{AC}{CA_1}(в\Delta ACA_1 \quad CO-биссектриса) \qquad (4)$$

Из (3) и (4) заключаем, что

$\frac{OA}{OA_1}=\frac{AB}{BA_1}=\frac{AC}{CA_1}=\frac{AB+AC}{BA_1+CA_1}=\frac{AB+AC}{BC}>1,$ то есть $OA>OA_1$ и $BB_1>2OA>OA+OA_1=AA_1$

Задача 5. В тупоугольном треугольнике биссектриса тупого угла меньше биссектрисы наибольшего острого угла.

Решение.

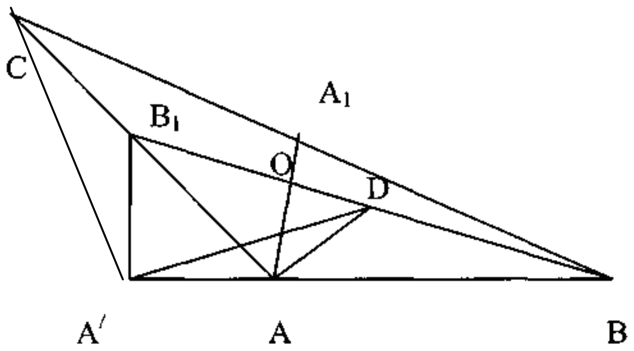


Рис.3

Пусть в ΔABC $\angle A>90^0$, $\angle B<\angle C$ и O точка пересечения биссектрис AA_1 и BB_1. Если точка D – середина BB_1, то из ΔAOD по вышесказанному утверждению следует неравенство AD>AO. Построив прямоугольный $\Delta BB_1A^{|}$ ($\angle A^{|}=90^0$) заметим, что $BB_1=2A^{|}D$, а так как $A^{|}D>AD$ (в $\Delta A^{|}AD$

$$\angle A^{|}AD>\angle A^{|}AA_1=\angle C+\angle B+\frac{\angle A}{2}=\angle C+\angle B+90^0-\frac{\angle B}{2}-\frac{\angle C}{2}=90^0+\frac{\angle B+\angle C}{2}-тупой),$$

$$mo BB_1=2A^{|}D>2AD>2AO>AA_1.$$

Литература

1. Бойчев Г. Някои свойства на автомедианния триъгъаник // Обучението по математике. 1992, №1, С.32 - 36.

2. Зетель С.И. Свойства некоторых треугольников // Математика в школе. 1976, №5, С. 84-86.

3. Изаак Д.Ф. Возникновение новых задач при исследовании задач по геометрии // Математика в школе. 1987, №6, С. 62-65.

4. Изаак Д.Ф. Поиски решения, исследования и обобщения задач по геометрии // Математика в школе. 1998, №2, С. 83-87.

5. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. М.: Просвещение, 1968, С. 280.

6. Моденов П.С. Задачи по геометрии. М.: Наука, 1979, С. 368.

7. Челябов И.М. О некоторых геометрических задачах. Вестник Дагестанского государственного университета. Естественные науки. Вып. 4. Махачкала : ИПЦ ДГУ. 1999, С. 68-71.

8. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии (планиметрия). М.: Наука, 1982. - 160 с.

Т.Ш. ШИХНАБИЕВА

О СЕМАНТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСТАНЦИОННОЙ ФОРМЕ

Основная роль при дистанционной форме обучения отводится доле самостоятельной работы обучаемых. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать информационные и коммуникационные технологии. Процесс обучения с использованием ИКТ является одним из видов информирования, основой которого является семантический диалог системы человек – ПК [1]. В нашей работе обучение с использованием ИКТ мы рассматриваем как информационную семантическую систему, а учебный материал, подлежащий усвоению, как семантическую информацию. Для рассматриваемой системы возникает необходимость решения проблемы формализации семантического диалога, обеспечивающая повышение эффективности ее функционирования.

В свою очередь, для успешного решения указанной проблемы необходимо решить две задачи: формализация процесса информирования и формализация семантической информации [2].

Формализация семантической информации предполагает решение одной из важных задач теории информационных семантических систем, а также искусственного интеллекта - представление знаний. В нашей работе учебный материал представлен в виде семантических сетей, в вершинах которого находятся понятия предметной области, а дуги означают различные связи между ними. В виде семантических сетей представлен непосредственно и сам процесс обучения.

Рассматриваемая в работе технология представления учебного процесса по дистанционной форме обучения позволяет распознавать уровень подготовки обучающихся и их индивидуальные способности к восприятию различных форм представления информации. Следовательно, при такой организации процесса обучения для каждого обучающегося предлагается учебный материал с учетом его индивидуальных способностей.

Использование семантических сетей для моделирования процесса обучения по дистанционной форме позволяет установить также объем усвоенного материала, правильность ответов и решений обучаемого.

Преимущества предлагаемой нами модели процесса обучения особенно значимы при контроле знаний обучаемых.

В процессе обучения необходимо по заранее известным понятиям предметной области построить с помощью ПК семантическую сеть, и далее модель знаний обучаемого сравнивается с моделью в базе данных по искомой теме и тем самым осуществляется контроль знаний обучаемых.

Такая организация контроля знаний способствует обучению, поскольку обучаемые анализируют базовую структуру изучаемых понятий и представлений, связывая с ними новые понятия, осуществляют реорганизацию знаний. По предложенной нами технологии создан учебно-методический комплекс по изучению схемотехнических основ информатики, некоторых разделов математики и физики для дистанционной формы обучения, реализованный в интегрированной среде разработки программ Delphi.

Литература

1. Шихнабиева Т.Ш. Использование семантических сетей для моделирования процесса обучения, Материалы межвузовской конференции - Махачкала, 1995.

2. Шихнабиева Т.Ш. К вопросу использования семантических сетей для моделирования процесса обучения и распознавания, Деп. В ВИНИТИ, М., 1997.

В.Н. ЯХОВИЧ

MICROSOFT POWER POINT И МАТЕМАТИКА

Сегодня много говорится об информатизации школьного образования, в том числе математического. Однако, несмотря на все возрастающее число исследований, ведущихся в этом направлении, учитель все еще не имеет универсального средства, позволяющего проводить занятия с большей эффективностью, чем при традиционном обучении. А частичное и несистематическое использование различных обучающих программ не только не вызывает чувства удовлетворенности ни у педагога, ни у его учеников, но может даже снизить эффективность проводимых занятий, поскольку учащимся каждый раз придется знакомиться с алгоритмом работы с новым программным продуктом. Поэтому говорить о повсеместном внедрении новых информационных технологий (НИТ) в педагогический процесс средней школы пока рано. Но это не означает, что и вовсе следует отказаться от их использования на занятиях.

