

Научная статья**УДК 532.517, 533.6.011, 535.317, 535.321.9****DOI: 10.18384/2949-5067-2026-2-46-57****ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ ТРАССИРОВКИ ЛУЧЕЙ****Зубков С. А. , Краснов П. А. , Кулешова Ю. Д. , Курилов А. Д. ****Государственный университет просвещения, г. Москва, Российская Федерация*** Корреспондирующий автор, e-mail: ad.kurilov@guppros.ru**Поступила в редакцию 16.03.2026**Принята к публикации 25.03.2026***Аннотация**

Цель. Разработать и апробировать численный метод анализа оптических искажений, возникающих при прохождении света через газовый поток с пространственно-неоднородным показателем преломления.

Процедура и методы. Проведено численное моделирование распространения световых лучей в градиентной среде методом трассировки лучей в программной среде ANSYS Zemax OpticStudio. Распределение показателя преломления задавалось параметрической функцией. Координаты лучей после прохождения через модель газового потока экспортировались и обрабатывались во внешней программе на языке Python для построения полей смещений, аналогичных используемым в шлирен-методах.

Результаты. Выполнено моделирование распространения света через модель тепловой струи и получены зависимости смещения изображения от начальных координат лучей. Показано согласие результатов численного моделирования с экспериментальными данными. Установлено, что наблюдаемый разброс точек обусловлен статистическим характером трассировки и аберрациями оптической системы.

Теоретическая и практическая значимость. Предложенный подход позволяет учитывать реальные параметры оптической системы регистрации и моделировать произвольные распределения показателя преломления. Метод может использоваться для интерпретации данных шлирен-экспериментов и решения обратных задач восстановления параметров газовых потоков.

Ключевые слова: шлирен-метод, газовый поток, градиентный показатель преломления, оптическая диагностика, трассировка лучей, численное моделирование

Благодарности и источники финансирования. Работа выполнена в рамках реализации научно-исследовательского проекта-победителя конкурса на получение гранта Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Государственный университет просвещения» в 2026 году.

Для цитирования:

Численное моделирование распределения показателя преломления в газовой среде методом трассировки лучей / С. А. Зубков, П. А. Краснов, Ю. Д. Кулешова, А. Д. Курилов // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2026. № 2. С. 46–57. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2026-2-46-57>

Original research article**NUMERICAL SIMULATION OF THE REFRACTIVE INDEX DISTRIBUTION IN A GASEOUS MEDIUM BY RAY TRACING****S. Zubkov** , **P. Krasnov** , **Yu. Kuleshova** , **A. Kurilov** **Federal State University of Education, Moscow, Russian Federation*** Corresponding author, e-mail: ad.kurilov@guppros.ru**Received by the editorial office 16.03.2026**Accepted for publication 25.03.2026***Abstract**

Aim. To develop and test a numerical method for analyzing optical distortions arising from light propagation through a gas flow with a spatially inhomogeneous refractive index.

Methodology. Numerical simulation of light ray propagation in a gradient medium was performed using the ray tracing method in the ANSYS Zemax OpticStudio software environment. The refractive index distribution was defined by a parametric function. The ray coordinates after passing through the gas flow model were exported and processed in an external Python program to construct displacement fields similar to those used in schlieren methods.

Results. The simulation of light propagation through a thermal plume model was carried out, and the dependences of image displacement on the initial ray coordinates were obtained. The agreement between the numerical simulation results and experimental data is shown. It is established that the observed scatter of points is due to the statistical nature of ray tracing and aberrations of the optical system.

Research implications. The proposed approach allows taking into account the real parameters of the optical recording system and simulating arbitrary refractive index distributions. The method can be used for interpreting data from schlieren experiments and solving inverse problems of reconstructing gas flow parameters.

Keywords: schlieren method, gas flow, gradient refractive index, optical diagnostics, ray tracing, numerical simulation.

Acknowledgments: This work was supported by the grant from the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Federal State University of Education» in 2026, awarded to the winning research project in the competitive grant program.

For citation:

Zubkov, S. A., Krasnov, P. A., Kuleshova, Yu. D. & Kurilov, A. D. (2026). Numerical simulation of the refractive index distribution in a gaseous medium by ray tracing. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2, pp. 46–57. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2026-2-46-57>

Введение

Оптические методы диагностики газовых потоков широко применяются для исследования пространственных распределений плотности и температуры в аэродинамике, тепломассообмене и смежных областях физики. Наличие градиентов плотности в среде приводит к изменению показателя преломления, вследствие чего траектории световых лучей искривляются, а наблюдаемое

изображение фонового объекта испытывает искажения. На этом принципе основаны различные методы визуализации прозрачных сред, включая классические шлирен-методы [1].

Одним из наиболее распространённых современных методов визуализации неоднородных сред является метод background-oriented schlieren (BOS) [2; 3]. Метод основан на регистрации смещения элементов фонового изображения, вызванного градиентами показателя преломления в исследуемой среде. По измеренному полю смещений может быть восстановлено распределение плотности или температуры газа. Благодаря простоте оптической схемы и относительно низкой стоимости оборудования метод BOS получил широкое распространение в аэродинамических исследованиях, экспериментах в аэродинамических трубах, а также при изучении конвективных потоков и процессов горения [4–7]. За последние десятилетия BOS-методы значительно развились и нашли применение в широком круге задач диагностики газовых потоков [5].

