



ISSN 2072-8387 (print)
ISSN 2310-7251 (online)



Вестник

МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

**ФИЗИКА-
МАТЕМАТИКА**

ОСОБЕННОСТИ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛА ПОТОКОМ,
СОДЕРЖАЩИМ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫЕ КАПЛИ

ДИСПЕРГАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОПЛЁНОК
ПРИ ЛАЗЕРНОМ СКАНИРОВАНИИ



2022 / № 1

ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 2072-8387 (print)

2022 / № 1

ISSN 2310-7251 (online)

серия

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА

Рецензируемый научный журнал. Основан в 1998 г.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» включён в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук» Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации (См.: Список журналов на сайте ВАК при Минобрнауки России) по следующим научным специальностям: 01.04.02 – Теоретическая физика (физико-математические науки); 01.04.07 – Физика конденсированного состояния (физико-математические науки).

The peer-reviewed journal was founded in 1998

«Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics» is included by the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation into “the List of reviewed academic journals and periodicals recommended for publishing in corresponding series basic research thesis results for a Ph.D. Candidate or Doctorate Degree” (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation) on the following scientific specialities: 01.04.02 – Theoretical physics (physical-mathematical sciences); 01.04.07 – Physics of the condensed state (physical-mathematical sciences) (See: the online List of journals at the site of the Supreme Certifying Commission of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation).

ISSN 2072-8387 (print)

2022 / № 1

ISSN 2310-7251 (online)

series

PHYSICS AND MATHEMATICS

BULLETIN OF THE MOSCOW REGION
STATE UNIVERSITY

Учредитель журнала

«Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика»

Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области

Московский государственный областной университет

Выходит 4 раза в год

Редакционная коллегия

Главный редактор:

Бугаев А. С. – д. ф.-м. н., академик РАН, Московский физико-технический институт (Государственный университет)

Заместитель главного редактора:

Кузнецов М. М. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет

Ответственный секретарь:

Чукаловская Е. М. – Московский государственный областной университет

Члены редакционной коллегии:

Беляев В. В. – д. т. н., проф., Московский государственный областной университет;

Боголюбов Н. Н. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

Бугримов А. Л. – д. т. н., проф., Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство);

Гладков С. О. – д. ф.-м. н., проф., Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);

Емельяненко А. В. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;

Жачкин В. А. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет;

Калашников Е. В. – д. ф.-м. н., проф., Московский государственный областной университет;

Осипов М. А. – д. ф.-м. н., проф., Университет Стратклайд (Великобритания);

Рыбаков Ю. П., – д. ф.-м. н., проф., Российский университет дружбы народов;

Чаругин В. М. – д. ф.-м. н., проф., Московский педагогический государственный университет;

Чигринов В. Г. – д. ф.-м. н., проф., Гонконгский университет науки и технологий (Китай)

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

Рецензируемый научный журнал «Вестник московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика» публикует статьи по математическим проблемам термодинамики, кинетики и статистической физики; теории конденсированного состояния классических и квантовых, макроскопических и микроскопических систем; изучению различных состояний вещества и физических явлений в них; статистической физике и кинетической теории равновесных и неравновесных систем; теоретическому и экспериментальному исследованию физических свойств неупорядоченных неорганических систем; изучению экспериментального состояния конденсированных веществ и фазовых переходов в них. Журнал адресован ученым, докторантам, аспирантам и всем, интересующимся достижениями физико-математических наук.

Журнал «Вестник Московского государственного областного университета. Серия «Физика-математика» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Регистрационное свидетельство ПИ № ФС 77-73344.

Индекс серии «Физика-математика» по Объединенному каталогу «Пресса России» 40723

Журнал включён в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), имеет полнотекстовую сетевую версию в Интернете на платформе Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru), с августа 2017 г. на платформе Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (<https://cyberleninka.ru>), а также на сайте Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru).

При цитировании ссылка на конкретную серию «Вестника Московского государственного областного университета» обязательна. Публикация материалов осуществляется в соответствии с лицензией Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

Ответственность за содержание статей несут авторы. Мнение автора может не совпадать с точкой зрения редколлегии серии. Рукописи не возвращаются.

Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. – 2022. – № 1. – 64 с.

© МГОУ, 2022.

Адрес редакции:

г. Москва, ул. Радио, д.10А, офис 98

тел.: (495) 780-09-42 (доб. 6101)

e-mail: info@vestnik-mgou.ru; сайт: www.vestnik-mgou.ru

Founder of journal
«Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics»
Moscow Region State University

————— Issued 4 times a year —————

Editorial board

Editor-in-chief:

A. S. Bugaev – Doctor of Physics and Mathematics, Academician of RAS, Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

Deputy editor-in-chief:

M. M. Kuznetsov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

Executive secretary:

E. M. Chukalovskaya – Moscow Region State University

Members of Editorial Board:

V. V. Belyaev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Region State University;

N. N. Bogolyubov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

A. L. Bugrimov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kosygin State University of Russia;

S. O. Gladkov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University);

A. V. Emelyanenko – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lomonosov Moscow State University;

V. A. Zhachkin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow Region State University

E. V. Kalashnikov – Doctor of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;

M. A. Osipov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Strathclyde University (Glasgow, UK);

Yu. P. Rybakov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, RUDN University;

V. M. Charugin – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Moscow State Pedagogical University;

V. G. Chigrinov – Hong Kong University of Science and Technology (China)

ISSN 2072-8387 (print)

ISSN 2310-7251 (online)

The reviewed scientific journal “Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics” publishes articles on mathematical problems of thermodynamics, kinetics and statistical physics; the theory of the condensed state of classical and quantum, macroscopic and microscopic systems; the study of various states of substance and physical phenomena in them; statistical physics and the kinetic theory of equilibrium and non-equilibrium systems; theoretical and experimental research of physical features of disordered inorganic systems; the study of the experimental state of condensed substances and phase transitions in them. The journal is addressed to scientists, doctoral students, PhD students and everyone interested in the achievements of physical and mathematical sciences.

The series “Physics and Mathematics” of the Bulletin of the Moscow Region State University is registered in Federal service on supervision of legislation observance in sphere of mass communications and cultural heritage protection. The registration certificate ПИ № ФС 77 – 73344.

Index series «Physics and Mathematics» according to the union catalog «Press of Russia» 40723

The journal is included into the database of the Russian Science Citation Index, has a full text network version on the Internet on the platform of Scientific Electronic Library (www.elibrary.ru), and from August 2017 on the platform of the Scientific Electronic Library “CyberLeninka” (<https://cyberleninka.ru>), as well as at the site of the Moscow Region State University (www.vestnik-mgou.ru)

At citing the reference to a particular series of «Bulletin of the Moscow Region State University» is obligatory. Scientific publication of materials is carried out in accordance with the license of Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY).

The authors bear all responsibility for the content of their papers. The opinion of the Editorial Board of the series does not necessarily coincide with that of the author Manuscripts are not returned.

Bulletin of the Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. – 2022. – № 1. – 64 p.

© MRSU, 2022.

The Editorial Board address:

10A Radio st., office 98, Moscow, Russia

Phone: (495) 780-09-42 (add. 6101)

e-mail: info@vestnik-mgou.ru; site: www.vestnik-mgou.ru

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

- Амелюшкин И. А.* Особенности обтекания тела потоком, содержащим
переохлаждённые капли 6
- Вековищев М. П., Кирсанов Е. А, Кривошапова О. В.* Неньютоновское
течение магнитореологической жидкости 16
- Саркисов С. Э., Юсим В. А. , Клосс Ю. Ю., Сазыкина Т. А., Юсим Ф. А.,
Кондратьев К. В.* Выращивание монокристаллов флюорита методом
инерционного градиентного охлаждения расплава 26
- Кулешов П. С., Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д.* Диспергация металлических
наноплёнок при лазерном сканировании. 41
- Метальникова Е. Д., Константинова И. С., Калашиников Е. В.*
Моделирование рассеяния солнечного света каплей 52

CONTENTS

PHYSICS

- Amelyushkin I. A.* Features of a flow with supercooled drops around a body 6
- Vekovishchev M. P., Kirsanov E. A., Krivoschapova O. V.* A non-Newtonian flow of a magnetorheological fluid. 16
- Sarkisov S. E., Yusim V. A., Kloss Y. Y., Sazykina T. A., Yusim F. A., Kondratiev K. V.* Growing fluorite single crystals by the method of inertial gradient solidification of the melt. 26
- Kuleshov P. S., Kuznetsov M. M., Kuleshova Yu. D.* Dispersion of metal nanofilms during laser scanning 41
- Metalnikova E. D., Konstantinova I. S., Kalashnikov E. V.* Modeling of the scattering of sunlight by a drop 52

ФИЗИКА

УДК 532.529:536.24

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-6-15

ОСОБЕННОСТИ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛА ПОТОКОМ, СОДЕРЖАЩИМ ПЕРЕОХЛАЖДЁННЫЕ КАПЛИ

Амелюшкин И. А.

*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) 141701, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, Российская Федерация
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского 140180, Московская обл., г. Жуковский, ул. Жуковского, д. 1, Российская Федерация*

Аннотация

Цель: систематизировать результаты теоретических и экспериментальных исследований по обтеканию затупленного тела потоком газовой среды, включающей переохлажденные капли.

Процедуры и методы. Используются методы компьютерного моделирования и экспериментальные данные при проведении численных расчетов.

Результаты. Дана классификация режимов обтекания затупленного тела потоком газовой среды. Систематизированы в виде диаграммы области применимости различных методов исследования в зависимости от характерных размеров тела, капель и числа Кнудсена. Найдена область при обтекании передней кромки крыла, в которой переохлажденные капли не будут кристаллизоваться при ударе о поверхность.

Теоретическая и практическая значимость: Результаты могут быть использованы в моделировании обледенения и послужить основой в борьбе с этим неблагоприятным явлением.

Ключевые слова: метастабильные капли, режимы обтекания, устойчивость переохлажденного состояния

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19–29–13024 и № 19–29–13016.

FEATURES OF A FLOW WITH SUPERCOOLED DROPS AROUND A BODY

I. Amelyushkin

Moscow Institute of Physics and Technology

Institutskii pereulok 9, Dolgoprudny 117303, Moscow Region, Russian Federation

Central Aerohydrodynamic Institute

ulitsa Zhukovskogo 1, Zhukovsky 140180, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

Aim. The purpose of the paper is to systematize the results of theoretical and experimental studies on the flow of a gas suspension around a blunt body, including supercooled drops.

Methodology. Computer modeling methods and experimental data are used in numerical calculations.

Results. A classification of regimes of a flow around a blunt body by a gas suspension flow is presented. The results of applying various research methods depending on the characteristic dimensions of the body, drops and the Knudsen number are systematized in the form of a diagram. A region is found in the flow around the leading edge of the wing, where supercooled drops will not crystallize upon hitting the surface.

Research implications. The results can be used in the modeling of icing and serve as a basis in the fight against this unfavorable phenomenon.

Keywords: metastable droplets, flow regimes, stability of the supercooled state

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Scientific project Nos 19–29–13024 and 19–29–13016).

1. Введение

Моделирование и управление взаимодействием многофазных потоков с твёрдым телом – одна из актуальных задач аэрогидромеханики. Управление взаимодействием аэрозольных течений с твёрдым телом представляет интерес широким спектре областей человеческой практики, в частности, в задачах противодействия обледенению [1–3] и при пространственной диагностике потоков с помощью естественно присутствующих или специальной введённых частиц и капель [4]. Присутствие дисперсной примеси даже в малых количествах зачастую приводит к существенным изменениям характеристик физического процесса, в частности к значительному снижению аэродинамического качества и повышению веса при обледенении.

2. Методы моделирования

При исследовании динамики многофазных сред в зависимости от масштаба задачи и требуемой точности можно выделить пять основных методов моделирования: 1 – макромоделли с полуэмпирическими коэффициентами, 2 – уравнения движения сплошной среды с источниковыми членами, 3 – кинетический уровень, 4 – статистическое моделирование при решении уравнений механики для множества отдельных элементов; 5 – рассмотрение атомно-молекулярных процессов с использованием методов молекулярного моделирования и ab-initio

алгоритмов квантовой химии. В первом методе форму льда или тепловых потоков на поверхность тела при характерных параметрах обтекания можно рассчитать согласно простым алгебраическим соотношениям. Например, выражение для максимальной нормальной скорости удара капель о поверхность цилиндра, движущегося со скоростью V имеет следующий вид [4]:

$$\frac{V_n^{\max}}{V_\infty} \cong \exp\left(-\frac{1}{4\text{Stk}}\right), \text{ где Stk} - \text{число Стокса.}$$

Такой подход очень удобен при решении многих практических задач в силу его простоты, но для исследования тонких физических особенностей и исследования новых физических особенностей применение этого подхода весьма ограничено.

Второй метод представляет собой Эйлеровский подход расчёта движения многофазных сред (см. напр., [6]), заключающийся в том, что в правых частях уравнений аэрогидродинамики возникают дополнительные слагаемые, отвечающие за межфазный обмен массой, импульсом и энергией. Кроме того, в уравнениях меняются коэффициенты переноса и общий вид тензора напряжений с учётом имеющих место в дисперсной среде реологических особенностей. Достоинства метода преимущественно связаны с простотой изменения программ расчёта несущей фазы двухфазного потока, к недостаткам следует отнести сложность расчёта стохастических процессов и учёта своеобразных эффектов в дисперсных системах, например, когда меняются распределение частиц или пузырьков по размерам, необходимо решать уравнения для отдельных фракций дисперсной фазы.

В третьем методе решается кинетическое уравнение Больцмана для газа частиц (см., напр., [7]) с учётом интеграла столкновений, определяются значения газодинамических функций. Поскольку точность и простота метода оставляет желать лучшего, применяется он достаточно редко.

Четвёртый подход представляет собой расчёт движения множества отдельных частиц, капель, пузырьков в несущей их среде. Этот подход очень удобен при малых массовой и объёмной концентрациях дисперсной фазы, т. к. в этом случае есть возможность быстро рассчитать распределение параметров движения дисперсной среды на основе имеющегося расчёта однофазного потока. Отдельного внимания заслуживает так называемый полный Лагранжев подход [8] для численного исследования течений дисперсных сред с пересечениями траекторий частиц и локальными зонами аккумуляции дисперсной фазы, позволяющий рассчитывать стационарные и нестационарные течения без изменения алгоритма, а также поля концентрации частиц в сложных неоднородных и нестационарных потоках на основе расчёта небольшого числа траекторий.

К пятой группе методов следует отнести алгоритмы расчёта процессов с учётом многочисленных эффектов, вызванных взаимодействием отдельных атомов и молекул (см., напр., [9]). Достоинства такого подхода заключаются в возмож-

ности предсказать поведения веществ в условиях, при которых провести эксперименты проблематично, учесть множество физических эффектов. К недостаткам следует отнести значительные ограничения в применении этого метода, которые вызваны большими вычислительными затратами.

На рис. 1 качественно показаны области применимости различных методов исследования и моделирования взаимодействия скоплений жидкости с твёрдым телом, в частности, переохлаждённых метастабильных капель с обтекаемым телом в процессе его обледенения и при противодействии этому явлению при помощи гидро- и льдофобных покрытий.

При взаимодействии частиц аэрозольного потока с твёрдым телом в зависимости от условий реализуются различные режимы. В работе [1] приведено 5 основных режимов обтекания тела потоком газозвеси. В настоящей работе результатов исследования список [1] дополнен другими режимами, конкретизированы условия, при которых рассматриваемые условия реализуются. В табл. 1 представлена схема таких режимов обтекания тела аэрозольным потоком в зависимости от основных безразмерных управляющих параметров: числа Стокса и Кнудсена. Режимы прилипания (адгезии), разрушения (эрозии) частиц и обтекаемого тела имеют место в зависимости от коэффициентов изменения массы и скорости частиц [2]. Следует отметить, что в случае ионизации газа и/или частиц в таблице появятся магнитоплазменные режимы, вызванные сочетанием электромагнитных и газодинамических эффектов.

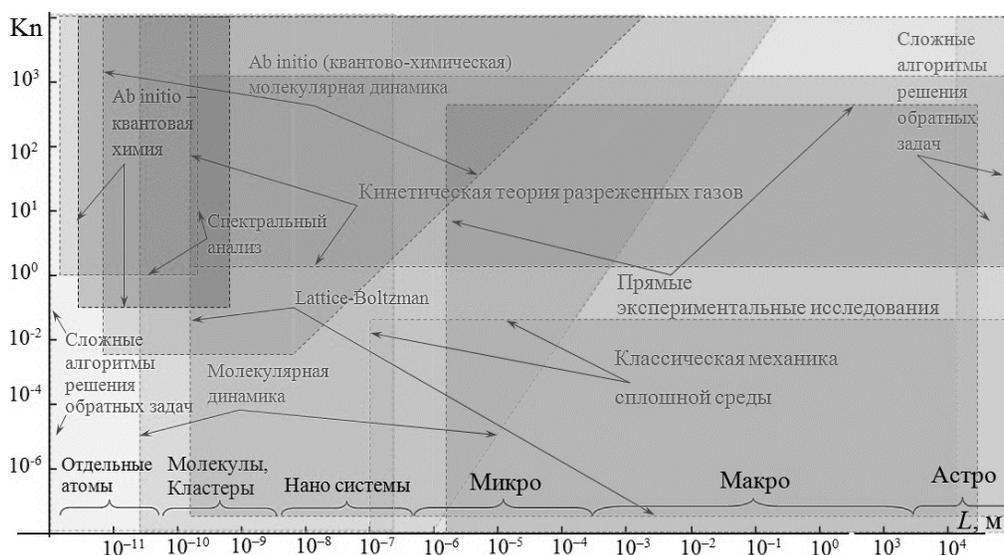


Рис. 1 / Fig. 1. Диаграмма применимости методов исследования и моделирования скоплений жидкости / Diagram of the applicability of methods for studying and modeling fluid accumulations

Источник: составлено автором.

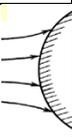
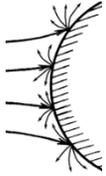
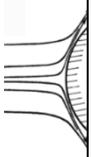
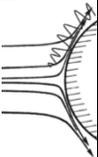
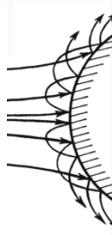
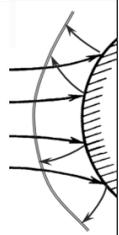
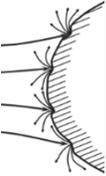
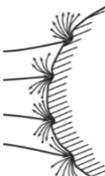
3. Классификация режимов взаимодействия дисперсных течений с твёрдым телом

В настоящей работе получены результаты моделирования взаимодействия водно-кристаллического потока с твёрдым телом в широком диапазоне значений основных подпараметров и уровней моделирования [2–4]. При молекулярном моделировании малых капель [3; 5] соответствие поведению значительно более крупных переохлаждённых капель (размеры и, как следствие, инерция которых обеспечивают попадание на поверхность обтекаемого тела) может быть обеспечено в предположении равенства безразмерных критериев подобия, основные из которых числа Вебера и капиллярности. При этом значения скорости удара наночастиц не будут близки к скорости звука в жидкости, т. к. микрокапли значительно тормозятся вблизи обтекаемого тела и не превышают максимальное значение нормальной компоненты скорости удара о поверхность, которое на основании расчётов [3] аппроксимировано аналитическим выражением.

Таблица 1 / Table 1

Схема режимов взаимодействия с обтекаемым телом монодисперсной примеси в обтекающем потоке /

Scheme of regimes of interaction with a streamlined body of a monodisperse impurity in a streamlined flow

$Stk \ll 1$		$Stk \sim 1$	$Stk \gg 1$				
$Kn \ll 1$	$Kn > 0.1$	Промежуточные режимы из двух групп случаев	Нет эрозии		Эрозия		
Траектории частиц совпадают с линиями течения несущего потока	Стохастические траектории частиц в окрестностях линий течения газа		Адгезия	Отскок		Разрушение частиц	Разрушение тела
			Без дисперсного экрана	Дисперсный экран			
							

*здесь Stk – число Стокса, рассчитанное по радиусу обтекаемого тела, Kn – число Кнудсена, рассчитанное по размеру частицы.

Источник: составлено автором.