Так, очень эффективным представляется проведение внеклассных мероприятий, ход которых частично или полностью опирается на применение НИТ. Автором уже были рассмотрены варианты использования логических компьютерных игр при организации подобных занятий [3]. Теперь же хочется показать возможности программы Microsoft Power Point, предназначенной для создания всевозможных презентаций, при организации некоторых внеклассных мероприятий.

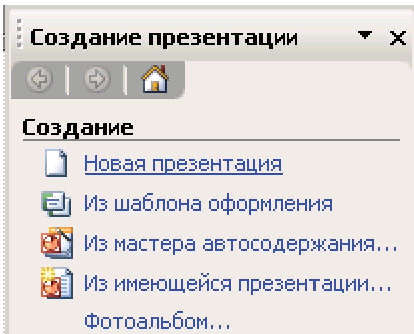
Для тех, кто уже знаком с этим программным продуктом, и кто уверен, что презентации могут пригодиться лишь для иллюстрации теоретического материала, хочется отметить следующее. Конечно, Power Point не имеет мощного средства контроля за выполнением каких-либо заданий. Однако с его помощью можно сконструировать действенный сценарий для проведения всякого рода конкурсов: КВНов, брейн-рингов, математических состязаний и т.п. Трудность лишь в том, что придется предоставить учащимся возможность самостоятельно подсчитывать количество набранных ими баллов. Но вопрос объективности выбора победителя может быть легко разрешен присуждением за верные и неверные ответы определенного числа очков, известного лишь учителю и в каждом случае нового. Тогда честность учащихся легко определяется, о чем их и следует предупредить до начала конкурса.

Зато создание подобного продукта вполне по силам любому учителю, даже знакомому с компьютером лишь поверхностно. А возможности, предоставляемые программой в части оформления и подачи информации столь обширны, что работа с ней доставит удовольствие как учителю при проектировании и создании конкурса, так и школьникам при участии в нем.

Что же необходимо знать и уметь, чтобы сконструировать пригодную для проведения увлекательного мероприятия Презентацию?

Не так уж и много. Если Вы уже умеете набирать текст и оформлять его различными стилями, красиво рисовать и редактировать уже имеющиеся (например, сканированные) иллюстрации, а, главное, не боитесь потратить немного времени на знакомство с возможностями программы Microsoft Power Point, то вы получите незаменимое средство для разработки и проведения красочных, увлекательных и, несомненно, познавательных математических игр.

Рис. 1



Работа с Microsoft Power Point начинается с создания новой Презентации. Для этого следует использовать команду **Создать** из меню **Файл** и выбрать создание **новой презентации, презентации из шаблона оформления, из**

мастера автосодержания или из имеющейся презентации (рис.1.) или просто нажать кнопку Создать панели инструментов.

После выбора команды **Новая презентация** на экране появится ее первый слайд, состоящий из Заголовка слайда и Подзаголовка слайда (рис.2.).

Рис. 2

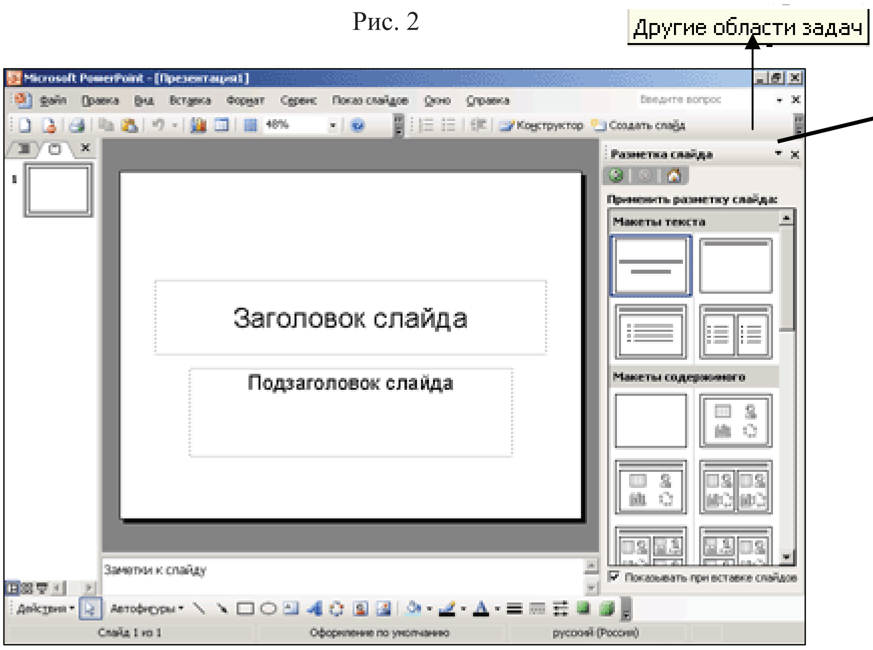
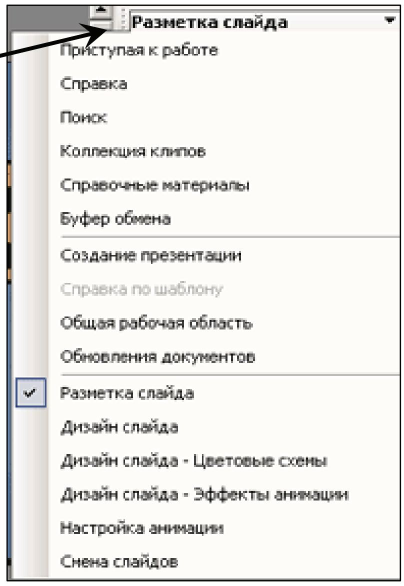


Рис. 3



Чтобы начать его редактирование, необходимо щелкнуть кнопку **Конструктор** на панели инструментов, и затем, из списка **Другие области задач** выбрать **Разметка слайда** (рис.2;3), после чего щелкнуть левой кнопкой мыши по подходящему шаблону разметки. Если структура задуманного Вами слайда несколько отличается от предложенной, Вы всегда можете перетащить элемент в положенное место или удалить его, предварительно выделив щелчком по нему левой клавишей мыши. Кроме того, любой недостающий элемент можно добавить, воспользовавшись соответствующим пунктом меню **Вставка** (рис.4).

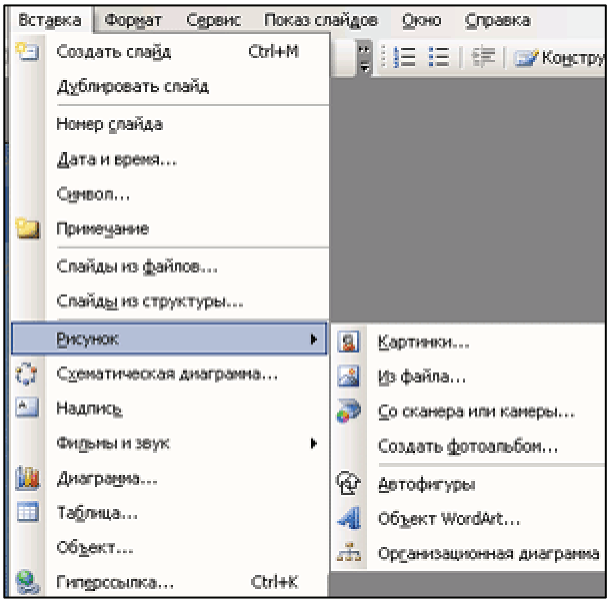


Рис. 4

Ввод и правка текста в Заголовке слайда и текстовых полях, определенных выбранным шаблоном, осуществляется после щелчка по ним левой клавишей мыши. Если Вы воспользовались пунктом **Надпись** из меню **Вставка**, то щелчком мыши следует указать место, с которого следует начинать ввод текста. При добавлении рисунка из файла с помощью соответствующей команды того же меню, в появившемся диалоговом окне открытия файла в поле папка следует выбрать тот каталог, в котором находится Ваш рисунок, выделить его в списке щелчком левой клавиши и нажать кнопку **Вставить.** После чего выбранный рисунок будет расположен в центре, откуда его можно перетащить мышью в любое удобное место слайда.

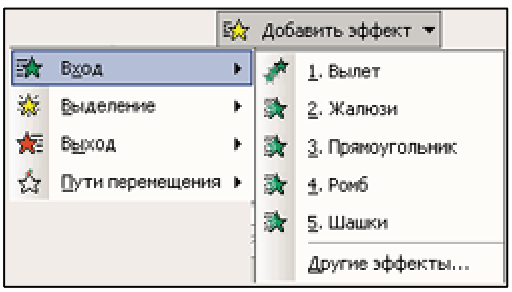


Рис. 5

После того, как создана и отредактирована структура слайда, можно переходить к анимации объектов, для чего следует выбрать из списка **Другие области задач** пункт **Настройка анимации** (см рис.3, вторая строка снизу). Выделив объект, для которого Вы желаете настроить определенный эффект, щелкните по кнопке **Добавить эффект** и из предложенного списка выберите подходящий (рис.5). Свойства добавленного эффекта можно отредактировать в поле **Изменение** (рис.6). Можно настроить время движения, порядок выполнения (по щелчку мыши, вместе с предыдущим или рис.5 после предыдущего действия), количество повторений и другие параметры эффектов.

Придать слайду более профессиональный вид можно, выбрав один из имеющихся шаблонов, предлагаемых пользователю после щелчка по пункту **Дизайн слайда** списка **Другие области задач**.

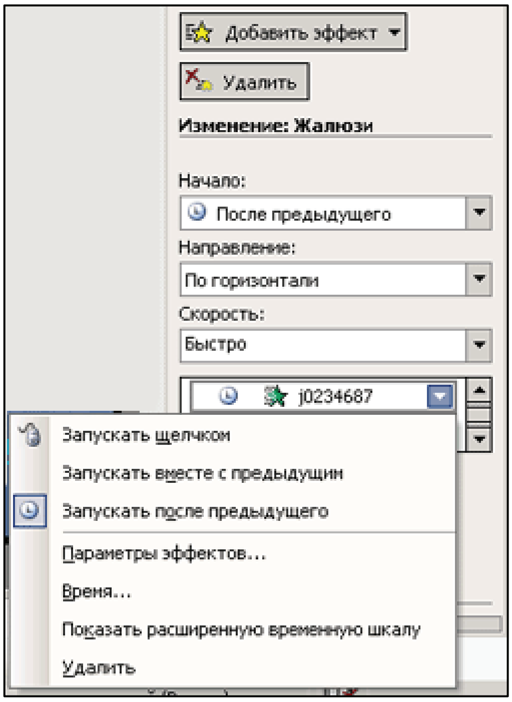


Рис. 6

Отредактировав первый слайд, можно приступать к созданию нового. Это осуществляется выбором кнопки **Создать слайд** панели инструментов (см рис.2).

Когда все слайды созданы и оформлены в соответствии с проектом, следует задать параметры перехода от одного слайда к другому. Здесь существует 4 возможных варианта:

Можно установить время, после которого слайды будут автоматически заменяться последующими, установив флажок в поле **автоматически после** и указав длительность просмотра слайда. Для этого следует выбрать пункт **Смена слайдов** в списке **Другие области задач.**

Можно установить смену слайдов по щелчку мыши, выполнив те же действия, что и в первом пункте, но установив флажок **по щелчку** панели **Смена слайда.**

Можно установить переход к определенному слайду по гиперссылке. Для этого следует в структуру слайда ввести текстовое поле с соответствующей надписью (например, «Далее») и, выделив текст, щелкнуть по нему левой кнопкой мыши и, из появившегося контекстного меню, выбрать пункт **Настройка действия** и в появившемся диалоговом окне на вкладке **По щелчку мыши** или **По наведению указателя мыши** (в зависимости от Вашего пожелания) установить флажок **Перейти по гиперссылке.** Из выпадающего списка можно выбрать слайд, на который Вы хотите осуществлять переход.

Кроме того, аналогичным образом можно настроить переход по гиперссылке на любой файл. Добавить ссылку также можно, воспользовавшись соответствующей командой меню **Вставка**, выбрав предварительно текст гиперссылки.

Замечание. В качестве гиперссылки может выступать любой объект слайда.

И, наконец, можно установить переход к определенному слайду по щелчку управляющей кнопки (рис.7). Настройка перехода осуществляется аналогично тому, как это делается для гиперссылки.