4. Особенности взаимодействия переохлажденных капель двухфазного потока с твёрдым телом

В случае превышения плотности кинетической энергии в области наибольшего значения скорости удара капля радиуса R , массы m с температурой T о поверхность последние превращаются в водно-кристаллическую смесь и, двигаясь навстречу обтекающего твёрдое тело холодного газа, быстро кристаллизуются за

время $t = \frac{(1-\alpha)mL}{2\pi R\lambda(T-T_{fr})Nu}$, которое при радиусе капли 20 мкм и температуре –

10°C оказывается равным $t \cong 0.03$ с – в 30 раз больше характерного газодинамического времени 10^{-3} с. Здесь Nu – число Нуссельта, λ – коэффициент теплопроводности, L – удельная теплота кристаллизации, T_{fr} – температура кристаллизации, α – массовая доля кристаллов льда, которые образуются в переохлаждённой воде после прохождения фронта кристаллизации.

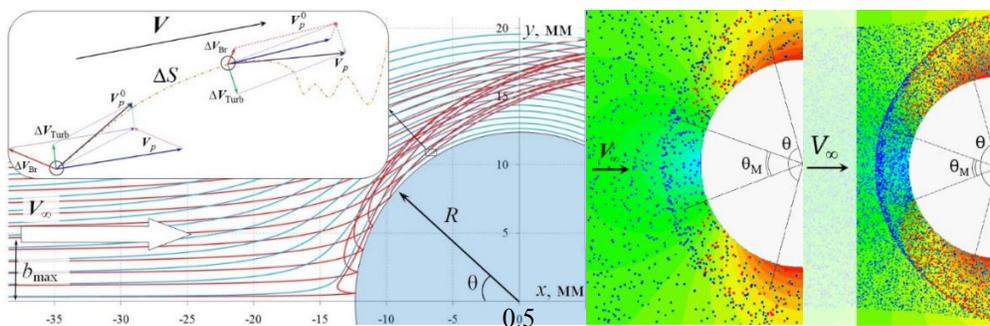


Рис. 2 / Fig. 2. Слева – схема обтекания затупленного тела потоком метастабильных переохлажденных капель. Справа визуализация расчета обтекания поперечного цилиндра радиуса 0.1 м, движущегося со скоростью 10 м/с в потоке воздуха, содержащего переохлажденные метастабильные капли радиуса 70 мкм при температуре –1°C, скорость потока 10 м/с. Кружки размером приблизительно в 25 раз больше размера капель нарисованы вокруг их центров для наглядности: синие – соответствуют положению незакристаллизовавшихся метастабильных капель, имеющих температуру около –1°C, красные – частицы водно-кристаллической смеси, имеющей температуру близкую к 0°C, в которые преобразовались капли в области поверхности характеризующей разностью углов θ и θ_M . / On the left is a diagram of the flow of metastable supercooled droplets around a blunt body. On the right is a visualization of the calculation of the flow around a transverse cylinder with a radius of 0.1 m, moving at a speed of 10 m/s in an air flow containing supercooled metastable drops with a radius of 70 μm at a temperature of –1°C, a flow velocity of 10 m/s. Circles approximately 25 times larger than the size of the droplets are drawn around their centers for clarity: blue circles correspond to the position of non-crystallized metastable drops with a temperature of about –1°C, red ones correspond to particles of a water-crystalline mixture with a temperature close to 0°C, into which drops were transformed in the surface area characterized by the difference between the angles θ and θ_M .

Источник: составлено автором.

На основании результатов проведённых ранее экспериментов [3] и расчётных исследований показано, что при определённых условиях при ударе о поверхность летательного аппарата переохлаждённые метастабильные капли останутся жидкими не закристаллизовавшись (рис. 2, 3), т. к. их кинетической энергии удара о поверхность недостаточно для преодоления энергетического барьера [3]. В настоящей работе определены условия, при которых переохлаждённые метастабильные капли аэрозольного потока не будут кристаллизоваться в результате удара о поверхность обтекаемого тела (рис. 3, кривые 2). Максимальная скорость удара капель о поверхность располагается посередине между линией растекания и наиболее отдалёнными от оси (или в двумерном случае плоскости) симметрии обтекаемого тела. Отметим, что в случае покрытия поверхности слоем льда переохлаждённые капли при ударе об неё перейдут в водно-кристаллическую смесь независимо от их кинетической энергии.

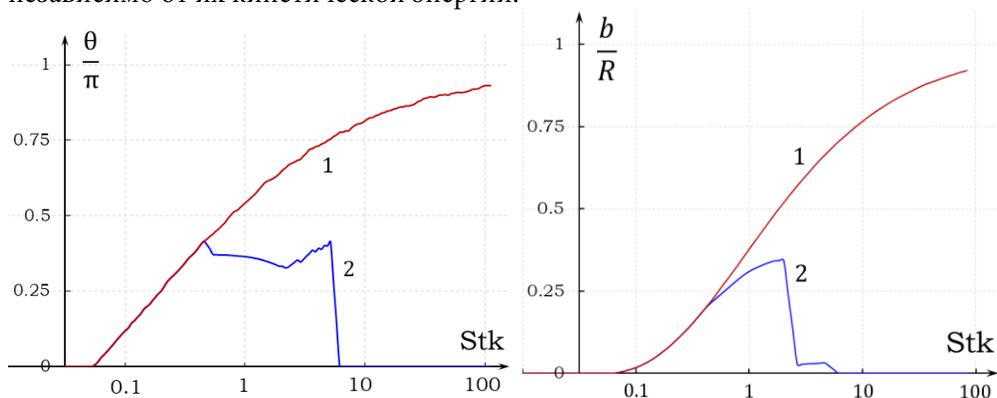


Рис. 3 / Fig. 3. Слева зависимость угла θ , характеризующего область захвата капель цилиндром (кривая 1), и угла θ_M , характеризующего размер области твердого тела вблизи линии растекания, в которой метастабильные переохлажденные капли не кристаллизуются (кривая 2). Справа аналогичные зависимости соответствующих этим предельным углам θ значения прицельных расстояний. Цилиндр радиуса 0.1 м обтекается аэрозольным потоком при температуре $-1\text{ }^\circ\text{C}$, скорость 10 м/с, размеры капель соответствуют рассмотренным значениям числа Стокса / On the left is the dependence of the angle θ , which characterizes the region where the drops are captured by the cylinder (curve 1), and the angle θ_M , which characterizes the size of the region of the solid body near the spreading line, in which metastable supercooled drops do not crystallize (curve 2). On the right, there are similar dependences of the impact distances corresponding to these limiting angles θ . A cylinder with a radius of 0.1 m is flown around by an aerosol flow at a temperature of $-1\text{ }^\circ\text{C}$, a speed of 10 m/s, the droplet sizes correspond to the considered values of the Stokes number.

Источник: составлено автором.

5. Заключение

Сформирована классификация режимов обтекания затупленного тела потоком газозвеси. Систематизированы в виде диаграммы области применимости различных методов исследования в зависимости от характерных размеров тела,

капель и числа Кнудсена. Получены зависимость от числа Стокса области на поверхности моделирующего переднюю кромку обтекаемого крыла цилиндра, в которой переохлажденные капли не будут кристаллизоваться при ударе о поверхность. Результаты могут быть использованы при расчетах обледенения и послужить основой в борьбе с этим неблагоприятным явлением.

Статья поступила в редакцию 15 декабря 2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tsirkunov Yu. M. Gas-particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis // Proceedings of Fourth International Conference on Multiphase Flow (ICMF'01) (New Orleans, USA. May 27 to June 1, 2001), 2001, Paper No. 607, 31 p. (CD-ROM).
2. Амелюшкин И. А., Стасенко А. Л. Моделирование взаимодействия кристаллов льда с поверхностью летательного аппарата: область орошения и коэффициенты восстановления скорости // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 3. С. 597–605.
3. Модели процессов, сопровождающих кристаллизацию переохлажденных капель / Амелюшкин И. А., Кудров М. А., Морозов А. О., Стасенко А. Л., Щеглов А. С. // Труды Института системного программирования РАН. 2020. Т. 32. № 4. С. 235–244. DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(4)-17.
4. Амелюшкин И. А., Миллер А. Б., Стасенко А. Л. Оценка периода шероховатости противообледенительных покрытий тела в потоке воздуха с переохлажденными каплями // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2021. № 1. С. 54–63. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-54-63.
5. Amelyushkin I. A., Stasenko A. L. Interaction of supercooled droplets and nonspherical ice crystals with a solid body in a mixed cloud // CEAS Aeronautics Journal. 2018. Vol. 9. Iss. 4. P. 711–720. DOI: 10.1007/s13272-018-0314-3.
6. Моллесон Г. В., Стасенко А. Л. Взаимодействие двухфазно струи и твердого тела с образованием «хаоса» частиц // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51. № 4. С. 598. DOI: 10.7868/S0040364413040145.
7. Tsirkunov Yu. M., Romanyuk D. A. Computational fluid dynamics / Monte Carlo simulation of dusty flow in a “rotor-stator” set of airfoil cascades // Progress in Propulsion Physics. 2016. Vol. 8. P. 427–444 DOI: 10.1051/eucass/201608427.
8. Осипцов А. Н. Лагранжев подход в механике: преимуществ аи перспективы // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 4-3. С. 1024–1026.
9. Numerische Simulation in der Moleküldynamik: Numerik, Algorithmen, Parallelisierung, Anwendungen / Griebel M., Caglar A., Zumbusch G., Knapek S. Berlin: Springer, 2004. 492 p.

REFERENCES

1. Tsirkunov Yu. M. Gas-particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis. In: Proceedings of Fourth International Conference on Multiphase Flow (ICMF'01) (New Orleans, USA. May 27 to June 1, 2001), 2001, Paper no. 607, 31 p. (CD-ROM).

2. Amelyushkin I. A., Stasenko A. L. [Simulation of the interaction of ice crystals with the surface of a flying vehicle]. In: *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2020, vol. 93, no. 3, pp. 597–605.
3. Amelyushkin I. A., Kudrov M. A., Morozov A. O., Stasenko A. L., Shcheglov A. S. [Models of processes accompanying crystallization of supercooled droplets]. In: *Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN* [Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS], 2020, vol. 32, no. 4, pp. 235–244. DOI: 10.15514/ISPRAS-2020-32(4)-17.
4. Amelyushkin I. A., Miller A. B., Stasenko A. L. [Estimation of the roughness period of anti-ice body coatings in air flow with supercooled droplets]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2021, no. 1, pp. 54–63. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-54-63.
5. Amelyushkin I. A., Stasenko A. L. Interaction of supercooled droplets and nonspherical ice crystals with a solid body in a mixed cloud. In: *CEAS Aeronautics Journal*, 2018, vol. 9, iss. 4, pp. 711–720. DOI: 10.1007/s13272-018-0314-3.
6. Molleson G. V., Stasenko A. L. [Interaction of a two-phase jet with a solid body with generation of a “chaos” of particles]. In: *Teplofizika vysokikh temperature* [High Temperature], 2013, vol. 51, no. 4, pp. 598. DOI: 10.7868/S0040364413040145.
7. Tsirkunov Yu. M., Romanyuk D. A. Computational fluid dynamics / Monte Carlo simulation of dusty flow in a “rotor-stator” set of airfoil cascades. In: *Progress in Propulsion Physics*, 2016, vol. 8, pp. 427–444 DOI: 10.1051/eucass/201608427.
8. Osipov A. N. [Lagrangian approach in the mechanics of dispersed media: advantages and prospects]. In: *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo* [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod], 2011, no. 4-3, pp. 1024–1026.
9. Griebel M., Caglar A., Zumbusch G., Knapik S. *Numerische Simulation in der Moleküldynamik: Numerik, Algorithmen, Parallelisierung, Anwendungen*. Berlin, Springer, 2004. 492 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Амелюшкин Иван Алексеевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отделения аэротермодинамики гиперзвуковых летательных аппаратов и объектов ракетно-космической техники Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского; старший научный сотрудник по совместительству, преподаватель Московского физико-технического института (национального исследовательского университета); e-mail: Amelyushkin_Ivan@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Ivan A. Amelyushkin – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Department of Aerothermodynamics of Hypersonic Aircraft and Objects of Rocket and Space Technology, Central Aerohydrodynamic Institute; Part-time Senior Researcher, Lecturer, Moscow Institute of Physics and Technology; e-mail: Amelyushkin_Ivan@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Амелюшкин И. А. Особенности обтекания тела потоком, содержащим переохлаждённые капли // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 6–15.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-6-15.

FOR CITATION

Amelyushkin I. A. Features of a flow with supercooled drops around a body. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 6–15.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-6-15.

УДК 541.182.022:532.135

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-16-25

НЕНЬЮТОНОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ

Вековищев М. П., Кирсанов Е. А., Кривошапова О. В.

*Государственный социально-гуманитарный университет
140411, Московская обл., г. Коломна, ул. Зелёная, д. 30,
Российская Федерация*

Аннотация

Цель: рассмотреть реологическое поведение магнитореологической жидкости, полученной на основе частиц магнетита в ионной жидкости.

Процедура и методы. Проведена аппроксимация экспериментальных данных уравнениями структурной реологической модели на отдельных интервалах скорости сдвига.

Результаты. Показана связь коэффициентов реологических уравнений с характером структуры суспензии магнетита во внешнем магнитном поле.

Теоретическая и/или практическая значимость. Предложены уравнения, которые способны аппроксимировать экспериментальные данные на отдельных интервалах скорости сдвига, соответствующих определённому структурному состоянию магнитореологической жидкости.

Ключевые слова: магнитореологическая жидкость, структурная реологическая модель, обобщённое уравнение течения, реологические кривые

A NON-NEWTONIAN FLOW OF A MAGNETORHEOLOGICAL FLUID

M. Vekovichchev, E. Kirsanov, O. Krivoshchapova

*State University of Humanities and Social Studies
30 ulitsa Zelyonaya, Kolomna 14041, Moscow region, Russian Federation*

Abstract

Aim. The paper considers the rheological behavior of a magnetorheological fluid obtained on the basis of magnetite particles in an ionic liquid.

Methodology. Use is made of an approximation of the experimental data by the equations of the structural rheological model on separate intervals of the shear rate.

Results. The relationship between the coefficients of rheological equations and the nature of the structure of a magnetite suspension in an external magnetic field is demonstrated.

Research implications. Equations are proposed that are capable of approximating experimental data on separate intervals of the shear rate corresponding to a certain structural state of a magnetorheological fluid.

Keywords: magnetorheological fluid, structural rheological model, generalized flow equation, rheological curves

Введение

Магнитореологические жидкости (МР-жидкости) представляют собой суспензии микрочастиц (или наночастиц) магнитных материалов в органических жидкостях [1]. Под действием магнитного поля частицы, случайно распределённые в объёме дисперсной среды, образуют структуры, ориентированные вдоль силовых линий поля. В простейшем случае образуются цепочки из нескольких частиц, параллельные силовой линии. Магнитное взаимодействие между частицами способствует образованию агрегатов, что приводит к значительному увеличению вязкости МР-жидкости. Вязкость МР-жидкости зависит от индукции внешнего магнитного поля, материала частиц, дисперсионной среды, размеров частиц и их объёмной концентрации, а также других параметров [2; 3].

Внешнее магнитное поле ориентирует магнитные моменты частиц, что приводит к изменению магнитных, оптических и реологических свойств суспензии. Высокая чувствительность свойств вещества к внешнему полю позволяет управлять поведением магнитных жидкостей и использовать их в прикладных задачах. К настоящему времени МР-жидкости используются в клапанах, в устройствах для герметизации вводов вращающихся валов, в антифрикционных узлах, в многокоординатных акселерометрах, в демпферах различного вида, в ультразвуковой дефектоскопии для создания акустического контакта и т. п. [4].

Практически всегда МР-жидкости в присутствии внешнего магнитного поля демонстрируют неньютоновское поведение [5–7]. Для аппроксимации кривых течения $\tau(\dot{\gamma})$ обычно используют два известных реологических уравнения [1]. Уравнение Бингама имеет вид:

$$\tau = \tau_y + \eta_p \dot{\gamma}, \quad (1)$$

где τ_y – предельное напряжение сдвига, η_p – пластическая вязкость. Это уравнение может быть получено из нескольких микрореологических моделей, причём коэффициент τ_y характеризует структуру системы, точнее, особенности агрегатов частиц. Уравнение Гершеля-Балкли имеет вид:

$$\tau = \tau_y + K \dot{\gamma}^n, \quad (2)$$

где τ_y – предельное напряжение сдвига, K – коэффициент консистентности, n – показатель степени, характеризующий отклонение от ньютоновского поведения, где $n=1$.

В работе [1] также отмечено, что величина τ_y получена фактически экстраполяцией к нулевой величине $\dot{\gamma}$, поэтому она не является однозначной характеристикой вещества. Известно [6; 9], что уравнение Бингама хорошо описывает только небольшой интервал высоких скоростей сдвига. Уравнение Гершеля-Балкли хорошо описывает большой интервал скоростей, в том числе, близких к нулю. Однако это эмпирическое уравнение не имеет какого-либо микрореологического обоснования.

В известных экспериментах сдвиговая вязкость η увеличивается при увеличении напряжённости магнитного поля H , при этом обычно возрастают все коэффициенты использованных уравнений [5; 9].

В первоначальных теоретических моделях [2; 3] агрегаты ферромагнитных сферических частиц образуют цепи во внешнем магнитном поле за счёт взаимного притяжения намагниченных частиц. В процессе сдвигового течения цепи разрываются под действием растягивающих гидродинамических сил, сходных с силой Стокса. Сила межчастичного взаимодействия равна $F_S \sim \mu_0 m^2 / r^4$, где m – магнитный момент частицы, r – радиус частицы, μ_0 – магнитная постоянная. В результате расчёта получается реологическое уравнение, сходное с уравнением Бингама:

$$\tau = \mu_0 m n H \langle \sin \alpha \rangle + \eta_0 \dot{\gamma},$$

где n – объёмная концентрация частиц, η_0 – вязкость дисперсионной среды, $\langle \sin \alpha \rangle$ – усреднённое значение ориентации цепочек в сдвиговом течении.

В других работах [8; 9] представлены сходные уравнения для магнитной силы притяжения между частицами, но во всех случаях $F_S \sim m^2$.

Рассмотрим экспериментальные результаты [6] с точки зрения структурной реологической модели [10].

Аппроксимация экспериментальных данных и обсуждение результатов

Экспериментальные данные из работы [6] используются для проверки положений структурной реологической модели [10]. Магнитореологические жидкости (МР – жидкость) представляет собой суспензию частиц магнетита (оксид железа II, III) размером около 5 мкм, диспергированную в ионной жидкости. Ионной жидкостью называют вещество, состоящее полностью из ионов, но находящееся в жидком состоянии при температурах ниже 100°C. В данном случае используется диамагнитное органическое соединение тригексилтетрадецилфосфония хлорид (trihexyltetradecylphosphonium chloride) с температурой плавления -70° С, вязкостью 2,45 Па·с, плотностью 0,89 г/см³. Плотность магнетита находится в интервале 4,8–5,1 г/см³. Седиментация незначительна. Измерения вязкости выполнены при температуре 25° С, с помощью торсионного вискозиметра с параллельными пластинами и устройством для создания магнитного поля, перпендикулярного направлению скорости течения.

Экспериментальные данные показаны на рис. 1 для магнитореологической жидкости MRF10 с массовой концентрацией магнетита 8,5%. Очевидно, что сдвиговая вязкость η снижается с увеличением скорости сдвига $\dot{\gamma}$, т. е. наблюдается «сдвиговое разжижение». При наложении магнитного поля H значение вязкости значительно возрастает.

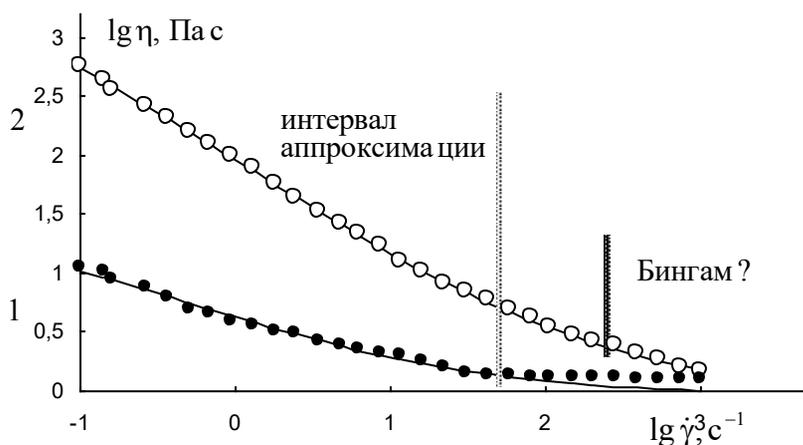


Рис. 1 / Fig. 1. Зависимость сдвиговой вязкости от скорости сдвига в магнито-реологической жидкости MRF10 с массовой концентрацией магнетита 8,5% в двойных логарифмических координатах в отсутствие магнитного поля (1) и при напряжённости магнитного поля 156 кА/м (2) / Dependence of the shear viscosity on the shear rate in a magnetorheological fluid MRF10 with a mass concentration of magnetite of 8.5% in double logarithmic coordinates in the absence of a magnetic field (1) and at a magnetic field strength of 156 kA/m (2)

Источник: [6].