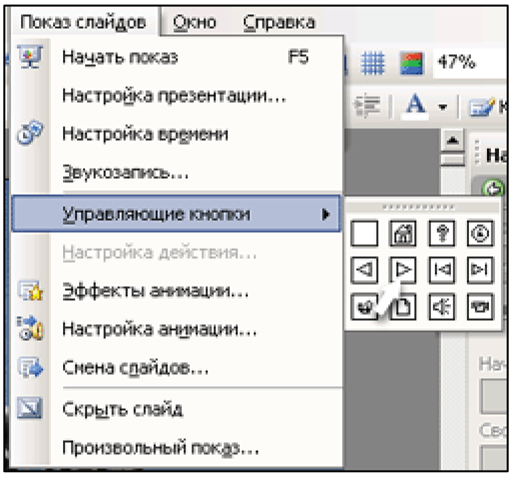


Рис. 7

Кроме того, хочется отметить еще одну важную для математика деталь: Microsoft Power Point позволяет добавлять в структуру слайда любые математические формулы, для чего следует воспользоваться пунктом меню **Вставка.** Выбрав команду **Объект,** в списке **Тип объекта** необходимо дважды щелкнуть пункт Microsoft Equation 3.0 для открытия окна редактора формул. Набрав в нем необходимую формулу, следует закрыть окно редактора, после чего она будет отображена на активном слайде. Редактировать уже введенную формулу можно после двойного щелчка по объекту.

А теперь приведем пример математического состязания, проводимого с использованием Презентации, созданной при помощи Microsoft Power Point.

«ТУРНИР БИЗНЕСМЕНОВ».

Правила игры

Конкурс может проводиться между учащимися как одного, так и двух классов, но одновременно могут соревноваться не более двух команд, поскольку требуется наличие компьютера для каждого члена команды. Отбор игроков происходит на добровольной основе до начала игры. Также заранее избирается капитан – генеральный директор организации, дается задание придумать название новообразованного предприятия. Правда, род деятельности обоих фирм (финансовых организаций) должен быть одним и тем же, например, – два частных банка. Состязание включает в себя 4 тура.

Учитель: – «Наша сегодняшняя встреча несколько необычна. Члены команд представляют некоторые конкурирующие фирмы, которые в упорной борьбе покажут, кто из них имеет больше возможностей для выживания в жестоком мире рыночных отношений. А заодно продемонстрируют, насколько хорошо ими была усвоена тема «Показательная и логарифмическая функции», которую мы недавно изучили. Зрители же будут считаться частными предпринимателями и вкладчиками банков (также делятся на две группы). Иногда им будет предложено оказать соревнующимся посильную помощь, которая будет соответствующим образом оплачиваться. После подведения итогов игры команда-победитель получает пятерки по алгебре. Оценки также выставляются наиболее активным болельщикам.

А теперь начнем наше соревнование.»

Капитаны представляют свои команды.

После чего школьникам предлагается включить компьютеры и открыть файл с Презентацией.

1 тур. «Тест на профпригодность»

Преуспевание любой организации напрямую зависит от квалифицированности ее сотрудников, поэтому перед тем, как принять кого-либо на работу, претенденту предлагают пройти тестирование на профпригодность. От полученных результатов зависит размер будущего оклада сотрудника.

Задания 1 тура.

(Здесь и далее верные варианты ответов подчеркнуты, а в скобках указывается цена ответа)

1. Вычислить: $\sqrt[4]{16}$.

Варианты ответов: а) 4 (0р.); б) -4 (0р.); в) $\underline{2}$ (600р.); г) -2 (0р.); д) не имеет смысла (0р.).

2.Упростить выражение: $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$.

Варианты ответов: а) $-\frac{\sqrt[3]{27}}{2}$ (0р.); б) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{2}$ (0р.); в) $-\frac{9}{2}$ (0р.); г) $-\frac{3}{2}$ (900р.);

д) выражение не имеет смысла (0р.).

3.Сравните числа и выберите верный вариант ответа: $\sqrt[7]{3^2}$ *и* $\frac{1}{3}$

Варианты ответов: а) $\underline{\sqrt[7]{3^2} < \frac{1}{3}}$ (950р.); б) $\sqrt[7]{3^2} > \frac{1}{3}$ (0р.); в) $\sqrt[7]{3^2} \le \frac{1}{3}$ (0р.); г) $\sqrt[7]{3^2} = \frac{1}{3}$ (0р.); д) нельзя сравнить (0р.).

4. Вычислите: $\lg 5 + \lg 20$

Варианты ответов: а) -2 (0р.); б) е (0р.); в) 10 (0р.); г) 5 (0р.); д) <u>2</u> (1025р.).

5. Вычислите $\log_{\sqrt{8}} 32$

Варианты ответов: а) $\log_{\sqrt{8}} 32$ (0р.); б) $\frac{3}{2}$ (0р.); в) 2 (0р.); г) $\underline{\frac{10}{3}}$ (1500р.); д) 4 (0р.).

6. Решите уравнение: $4^{x^2} = \frac{1}{7}$

Варианты ответов: а) $\sqrt{-\frac{\lg 7}{\lg 4}}$ (0р.); б) $\pm\sqrt{\lg\left(6\frac{3}{4}\right)}$ (0р.); в) $\pm\sqrt{\frac{\log_{\frac{1}{10}} 7}{\lg 4}}$ (0р.); г) $\pm\sqrt{\lg\left(-3\frac{6}{7}\right)}$ (0р.); д) <u>решений нет</u> (2000р.).

(Фирма зарабатывает в 10 раз больше, чем платит всем своим сотрудникам. Поэтому, чтобы подсчитать доход организации, следует сложить деньги, заработанные ее сотрудниками, и умножить полученный результат на 10.)

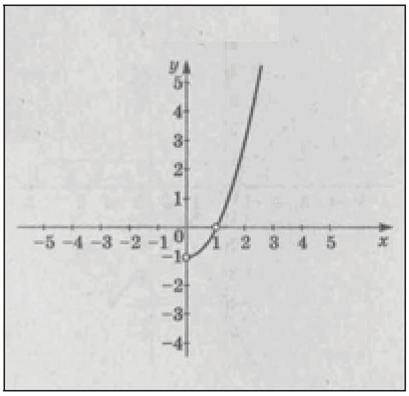
2 тур. «Работать, работать и снова работать!»

Каждый день сотрудники любой организации вынуждены приходить на работу и выполнять свои рутинные обязанности. Задача ваших фирм – приумножать свой доход. Наибольшего эффекта в решении этой проблемы можно достичь коллективным обсуждением встающих перед фирмой задач. А потому, сейчас вы вместе будете выполнять предложенные задания. Каждая задача будет иметь свою цену, а, следовательно, сколько правильных ответов Вы дадите, настолько и возрастет доход Вашей фирмы.

Задания 2 тура.

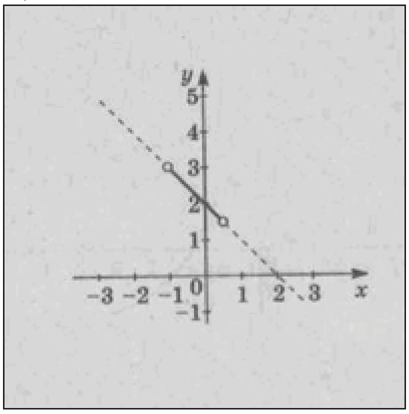
Определите, график какой из предложенных функций изображен на рисунке.

1.



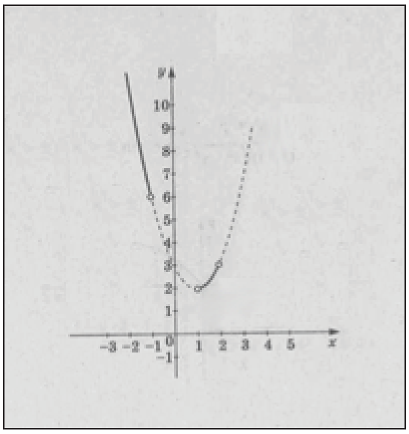
Варианты ответов: а) $y = x^2 - 1$ (0р.); б) $\underline{y = x^2 + \log_x \frac{1}{x}}$ (50000р.); в) $y = x^2 - 1, \quad x > 0$ (0р.); г) $y = \left|x^2 - 1\right|$ (0р.); д) среди а)-г) нет искомой функции (0р.).

2.



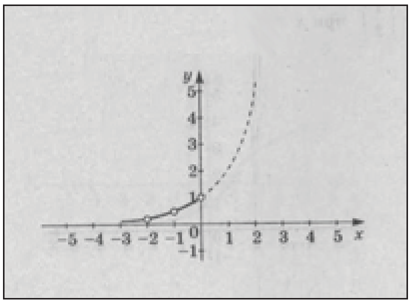
Варианты ответов: а) $y = x^{\log_x (x+1)} - 2x + 1$ (0р.); б) $y = -x + 2$ (0р.); в) $\underline{y = 2^{\log_2 (x+1)} + 3^{\log_3 (1-2x)}}$ (100000р.); г) $y = x + 2,\quad -1 < x < \frac{1}{2}$ (0р.); д) среди а)-г) нет искомой функции (0р.).

3.



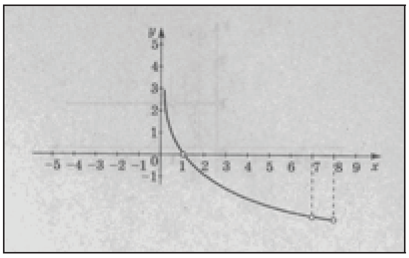
Варианты ответов: а) $y = 2^{\log_2 2(2-x)} + e^{\ln(x^2+1)}$ (0р.); б) $y = 5^{\log_5 (x^2-1)} + 3^{\log_3 (x-1)} + 2^{\log_2 (2-x)}$ (0р.); в) $y = x^2 - 2x + 3,\quad x < 2$ (0р.); г) $\underline{y = 5^{\log_5 (x^2-1)} + 2^{1+\log_2 (2-x)}}$ (90000р.); д) среди а)-г) нет искомой функции (0р.).

4.



Варианты ответов: а) $\underline{y = 2^x + \log_{-x} \frac{x+2}{x+2}}$ (200000р.); б) $y = 2^x,\quad x < 0$ (0р.); в) $y = -\frac{1}{x-2},\quad x < 0,\quad x \neq 2; -1$ (0р.); г) $y = \log_2 (x+2)$ (0р.); д) среди а)-г) нет искомой функции (0р.).

5.



Варианты ответов: а) $y = \log_{\frac{1}{2}} x, \;\; x \neq 1; \;\; 7$ (0р.); б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \;\; x < 8, \;\; x \neq 1; \;\; 7$ (0р.); в) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{-x} \frac{x-1}{x-1}$ (0р.); г) $\underline{y = \log_{\frac{1}{2}} x + \frac{\log_x 1}{\log_3 (8-x)}}$ (250000р.); д) среди а)-г) нет искомой функции (0р.).

3 тур. «Взломщики»

Учитель: – «Представьте себе, что бандиты каким-то способом заполучили ваши секретные сведения и хотят продать их Вашим конкурентам. Ваши агенты узнали, что все бумаги хранятся в сейфе с секретным кодом, разгадать который Вы сможете, лишь правильно выполнив следующее задание.

Сейчас каждому члену команды будет предложено решить по 2 примера. Каждый правильный ответ даст 1 букву шифра. Верно решив все задания Вы сразу сможете разгадать секретный шифр. Если же слово не получилось, т.е. не все задания выполнены верно, то у Вас будет шанс угадать слово, получив подсказку от частных предпринимателей, но учтите, что конкуренты, чтобы не платить бандитам, тоже ищут секретный шифр и от того, кто быстрее отгадает его и будет зависеть доход, приносимый владельцу выкраденных сведений».

Цена отгаданного шифра – 300000р.

Задания 3 тура.

1.Упростите выражение: $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt[4]{2}}$

Варианты ответов: а) $\log_2 6$(к); б) 4(н); в) 0(в); г) <u>3</u>(л); д) нельзя упростить (м).

2.Решите уравнение: $-\lg^2(100x) + \lg^2(10x) = 14 + \lg\frac{1}{x}$

Варианты ответов: а) $-\frac{9}{2}; \;\; 1$ (е); б) $\underline{10^{-\frac{9}{2}}; \;\; 10}$ (о); в)1 (а); г)10 (и); д) решений нет (у).

3.Упростите выражение: $\left(5^{\log_3 5}\right)^{\log_5 3}$

Варианты ответов: а) <u>5</u> (г); б) 3 (в); в) 125 (м); г) $5^{\log_3 5}$ (н); д) нельзя упростить (д).

4.Решите уравнение: $\log_3(3^{x^2-13x+28} + \frac{2}{9}) = \log_5 0{,}2$

Варианты ответов: а) $\frac{13 \pm \sqrt{65}}{2}$ (е); б) 10 (и); в) <u>3; 10</u> (а); г)-3; 10 (ю); д) решений нет (я).

5.Упростите выражение: $4^{3-\log_2 3}$

Варианты ответов: а) $\frac{16}{3}$ (н); б) $\frac{64\sqrt{3}}{3}$ (ш); в) $\underline{\frac{64}{9}}$ (р); г) 576 (в); д) нельзя упростить (ф).

6.Решите уравнение: $7^{\lg x} - 5^{\lg x+1} = 3 \cdot 5^{\lg x-1} - 13 \cdot 7^{\lg x-1}$

Варианты ответов: а) <u>100</u> (и); б) 10^5 (о); в)3 (ы); г) 5 (я); д) решений нет(а).