Рассмотрим характер реологических кривых в рамках структурной реологической модели [10], используя обобщённое уравнение течения:

$$\tau^{1/2} = \frac{\tau_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2}}{\dot{\gamma}^{1/2} + \chi} + \eta_c^{1/2} \dot{\gamma}^{1/2}. \quad (3)$$

Коэффициент компактности χ указывает на тенденцию к образованию бесконечно большого объединения частиц при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$. Значение коэффициента χ определяет пластичное ($\chi = 0$) или псевдопластичное ($\chi > 0$) реологическое поведение. Коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$ характеризует величину агрегации частиц и пропорционален силе сцепления между частицами, т. е. силе, необходимой для разрыва контакта между частицами. Коэффициент вязкости Кэссона η_c равен вязкости дисперсной системы при полном отсутствии контактов между частицами. Аппроксимация экспериментальных данных проводится с помощью минимизации суммы квадратов разностей $СКР = \sum (\tau_i^{1/2} - \tau_{i,расч}^{1/2})^2$. Поэтому результаты аппроксимации удобно представить в корневых координатах (рис. 2 а). Интервал аппроксимации ограничен вертикальной линией. Коэффициенты уравнений приведены в табл. 1.

Подробное рассмотрение графика (рис. 2 а) позволяет выделить два интервала скоростей сдвига. На участке низких скоростей справедливо обобщённое

уравнение течения (3). На участке высоких скоростей наблюдаются отклонения, по-видимому, связанные с изменением характера структуры.

В отсутствии поля система ведёт себя как типичная суспензия с некоторой агрегацией частиц. При низких скоростях наблюдается псевдопластичное течение с $\chi = 0,36$ (сплошная линия). При высоких скоростях – пластичное течение с $\chi = 0$, $\tau_c^{1/2} = 0,36$ Па, $\eta_c^{1/2} = 1,12$ Па·с (пунктирная линия). При напряжённости магнитного поля 156 кА/м зависимость $\tau^{1/2}(\dot{\gamma}^{1/2})$ хорошо аппроксимируется уравнением (3) на интервале аппроксимации и даже возможна экстраполяция расчётной кривой на область высоких скоростей сдвига.

Отдельно рассмотрим возможность использования уравнения Бингама. Действительно, на очень малом интервале высоких скоростей (рис. 2 б) можно обнаружить «прямую Бингама» в линейных координатах. Пунктирная линия соответствует уравнению (3) и достаточно хорошо описывает весь интервал измерений.

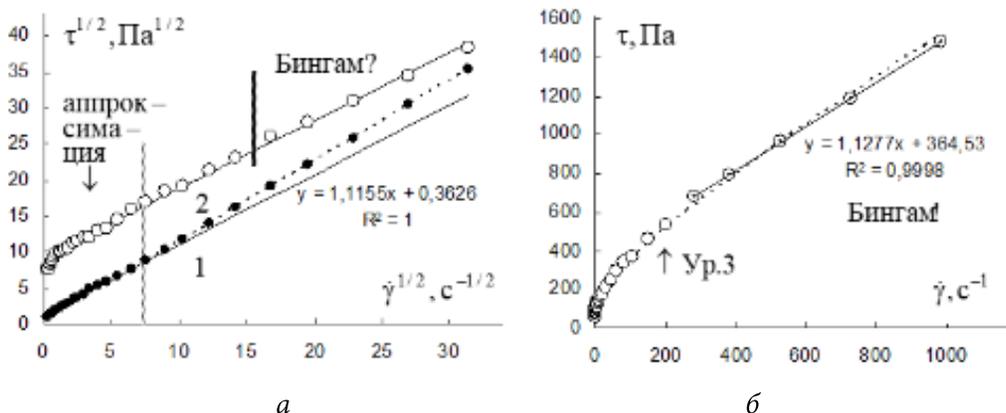


Рис. 2 / Fig. 2. Реологические кривые магнитореологической жидкости MRF10 с массовой концентрацией магнетита 8,5%:

a – в корневых координатах в отсутствии магнитного поля (1) и при напряжённости магнитного поля 156 кА/м (2); *б* – в линейных координатах при напряжённости магнитного поля 156 кА/м / Rheological curves of a magnetorheological fluid MRF10 with a mass concentration of magnetite 8.5%:

a – in root coordinates in the absence of a magnetic field (1) and at a magnetic field strength of 156 kA/m (2); *б* – in linear coordinates at a magnetic field strength of 156 kA/m

Источник: [6].

Увеличение концентрации магнетита в общем не меняет характер реологических кривых. Интервал аппроксимации уравнением (3) несколько расширяется (рис. 3 а).

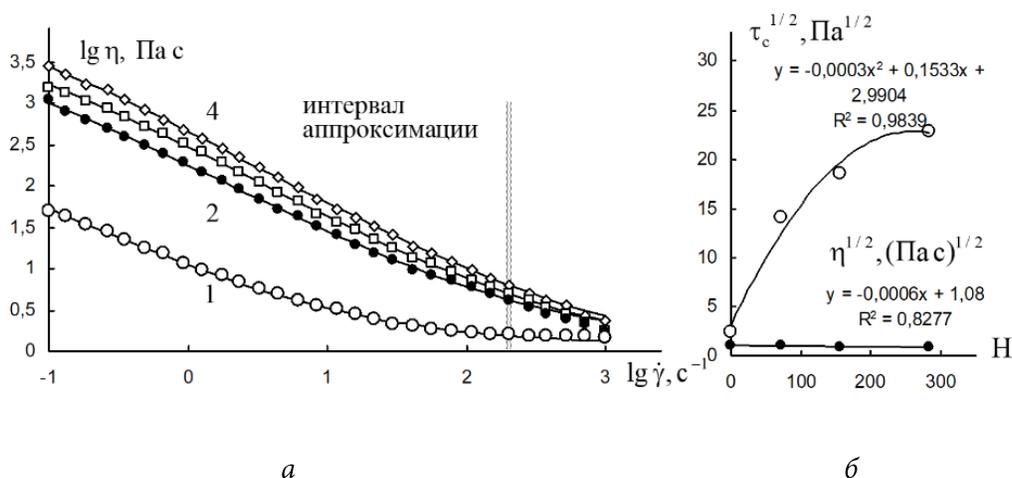


Рис. 3 / Fig. 3. Реологические характеристики магнито-реологической жидкости MRF9 с массовой концентрацией магнетита 25%:

a – зависимость сдвиговой вязкости от скорости сдвига в двойных логарифмических координатах в отсутствие магнитного поля (1) и при напряжённости магнитного поля 73 кА/м (2); 156 кА/м (3); 282 кА/м (4); *б* – рассчитанная зависимость коэффициентов обобщённого уравнения течения $\tau_c^{1/2}$ (кружки) и $\eta_c^{1/2}$ (точки) от напряжённости магнитного поля H (кА/м) / Rheological characteristics of a magnetorheological fluid MRF9 with a mass concentration of magnetite 25%:

a – dependence of the shear viscosity on the shear rate in double logarithmic coordinates in the absence of a magnetic field (1) and at a magnetic field strength of 73 kA/m (2), 156 kA/m (3), and 282 kA/m (4); *б* – calculated dependence of the coefficients of the generalized flow equation (circles) and (dots) on the magnetic field strength H (kA/m)

Источник: [6].

Изменение характера реологических кривых при переходе от низких к высоким скоростям можно видеть на рис. 4 *a* в корневых координатах. Важно отметить, что значение коэффициента Кэссона $\eta_c^{1/2}$ практически не изменяется при изменении величины магнитного поля (рис. 3 *б*). Это подтверждает положение структурной модели [10] о том, что предельная вязкость при «бесконечной скорости сдвига» обусловлена только обтеканием индивидуальных частиц вязкой жидкостью – носителем. Увеличение напряжённости магнитного поля H приводит к увеличению магнитного момента m частицы магнетита, и, соответственно, силы сцепления F_s между частицами. Тогда понятно увеличение коэффициента агрегации τ_c с увеличением величины поля (рис. 4 *б*).

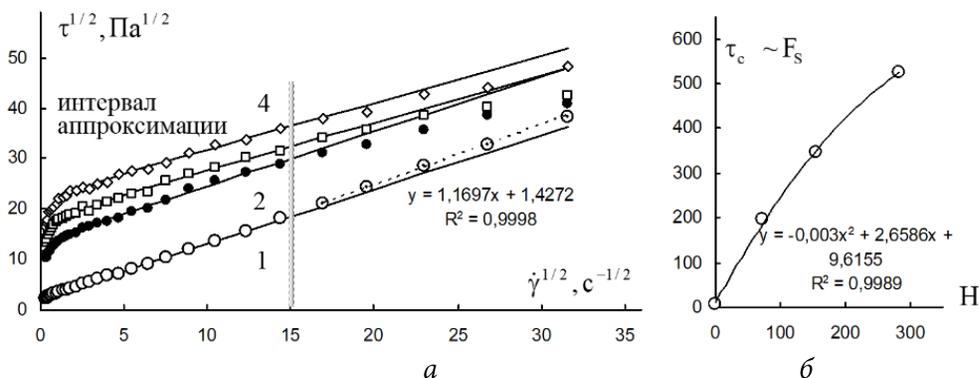


Рис. 4 / Fig. 4. Реологические характеристики магнитореологической жидкости MRF9 с массовой концентрацией магнетита 25%:

a – зависимость напряжения сдвига от скорости сдвига в корневых координатах в отсутствие магнитного поля (1) и при напряжённости магнитного поля 73 кА/м (2); 156 кА/м (3); 282 кА/м (4); *б* – рассчитанная зависимость коэффициента τ_c , пропорционального силе сцепления между частицами F_s , от напряжённости магнитного поля *H* / Rheological characteristics of a magnetorheological fluid MRF9 with a mass concentration of magnetite 25%:

a– dependence of the shear stress on the shear rate in root coordinates in the absence of a magnetic field (1) and at a magnetic field strength of 73 kA/m (2), 156 kA/m (3), and 282 kA/m (4); *б* – calculated dependence of the coefficient, proportional to the adhesion force between particles, on the magnetic field strength *H*

Источник: [6].

Таблица 1 / Table 1

Коэффициенты обобщённого уравнения течения, величина корня предельной нулевой вязкости, корень из структурной вязкости, рассчитанные для магнитореологической жидкости MRF при температуре 25° С и различной напряжённости магнитного поля /

The coefficients of the generalized flow equation, the value of the root of the limiting zero viscosity, the root of the structural viscosity, calculated for the magnetorheological fluid MRF at a temperature of 25° C and various magnetic field strengths

МР-жидкость	MRF10, C=8,5масс. %		MRF9, C=25 масс. %			
<i>H</i> , кА/м	0	156	0	73	156	282
$\tau_c^{1/2}$, Па ^{1/2}	1,51	9,54	2,42	14,05	18,58	22,94
$\eta_c^{1/2}$, (Па с) ^{1/2}	0,96	0,94	1,07	1,07	0,93	0,91
χ , с ^{-1/2}	0,36	0,11	0,072	0,145	0,148	0,125

MR-жидкость	MRF10, C=8,5масс.%		MRF9, C=25 масс. %			
$\tau_c^{1/2} / \chi$	4,20	89,8	33,6	96,9	125,2	184,1
$\eta^{1/2}(0), (\text{Па с})^{1/2}$	5,16	90,7	34,6	98,0	126,2	185,0

Источник: по данным авторов.

Выводы

Рассмотрено реологическое поведение магнито-реологической жидкости на основе частиц магнетита в ионной жидкости в рамках структурной реологической модели. Воздействие магнитного поля приводит к увеличению уровня структурной организации, а именно, увеличению количества и размеров агрегатов магнитных частиц. Вязкость η_c , обусловленная индивидуальными, неагрегированными частицами, не зависит от величины магнитного поля. Аппроксимация уравнениями структурной реологической модели справедлива на большом интервале скоростей сдвига, начиная с низких скоростей. Коэффициент агрегации $\tau_c^{1/2}$, связанный с силой сцепления между частицами, увеличивается с увеличением напряжённости внешнего магнитного поля.

Статья поступила в редакцию 11.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vékás L. Ferrofluids and Magnetorheological Fluids // *Advances in Science and Technology*. 2008. Vol. 54. P. 127–136. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AST.54.127.
2. Бибик Е. Е. Эффекты взаимодействия частиц при течении феррожидкости в магнитном поле // *Магнитная гидродинамика*. 1973. Т. 36. № 6. С. 25–32.
3. Шульман З. П., Кордонский В. И. Магнито-реологический эффект. Минск: Наука и техника, 1982. 184 с.
4. Suryawanshi Ravishankar, Rayappa Mahale. A study on magneto rheological fluids and their applications // *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2015. Vol. 2. Iss. 4. P. 2022–2028.
5. Preparation of well-dispersed magnetorheological fluids and effect of dispersion on their magnetorheological properties / Lopez-Lopez M. T., Kuzhir P., Bossis G., Mingalyov P. // *Rheologica Acta*. 2008. Vol. 47. P. 787–796. DOI: 10.1007/s00397-008-0271-6.
6. Aspects Concerning the Fabrication of Magnetorheological Fluids Containing High Magnetization FeCo Nanoparticles / Gutiérrez J., Vadillo V., Gómez A., Berasategi J., Insausti M., Gil de Muro I., Bou-Ali M. M. // *Fluids*. 2021. Vol. 6. Iss. 3. P. 132–143. DOI: 10.3390/fluids6030132.
7. Magneto Mechanical Properties of Iron Based MR Fluids / Premalatha S. E., Chokkalingam R., Mahendran M., Rich J. P., Patrick S., Doyle P. S., McKinley G. H. // *American Journal of Polymer Science*. 2012. Vol. 2. Iss. 4. P. 50–55. DOI: 10.5923/j.ajps.20120204.01.
8. Magnetorheology in an aging, yield stress matrix fluid / Rich J. P., Doyle P. S., McKinley G. H. // *Rheologica Acta*. 2012. Vol. 51. Iss. 7. P. 579–593. DOI: 10.1007/s00397-012-0632-z.
9. An experimental evaluation of pre-yield and post-yield rheological models of magnetic field dependent smart materials / Mohammadi N., Mahjoob M. J., Kaffashi B., Malakooti S. //

Journal of Mechanical Science and Technology. 2010. Vol. 24. Iss. 9. P. 1829–1837.
DOI: 10.1007/s12206-010-0607-x.

10. Кирсанов Е. А., Матвеев В. Н. Неньютоновское течение дисперсных, полимерных и жидкокристаллических систем. Структурный подход; монография М.: Техносфера, 2016. 384 с.

REFERENCES

1. Vékás L. Ferrofluids and Magnetorheological Fluids. In: *Advances in Science and Technology*, 2008, vol. 54, pp. 127–136. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AST.54.127.
2. Bibik E. E. [Effects of particle interaction during ferrofluid flow in a magnetic field]. In: *Magnitnaya gidrodinamika* [Magnetic hydrodynamics], 1973, vol. 36, no. 6, pp. 25–32.
3. Shul'man Z. P., Kordonskii V. I. *Magnito-reologicheskii effekt* [Magneto-rheological effect]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1982. 184 p.
4. Suryawanshi Ravishankar, Rayappa Mahale. A study on magneto rheological fluids and their applications. In: *International Research Journal of Engineering and Technology (IR-JET)*, 2015, vol. 2, iss. 4, pp. 2022–2028.
5. Lopez-Lopez M. T., Kuzhir P., Bossis G., Mingalyov P. Preparation of well-dispersed magnetorheological fluids and effect of dispersion on their magnetorheological properties. In: *Rheologica Acta*, 2008, vol. 47, pp. 787–796. DOI: 10.1007/s00397-008-0271-6.
6. Gutiérrez J., Vadillo V., Gómez A., Berasategi J., Insausti M., Gil de Muro I., Bou-Ali M. M. Aspects Concerning the Fabrication of Magnetorheological Fluids Containing High Magnetization FeCo Nanoparticles. In: *Fluids*, 2021, vol. 6, iss. 3, pp. 132–143. DOI: 10.3390/fluids6030132.
7. Premalatha S. E., Chokkalingam R., M. Mahendran M., Rich J. P., Patrick S., Doyle P. S., McKinley G. H. Magneto Mechanical Properties of Iron Based MR Fluids. In: *American Journal of Polymer Science*, 2012, vol. 2, iss. 4, pp. 50–55. DOI: 10.5923/j.ajps.20120204.01.
8. Rich J. P., Doyle P. S., McKinley G. H. Magnetorheology in an aging, yield stress matrix fluid. In: *Rheologica Acta*, 2012, vol. 51, iss. 7, pp. 579–593. DOI: 10.1007/s00397-012-0632-z.
9. Mohammadi N., Mahjoob M. J., Kaffashi B., Malakooti S. An experimental evaluation of pre-yield and post-yield rheological models of magnetic field dependent smart materials. In: *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2010, vol. 24, iss. 9, pp. 1829–1837. DOI: 10.1007/s12206-010-0607-x.
10. Kirsanov E. A., Matveenko V. N. *Nen'yutonovskoe techenie dispersnykh, polimernykh i zhidkokristallicheskikh system. Strukturnyi podhod* [Non-Newtonian flow of dispersed, polymer and liquid crystal systems. Structural approach]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2016. 384 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Вековищев Михаил Петрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии Государственного социально-гуманитарного университета;
e-mail: mpv.71@mail.ru;

Кирсанов Евгений Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и химии Государственного социально-гуманитарного университета;
e-mail: Kirsanov47@mail.ru

Кривошапова Ольга Владимировна – старший преподаватель кафедры физики и химии Государственного социально-гуманитарного университета;
e-mail: o.krivoshchapova.moscow@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mikhail P. Vekovichchev – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Physics and Chemistry, State University of Humanities and Social Studies;
e-mail: mpv.71@mail.ru;

Evgeny A. Kirsanov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Physics and Chemistry, State University of Humanities and Social Studies;
e-mail: Kirsanov47@mail.ru;

Olga V. Krivoshchapova – Senior lecturer, Department of Physics and Chemistry, State University of Humanities and Social Studies;
e-mail: o.krivoshchapova.moscow@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Вековищев М. П., Кирсанов Е. А., Кривошапова О. В. Неньютоновское течение магнито-реологической жидкости // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 16–25.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-16-25.

FOR CITATION

Vekovichchev M. P., Kirsanov E. A., Krivoshchapova O. V. A non-Newtonian flow of a magnetorheological fluid. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 16–25.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-16-25.

УДК 5.54.057

DOI 10.18384/2310-7251-2022-1-26-40

ВЫРАЩИВАНИЕ МОНОКРИСТАЛЛОВ ФЛЮОРИТА МЕТОДОМ ИНЕРЦИОННОГО ГРАДИЕНТНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ РАСПЛАВА

Саркисов С. Э., Юсим В. А., Клосс Ю. Ю., Сазыкина Т. А., Юсим Ф. А., Кондратьев К. В.

Научный исследовательский центр «Курчатовский институт»

123182, г. Москва, пл. Академика Курчатова, д. 1, Российская Федерация

Аннотация

Целью данной работы является получение монокристаллов CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$ методом инерционного градиентного охлаждения (ГО) в неподвижном тигле при избыточном давлении инертного газа, а также исследование особенностей распределения примеси в монокристаллах, полученных данным методом.

Процедура и методы. В теплосберегающем графитовом узле ростовой установки горизонтальной направленной кристаллизации (ГНК) из сильно перегретого расплава в неподвижном тигле путём инерционного охлаждения печи получены монокристаллы флюорита размером $140 \times 25 \times 20$ мм хорошего оптического качества. Исследовались спектры поглощения кристаллов CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$, выращенных методом спонтанной кристаллизации и стандартным методом ГНК путём протяжки со скоростью 5 мм/час в атмосфере аргона.

Результаты. Синтезированы и исследованы монокристаллы CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$, полученные методом инерционного градиентного охлаждения расплава в неподвижном тигле при избыточном давлении аргона. Установлены условия протекания процесса данного вида кристаллизации. Изучены особенности распределения примеси для монокристалла, полученного данным методом.

Теоретическая и практическая значимость. Ростовые исследования легированных кристаллов показали, что по сравнению с классическим методом ГНК в случае инерционной ГО-кристаллизации имеет место более равномерное распределение примеси по длине кристаллов. Сделан вывод об особенностях создания газовых атмосфер выращивания кристаллов фторидов методом ГНК-технологии

Ключевые слова: температурный градиент; переохлаждение расплава; центры кристаллизации; инерционное охлаждение

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке НИЦ «Курчатовский институт» (приказ № 2758 от 21.10.2021) и грантов РФФИ № 19-29-02007, 19-29-2018, 20-08-00278, 20-08-00211 и при поддержке Правительства Красноярского края, Красноярского краевого фонда науки в рамках проекта «Компьютерное моделирование и анализ газодинамических процессов в многоэлементных термоэмиссионных энергетических системах преобразования энергии», № 20-48-242918.

GROWING FLUORITE SINGLE CRYSTALS BY THE METHOD OF INERTIAL GRADIENT SOLIDIFICATION OF THE MELT

S. Sarkisov, V. Yusim, Y. Kloss, T. Sazykina, F. Yusim, K. Kondratiev

*National Research Centre “Kurchatov Institute”
ploshad’ Akademika Kurchatova 1, Moscow 123182, Russian Federation*

Abstracts

Aim. The purpose of this work is to obtain CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$ single crystals of by the method of inertial gradient solidification of the melt in a stationary crucible at an excess pressure of an inert gas, as well as to study the features of the impurity distribution in single crystals obtained by this method.

Methodology. Fluorite single crystals $140 \times 25 \times 20$ mm in size of good optical quality are obtained from a strongly overheated melt in a stationary crucible in a heat-saving graphite unit of the horizontal directional solidification (HDC) growth unit by inertial cooling of the furnace. The absorption spectra of CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$ crystals grown by the spontaneous crystallization method and the standard HSM method by drawing at a rate of 5 mm/h in an argon atmosphere are studied.

Results. Single crystals of CaF_2 и $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$ obtained by the method of inertial gradient inertial gradient solidification of the melt in a stationary crucible at an excess pressure of argon are synthesized and studied. The conditions for the process of this type of crystallization are established. The features of the impurity distribution for a single crystal obtained by this method are studied.

Research implications. Growth studies of doped crystals show that, in comparison with the classical HDC method, in the case of inertial gradient solidification of the melt, there is a more uniform impurity distribution along the length of the crystals. A conclusion is made about the features of creating gaseous atmospheres for growing fluoride crystals using the HSM technology.

Keywords: temperature gradient; supercooling of the melt; centers of crystallization; inertial cooling.

Acknowledgments. This work was supported by the National Research Center ‘Kurchatov Institute’ (Order No. 2758 dated October 28, 2021) and the Russian Foundation for Basic Research (Grant Nos 19-29-02007, 20-08-00278, 20-08-00211, and 19-29-02018). This work was supported by the Government of Krasnoyarsk krai, and Krasnoyarsk Regional Fund for Supporting Scientific and Technologies Activities project nos. 20-48-242918 “Computer modeling and analysis of gas-dynamic processes in multi-element thermoemission energy conversion systems.”

1. Введение

При гомогенной кристаллизации из расплава с понижением температуры в расплаве начинают зарождаться центры кристаллизации (зародыши), которые образуются в исходной фазе независимо друг от друга в случайных местах из-за локальных температурных флуктуаций, вызванных тепловой конвекцией в объёме расплава. Такая кристаллизация называется самопроизвольной (спонтанная

кристаллизация – СК) [1; 2]. После окончания такого вида СК получается поликристаллическое тело. Однако если при медленном понижении температуры расплава создать направленное градиентное температурное поле с кристаллизацией на затравку, то рост кристалла примет режим не СК, а направленной кристаллизации путём инерционного градиентного охлаждения (далее – ГО) в неподвижном тигле без общепринятой протяжки его в холодную зону. В техническом плане такой процесс позволила осуществить конструкция созданного графитового теплового узла, в котором при температурах, значительно превышающих плавление, аккумулируется такое количество тепла, что после сравнительно недолгого ступенчатого понижения температуры нагревателей, за счёт собственного высокого теплового запаса и инерционности, в тепловом узле создаются температурные условия переохлаждения всего объёма расплава, поддерживающие нормальный рост кристалла. В этом заключается основное отличие данного способа от известного вертикального метода кристаллизации Штебера [1], в котором температура ростовой печи понижалась с использованием в конструкции специального «холодильника» для равномерного охлаждения нагревателя.

В качестве исходного материала для выращивания кристаллов использовали твёрдые брикеты высокой плотности, полученные из мелкодисперсного порошка CaF_2 с чистотой 99,998% путём высокотемпературного сухого спекания при 800°C в атмосфере аргона при 1000 гПа в течение 2 часов. Брикеты имели точную форму ростового тигля. Для удаления остаточной влаги (в т. ч. кислорода) к порошку CaF_2 перед спеканием в качестве раскислителя добавляли 2 мол.% порошка PbF_2 чистотой 99,99%. Брикет в ростовом графитовом тигле перед плавлением выдерживали в течение 24 часов в вакууме 0,0005 торр. при 250°C для удаления влаги, а затем температуру медленно повышали до 900°C и поддерживали в течение 3 часов для удаления PbO и избытка PbF_2 . После этого в кристаллизационную камеру подавали, прошедший через ловушку с жидким азотом обезвоженный инертный газ (Ar) до избыточного давления 507 гПа, и температуру расплава постепенно поднимали до 1780°C , т. е. на $\sim 360^\circ\text{C}$ выше точки плавления CaF_2 (1418°C). Исходное вещество расплавляли в графитовом тигле-лодочке, неподвижно установленном между двумя ленточными нагревателями сопротивления – верхним и нижним.

2. Условия протекания процесса кристаллизации путём инерционного градиентного охлаждения расплава и особенности аппаратуры

При кристаллизации рассматриваемым методом необходимо создать большой перегрев расплава и большой перепад температуры в зоне фронта кристаллизации для образования большого температурного градиента. Если в расплаве в условиях высокого переохлаждения температурный градиент будет мал, то весь образец окажется охлаждённым до уровня ниже температуры плавления ещё до начала кристаллизации, при этом для каждого случая величина переохлаждения, необходимого для выращивания совершенных кристаллов, зависит от

теплофизических свойств самого кристалла и его расплава [3]. Большие же температурные градиенты гарантируют начало зарождения до того, как весь расплав переохладится. В этом случае рост протекает в контролируемых условиях, когда изотерма, соответствующая температуре плавления, перемещается по образцу. Если изотерму перемещают по неподвижному тиглю посредством снижения общей температуры печи, она должна быть сконструирована так, чтобы температурный градиент в ней был бы близок к постоянному значению. Изотерма должна перемещаться перпендикулярно оси тигля с такой скоростью, чтобы граница «кристалл-расплав» успевала следовать за ней [1].

Важную роль, оказывающую влияние на кинетику процесса кристаллизации методом инерционного ГО расплава, играют конструкционные особенности теплового узла и экспериментальной ростовой аппаратуры в целом, определяющие процессы тепло- и масса-обмена. Полученные нами зависимости тепловой инерционности созданного теплового узла от степени прогрева системы показали, что с увеличением уровня прогрева внутреннего объёма узла тепловая инерционность значительно уменьшается и быстрее наступает термодинамическое равновесие. Уменьшение инерционности и более быстрое наступление термодинамического равновесия системы «нагреватель-окружение» с увеличением прогрева связано с соответствующим уменьшением тепловых потерь согласно известному выражению, которое с учётом площади излучения нагревателя можно записать в виде [4]:

$$Q_{\text{пот.}} = \alpha(T_{\text{нагр.}} - T_{\text{окр.}}). \quad (1)$$

где α – коэффициент теплового рассеяния, $T_{\text{нагр.}}$ – температура нагревателя, $T_{\text{окр.}}$ – температура окружающей среды (деталей теплового узла и всего объёма установки), S – площадь излучения нагревателя.

Из (1) следует, что при $T_{\text{окр.}} \rightarrow T_{\text{нагр.}}$ тепловые потери $Q_{\text{пот.}} \rightarrow 0$, т. е. чем будет выше прогрев теплового узла ($>T_{\text{окр.}}$), тем быстрее наступит термодинамическое равновесие тепловой системы. Использование углеграфитовых материалов с различной теплопроводностью в конкретных элементах конструкции теплового узла обеспечивали, с одной стороны, высокую тепловую инерционность кристаллизационной камеры, а с другой – необходимый температурный градиент. В табл. 1 перечислены графитовые материалы разных марок, использованные при создании теплового узла [5].

Таблица 1 / Table 1

**Перечень теплофизических параметров материалов графитового теплового узла /
List of thermophysical parameters of graphite thermal unit materials**

Материал	Теплопроводность [Вт/м.К]	Теплоёмкость [Дж/ (кг. К)].	Плотность ρ [кг / м3]	Степень черноты
Сталь 08, 08кп,10,10кп0Г,20,20Г45	46 - 55	460	7874	0,4

Материал	Теплопроводность [Вт/м.К]	Теплоёмкость [Дж/ (кг. К)].	Плотность ρ [кг / м3]	Степень черноты
Графит SGL Carbon марки R4550, R7550 SIGRAFINE	105	840	1830	0,81
Графит МПГ-6,8,7	95	840	1850	0,8
Графитовый войлок GFA	0,08	1000	12-14	0,9
SGL Carbon марки SIGRAFLEX	5	900	700	0,115
SGL Carbon марки SIGRABOND	13	800	1450	0,8

Источник: [5].

Тепловую защиту, определяющую теплосбережение и, соответственно, тепловую инерционность установки, обеспечивала конструкция с чередованием тепловых экранов и прочих элементов с использованием марок графитов с низкой теплопроводностью и высокой теплоёмкостью (марок – GFA, Sigraflex, Sigrabond). Тигли изготавливались специально из графита марки Sigratine R4550 немецкой фирмы SGL Carbon, имеющего очень высокую теплопроводность, в 2 раза превышающую соответствующую у стали. Эта особенность графитового материала использовалась в конструкции теплового узла для создания необходимого теплоотода через носовую затравочную часть тигля для обеспечения осевого температурного градиента, необходимого для протекания процесса роста кристалла методом инерционного градиентного охлаждения из неподвижного тигля. Кроме того, следует отметить, что преимуществами камеры ростовой установки горизонтальной направленной кристаллизации (далее – ГНК) с горизонтально расположенным объёмом расплава по сравнению с вертикальными вариантами прочих известных методов выращивания являются практически однородное в нём тепловое поле и сравнительно большая величина объёма зоны расплава. Конструкция графитовых тепловых диафрагм, отделяющих в тепловом узле ростовой модуль от отжигового, позволила получить перепад температуры до 400°C на границе расплава и холодной зоны на расстоянии до 5*10⁻² м. Исходный материал загружался в среднюю ячейку 5-ти ячеистого графитового тигля (см. рис.1-а), при этом стенки боковых ячеек работали в качестве дополнительных боковых тепловых экранов.

Измерения температур проводились с помощью двух Pt30%Rh-Pt6%Rh термопар (рабочий диапазон 0–1820°C), спай одной из них касался верхнего нагревателя, спай другой устанавливался у боковой стенки пустой ячейки тигля, соседней с основной, заполненной расплавом для оценки инерционности тепловой системы. Компенсация холодного спаи и оцифровки знаков выполняли на преобразователях сигнала термопар MAX31856MUD+, сбор данных производился на микроконтроллере AT91SAM3X8E, визуализация данных была выполнена в авторской программе “Sardius v3.0” (оцифровка данных полученных с термопар проводилась в соответствии с ГОСТ Р 8.585-2001).



Рис. 1. / Fig. 1 Тигель из графита марки Sigratine R-4550 (а) и выращенный монокристалл $140 \times 23 \times 20$ мм CaF_2 в средней ячейке 5-ти ячеистого графитового тигля (б); на вставке – шлифованные образцы для исследований / Sigratine R-4550 graphite crucible (a) and grown CaF_2 single crystal $140 \times 23 \times 20$ mm in the middle cell of a 5-cell graphite crucible (b); the insert shows polished samples for research.

Источник: данные авторов.

Высокая степень теплового накопления в тепловом узле создаётся за счёт конструкции многослойных тепловых экранов и периферийной теплоизоляции из графитового войлока со сверхнизкими коэффициентами теплопроводности $0,08 \text{ Вт/м.К}$ [5–7]. Конструкция также создаёт изотермические условия, препятствующие образованию высоких термических напряжений, обычно возникающих при чрезмерных перепадах температуры, что приводит к растрескиванию синтезированного образца. В конструкции нагревательного модуля благодаря многослойной тепловой экранировке объёма в вертикальных направлениях над верхним и под нижним нагревателями (сделаны из графита марки SGL Carbon SIGRAFINE R7550) и боковыми съёмными молибденовыми экранами, окружающими тигель сзади и с боков (рис. 1-б), аккумулируется и удерживается значительно большее количество тепла по сравнению с горизонтальным (осевым) направлением. Такая особенность конструкции нагревательного модуля приводит к созданию направленного канала теплоотвода к носовой части тигля, благодаря которому в расплаве создаётся устойчивый осевой температурный градиент в сторону холодной зоны, с которой граничит массивная носовая часть тигля, изготовленного, как указывалось выше, из марки графита с высокой теплопроводностью. Тепловой узел позволил создать тепловую инерционность, при которой изменение температуры кристалла происходит с такой скоростью, что структура кристалла успевает прийти в равновесное состояние, тем самым создаются условия, препятствующие возникновению напряжений. Одновременно с этим, благодаря высокой температурной инерционности печи, также сглаживается влияние ступенчатого характера процесса понижения температуры, что в значительной степени предотвращает температурные флуктуации в расплаве и на фронте кристаллизации.

Расплав в перегретом состоянии при 1780°C выдерживали для гомогенизации, и одновременно с этим происходила аккумуляция тепла тепловым узлом, а затем температуру печи ступенчато снижали в течение 60 часов. При температуре $\sim 1550^{\circ}\text{C}$ в носовой части, контактирующей с охлаждаемой поверхностью тигля, начинается кристаллизация расплава с последующим последовательным затвердеванием всего объёма путём ГО. Существенное влияние на продолжительность процесса кристаллизации и, соответственно, скорость продвижения фронта роста по длине тигля в глубину объёма расплава оказывает высокая инерционность созданной тепловой системы. Представленные на рис. 2 зависимости показывают, что благодаря высокому накоплению и длительному сбережению тепла внутри теплового узла создаются условия, позволяющие значительно увеличить продолжительность процесса ГО-кристаллизации до $\sim 5,5\text{--}6$ часов, что при длине кристалла 140 мм позволяет оценить скорость продвижения фронта кристаллизации $\sim 25\text{ мм/ч}$.

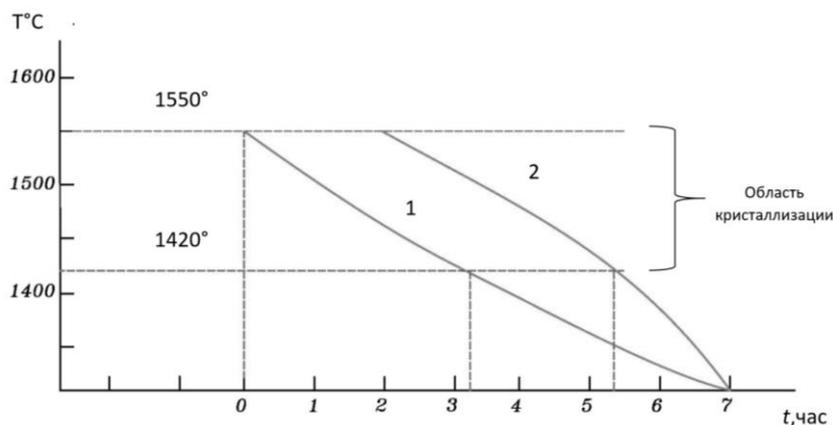


Рис. 2 / Fig. 2. Временные зависимости снижения температуры внутри теплового узла в области ГО-кристаллизации: 1- T нагревателя (соответствует, показанной на рис. 3); 2- T тепловой системы / Time dependences of the temperature decrease inside the thermal unit in the area of gradient solidification of the melt: 1- T of the heater (corresponds to that shown in fig. 3); 2-T thermal system.

Источник: данные авторов.

Как следует из рис. 2, ниже области кристаллизации, при $\sim 1300^{\circ}\text{C}$ температуры обеих зависимостей выравниваются и последующее остывание печи идёт при общем понижении температуры нагревателей до 400°C , после чего нагреватели отключаются и охлаждение происходит инерционно до комнатной температуры.

На рис. 3-а показана временная зависимость понижения температуры нагревателя. На вставке рис. 3-б показан полный ход изменения температуры на про-

тяжении всего процесса выращивания, включая нагрев до необходимых значений и инерционное охлаждение до комнатных температур. Образцы полученного бесцветного монокристалла CaF_2 без трещин, представлены на рис. 1-б.

3. Влияние технологических условий синтеза кристаллов на распределение легирующей примеси

Исследовались спектры поглощения кристаллов $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$, выращенных методом инерционной ГО-кристаллизации в неподвижном тигле и стандартным методом ГНК путём протяжки со скоростью 5 мм/час в атмосфере аргона. Легированные кристаллы $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$ были получены из чистых бескислородных кристаллов CaF_2 .

Спектры оптического поглощения (см. рис. 4), снятые на спектрофотометре СФ-56, показали, что полученные исходные беспримесные кристаллы CaF_2 не содержали ионов свинца и кислорода (рис. 4 – зелёный). Далее из этих измельчённых чистых образцов была выращена серия легированных кристаллов, с различным содержанием PbF_2 (рис. 4 – красный и синий). Для предотвращения испарения PbF_2 в ростовой камере создавалась газовая Ar-среда с избыточным давлением. Спектры поглощения образцов CaF_2 с различными концентрациями PbF_2 состоят из пяти полос поглощения ионов Pb^{2+} , соответствующих двум дублетам 207, 217, и 233, 246 нм, а также синглету 308 нм. Поскольку ион Pb^{2+} , замещающий в решётке ион Ca^{2+} , имеет ту же валентность, что и Ca^{2+} , но больший геометрический размер (0,143 нм), чем ион Ca^{2+} (0,126 нм), то при высоких концентрациях легирующей примеси это приводит к искажению кристаллической решётки, и в легированных кристаллах, начиная с 4 моль% PbF_2 возникают структурные дефекты в виде блоков. Эта же особенность влияет на характер распределение легирующей примеси в кристалле. Кроме того, повышение концентрации примеси приводит к заметному возрастанию концентрационного переохлаждения расплава, которое проявляется в появлении морфологических дефектов в виде ячеистой структуры у получаемого кристалла. Коэффициент распределения примеси в кристаллах $k = C_{\text{ТВ}} / C_{\text{Ж}}$ (где C – концентрация примеси в соответствующей фазе) для большинства примесей, обладающих хорошей растворимостью в жидкой фазе по сравнению с твёрдой, соответствует равновесному коэффициенту распределения $k_0 = (C_{\text{ТВ}}/C_{\text{Ж}}) < 1$. Процессы массопереноса в расплавленной зоне при нормальных скоростях кристаллизации и перемешивании всегда приводят к образованию диффузионного слоя на границе раздела фаз с концентрационным пиком в области кристаллизации [8]. Поскольку кристалл растёт с определённой конечной скоростью, оперируют фактическим эффективным коэффициентом распределения, который отличается от равновесного k_0 и тем больше, чем больше скорость роста. Количественная связь между $k_{\text{эфф}}$ и k_0 определяется из уравнения Бартона-Прима-Слихтера [8; 9]:

$$k_{\text{эфф}} = \frac{k_0}{k_0 + (1 - k_0) \exp\left(-\frac{V\Delta}{D}\right)}. \quad (2)$$

где V – скорость перемещения фронта кристаллизации; D – коэффициент диффузии примеси в жидкой фазе ($\sim 10^{-5}$ - 10^{-4} см²/с); Δ – толщина диффузионного слоя, обогащённого примесью.