7.Упростите выражение: $25^{\log_{16} 2 + \log_5 \sqrt{7}}$

Варианты ответов: а) $25^{\log_{21}(2+\sqrt{7})}$ (ц); б) $25^{\log_{21} 2\sqrt{7}}$ (д); в) $\left(\sqrt[4]{5}+\sqrt{7}\right)^2$ (п); г) $\underline{7\sqrt{5}}$ (ф); д) нельзя упростить (к).

8.Решите уравнение: $\lg(\sqrt{6+x}+6)=\dfrac{2}{\log_{\sqrt{x}} 10}$

Варианты ответов: а) $\underline{10}$ (м); б) 3; 10 (н); в) -10; 3 (к); г) -3; 10 (л); д) решений нет (п).

Учитель: – «А пока сотрудники пытаются расшифровать код сейфа, генеральный директор трудится на пользу организации, отыскивая пути новых заработков. Каждое верное решение приносит фирме определенную сумму денег. А потому садитесь за компьютеры и попытайтесь принести организации как можно больший доход».

«Конкурс для директоров».

1. Решите уравнение: $5^x \sqrt[x]{8^{x-1}}=500$

Варианты ответов: а) $2\pm\sqrt{7}$ (0р.); б) 4 (0р.); в) ± 3 (0р.); г) $\underline{3}$ (100000р.); д) решений нет (0р.).

2. Известно, что $\beta=10^{\frac{1}{1-\lg\alpha}}$ и $\gamma=10^{\frac{1}{1-\lg\beta}}$. Найдите зависимость α от γ.

Варианты ответов: а) $\underline{\alpha=10^{\frac{1}{1-\lg\gamma}}}$ (150000р.); б) $\alpha=\gamma$ (0р.); в) $\alpha=10^{10^{\frac{1}{1-\lg\gamma}}}$ (0р.); г) $\alpha=10^{\frac{1}{1-10^{\lg\gamma}}}$ (0р.); д) зависимости нет (0р.).

3. Найдите $\log_{30} 8$, если известно, что $\lg 5=a$ и $\lg 3=b$.

Варианты ответов: а) $\dfrac{3a}{b}$ (0р.); б) $\dfrac{-3a}{b}$ (0р.); в) $\underline{\dfrac{3-3a}{b+1}}$ (100000р.); г) $\dfrac{3}{a+b}$ (0р.); д) $\dfrac{3}{ab}$ (0р.).

4 тур. «Аукцион»

Учитель: – «Каждая из ваших фирм уже заработала некоторый капитал в ходе предыдущих финансовых операций, а теперь у Вас есть возможность еще больше его приумножить. Приобретая что-то на аукционе, Вы вкладываете деньги в выгодные предприятия, которые в будущем принесут Вам определенный доход.

Каждая фирма, по очереди, выбирает сумму вложения. Каждой сумме соответствует определенный вопрос. Обеим командам дается время на его обдумывание. Если команда, выбравшая вопрос, отвечает верно, то получает полную выгоду от вложения. Если же ответ дан неверно, то вторая команда имеет возможность дать правильный ответ. В том случае, когда команды дают неверные ответы, то возможность заработать деньги дается частным предпринимателям, и тогда прибыль делится пополам между ним и той фирмой, за которую он болеет».

Задания 4 тура.

Решите неравенство.

1. $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{8+x}-81}{x^2+2x+5}<0$

Варианты ответов: а) $(-\infty;-12)$ (0р.); б) $\underline{(-12;+\infty)}$ (100000р.); в) $(-\infty;12)$ (0р.); г) $(12;+\infty)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

2. $5^{2\sqrt{x}}+5<5^{\sqrt{x}+1}+5^{\sqrt{x}}$

Варианты ответов: а) $\underline{(0;1)}$ (150000р.); б) $(1;5)$ (0р.); в) $(5;+\infty)$ (0р.); г) $(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

3. $\log_3\dfrac{3x-5}{x+1}\le 1$

Варианты ответов: а) $(-1;+\infty)$ (0р.); б) $[-1;+\infty)$ (0р.); в) $\underline{\left(\frac{5}{3};+\infty\right)}$ (150000р.); г) $(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

4. $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0{,}3 > 0$

Варианты ответов: а) $(-5;+\infty)$ (0р.); б) $\underline{(1;+\infty)}$ (300000р.); в) $(-\infty;-5]\cup(1;+\infty)$; г) $(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

5. $0{,}4^{\log_2^2 x+1} < 6{,}25^{2-\log_2 x^3}$

Варианты ответов: а) $(32;+\infty)$ (0р.); б) $(0;2)$ (0р.); в) $\underline{(0;2)\cup(32;+\infty)}$ (200000р.); г) $(-\infty;2)\cup(32;+\infty)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

6. $\log_\pi(x+27)-\log_\pi(16-2x)<\log_\pi x$

Варианты ответов: а) $\underline{(3;4{,}5)}$ (100000р.); б) $(3;4{,}5)\cup(8;+\infty)$ (0р.); в) $(0;3)\cup(4{,}5;8)$ (0р.); г) $(-\infty;3)\cup(4{,}5;8)$ (0р.); д) решений нет (0р.).

В конце игры подводятся итоги и выставляются оценки победителям и заработавшим наибольшее количество денег болельщикам.

Замечание. При конструировании Презентации для данного конкурса можно пойти двумя путями: во-первых, можно просто оценивать каждый верный ответ соответствующим числом баллов. И тогда суммарный балл придется подсчитывать самим конкурсантам, зато такой вариант программы будет довольно простым, а во-вторых, можно показывать суммарный балл, однако для этого придется создать соответствующее число слайдов презентации, рассматривая каждый из возможных вариантов на отдельном слайде. Второй путь гораздо сложнее в плане технической реализации, но зато более удобен при проведении игры. Примеры слайдов демонстрирующих первый и второй подходы к реализации данного конкурса приведены ниже. Первый из них – цена неверного ответа, второй – верного.

Литература

Кривоногов В.В. Нестандартные занятия по математике: 5-11 классы. М.: Первое сентября, 2003, С. 224.

Сборник задач по математике с решениями. 7-11 кл./ В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемский и др.; Под ред. М.И. Сканави. М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003, С. 624.

Яхович В.Н. Логические компьютерные игры – развлечение или средство повышения интереса к математике?//Современные проблемы преподавания математики и информатики. Материалы международной научно-методической конференции: В 3 ч. – Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л.Н. Толстого, 2004, Ч. II, С. 226-232.