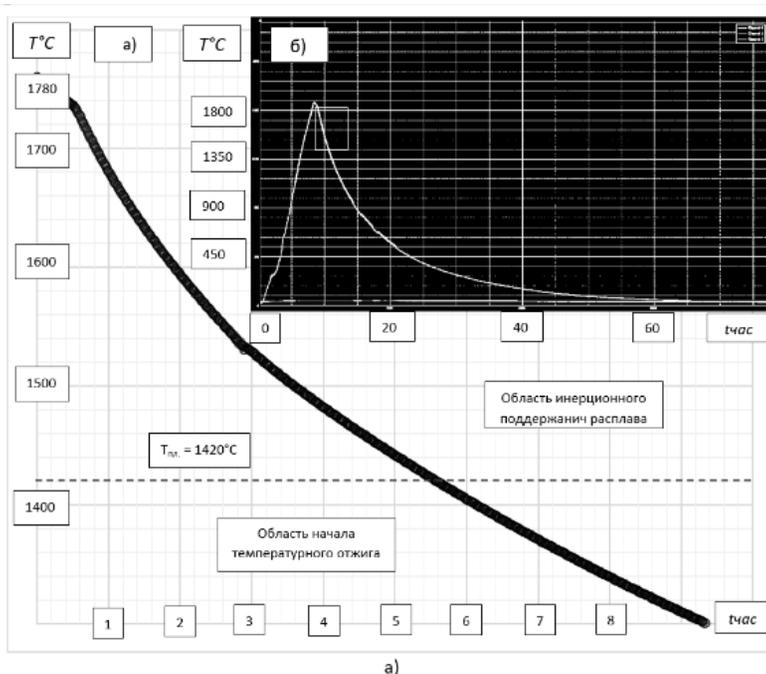


Рис. 3 / Fig. 3. Инерционное снижение температуры во времени в графитовом тепловом узле ростовой установки: а) в области кристаллизации расплава; б) общая температурная временная зависимость процесса выращивания.

Квадратом, выделена область, показанная в «а».

Inertial decrease in temperature in time in the graphite thermal unit of the growth unit: а) in the area of melt crystallization; б) general temperature time dependence of the growing process. The square highlights the area shown in “а”.

Источник: данные авторов.

Диффузионный слой при $k_{эфф} < 1$ обогащён, а при $k_{эфф} > 1$ – обеднён примесью. Чем интенсивнее перемешивается расплав, тем меньше толщина диффузионного слоя. При энергичном перемешивании толщина слоя Δ составляет $\sim 10^{-3}$ см, при слабом $\sim 10^{-1}$ см [10]. Безразмерная величина V_{Δ}/D называется «приведённой скоростью роста» (ПСР). Чем меньше ПСР, тем ближе $k_{эфф}$ и k_0 : если $V_{\Delta}/D \rightarrow 0$, то $[k_{эфф} \rightarrow k_0] \rightarrow < 1$. ПСР можно снизить, уменьшив V или Δ (за счёт перемешивания расплава) или увеличив D . При увеличении ПСР эффективный коэффициент $k_{эфф}$ приближается к единице: если $V_{\Delta}/D \rightarrow \infty$, то $k_{эфф} \rightarrow 1$. В этом случае примесь не успевает оттесниться в расплав растущим кристаллом. Содержание примеси в кристалле становится таким же, как в расплаве. На рис. 5 пока-

заны результаты измерения коэффициентов распределения ионов свинца в кристаллах $\text{CaF}_2:\text{Pb}^{2+}$, выращенных стандартным методом ГНК с протяжкой тигля с расплавом через градиентное поле и путём инерционной ГО-кристаллизации в неподвижном тигле.

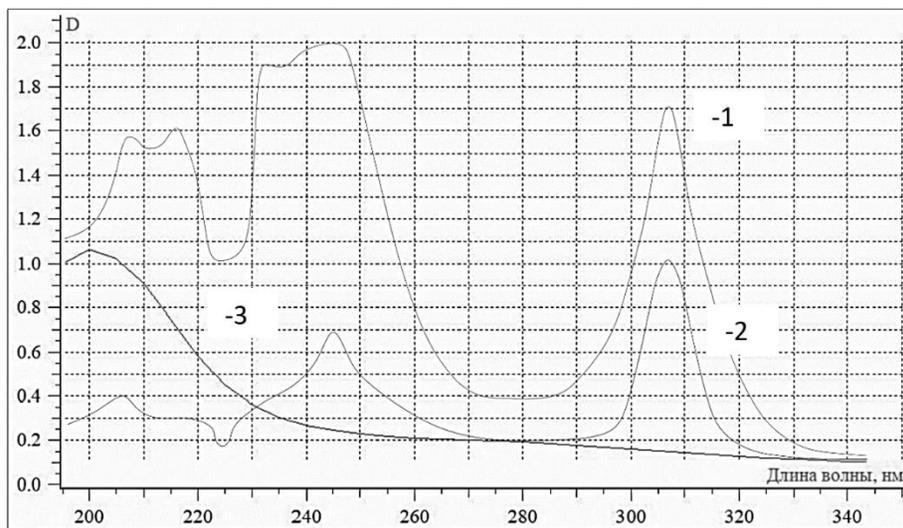


Рис. 4 / Fig.4. Спектры поглощения при комнатной температуре кристаллов CaF_2 чистых и легированных Pb^{2+} : 1 – 3 мол.% PbF_2 ; 2 – 1 мол.% PbF_2 ; 3 – беспримесный / Room-temperature absorption spectra of pure CaF_2 crystals and those doped with Pb^{2+} : 1 – 3 mol.% PbF_2 ; 2 – 1 mol.% PbF_2 ; 3 – pure.

Источник: данные авторов.

В случае инерционной ГО-кристаллизации, начиная с середины (~ 75 мм) от общей закристаллизовавшейся фазы (150 мм), K и практически не меняется и, следовательно, $k_{эфф} \rightarrow 1$. Для кристаллов, выращенных методом ГНК, характерно распределение примеси с $k_{эфф} < 1$ по всей длине. Таким образом, $(\text{ПСР})_{\text{инерц.кр.}} > (\text{ПСР})_{\text{ГНК}}$.

Как известно, при выращивании кристаллов фторидов используют как вакуумную, так и технологию с избыточным давлением инертного газа. Для поддержания стехиометрического состава растущего кристалла по содержанию фтора, подвергающегося испарению из расплава в результате процесса термодиссоциации, можно, либо добавлять к исходному веществу PbF_2 , либо создавать фторирующую атмосферу выращивания, например, за счёт термического разложения тетрафторэтилена CF_4 . Наши исследования по выращиванию кристаллов фторидов методом ГНК показали, что в этом случае вакуумная технология из-за большой поверхности зеркала расплава приводит к практически полному испарению вещества (на 80–90%) в течение ~ 2 часов. Поэтому при ГНК-технологии в условиях исключительно избыточного давления инертного газа от 0,5 до 1 атм. синтез можно проводить либо с использованием CF_4 в вакууме до $T \sim 350\text{--}400^\circ\text{C}$, а

затем нагрев вести при давлении инертного газа, либо с добавкой PbF_2 в вакууме до $T \sim 900^\circ C$, а дальше до плавления в инертной газовой атмосфере, но нельзя создавать инертно-фторирующую атмосферу одновременно с присутствием PbF_2 , иначе последний останется в расплаве и войдёт в кристалл в виде примеси с полосами поглощения в УФ областях.

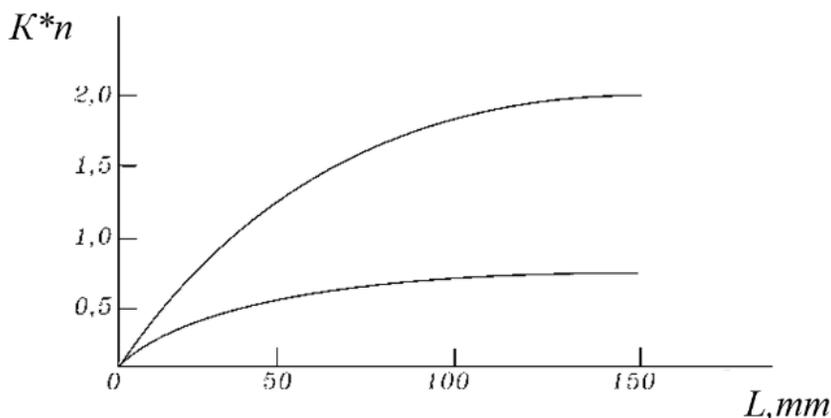


Рис. 5 / Fig. 5. Кривые изменения приведённых коэффициентов поглощения $K*n$ линии с $\lambda = 308$ нм по длине кристалла L в зависимости от метода выращивания: верхняя – ГНК для кристалла $CaF_2:Pb^{2+}$ (3 мол.%); нижняя – инерционная ГО-кристаллизация для кристалла $CaF_2:Pb^{2+}$ (1 мол.%) / Curves of the change in the reduced absorption coefficients $K*n$ of the line with $\lambda = 308$ nm along the length of the crystal L depending on the method of growth: the upper one is HDC for the $CaF_2:Pb^{2+}$ crystal (3 mol.%); lower - inertial gradient solidification of the melt crystallization for a $CaF_2:Pb^{2+}$ (1 mol.%) crystal.

Источник: данные авторов.

4. Заключение

Выращены монокристаллы CaF_2 , $CaF_2:Pb^{2+}$ и исследованы особенности их получения путём инерционного градиентного охлаждения расплава в неподвижном тигле при избыточном давлении аргона. Кристаллические образцы $140 \times 23 \times 20$ мм оптического качества были получены из сильно перегретых расплавов. Важную роль в получении монокристаллов методом инерционного градиентного охлаждения расплава играют конструкция и материалы теплового узла, который должен представлять собой среду прямого аккумулирования тепла. Конструкции графитового теплового узла и его нагревательного модуля позволили создать температурные условия, при которых изотерма роста, направленная от носовой части тигля к хвостовой, двигалась синхронно с границей «расплав-кристалл». Такие условия возникают благодаря высокой температурной инерционности печи, которая одновременно с этим в процессе ступенчатого понижения температуры на нагревателях поддерживает плавный характер изменения теплового поля вокруг растущего кристалла и, соответственно,

уменьшает температурные флуктуации в расплаве и на фронте роста. При этом тепловой узел вместе с инерционностью протекания процессов теплообмена должен обеспечивать оптимальные температурные градиенты. Благодаря тепловой инерционности системы, плавный переход от режима кристаллизации расплава к режиму температурного отжига кристалла, не меняя его положения внутри теплового узла, позволяет избежать образования напряжений, приводящих к растрескиванию кристаллов во время охлаждения. Ростовые исследования легированных кристаллов показали, что по сравнению с классическим методом ГНК, в случае инерционной ГО-кристаллизации имеет место более равномерное распределение примеси по длине кристалла. Сделан вывод об особенностях создания газовых атмосфер выращивания кристаллов фторидов методом ГНК-технологии.

Статья поступила в редакцию 24.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лодиз Р., Паркер Р. Рост монокристаллов. М.: Мир, 1974. 540 с.
2. Вильке К.-Т. Методы выращивания кристаллов. Л.: Недра, 1968. 424 с.
3. Багдасаров Х. С. Высокотемпературная кристаллизация из расплава. М.: Физматлит, 2004. 160 с.
4. Исследование теплообмена в графитовом тепловом узле установки по выращиванию монокристаллов методом ГНК / Саркисов С. Э., Юсим В. А., Рябченков В. В., Калимуллин Р. К., Говорун И. В., Сакмаров А. В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 3. С. 68–81. DOI: 10.18384/2310-7251-2019-3-68-81.
5. Yusim V. A., Sarkisov S. E., Ryabchenkov V. V., Kloss Yu. Yu., Govorun I. V., Ivanova L. V., Sakmarov A. V. Mathematical modeling of heat and mass transfer processes in the graphite thermal unit of the crystallization apparatus for Horizontal directional solidification method // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1560. International Interdisciplinary Scientific Conference “Advanced Element Base of Micro- and Nano-Electronics” (20–23 April 2020, Moscow, Russian Federation). P. 012060. DOI: 10.1088/1742-6596/1560/1/012060.
6. Рябченков В. В., Саркисов С. Э. Патент RU 2 608 891 С. Устройство для получения монокристаллов тугоплавких фторидов; НИЦ «Курчатовский институт». – № 2016107781; заявл. 03.03.2016; опубл. 26.01.2017, Бюл. № 3 – 11 с.
7. Патент RU 2643980С1. Тепловой узел установки для выращивания галоидных кристаллов методом горизонтальной направленной кристаллизации / Юсим В. А., Калимуллин Р. К., Рябченков В. В., Саркисов С. Э.; НИЦ «Курчатовский институт». – № 2017127968; заявл. 04.08.2017; опубл. 26.02.2018, Бюл. № 4 – 19 с.
8. Полупроводники / ред. Н. Б. Хенней. М.: Издательство иностранной литературы, 1962. 668 с.
9. Пфанн В. Зонная плавка. М.: Мир, 1970. 366 с.
10. Джексон К., Ульман Д., Хант Дж. О механизме роста кристаллов из расплава // Проблемы роста кристаллов. М.: Мир, 1966. С. 27–86.

REFERENCES

1. Laudise R., Parker R. *Rost monokristallov* [The Growth of Single Crystals]. Moscow, Mir Publ., 1974. 540 p.
2. Wilke K. Th. *Metody vyrashchivaniya kristallov* [Methods for growing crystals] Leningrad, Nedra Publ., 1968. 424 p.
3. Bagdasarov Kh. S. *Vysokotemperaturnaya kristallizatsiya iz rasplava* [High-temperature crystallization from melt]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. 160 p.
4. Sarkisov S. E., Yusim V. A., Ryabchenkov V. V., Kalimullin R. K., Govorun I. V., Sakmarov A. V. [Study of heat transfer in a graphite thermal unit of the facility for growing single crystals by the HDC method]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblasnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2019, no. 3, pp. 68–81. DOI: 10.18384/2310-7251-2019-3-68-81.
5. Yusim V. A., Sarkisov S. E., Ryabchenkov V. V., Kloss Yu. Yu., Govorun I. V., Ivanova L. V., Sakmarov A. V. Mathematical modeling of heat and mass transfer processes in the graphite thermal unit of the crystallization apparatus for Horizontal directional solidification method. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, Vol. 1560. International Interdisciplinary Scientific Conference “Advanced Element Base of Micro- and Nano-Electronics” (20–23 April 2020, Moscow, Russian Federation), p. 012060. DOI: 10.1088/1742-6596/1560/1/012060.
6. Ryabchenkov V. V., Sarkisov S. E. Patent RU 2 608 891 C. *Ustroystvo dlya polucheniya monokristallov tugoplavkikh floridov* [Device for obtaining single crystals of refractory fluorides]; National Research Centre “Kurchatov Institute”. No. 2016107781; declared 03.03.2016; publ. 26.01.2017, Bulletin No. 3, 11 p.
7. Yusim V. A., Kalimullin R. K., Ryabchenkov V. V., Sarkisov S. E. Patent RU 2643980C1. *Teplovoy uzel ustanovki dlya vyrashchivaniya galoidnykh kristallov metodom gorizont'noy napravlennoy kristallizatsii* [Thermal unit of the installation for growing halide crystals by the method of horizontal directional crystallization]; National Research Centre “Kurchatov Institute”. No. 2017127968; declared 04.08.2017; publ. 26.02.2018, Bulletin No. 4, 19 p.
8. Henney N. B.. ed. *Poluprovodniki* [Semiconductors]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoy literatury Publ., 1962. 668 p.
9. Pfann W. *Zonnaya plavka* [Zone melting]. Moscow, Mir Publ., 1970. 366 p.
10. Jackson K., Ulman D., Hunt G. [On the mechanism of crystal growth from melt]. In: *Problemy rosta kristallov* [Problems of Crystal Growth]. Moscow, Mir Publ., 1966, p. 27–86.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Саркисов Степан Эрвандович – кандидат физико-математических наук, заместитель начальника отдела физических процессов и прикладных технологий (ОМФПиПТ) Управления по нераспространению и физической защите Курчатовского комплекса реабилитации и нераспространения Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;
e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com;

Юсим Валентин Александрович – старший научный сотрудник, и. о. начальника Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Управления по нераспространению и физической защите Курчатовского комплекса реабилитации и нераспространения Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: Yusim_VA@nrcki.ru;

Клосс Юрий Юрьевич – доктор физико-математических наук, начальник отдела физических процессов и прикладных технологий (ОМФПиПТ) Управления по нераспространению и физической защите Курчатовского комплекса реабилитации и нераспространения Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: Kloss_YY@nrcki.ru;

Сазыкина Татьяна Алексеевна – научный сотрудник Лаборатории экспериментального моделирования и синтеза тугоплавких материалов Управления по нераспространению и физической защите Курчатовского комплекса реабилитации и нераспространения Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: Yusim_VA@nrcki.ru;

Юсим Федор Александрович – научный сотрудник Лаборатории материалов канальных реакторов отделения реакторных материалов и технологий Курчатовского комплекса НБИКС-природоподобных технологий, отделение реакторных материалов и технологий (ОРМиТ) Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: Yusim_FA@nrcki.ru;

Кондратьев Константин Викторович – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Лаборатории материалов канальных реакторов отделения реакторных материалов и технологий Курчатовского комплекса НБИКС-природоподобных технологий, отделение реакторных материалов и технологий (ОРМиТ) Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»;

e-mail: Kondratev_KV@nrcki.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Stepan E. Sarkisov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Deputy Head, Department of the Office for Nonproliferation and Physical Protection of the Kurchatov Rehabilitation and Nonproliferation Complex, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: dr.stevesarkisov@gmail.com;

Valentin A. Yusim – Senior Researcher, Acting Laboratory Head, Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials of the Directorate for Nonproliferation and Physical Protection of the Kurchatov Rehabilitation and Nonproliferation Complex, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: Yusim_VA@nrcki.ru;

Yuri Y. Kloss – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Departmental Head, Department of Physical Processes and Applied Technologies of the Directorate for Nonproliferation and Physical Protection of the Kurchatov Rehabilitation and Nonproliferation Complex, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: Kloss_YY@nrcki.ru

Tatiana A. Sazykina – Researcher, Laboratory of Experimental Modeling and Synthesis of Refractory Materials of the Directorate for Nonproliferation and Physical Protection of the Kurchatov Rehabilitation and Nonproliferation Complex, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: Yusim_VA@nrcki.ru;

Fedor A. Yusim – Researcher, Laboratory of Materials of Channel Reactor of Kurchatov Complex NBICS – nature-like technologies, Department of Reactor Materials and Technologies, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: Yusim_FA@nrcki.ru;

Konstantin V. Kondratiev – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher, Laboratory of Materials of Channel Reactors of Kurchatov Complex NBICS –nature-like technologies, Department of Reactor Materials and Technologies, National Research Center “Kurchatov Institute”;

e-mail: Kondratev_KV@nrcki.ru;

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Выращивание монокристаллов флюорита методом инерционного градиентного охлаждения расплава / Саркисов С. Э., Юсим В. А., Клосс Ю. Ю., Сазыкина Т. А., Юсим Ф. А., Кондратьев К. В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 26–40.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-26-40.

FOR CITATION

Sarkisov S. E., Yusim V. A., Kloss Y. Y., Sazykina T. A., Yusim F. A., Kondratiev K. V. Growing fluorite single crystals by the method of inertial gradient solidification of the melt. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 26–40.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-26-40.

УДК: 538.931, 538.951, 538.953, 538.971, 621.375.826

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-41-51

ДИСПЕРГАЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОПЛЁНОК ПРИ ЛАЗЕРНОМ СКАНИРОВАНИИ

Кулешов П. С.^{1,2}, Кузнецов М. М.³, Кулешова Ю. Д.³

¹ Центральный институт авиационного моторостроения имени П. И. Баранова
111116, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 2, Российская Федерация

² Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9,
Российская Федерация

³ Московский государственный областной университет
141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация

Аннотация

Целью работы является валидация предлагаемого механизма резонансной диспергации для «мелкой» и «глубокой» жидкости на экспериментальных результатах по лазерной абляции металлических наноплёнок, опубликованных в печати.

Процедура и методы. В работе применялся аналитический метод исследования. Использовались методы волновой физики и теории резонансной диспергации.

Результаты. В результате расчётов получены оценки наиболее вероятных размеров фрагментов диспергации и дисперсий их распределений по размерам, которые удовлетворительно объясняют экспериментальные данные.