Жураховский С.Н.
Рудзянский А.Л.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ С РЕСУРСОЕМКИМИ ПРИЛОЖЕНИЯМИ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ КЛИЕНТ-СЕРВЕР НА БАЗЕ СЕРВЕРА CITRIX METAFRAME

В условиях современного общества организация учебного процесса немыслима без использования современных технологий, в том числе применительно для средств вычислительной техники и программного обеспечения. В связи с этим работе IT-подразделений отводится важная роль в апробировании и реализации перспективных технических решений. Не менее важными задачами, стоящими перед IT-подразделениями, являются также обеспечение стабильности и надежности работы с программными приложениями, а также целостности информации и скорости передачи данных.

Для образовательных учреждений эти задачи приобретают особенную важность в силу того, что зачастую объем обрабатываемой информации и требования к ресурсам вычислительной техники значительно превышают аналогичные потребности других организаций. Кроме характерных для каждого IT-подразделения проблем, связанных с обеспечением работы штата сотрудников, обеспечивающих функционирование организации, в образовательном учреждении имеются и свои особенности работы, характерные только для данного типа организаций. Во-первых, это обеспечение учебного процесса, учебные классы и работа сервера с программным обеспечением, позволяющим проводить обучение студентов, в том числе и дистанционно. Также следует отметить системы автоматизированного учета успеваемости студентов, правовые информационные системы, системы электронного документооборота, ведение бухгалтерского учета. В образовательных учреждениях в настоящее время помимо стандартных для IT-подразделения задач основными приоритетами являются:

- использование перспективных методик в образовательном процессе с применением современных технологий;
- использование современных методов организации передачи данных;
- грамотное планирование с учетом перспектив развития сети;

Всем этим условиям отвечают технологии терминальных служб, которые, с одной стороны, являются современным и перспективным направлением в развитии распределенных сетей, а с другой стороны, представляют собой достаточно надежные, апробированные решения при работе с «узкими» (до 10 Мегабит в секунду) каналами связи.

Зачастую физически локальная сеть организации не ограничивается пределами одной сравнительно компактной территории, особенно при наличии нескольких зданий или филиалов, находящихся на значительном отдалении друг от друга. В этом случае, для объединения всех филиалов в единое информационное пространство, используются различные каналы передачи данных, а сеть становится распределенной. Реализация каналов может быть различной с точки зрения среды передачи данных, например медная пара, радиоканал, оптоволокно, однако скорость передачи данных независимо от реализации будет значительно ниже, чем в пределах локальной сети здания, либо стоимость доставки данных возрастет настолько, что это окажется неприемлемым. Канал всегда является самым «узким» местом в сети. Соответственно передача больших объемов данных между филиалами посредством канала зачастую значительно замедляет скорость работы конечных пользователей. Кроме того, при планировании развития сети необходимо учитывать пиковые нагрузки на канал, возможность развития в дальнейшем различных сервисов (например, подключение справочно-юридических систем, доступ к головному файловому серверу и т д.).

В связи с тем, что компьютерный парк организации постоянно претерпевает изменения в своем составе, мощность компьютеров весьма разнородная. Наряду с современными рабочими станциями с быстрыми процессорами, большими объемами оперативной памяти и дискового пространства, на которых эксплуатируются самые современные операционные системы и другие программные продукты, в сети, как правило, присутствуют и рабочие станции 3-5 летней давности. Даже операционные системы на различных рабочих станциях, как правило, различны. Это часто приводит к проблемам в использовании общего программного обеспечения в связи с конфликтом версий и неоднородности программных продуктов, а также усложняет обеспечение информационной безопасности сети в целом. При планировании дальнейшего развития локальной сети необходимо учитывать подобные моменты.

Для грамотного осуществления планов развития сети и использования существующего оборудования, необходимо, во-первых, оценить имеющиеся в наличии ресурсы и мощности вычислительной техники, посчитать ресурсоемкость используемых программных приложений и пропускную способность существующих каналов передачи данных.

Московский государственный областной университет в своей структуре содержит 6 учебных корпусов, расположенных на значительном удалении друг от друга, и частично связанных между собой волоконно-оптическими каналами. На данный момент времени объединены корпуса 1, 2 и 5. В перспективе планируется объединение всех корпусов в единое информационное пространство. Однако, даже на существующем этапе реализации, заметно значительное увеличение времени отклика при передаче по «узкому» каналу больших объемов данных. В частности, по существующему 2-Мегабитному каналу между 1 и 5 корпусами Московского государственного областного университета производится передача данных IP-телефонии, Интернет-контента, информационно-правовых систем, данных общего пользования и автоматизированной системы учета процесса обучения студентов, а также сервисный обмен данными между серверами.

Таким образом, при существующей системе передачи данных пиковая нагрузка канала значительно превышает его пропускную способность. Для решения данной проблемы были рассмотрены различные варианты, в том числе: увеличение ширины канала, ограничение времени работы пользователей, закупка дополнительного программного обеспечения для переноса существующих баз данных на технологию распределенного доступа, и др.

Поскольку Московский государственный областной университет переходит на полностью автоматизированную систему учета процесса обучения студентов, начиная с поступления, и заканчивая выдачей диплома, главной задачей становится наполняемость базы данных студентов и оперативная работа с ней. В процессе ввода новой информации объем базы данных постоянно увеличивается, что приводит к значительному замедлению работы конечного пользователя, подключенного к базе данных через «узкий» канал. В подобных случаях целесообразно применение технологи терминальных служб.

Наиболее приемлемой в данной ситуации оказывается применение технологии терминальных служб, позволяющая при незначительных материальных затратах значительно увеличить (более чем в 10 раз) производительность работы конечного пользователя. Работа существующей сети не нарушается, тестирование и переход на новую технологию происходят в рабочем режиме с возможностью учета требований каждого конечного пользователя. При этом вся установка и настройка клиентского программного обеспечения производится методами удаленного администрирования.

При помощи терминальных служб выполнение того или иного программного приложения, обрабатывающего большие объемы данных, переносится с компьютера пользователя на центральный сервер. Между клиентом и сервером по каналу связи передается только информация для экрана, клавиатуры и мыши, что значительно уменьшает информационную нагрузку на «узкий» канал.

Технология служб терминалов Microsoft давно известна и апробирована во многих компаниях. Основными ее достоинствами для установки являются: полная интегрируемость в операционную систему Windows, легкость установки и, при необходимости, ее масштабируемость путем установки дополнительных серверов терминалов, объединенных в единое логическое пространство. Исторически служба клиентов терминалов разрабатывалась Microsoft совместно с компанией Citrix, поэтому служба серверов терминалов Citrix на сегодняшний момент является наиболее надежным, легким в использовании и простым в установке терминальным программным обеспечением, базирующемся на платформе Windows.

Поскольку специалисты компании Citrix не только участвовали в разработке терминальных служб компании Microsoft, но и по заключенной договоренности продолжают свои собственные разработки в данном направлении, использование системы терминальных клиентов Citrix является с одной стороны стандартным решением для работы с терминальными службами Windows, а с другой стороны предоставляет значительно более широкие возможности для удовлетворения потребностей клиентов и специалистов по администрированию.

Установка системы служб терминалов Citrix осуществляется только после установки служб терминалов Windows, то есть используются существующие встроенные возможности системы, которые не нарушают целостности работы стандартных приложений, обеспечивают отказоустойчивость и не вызывают конфликтов с базовыми приложениями. Наряду со стандартными протоколами Windows Citrix может также работать по своим собственным протоколам, а также использовать Web-интерфейс, что значительно повышает удобство работы удаленных клиентов. Кроме того, постольку Citrix позволяет использовать различные настройки при шифровании передаваемых данных, его легко можно настроить для использования в различных ситуациях, таких как передача по открытым и слабозащищенным каналам связи. Все больше компаний рассматривают технологию «тонких» клиентов Citrix как средство решения стоящих перед ними задач для предоставления клиентам доступа к определенным приложениям через «узкие» каналы связи.

Для увеличения скорости работы приложений, конечно, можно пойти экстенсивным путем, то есть: расширить пропускную способность канала, увеличить количество серверов, приобрести либо разработать программное обеспечение, удовлетворяющее требованиям работы с каналами различного типа. Однако при использовании технологии терминальных служб достигается сопоставимый результат без дополнительных материальных затрат. Единственное требование к внедрению подобной технологии – оценка мощности существующих серверов с учетом возрастающих требований при дальнейшей эксплуатации в зависимости от количества программных приложений, использующих данную технологию и подключаемых конечных пользователей.

Основная задача при любом изменении или переносе программного приложения состоит в обеспечении сохранности данных и непрерывности работы остальных пользователей. Установка терминальных служб, не нарушая сложившейся системы работы пользователя, позволяет протестировать и запустить в терминальном режиме любое приложение, кроме того, в случае нарушения функционирования терминального клиента пользователь всегда может вернуться к работе с приложением в старом режиме.

Тестирование в режиме терминала производится однократно для единственного клиента, после чего все настройки могут быть применены ко всем клиентам одновременно. Таким образом, за исключением периода времени, необходимого для настройки и тестирования единичного клиента, развертывание сети приложений, построенных на основе службы терминалов, может быть осуществлено за значительно более короткое время по сравнению с типовой сетью.

Поэтому при условиях недостаточной мощности рабочих станций, «узких» каналов или удаленности клиента, большого объема обрабатываемой информации, имеет смысл использовать сервер терминалов.

Перенос выполнения приложения на сервер с пользовательского компьютера дает ряд преимуществ для работы. Во-первых, это стандартизация выполняемых приложений, даже для рабочих станций, для которых невозможно установить и использовать, например, последнюю версию офисных приложений из-за аппаратных ограничений, становится возможным работать с программными продуктами последней версии, не прибегая к конвертированию данных. Таким образом, можно продлевать жизнь морально устаревшим компьютерам, не прибегая к дорогостоящей замене компьютерного парка.

Также часто бывает, что приложение на стороне пользователя настроено либо неправильно, либо нестандартно, либо без учета требований к конкретной задаче или данным, в таком случае требуются значительные усилия по выявлению и устранению означенных недостатков. Подобных проблем не наблюдается у пользователей сервера терминальных служб, поскольку все они используют одну и ту же версию приложения, а настройка его конфигурации производится централизованно, на стороне сервера, и может быть изменена как для отдельного пользователя, так и для всех пользователей одновременно. Сам же пользователь не в состоянии ничего изменить в настройках терминального приложения, что обеспечивает дополнительную надежность и отказоустойчивость при работе.

Надежность работы с сервером терминальных служб Citrix Metaframe, помимо всего прочего, обеспечивается также следующими факторами:

Каждый сеанс пользователя работает независимо друг от друга. Ресурсы системы, выделяемые каждому сеансу, недоступны для других. Таким образом, никакой пользователь не может повлиять на работу других пользователей, и даже в случае возникновения каких-либо проблем с одним из пользователей это никоим образом не повлияет на работу других.

Одним из самых приятных особенностей Citrix Metaframe является интеграция локального и удаленного буферов обмена. Другими словами, данные, появляющиеся в окне пользователя клиента терминалов, можно через буфер обмена передавать в любое приложение на локальном компьютере. Кроме того, пользователь из активного окна терминала имеет доступ к своему локальному диску, к диску сервера терминалов, к портам локального компьютера и к сетевым и локальным принтерам на своем компьютере. Принтер, настроенный по умолчанию на компьютере пользователя, становится принтером по умолчанию в рабочем окне терминала, что облегчает настройку клиента. Таким образом, работа с активным окном терминального клиента ничем не отличается от работы с обычным приложением Windows.

По результатам развертывания сервера терминалов производится корректировка планов дальнейшего развития локальной вычислительной сети. Как показывает практика, объем информации в локальных сетях образовательного учреждения имеет стойкую тенденцию к увеличению. Размер информационных баз постоянно увеличивается, что приводит к возрастанию нагрузки на локальную сеть, кроме того, увеличивается и количество сервисов в локальной сети, растет число пользователей, ежедневно активно использующих в работе Интернет, да и просто возрастает количество рабочих станций. Поэтому развертывание сервера терминалов в локальной сети производится не только для решения конкретной задачи (в данном случае возможности работы с базой данных значительных размеров через оптоволоконный канал), но и с учетом роста потребностей конечных пользователей в связи с развитием локальной сети.

Резюмируя все вышесказанное, можно сделать вывод, что использование сервера терминальных служб в локальных сетях на базе Windows дает значительный прирост в скорости выполнения приложений, способствует стандартизации программных средств, а также зачастую является единственным решением при работе с ресурсоемкими приложениями через «узкий» канал. Невысокая стоимость и относительная простота развертывания сервера терминалов позволяют рекомендовать его для использования в локально-вычислительных сетях образовательных учреждений.

ВЕСТНИК

Московского государственного областного университета

Серия "ФИЗИКА - МАТЕМАТИКА"

№1

Подписано в печать: 27.03.2006г.
Формат бумаги 60x86 $/_8$. Бумага офсетная. Гарнитура "SchoolBookC".
Уч. – изд. л. 8, Усл.п.л. 10. Тираж 500 экз. Заказ №87.

Издательство МГОУ
105005, г. Москва, Радио, д. 10-а,
т. 256-41-63, факс 265-41-62.

Условие приема статей на сайте МГОУ: www.mgou.ru