Теоретическая и/или практическая значимость. Описанный механизм диспергации позволяет продвинуться в изучении некоторых режимов лазерной абляции, что имеет как теоретический, так и практический интерес

Ключевые слова: наночастицы, нанопленки, лазер, сканирование, диспергация, дисперсия, распределение, абляция

DISPERSION OF METAL NANOFILMS DURING LASER SCANNING

P. Kuleshov^{1,2}, M. Kuznetsov³, Yu. Kuleshova³

¹ Central Institute of Aviation Motors
ulitsa Aviamotornaya 2, Moscow 111116, Russian Federation

² Moscow Institute of Physics and Technology
Institutskii pereulok 9, Dolgoprudny 141700, Moscow Region, Russian Federation

³ Moscow Region State University
ulitsa Very Voloshinoi 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

Aim. The purpose of the work is to validate the proposed mechanism of resonance dispersion for a "fine" and "deep" liquid by using the experimental results on laser ablation of metallic nanofilms published in the literature.

Methodology. An analytical research method is used in the work, as well as the methods of wave physics and the theory of resonance dispersion.

Results. As a result of the calculations, estimates of the most probable sizes of dispersion fragments and variances of their size distributions are obtained, which satisfactorily explain the experimental data.

Research implications. The described dispersion mechanism makes it possible to advance in the study of some laser ablation regimes, which is of both theoretical and practical interest.

Keywords: nanoparticles, nanofilms, laser, scanning, dispersion, variance, distribution, ablation

Введение

В первой четверти XXI века происходит интенсивное развитие нанотехнологий и, в том числе, методов создания наноструктур с помощью лазерной абляции. Наноструктуры создаются, как в окружающей среде инертного газа или жидкости в виде распределения наночастиц (например, [1; 2]), так и на поверхности мишеней в виде нанорельефа (например, [3]). Области применения таких наноструктур чрезвычайно разнообразны: от создания фото- и биохимических сенсоров на их основе, до создания различных добавок в жидкое или газообразное топливо [4]. Характерные масштабы наноструктур определяются параметрами периодических лазерных импульсов, в том числе, скоростью сканирования.

В работе анализируются данные экспериментов по абляции металлов при лазерном сканировании [1; 3]. В рамках волновой физики мягкой материи и теории резонансной диспергации даются аналитические оценки масштабов получаемых наноструктур. В работе также показано удовлетворительное совпадение расчётных и экспериментальных значений дисперсий и наиболее вероятных размеров для распределений наночастиц.

Описание экспериментов

В случае [1] лазерными импульсами с плотностью энергии 15 Дж/см^2 воздействуют на металлическую пленку серебра (Ag) в воздухе. Тонкую металлическую пленку Ag толщиной $h = 20\text{--}60 \text{ нм}$ создают предварительным напылением на стеклянной подложке: $h \ll x$, где $x \sim \sqrt{a_m \tau} \sim 4.4 \text{ мкм}$ – радиус диффузии тепла лазерного импульса, $a_m = 1.7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ – температуропроводность Ag [3], $\tau = 120 \text{ нс}$ – длительность импульса. На металлическую подложку фокусируют лазерное излучение. При этом образуется фокальное пятно лазерного импульса с диаметром $D = 26 \text{ мкм}$. Период следования лазерных импульсов $T = 1/\nu = 1/40 \text{ мс}$. Скорость перемещения лазерного луча по поверхности пленки составляет 5 мм/с . Под действием лазера плёнка диспергируется в воздух и осаждается на другой стеклянной поверхности в виде наночастиц. Измеренные в [1] радиусы осажённых наночастиц оказались в 2–3 раза меньше толщины плёнки.

В экспериментах [3] частота повторения лазерных импульсов $\nu=10$ Гц, длительность импульса $\tau=130$ фс, скорость сканирования 0.6 мм/с, радиус лазерного пятна на поверхности мишени 1.1 мм, а в качестве материала мишеней применялись никель (Ni: $c=4000$ м/с, $\rho=7500$ кг/м³, $\sigma=1.6$ Н/м, $a_m=15.5 \cdot 10^{-6}$ м²/с [5; 6]) и железо (Fe: $c=3800$ м/с, $\rho=6700$ кг/м³, $\sigma=1.9$ Н/м, $a_m=6.01 \cdot 10^{-6}$ м²/с [5–7]). Тут c , ρ , σ – скорость, плотность и коэффициент поверхностного натяжения расплава металла при температуре плавления. Толщина металлического слоя мишени Ni в [3] $h=15$ мкм, а для Fe – ещё больше. Мишень помещена в жидкость – изопропиловый спирт. В экспериментах [3] по фотографиям нанорельефа видно, что длина застывших капиллярных волн, образующихся на поверхности мишеней после воздействия лазером, равна 0.5 – 1 мкм (Ni) и 1 – 1.5 мкм (Fe). Кроме того, в [3] сообщалось, что в экспериментах при воздействии лазером глубина абляции была порядка 10 нм.

Объяснение экспериментов в рамках механизма резонансной диспергации

Поскольку в [1] $x \gg h$, то глубину расплава металла под действием лазерного импульса можно считать равной толщине пленки. В процессе плавления из-за уменьшения плотности $\Delta\rho$ поверхность расплава движется нормально со скоростью $u = (h/\tau) \cdot (\Delta\rho/\rho)$, что является возможной причиной возникновения горизонтальных волн деформации в зоне расплава шириной s . Под действием волн деформации на поверхности расплава возбуждаются капиллярные волны длиной λ_H , с которых срываются фрагменты наночастиц с радиусом (как будет показано ниже) $r < \lambda_H$ и осаждаются на другую стеклянную подложку.

Отталкиваясь от механизма резонансной диспергации жидкой частицы, изложенного в [8; 9], будем считать, что при отражении ударных волн деформации широкого спектра на границах расплава шириной s образуются и усиливаются стоячие волны на частотах, при которых их отражение происходит в фазе или в противофазе. В случае симметричных граничных условий на пространственном масштабе s (узел-узел или пучность-пучность) стоячие волны деформации возбуждают капиллярные волны на поверхности расплава на собственной минимальной круговой частоте:

$$\omega = \pi c / s \quad (1).$$

В этом случае, вдоль направления s укладывается полволны и выполняется $s=0.5cT$ (T – период деформационной волны).

Пусть слой расплава с коэффициентом поверхностного натяжения σ настолько тонкий, что образующиеся на нём капиллярные волны имеют пространственный период λ_H гораздо больше глубины самого слоя $\lambda_H \gg x$. Тогда круговая частота ω капиллярных волн на поверхности расплава задаётся формулой из [10] в приближении «мелкой» жидкости:

$$\omega^2 = \frac{\sigma x}{\rho} \left(\frac{2\pi}{\lambda_H} \right)^4 \quad (2).$$

В условиях резонанса капиллярных волн на поверхности расплава и стоячих деформационных волн из равенства частот (1, 2) получим:

$$\lambda_H \sim \left(\frac{\sigma}{\rho} \sqrt{a_m \tau} \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{4\pi s}{c} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Длина поверхностных капиллярных волн λ_H задаётся шириной волновода s , на которой реализуется стоячая волна деформации.

В случае [1] в качестве крупномасштабного размера s можно выбрать сдвиг фокального пятна лазерного импульса на металлической подложке за один период следования лазерных импульсов. Учитывая, что скорость перемещения луча по поверхности составляет $u=5$ мм/с, получим сдвиг $s=uT=125$ нм. Поэтому при каждом сдвиге за период лазерный луч захватывает узкую кромку металла 26 мкм x 125 нм. Будем считать, что за один импульс лазера всё вещество плёнки объёмом 26мкм x 125нм x h , охваченное лазерным излучением, полностью плавится и диспергирует вплоть до стеклянной подложки, формируя уступ плёнки высотой h . После плавления этот объём кромки в жидком виде представляет собой волновод, поперёк которого формируется стоячая ударная волна. Из-за отличий волновых импедансов на границе расплава с твёрдым металлом в направлении поперёк волновода (в направлении сканирования луча) должен формироваться узел, а с тыльной стороны на границе расплава с воздухом – пучность стоячей волны деформации. Поэтому в [1] при возбуждении первой гармоники ($n=1$) поперёк волновода в горизонтальном направлении укладывается четверть волны деформации $s/c=0.25T$. Для второй гармоники ($n=2$) - $s/c=0.75T$ и т. д. В итоге формула (3) должна быть скорректирована и обобщена на n -ю гармонику и при $h = 20$ нм, $n=1$ длина пространственного периода составит:

$$\lambda_H \sim \left(\frac{\sigma}{\rho} h \right)^{1/4} \cdot \left(\frac{8\pi s}{(2n-1)c} \right)^{1/2} = 40 \text{ нм} \quad (4).$$

В расчётах использовались следующие теплофизические данные для Ag: $c=2710$ м/с, $\rho=9350$ кг/м³, $\sigma=0.9$ Н/м [5]. Видим, что предположение о мелкости расплава $h < \lambda_H$ выполняется плохо. Поэтому применим оценку для “глубокой” жидкости, выведенную ранее в [8, 9] для $n=1$ и симметричных граничных условий, но переформулируем ее с учетом несимметричных граничных условий $\lambda_H = \pi \cdot (2s/c)^{2/3} \cdot (\sigma/\rho)^{1/3}$. При $h = 20$ нм, длина пространственного периода составит $\lambda_H = 30$ нм. Результаты в обоих приближениях отличаются слабо.

Чтобы связать радиус фрагмента диспергации r и длину капиллярной волны λ_H приравняем частоты колебаний жидкой капли [10] $\omega_{\min}^2 = 8\sigma/(\rho \cdot r^3)$ и капиллярных волн в мелкой жидкости $\omega^2 = \frac{\sigma h}{\rho} \left(\frac{2\pi}{\lambda_H} \right)^4$. Тогда получим

$$r = \frac{\lambda_H}{\pi} \left(\frac{\lambda_H}{2\pi h} \right)^{1/3} \quad (5).$$

Модифицируем (5) с учётом (4) и в случае [1] при $n=1$ вычислим:

$$r = 4 \left(\frac{\sigma}{2\rho} \right)^{1/3} \left(\frac{s}{\pi(2n-1)c} \right)^{2/3} = 8.5 \text{ нм} \quad (6).$$

Расчёт по формуле (6) очень хорошо совпадает с экспериментальным значением наиболее вероятного радиуса $r_p = 8.7$ нм осаждённых на стеклянную подложку наночастиц Ag, полученных в эксперименте [1] диспергацией самой тонкой плёнки $h = 20$ нм. Заметим, что в приближении “глубокой” жидкости радиус осколка не меняется и находится по формуле (6). Однако, (6) не зависит от толщины пленки, что противоречит экспериментальным данным для $h = 30, 45, 60$ нм (расчёт занижает данные для более толстых плёнок в 2–3 раза). Можно предположить, что причина расхождений кроется в некорректном допущении о совпадении размеров наночастиц, осаждённых на стеклянной подложке, с размерами свободных наночастиц в воздухе сразу после их диспергации. В самом деле, на фотографиях для $h = 30, 45, 60$ нм, приведённых в [1], видно, что осаждённые частицы вплотную примыкают друг к другу, т. е. необходимо учитывать их частичную коагуляцию. В предположении о сохранении размера свободных диспергированных частиц в воздухе, независимо от увеличения толщины фрагментируемой пленки, поверхностная концентрация осаждённых на подложку частиц увеличивается, т. е. возрастает вероятность их коагуляции. В [1] авторы признают влияние коагуляции только для самого толстого образца пленки $h = 90$ нм. В этом случае происходит полная коагуляция всех осаждённых частиц, т. к. на представленной в [1] фотографии отдельных круглых частиц не наблюдается, а присутствуют только крупные бесформенные образования.

В статье [3] (частично тех же авторов, что и [1]) приводится формула расчёта длины волны капиллярной неустойчивости

$$\lambda = 2\pi\sqrt{\sigma h / P} \quad (7),$$

величину которой имеет смысл сравнить с расчетом λ_H по формуле (4) на основе данных из [1] при $h=20$ нм: $\lambda = 2\pi\sqrt{\sigma h / P} = 434$ нм. Тут P – критическое давление паров жидкости около расплава металла (в воздухе, как в случае [1], критическое давление равно 3.766 МПа). Видно, что расчёт по формуле (7) для эксперимента [1] даёт величину на порядок больше расчёта по формуле (4), кроме того, зависимость длины волны от толщины плёнки в формуле (7) из [3] более сильная. Заметим, что аналогичный вывод выражения для радиуса наночастицы

по формуле (5) $r = \frac{\lambda_H}{\pi} \left(\frac{\lambda_H}{2\pi h} \right)^{1/3}$ с помощью подстановки длины волны неустойчивости из формулы (7) даёт величину радиуса в 20 раз большую, нежели в эксперименте, и зависящую от толщины пленки $\sim h^{2/3}$. Такое большое отличие говорит о невозможности применения формулы (7) из [3] для описания экспериментов [1].

Поскольку в [3] радиус тепловой диффузии оценивается по формуле $x \sim \sqrt{a_m \tau}$, как $x=1.4$ нм (Ni) и $x=0.88$ нм (Fe), то можно считать толщину мишенной фактически не ограниченной ($h \gg x$). Поэтому для сопоставления расчётов с экспериментами [3] можно применять формулу (4), в которой в качестве глубины расплава принимается не h , а x : $\lambda_H \sim \left(\frac{\sigma}{\rho} x\right)^{1/4} \cdot \left(\frac{8\pi s}{c}\right)^{1/2} = 454$ нм (Ni) и 445 нм (Fe), где $s=60$ мкм находится так же, как в расчётах по экспериментам [1]. В этом случае расчёт в 2–3 раза занижает экспериментальные значения из [3]. Отличия связаны с неточной оценкой глубины расплава в расчётах. Если в (4) подставить глубину абляции 10 нм из данных [3], то получим $\lambda_H = 742$ нм (Ni) и 817 нм (Fe), что гораздо ближе к экспериментальным значениям. Поэтому можно утверждать, что предлагаемая в данной работе формула (4) обладает большей общностью, нежели (7), и подходит как для описания экспериментов из [1], так и из [3].

Из независимых предположений (см. [9]) известно, что

$$r_p = 9\sigma V / 2WK^3 \quad (8),$$

где (в случае [1]) $V = hsD \sim h$ – диспергируемый объём, W – энергия, затраченная на диспергацию объёма V , $K = \sqrt{3/2}$. В (8) отражён хорошо известный факт: чем больше тратится энергии W на диспергацию заданного объёма V , тем мельче наиболее вероятный радиус фрагмента диспергации r_p . Данное положение универсально, оно использовалось, например, в работе Кулешова П. С. и др.¹ для объяснения уменьшения размеров наночастиц железа за ударной волной с ростом температуры. По крайней мере, качественно, (8) согласуется с экспериментами [2], где представлены распределения фрагментов абляции Ag-нанопленок разной толщины в силиконовой жидкости в зависимости от величины флюенса лазерного импульса. Применительно к [1] за один импульс через площадь поверхности sD подведена энергия лазера $W_1 = I\tau sD$ (где $I\tau = 15$ Дж/см² – плотность энергии в [1]). Эта энергия распространяется в подложке и частично уходит в стекло на глубину радиуса диффузии тепла $x \gg s$. Объём полупространства, в котором распространяется энергия W_1 , можно оценить как $V_1 \sim \pi Dx^2 / 2$. Тогда энергия диспергации пересчитывается через пропорцию объёмов $W \sim W_1 V / V_1 \sim 2I\tau D s^2 h / \pi x^2$, а наиболее вероятный радиус фрагмента диспергации оценивается из формулы (8):

$$r_p = 9\pi\sigma x^2 / 4(I\tau s)K^3 \sim 3.6 \text{ нм} \quad (9),$$

что по порядку величины согласуется с предыдущим расчётом по формуле (6) и также не зависит от h . Кроме того, в (9), как и в (6), нет зависимости от длительности лазерного импульса, т. к. $x \sim \sqrt{a_m \tau}$. К сожалению, формула (9) не является полностью универсальной – она не может применяться, например, для

¹ Гуренцов Е. В., Кулешов П. С., Михеева Е. Ю. К вопросу об аномальном поведении оптической плотности железных наночастиц при их нагреве ударной волной // Теплофизика высоких температур. 2022. № 2–3 (в печати).

объяснения результатов, казалось бы, схожих экспериментов по лазерной абляции металлических пленок [2], т. к. в них используются значительно более толстые Ag-нанопленки $h=85-330$ нм и приближение «мелкой» жидкости расплава не работает. Допущение о потерях при преобразовании энергии лазерного импульса в энергию диспергации, а именно, потери на отражение и т. д., увеличит радиус осколка в формуле (9) и уменьшит расхождение результатов с (6). Однако, зависимости радиуса фрагмента от величины сдвига s луча лазера в (6) и (9) совершенно противоположные. Последний факт может быть объяснён следующим образом: с уменьшением скорости сканирования u и уменьшением ширины диспергируемого слоя s доля излучения, подведённая сбоку через площадь Dh , возрастает по сравнению с долей излучения, получаемого сверху через площадь sD . Поэтому объёмная плотность подведённой энергии в слое возрастает и в нём происходит возбуждение второй гармоники деформационной волны вместо первой. Тогда в (6) за счёт перехода на более высокие гармоники при уменьшении скорости сканирования будет качественно проявляться та же тенденция, что и в (9). В [1] также представлены распределения по размерам наночастиц, осаждённых на подложку, по которым можно определить не только наиболее вероятный размер наночастиц, но и дисперсии или относительные уширения распределений на полувысоте: при $h = 20$ нм – 34%, при $h=30$ нм – 21% (см. рис. 1); при $h=45$ нм – 35%, при $h=60$ нм – 26% (см. рис. 2).

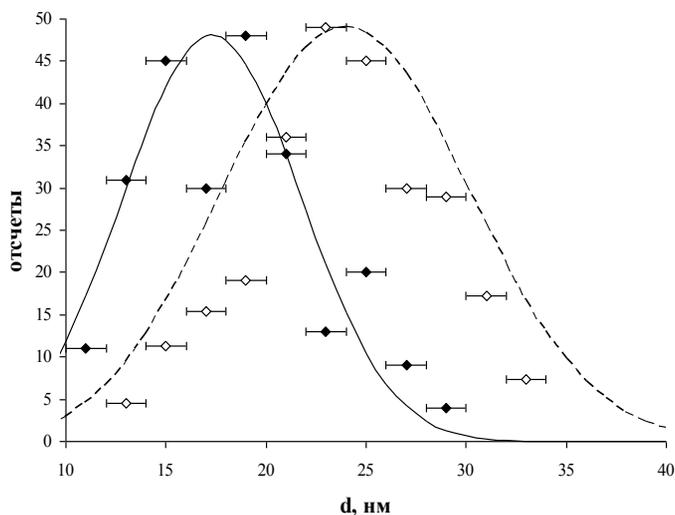


Рис. 1 / Fig. 1. Распределения по размерам осаждённых на подложку наночастиц при толщине Ag-пленки $h=20$ нм (сплошные ромбы) и 30 нм (пустые ромбы) из [1]. Соответственно, сплошной и штриховой линиями показаны теоретические распределения по формуле (10) в предположении совпадения точек их максимумов с экспериментальными / Size distributions of nanoparticles deposited on the substrate at an Ag film thickness $h=20$ nm (solid diamonds) and 30 nm (empty diamonds) from [1]. Accordingly, the solid and dashed lines show the theoretical distributions according to formula (10) assuming the coincidence of the points of their maxima with the experimental ones. Источник: составлено авторами.

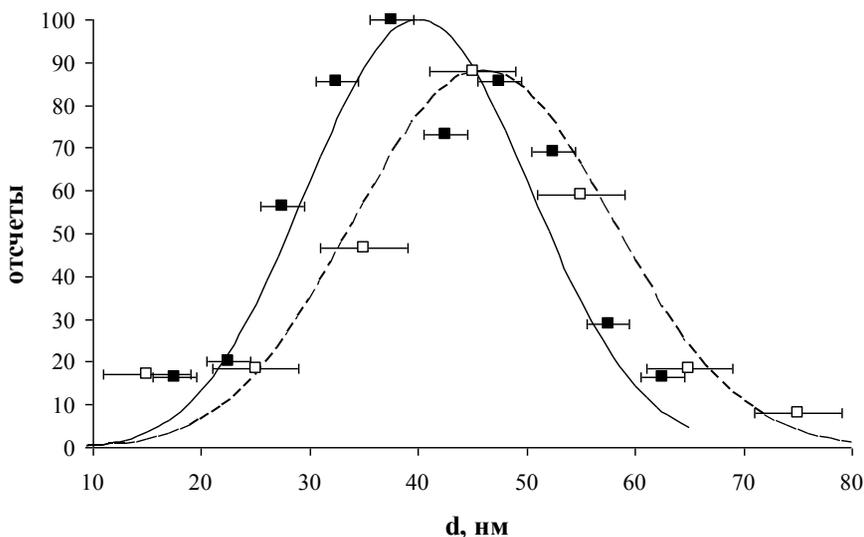


Рис. 2 / Fig. 2. Распределения по размерам осаждённых на подложку наночастиц при толщине Ag-пленки $h=45$ нм (сплошные квадраты) и 60 нм (пустые квадраты) из [1]. Соответственно, сплошной и штриховой линиями показаны теоретические распределения по формуле (10) в предположении совпадения точек их максимумов с экспериментальными / Size distributions of nanoparticles deposited on the substrate at an Ag film thickness $h=45$ nm (solid squares) and 60 nm (open squares) from [1]. Accordingly, the solid and dashed lines show the theoretical distributions according to formula (10) assuming that the points of their maxima coincide with the experimental ones.

Источник: составлено авторами.

Эти величины согласуются с теоретическим значением дисперсии распределения осколков (30%) вокруг наиболее вероятного радиуса r_{pp} , которое дано в работе [9] для случая объёмной резонансной диспергации:

$$\frac{dn}{dr} \sim \left(\frac{r}{r_{pp}}\right)^5 \cdot \exp\left(-\frac{5r^3}{3r_{pp}^3}\right) \quad (10)$$

без учёта коагуляции (см. рис.1, 2 – сплошная и штриховая линии). Вывод формулы (10) производился в тех же предположениях, что и вывод формулы (8), расчёты по которой также хорошо совпадают с [1]. Расхождения в экспериментальных и расчётных распределениях можно объяснить грубой дискретизацией распределений по фракциям наночастиц в эксперименте [1] и частичной их коагуляцией. Отметим, что и для более толстых наноплёнок из [2] дисперсия фрагментов при абляции составляет 25–30%, что также удовлетворительно согласуется с дисперсией распределения (10).

Заключение

На основе резонансного механизма формирования жидких наноструктур и из анализа приближения капиллярных волн в «мелкой» и «глубокой» жидкости (1, 2) проанализированы эксперименты [1; 3] по лазерной абляции.

В рамках изучения капиллярно-волновых процессов получены оценки наиболее вероятных размеров нанорельефа (3, 4) и осколков диспергации (5, 6, 9). При этом (3, 4) хорошо согласуются с экспериментами [1, 3]. Последние не зависят от толщины металлической плёнки и длительности лазерного импульса. Дисперсия распределения фрагментов абляции в экспериментах [1] составила ~ 30%, что согласуется с модельным распределением (8).

Показано, что формула (7) из [3], в отличие от (4), плохо применима для описания результатов [1] о диспергации тонких металлических плёнок.

Статья поступила в редакцию 17.02.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Получение наночастиц из тонких пленок серебра при воздействии лазерных импульсов в воздухе / Настулявичус А. А., Смирнов Н. А., Кудряшов С. И., Ионин А. А., Сараева И. Н., Буслеев Н. И., Руденко А. А., Хмельницкий Р. А., Заярный Д. А. // Квантовая электроника. 2018. Т. 48. № 3. С. 251–254.
2. Nanosecond-laser plasma-mediated generation of colloidal solutions from silver films of variable thickness: colloidal optical density versus pre-determined ablated mass / Nastulavichus A. A., Kudryashov S. I., Smirnov N. A., Rudenko A. A., Kharin A. Yu., Zayarny D. A., Ionin A. A. // Optics and laser technology. 2019. Vol. 111. P. 75–80. DOI: 10.1016/j.optlas-tec.2018.09.038.
3. Гидродинамическая неустойчивость и самоорганизация субмикронного рельефа поверхности металлов при фемтосекундном лазерном облучении в жидкости / Ионин А. А., Кудряшов С. И., Левченко А. О., Макаров С. В., Сараева И. Н., Руденко А. А., Буцень А. В., Бураков В. С. // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2017. Т. 106. № 3–4. С. 247–251. DOI: 10.7868/S0370274X17160123.
4. Diffusion combustion of n-decane with unpassivated aluminum nanoparticles additives: Analysis of mechanism and numerical simulation / Savel'ev A. M., Smirnov V. V., Titova N. S., Yagodnikov D. A. // Combustion and Flame. 2022. Vol. 236. P. 111761. DOI: 10.1016/j.combustflame.2021.111761.
5. Физические Величины: справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
6. Brillo J., Egly I. Surface tension of nickel, copper, iron and their binary alloys // Journal of Materials Science. 2005. Vol. 40. Iss. 9–10. P. 2213–2216. DOI: 10.1007/s10853-005-1935-6.
7. Nikolopoulos P., Schulz B. Density. Thermal expansion of stainless steel and interfacial properties of UO₂-stainless steel above 1690 K // Journal of Nuclear Materials. 1979. Vol. 82. Iss. 1. P. 172–178. DOI: 10.1016/0022-3115(79)90050-3.
8. Кулешов П. С. О диспергировании наночастиц алюминия // Горение и Взрыв. 2019. Т. 12. № 3. С. 117–126. DOI: 10.30826/CE19120313.
9. Кулешов П. С., Кобцев В. Д. Распределение кластеров алюминия и их воспламенение в воздухе при диспергации наночастиц алюминия в ударной волне // Физика горения и взрыва. 2020. Т. 56. № 5. С. 80–90. DOI: 10.15372/FGV20200508.

10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: учебное пособие в 10 томах. Т. 6. Гидродинамика; 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. 738 с.

REFERENCES

1. Nastulyavichus A. A., Smirnov N. A., Kudryashov S. I., Ionin A. A., Sarayeva I. N., Busleyev N. I., Rudenko A. A., Khmel'nitskiy R. A., Zayarnyy D. A. [Formation of nanoparticles from thin silver films irradiated by laser pulses in air]. In: *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 2018, vol. 48, no. 3, pp. 251–254.
2. Nastulavichus A. A., Kudryashov S. I., Smirnov N. A., Rudenko A. A., Kharin A. Yu., Zayarnyy D. A., Ionin A. A. Nanosecond-laser plasma-mediated generation of colloidal solutions from silver films of variable thickness: colloidal optical density versus pre-determined ablated mass. In: *Optics and laser technology*, 2019, vol. 111, pp. 75–80. DOI: 10.1016/j.optlastec.2018.09.038.
3. Ionin A. A., Kudryashov S. I., Levchenko A. O., Makarov S. V., Sarayeva I. N., Rudenko A. A., Butsen' A. V., Burakov V. S. [Hydrodynamic instability and self-organization of a submicron relief on metal surfaces upon femtosecond laser exposure in liquids]. In: *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters], 2017, vol. 106, no. 3–4, pp. 247–251. DOI: 10.7868/S0370274X17160123.
4. Savel'ev A. M., Smirnov V. V., Titova N. S., Yagodnikov D. A. Diffusion combustion of n-decane with unpassivated aluminum nanoparticles additives: Analysis of mechanism and numerical simulation. In: *Combustion and Flame*, 2022, vol. 236, pp. 111761. DOI: 10.1016/j.combustflame.2021.111761.
5. Grigor'yev I. S., Meylikhov Ye. Z., eds. *Fizicheskiye Velichiny* [Physical Quantities]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 1232 p.
6. Brillo J., Egrý I. Surface tension of nickel, copper, iron and their binary alloys. In: *Journal of Materials Science*, 2005, vol. 40, iss. 9–10, pp. 2213–2216. DOI: 10.1007/s10853-005-1935-6.
7. Nikolopoulos P., Schulz B. Density. Thermal expansion of stainless steel and interfacial properties of UO₂-stainless steel above 1690 K. In: *Journal of Nuclear Materials*, 1979, vol. 82, iss. 1, P. 172–178. DOI: 10.1016/0022-3115(79)90050-3.
8. Kuleshov P. S. [On the dispersion of aluminum nanoparticles]. In: *Goreniye i Vzryv* [Combustion and explosion], 2019, vol. 12, no. 3, pp. 117–126. DOI: 10.30826/CE19120313.
9. Kuleshov P. S., Kobtsev V. D. [Distribution of aluminum clusters and their ignition in air during dispersion of aluminum nanoparticles in a shock wave]. In: *Fizika goreniya i vzryva* [Combustion, Explosion, and Shock Waves], 2020, vol. 56, no. 5, pp. 80–90. DOI: 10.15372/FGV20200508.
10. Landau L. D., Lifshits Ye. M. *Teoreticheskaya fizika. Vol. 6. Gidrodinamika* [Theoretical Physics. Vol. 6. Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 738 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кулешов Павел Сергеевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Центрального института авиационного моторостроения имени П. И. Баранова; преподаватель кафедры общей физики Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет); e-mail: KuleshovPS@yandex.ru;

Кузнецов Михаил Михайлович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: Kuznets-omn@yandex.ru;

Кулешова Юлия Дмитриевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики Московского государственного областного университета;
e-mail: juliaybogdanova@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Pavel S. Kuleshov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Researcher, Central Institute of Aviation Motors; Moscow Institute of Physics and Technology;
e-mail: KuleshovPS@yandex.ru;

Mikhail M. Kuznetsov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Prof., Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: Kuznets-omn@yandex.ru;

Yuliya D. Kuleshova – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Higher Algebra, Elementary Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: juliaybogdanova@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Кулешов П. С., Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д. Диспергация металлических наноплёнок при лазерном сканировании // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 41–51.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-41-51.

FOR CITATION

Kuleshov P. S., Kuznetsov M. M., Kuleshova Yu. D. Dispersion of metal nanofilms during laser scanning. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 41–51.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-41-51.

УДК(536.361)

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ СОЛНЕЧНОГО СВЕТА КАПЛЕЙ

Метальникова Е. Д., Константинова И. С., Калашников Е. В.

*Московский государственный областной университет
141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Выяснение особенностей взаимодействия видимого света с прозрачными неоднородностями (каплями) в атмосфере при изотермических условиях.

Процедура и методы. Интенсивность падающего излучения ограничена интенсивностью дневного света. В таком случае взаимодействие излучения с каплей ограничивается упругим рассеянием (рассеянием Рэлея). Рассматриваются два предельных случая взаимодействия света с каплей: приближение лучевой (геометрической) оптики и волновой оптики в приближении рэлеевского рассеяния. Это позволяет исследовать влияние размеров капель на рассеяние света в зависимости от длины волны.

Результаты. В пределах лучевой оптики и принятой интенсивности исследована зависимость рассеяния от размеров капли и от входа излучения в каплю. А в рамках рассеяния Рэлея реализуются известные зависимости интенсивности рассеяния от длины волны света и радиуса капли.

Теоретическая и/или практическая значимость. В пределах принятых условий взаимодействия света с (прозрачной) каплей воды рассмотренные модели (приближение лучевой оптики и приближение рассеяния Рэлея) позволили выявить зависимость рассеянного света от размеров капель, а также подтвердить характерные зависимости интенсивности рассеяния от длины волны света и радиуса капли.

Ключевые слова: лучевая (геометрическая) оптика; приближение Рэлея; размеры рассеивающей капли

MODELING OF THE SCATTERING OF SUNLIGHT BY A DROP

E. Metalnikova, I. Konstantinova, E. Kalashnikov

*Moscow Region State University
ulitsa Very Voloshinoi 24, Mytishchi 141014, Moscow Region,
Russian Federation*

Abstract

Aim. The purpose is to reveal the features of the interaction of visible light with transparent inhomogeneities (droplets) in the atmosphere under isothermal conditions.

Methodology. The intensity of the incident radiation is limited by the intensity of daylight. In this case, the interaction of radiation with a drop is limited by elastic scattering (Rayleigh scattering). Two limiting cases of the interaction of light with a drop are considered: the approximation of

ray (geometric) optics and wave optics in the Rayleigh scattering approximation. This makes it possible to study the effect of droplet sizes on light scattering depending on the wavelength.

Results. The dependence of scattering on the size of the droplet and on the entrance of radiation into the droplet is investigated within the limits of the beam optics and the accepted intensity. In the framework of Rayleigh scattering, the known dependences of the scattering intensity on the wavelength of light and the radius of the drop are realized.

Research implications. Within the accepted conditions of interaction of light with a (transparent) drop of water, the models considered (the ray optics approximation and the Rayleigh scattering approximation) revealed the dependence of scattered light on the size and shape of droplets, and also confirmed the characteristic dependences of the scattering intensity on the wavelength of light and the radius of the drop.

Keywords: ray (geometric) optics; Rayleigh approximation; scattering droplet dimensions and form

Введение

Явления рассеяния видимого света на неоднородностях в атмосфере хорошо известны [2; 5; 6; 8–10; 13; 17] и описаны в современной литературе. Эти явления учитывают рассеяние от различных источников света – от солнечного, до когерентного (лазерного) источника [3; 7; 11; 12; 15; 18]. Наиболее известным результатом такого рассеяния является появление радуги, которая возникает, как результат рассеяния некогерентного излучения на мелких каплях воды [6; 10]. Понимание явления рассеяния каплями попадающего на них излучения во многих случаях пока далеко от завершения. Например, отклонение формы капли (её деформация) может, как ожидается, привести к полному внутреннему отражению и исчезновению некоторых спектральных составляющих из первоначально падающего излучения. В настоящей работе моделируется очень малая часть всего многообразия взаимодействия видимого света с каплями – исследуется поведение излучения взаимодействующего со сферическими каплями разных размеров и в зависимости от входа излучения в каплю.

Различные условия рассеяния света

Рассматриваем взаимодействие электромагнитного излучения в пределах видимого света (см. табл. 1) с каплями воды сферической формы. Интенсивность излучения не превосходит интенсивность дневного света.

Таблица 1 / Table 1

Спектральный состав света /

Spectral composition of light

Цвет	Длина волны в <i>nm</i>	Показатель преломления (для определённых значений длин волн)
Красный	770–620	1,3289 (768,2 <i>nm</i>)
Оранжевый	620–575	1,3311 (656,3 <i>nm</i>)

Цвет	Длина волны в <i>nm</i>	Показатель преломления (для определённых значений длин волн)
Жёлтый	575–550	1,3314 (643,8 <i>nm</i>)
Зелёный	550–510	1,3330 (589,3 <i>nm</i>)
Голубой	510–480	1,3345 (546,1 <i>nm</i>)
Синий	480–450	1,3371 (486,1 <i>nm</i>)
Фиолетовый	450–380	1,343 (381,1 <i>nm</i>)

Источник: [2; 6; 8; 9].

Световая волна, с длиной волны λ , встречая препятствие размером d , либо его огибает, либо частично преломляется в нём и отражается от него. Различают несколько случаев соотношения λ и d :

(i) $\lambda \gg d$ – среда не рассеивает свет (рассеяние Релея);

(ii) $\lambda \sim d$ – световые волны огибают препятствия с размером d , меняя направление, и создают дифракционную картину (Рассеяние Ми);

(iii) $\lambda < d$ – наблюдается отражение и преломление (уже при $d > 0,1\lambda$ возрастает роль процессов отражения света [9; 10; 13; 14; 16]).

Во всех перечисленных случаях при рассматриваемых интенсивностях выполняются условия **упругого рассеяния**, при котором рассеянный свет характеризуется той же частотой, что и падающее излучение.

В этой работе рассматриваем только два крайних случая, (i) – релеевское рассеяние и (iii) – приближение геометрической (лучевой) оптики.

(iii) Для выявления особенностей отражения и преломления капель воспользуемся стандартными соотношениями [1; 4] между углами падения α и преломления β (см. рис. 1).

Углы α и β связаны между собой, показатель преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \quad (1)$$

Из треугольника ABD (рис. 1) угол β равен сумме двух внутренних, с ним не смежных:

$$\beta = \alpha - \beta + \gamma/2 \quad (2)$$

Тогда

$$\beta = \frac{\alpha + \gamma/2}{2} \quad (3)$$

Отсюда угол между падающим на каплю и отражённым лучами

$$\gamma = 4\beta - 2\alpha \quad (4)$$

Отношение $h/R = x$ принято называть прицельным параметром

$$x = \frac{h}{R} = \sin \alpha \quad (5)$$

Из закона преломления света (1), учитывая (2), для синуса угла преломления получаем выражение:

$$\sin \beta = \frac{x}{n} \quad (6)$$

Выразим углы α, β через прицельный параметр (5) и коэффициент преломления (1):

$$\alpha = \arcsin x$$

$$\beta = \arcsin \frac{x}{n}$$

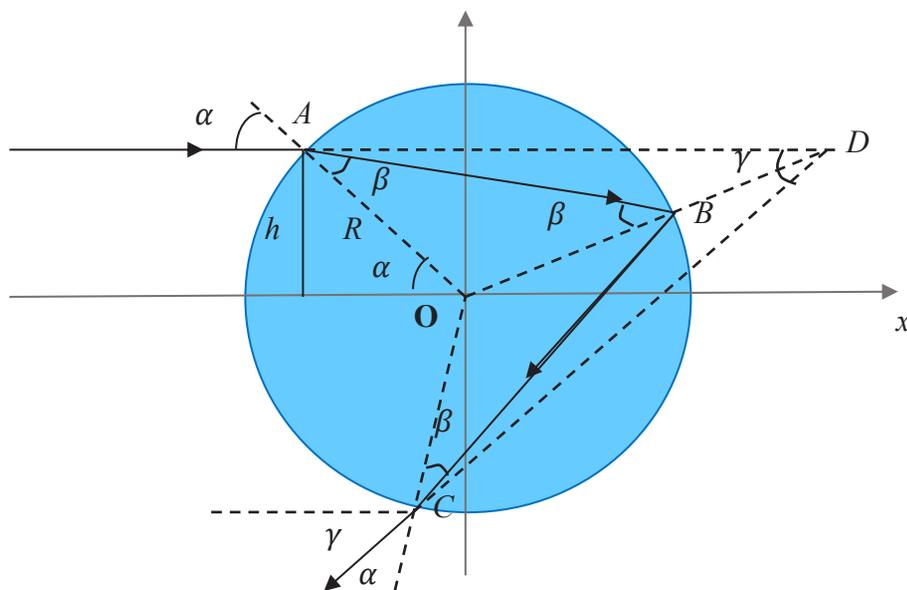


Рис. 1 / Fig. 1. Связь углов падения и отражения с коэффициентами преломления [1; 4].

α – угол падения; β – угол преломления; γ – угол отклонения луча, вышедшего из капли, от направления луча первоначального направления; показатель преломления n (воздуха) = 1 и n (воды) = 1,33; h – расстояние от прямой Oх до А (после однократного отражения света внутри капли); R – радиус капли / Relation of angles of incidence and reflection with refractive coefficients [1; 4]. α – angle of incidence; β – angle of refraction; γ – angle of deviation of the beam emerging from the drop from the direction of the beam of the initial direction; refractive index n (air)=1 and n (water)=1.33; h – distance from the line Oх to A (after a single reflection of light inside the drop); R – radius of the drop.

Источник: составлено авторами

Тогда угол выхода излучения из капли γ (рис. 1)

$$\gamma = 4 \arcsin \frac{x}{n} - 2 \arcsin x \quad (7)$$

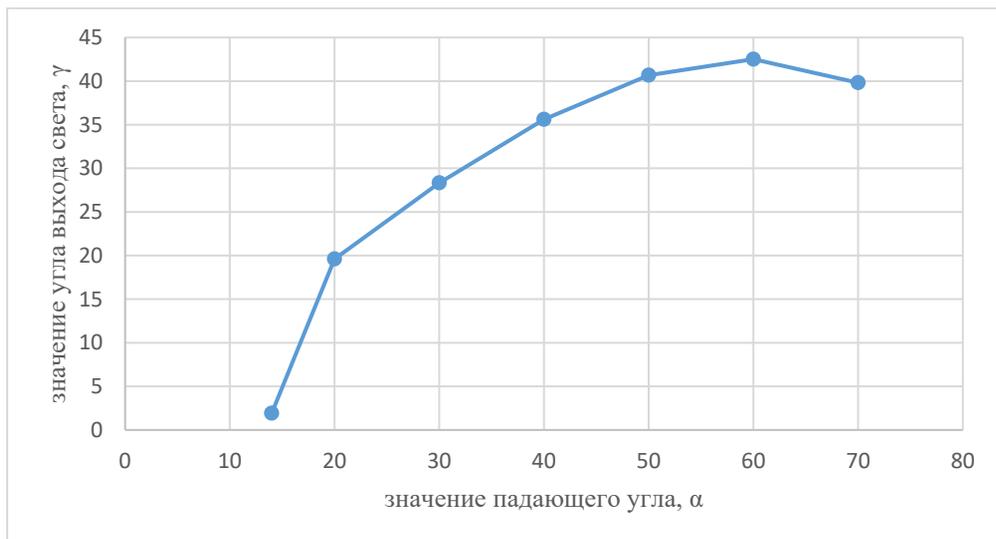


Рис. 2 / Fig. 2. Зависимость значения угла преломления от значений падающего луча (7) для $n = 1,33$ / Dependence of the value of the refractive angle on the values of the incident beam (7) for $n=1,33$.

Источник: составлено авторами

Из зависимости (см. рис. 3) следует, что чем больше значение угла падения α , тем больше угол выхода γ . Наибольшее значение угла выхода оказывается равным $\gamma = 42^\circ$

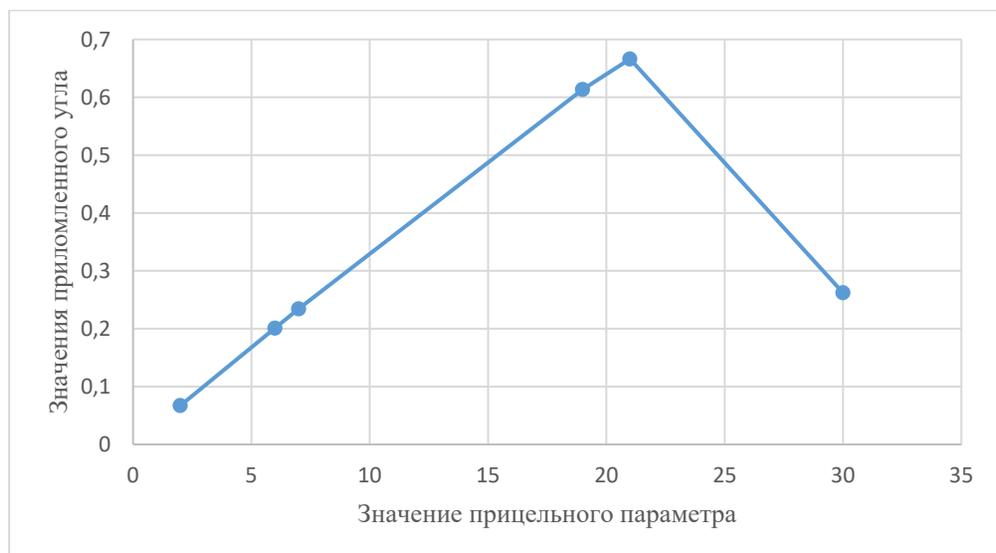


Рис. 3 / Fig. 3. Зависимость преломленного угла β от прицельного параметра x / Dependence of the refracted angle β on the aiming parameter x

Источник: составлено авторами

Наибольшее значение преломлённого угла 0,68 при $R = const$ (см. рис. 4).

$$\gamma = 4 \operatorname{arc} \frac{\frac{h}{R}}{1,33} - 2 \operatorname{arc} \frac{h}{R} \quad (7a)$$

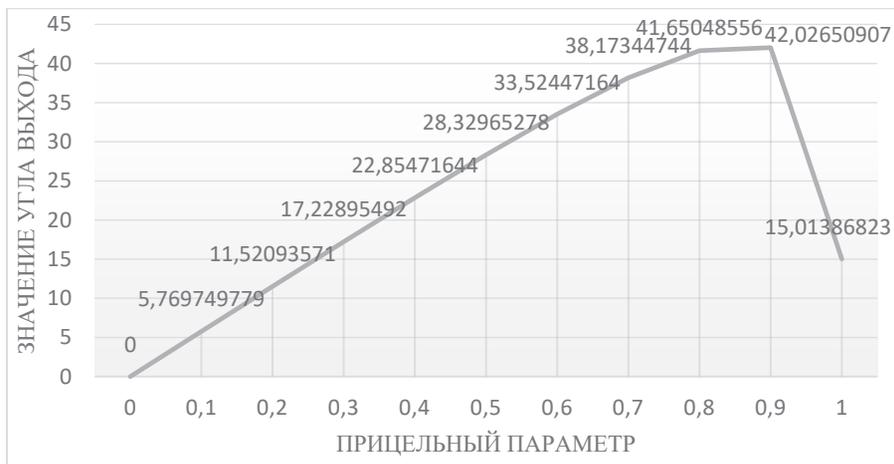


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость угла выхода γ света из шарообразной капли воды $n_g = 1,33$ от прицельного параметра x . Числами на графике указаны средние по числу «цветов» значения угла выхода / Dependence of the exit angle γ of light from a spherical water drop $n_g = 1,33$ on the aiming parameter x . The numbers on the graph indicate the average values of the exit angle by the number of “colors”.

Источник: составлено авторами

$$\gamma = 4 \operatorname{arc} \sin \frac{x}{1,33} - 2 \operatorname{arc} \sin x$$

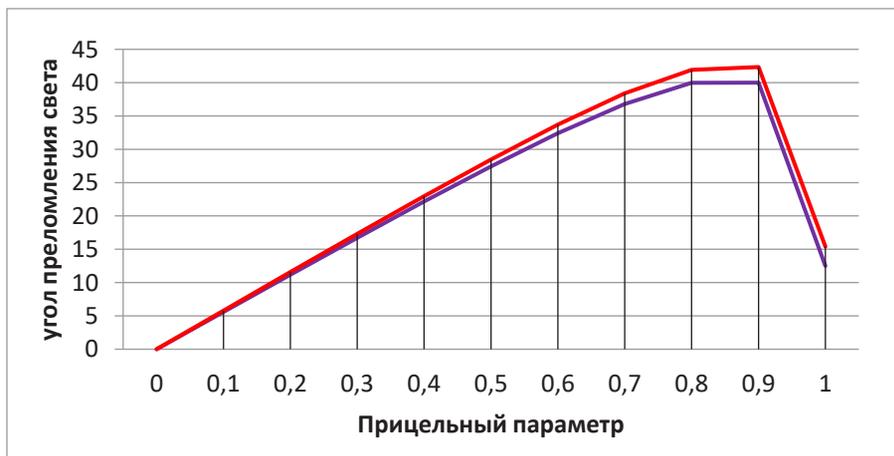


Рис. 5 / Fig. 5. Зависимость угла выхода (7) света и прицельного параметра от длины волны видимого света. Указаны два предельных случая: для красного $n_k = 1,328$ и для фиолетового $n_\phi = 1,343$ / Dependence of the light exit angle (7) and the aiming parameter on the wavelength of visible light. Two limiting cases are indicated: for red $n_k = 1,328$ and for purple $n_\phi = 1,343$.

Источник: составлено авторами

Как следует из приведённых рис. 2– 6, зависимость угла выхода γ света из сферической капли проявляет экстремальные свойства во всех случаях. К тому же ход лучей, соответствующих коротковолновому излучению (например, фиолетовый), проявляет меньшее преломление, чем длинноволновое (красное) излучение.

(i) – релеевское рассеяние. В полном виде формула Рэля [10; 16] выглядит следующим образом:

$$I = \frac{9\pi^2(1+\cos^2\theta)}{2r^2\lambda^4} \left(\frac{n_1^2-n_0^2}{n_1^2+2n_0^2}\right)^2 V^2 I_0 \quad (8),$$

где I_0 – интенсивность падающего света, r – расстояние от наблюдателя до частицы, n – показатели преломления дисперсной фазы и дисперсной среды, V – объём рассеивающей частицы; λ – длина волны; θ – угол рассеяния.



Рис. 6 / Fig. 6. Зависимость показателя преломления воды n_1 от длины волны видимого света / Dependence of the refractive index of water n_1 on the wavelength of visible light.

Источник: составлено авторами

Интенсивность, вычисленная по (8), показывает (см. рис. 7) и подтверждает, что максимальное значение интенсивности рассеяния приходится на коротковолновую часть излучения.

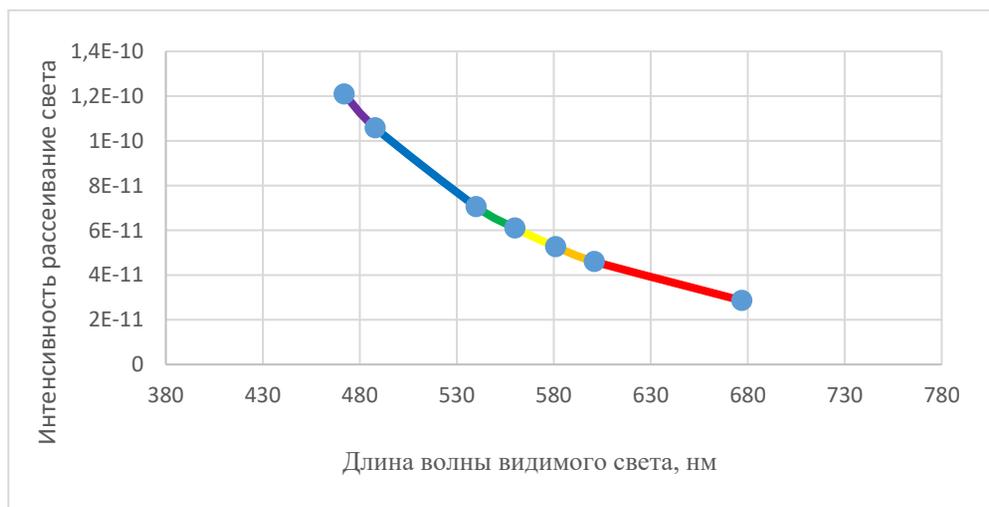


Рис. 7 / Fig. 7. Зависимость интенсивности I рассеивания света от длины волны λ видимого света для капелек, размеры которых много меньше длины волны света / Dependence of the intensity I of light scattering on the wavelength λ of visible light for droplets whose dimensions are much smaller than the wavelength of light.

Источник: составлено авторами.

Вычисления по всей работе велись на языке Python.

Заключение

Сравнение двух предельных случаев взаимодействия излучения (соответствующего интенсивности дневного света) $\lambda \gg d$ (релеевское рассеяние) и $\lambda < d$ (лучевое преломление) проявляет противоположное поведение. Релеевское рассеяние показывает, что коротковолновое излучение (его интенсивность) выше, чем для длинноволнового излучения (рис. 7). Однако в случае лучевой оптики ($\lambda < d$) капля преломляет сильнее длинноволновое излучение (рис. 5).

Статья поступила в редакцию 11.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. Математическое понимание природы. М.: изд-во МЦНМ, 2011. 144 с.
2. Дацюк В. В., Измайлов И. А. Оптика микрокапель // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 10. С. 1117–1129. DOI: 10.3367/ufnr.0171.200110m.1117.
3. Светорассеяние аэрозольными частицами в газоанализаторах на молекулярных ядрах конденсации / Купцов В. Д., Кянджециан Р. А., Кателевский В. Я., Валюхов В. П. // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Серия: Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2011. № 1 (115). С. 178–186.
4. Майер В. В. Капли. Струи. Звук. Учебные исследования. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 376 с.

5. Мельникова И. Н. Пределы применимости теории рассеяния при расчетах в облаке // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Т. 5. № 1. С. 491–496.
6. Нуссенцвейг Х. Теория радуги // Успехи физических наук. 1978. Т. 125. № 3. С. 527–547. DOI: 10.3367/UFNr.0125.197807e.0527.
7. Собельман И. И. К теории рассеяния света в газах // Успехи физических наук. 2002. Т. 172. № 1. С. 85–90. DOI: 10.3367/UFNr.0172.200201e.0085.
8. Тарасов Л. В., Тарасова А. Н. Беседы о преломлении света. М.: Наука, 1982. 175 с.
9. Хвостиков И. А. Теория рассеяния света и ее применение к вопросам прозрачности атмосферы и туманов // Успехи физических наук. 1940. Т. 24. № 2. С. 165–227. DOI: 10.3367/UFNr.0024.194006a.0165.
10. Хюлст Г. К. ван де. Рассеяние света малыми частицами. М.: Иностранная литература, 1961. 536 с.
11. Abud M. M. Measure of Backscatter for small particles of atmosphere by lasers // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1003, IBN Al-Haitham First International Scientific Conference (13–14 December 2017, Baghdad, Iraq). P. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1003/1/012079.
12. Droplet sizing in spray flame synthesis using wideangle light scattering (WALS) / Aßmann S., Münsterjohann B., Huber F. J. T., Will S. // Applied Physics B. 2020. Vol. 126. Iss. 5. P. 92. DOI: 10.1007/s00340-020-07443-2.
13. Chew W. C. Lectures on Electromagnetic Field Theory. USA: Purdue University, 2020. 483 p.
14. Light scattering by microdroplets of water and water suspensions / Jakubczyk D., Zientara M., Derkachov G., Kolwas K., Kolwas M. // Proceedings of SPIE. 2005. Vol. 5849. Fifth Workshop on Atomic and Molecular Physics. DOI: 10.1117/12.629464.
15. Mätzler C. Mie Scattering With and Without Diffraction: Research Report No. 2004-02. Institute of Applied Physics, University of Bern [Электронный ресурс]. URL: <https://boris.unibe.ch/146548/1/835.pdf> (дата обращения: 10.12.2021)
16. Nousiainen T. Scattering of Light by Raindrops with Single-Mode Oscillations // Journal of Atmospheric Sciences. 2000. Vol. 57. No. 6. P. 789–802. DOI: 10.1175/1520-0469(2000)057<0789:SOLBRW>2.0.CO;2.
17. Park S., Sung J, Chang T. Characterization of Spherical Particles by Light Scattering // Bulletin of the Korean Chemical Society. 1991. Vol. 12. No. 3, P. 322–328.
18. Mean path length invariance in multiple light scattering / Savo R., Pierrat R., Najar U., Carminati R., Rotter S., Gigan S. // Science. 2017. Vol. 358. Iss. 6364. P. 765–768. DOI: 10.1126/science.aan4054.

REFERENCES

1. Arnol'd V. I. *Matematicheskoye ponimaniye prirody* [Mathematical understanding of nature]. Moscow, Moscow Center for Continuous Mathematical Education Publ., 2011. 144 p.
2. Datsyuk V. V., Izmaylov I. A. [Optics of microdroplets]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2001, vol. 171, no. 10, pp. 1117–1129. DOI: 10.3367/ufnr.0171.200110m.1117.
3. Kuptsov V. D., Kyandzhetsian R. A., Katelevskiy V. Ya., Valyukhov V. P. [Light scattering by aerosol particles in gas analyzers based on molecular condensation nucleus effect]. In: *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo*

- politekhničeskogo universiteta. Seria: Informatika. Telekommunikatsii. Upravleniye* [St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems], 2011, no. 1 (115), pp. 178–186.
4. Mayyer V. V. *Kapli. Strui. Zvuk. Uchebnyye issledovaniya* [Drops. Jets. Sound. Educational research] Moscow, FIZMATLIT Publ., 2008. 376 p.
 5. Mel'nikova I. N. [Limits of applicability of the theory of scattering in calculations in the cloud]. In: *Sovremennyye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa* [Current problems in remote sensing of the Earth from space], 2008, vol. 5, no. 1, pp. 491–496.
 6. Nussentsveyg H. [The theory of the rainbow]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1978, vol. 125, no. 3, pp. 527–547. DOI: 10.3367/UFNr.0125.197807e.0527.
 7. Sobel'man I. I. [On the theory of light scattering in gases]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 2002, vol. 172, no. 1, pp. 85–90. DOI: 10.3367/UFNr.0172.200201e.0085.
 8. Tarasov L. V., Tarasova A. N. *Besedy o prelomlenii sveta* [Conversations about the refraction of light]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 175 p.
 9. Khvostikov I. A. [Theory of Light Scattering and Its Application to Problems of Atmospheric and Fog Transparency]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in Physical Sciences], 1940, vol. 24, no. 2, pp. 165–227. DOI: 10.3367/UFNr.0024.194006a.0165.
 10. van de Hulst H. K. *Rasseyaniye sveta malymi chastitsami* [Light Scattering by Small Particles]. Moscow, Inostrannaya literatura Publ., 1961. 536 p.
 11. Abud M. M. Measure of Backscatter for small particles of atmosphere by lasers. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1003, IBN Al-Haitham First International Scientific Conference (13–14 December 2017, Baghdad, Iraq), pp. 012079. DOI: 10.1088/1742-6596/1003/1/012079.
 12. Aßmann S., Münsterjohann B., Huber F. J. T., Will S. Droplet sizing in spray flame synthesis using wideangle light scattering (WALS). In: *Applied Physics B*, 2020, vol. 126, iss. 5, pp. 92. DOI: 10.1007/s00340-020-07443-2.
 13. Chew W. C. Lectures on Electromagnetic Field Theory. USA, Purdue University, 2020. 483 p.
 14. Jakubczyk D., Zientara M., Derkachov G., Kolwas K., Kolwas M. Light scattering by microdroplets of water and water suspensions. In: *Proceedings of SPIE*, 2005, vol. 5849. Fifth Workshop on Atomic and Molecular Physics. DOI: 10.1117/12.629464.
 15. Mätzler C. Mie Scattering With and Without Diffraction: Research Report No. 2004-02. Institute of Applied Physics, University of Bern. Available at: <https://boris.unibe.ch/146548/1/835.pdf> (accessed: 10.12.2021)
 16. Nousiainen T. Scattering of Light by Raindrops with Single-Mode Oscillations. In: *Journal of Atmospheric Sciences*, 2000, vol. 57, no. 6, pp. 789–802. DOI: 10.1175/1520-0469(2000)057<0789:SOLBRW>2.0.CO;2.
 17. Park S., Sung J., Chang T. Characterization of Spherical Particles by Light Scattering. In: *Bulletin of the Korean Chemical Society*, 1991, vol. 12, no. 3, pp. 322–328.
 18. Savo R., Pierrat R., Najar U., Carminati R., Rotter S., Gigan S. Mean path length invariance in multiple light scattering. In: *Science*, 2017, vol. 358, iss. 6364, pp. 765–768. DOI: 10.1126/science.aan4054.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Метальникова Елизавета Дмитриевна – студентка 2 курса физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: metalnikowa.elizaveta@yandex.ru;

Константинова Ирина Сергеевна – студентка 2 курса физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: irinakonstantinova191@gmail.com;

Калашников Евгений Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики Московского государственного областного университета;
e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Elisaveta D. Metalnikova – 2nd year student of the Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: metalnikowa.elizaveta@yandex.ru

Irina S. Konstantinova – 2nd year student of the Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: irinakonstantinova191@gmail.com;

Evgeniy V. Kalashnikov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Computational Mathematics and Methods of Teaching Informatics, Moscow Region State University;
e-mail: ekevkalashnikov1@gmail.com

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Метальникова Е. Д., Константинова И. С., Калашников Е. В. Моделирование рассеяния солнечного света каплей // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 1. С. 52–62.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62.

FOR CITATION

Metalnikova E. D., Konstantinova I. S., Kalashnikov E. V. Modeling of the scattering of sunlight by a drop. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 1, pp. 52–62.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-1-52-62.



ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

Рецензируемый научный журнал «Вестник Московского государственного областного университета» основан в 1998 г.

Сегодня Московским государственным областным университетом выпускается десять научных журналов по разным отраслям науки. Журналы включены в Перечень ВАК (составленный Высшей аттестационной комиссией при Минобрнауки РФ Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук). Журналы включены в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Печатные версии журналов зарегистрированы в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия.

Полнотекстовые версии журналов доступны в интернете на сайте Вестника Московского государственного областного университета (www.vestnik-mgou.ru), а также на платформах Научной электронной библиотеки (www.elibrary.ru) и Научной электронной библиотеки «КиберЛенинка» (<https://cyberleninka.ru>).

ВЕСТНИК МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБЛАСТНОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ: ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
2022. № 1

Над номером работали:

Литературный редактор М. С. Тарасова
Переводчик И. А. Улиткин
Корректор М. С. Тарасова
Компьютерная вёрстка Д. А. Заботина

Адрес редакции:
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, офис 98
тел.: (495) 780-09-42 (доб. 6101)
e-mail: info@vestnik-mgou.ru
сайт: www.vestnik-mgou.ru

Формат 70x108/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Minion Pro».
Тираж 500 экз. Усл. п. л. 4, уч.-изд. л. 3,5.
Подписано в печать: 31.03.2022. Дата выхода в свет: 24.05.2022. Заказ № 2022/03-11.
Отпечатано в МГОУ
105005, г. Москва, ул. Радио, 10А