Несмотря на относительную простоту экспериментальной реализации, практическое применение BOS-методов связано с рядом трудностей. Прежде всего, для регистрации слабых градиентов показателя преломления требуется высокая точность определения смещений изображения [8]. Кроме того, точность измерений зависит от характеристик фонового изображения, условий освещения и параметров оптической системы. Дополнительные ограничения связаны с чувствительностью метода и пространственным разрешением измерений [9; 10].

Современной проблемой является решение обратной задачи восстановления распределения показателя преломления по измеренным смещениям изображения. В ряде случаев используются аналитические методы, однако они обычно требуют введения упрощающих предположений, например осевой симметрии потока или малости углов отклонения лучей. В более общем случае возникает необходимость использования численного моделирования распространения света в среде с пространственно-неоднородным показателем преломления.

Известно, что направление луча в точке определяется градиентом показателя преломления:

$$\nabla n = \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right),$$

где s – длина пути луча. Для сред, обладающих осевой симметрией, справедливо [11]:

$$\theta = c \int_r^r \frac{dr}{r \sqrt{r^2 n^2 - c^2}},$$

где θ , r – цилиндрические координаты траектории луча. Аналитический вывод уравнения движения луча затруднён и возможен лишь в ряде частных случаев. В связи с этим нами предложено использование численного оптического моделирования как инструмента анализа и интерпретации искажений изображения, возникающих при прохождении света через неоднородные газовые среды. Численные методы позволяют напрямую задавать пространственное распределение показателя преломления, контролировать параметры оптической системы и исследовать вклад отдельных факторов в формирование изображения. Такой подход может рассматриваться как цифровой аналог экспериментальных BOS-методов и использоваться как для верификации экспериментальных данных, так и для решения обратной задачи восстановления параметров потока.

Целью настоящей работы является разработка и апробация численного подхода к анализу оптических искажений, возникающих при прохождении света через газовый поток с неоднородным показателем преломления, а также исследование влияния формы пространственного распределения показателя преломления на характеристики получаемого изображения. В отличие от традиционных методов BOS, в которых смещение изображения используется для восстановления интегральных характеристик плотности вдоль траектории луча, в данной работе осуществляется прямое моделирование распространения света в трёхмерной среде с заданным распределением показателя преломления. В предлагаемом подходе происходит непосредственный анализ смещения луча, что позволяет исследовать влияние формы пространственного распределения показателя преломления на структуру искажений изображения и тем самым формирует основу для решения обратной задачи восстановления параметров газового потока.

Модель и численная реализация метода

Численное моделирование распространения света в газовой среде с неоднородным показателем преломления выполнялось с использованием программного пакета ANSYS Zemax OpticStudio. Для корректного учёта искривления траекторий лучей в объёме среды расчёты проводились в непоследовательном режиме моделирования (Non-Sequential).

Численная модель оптической системы включала источник света, область газового потока, элементы фокусировки и регистрирующую плоскость (рис. 1). Геометрия модели приводится в соответствие с проведённым экспериментом: расстояние от источника до центра потока 10 мм, расстояние от источника до экрана 900 мм.

Источник света задавался в виде источника прямоугольной формы (Source Rectangle), имитирующего излучение дисплея или фоновое изображение, используемого в методах BOS (рис. 2).

Каждая точка источника является самостоятельным точечным источником, излучающим в пределах заданного конуса. Такое представление позволяет

формировать набор лучей с различными начальными координатами и направлениями.

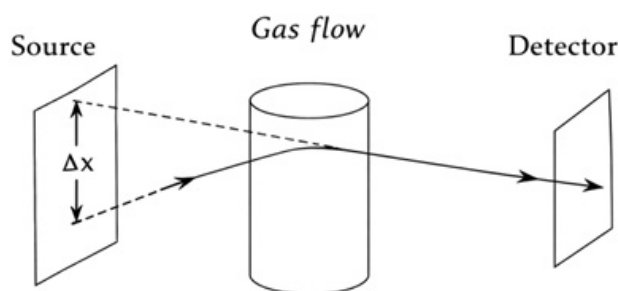


Рис. 1 / Fig. 1. Принципиальная схема эксперимента / Schematic diagram of the experiment

Источник: данные авторов

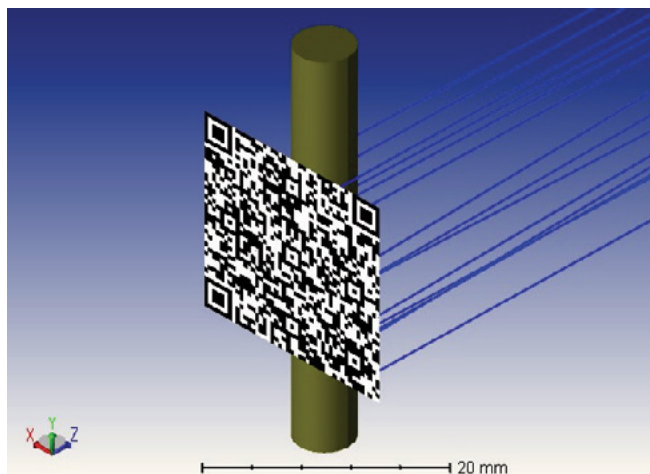


Рис. 2 / Fig. 2. Фрагмент затенённой трёхмерной модели с источником и газовым потоком в OpticStudio / A fragment of a shaded 3D model with a source and a gas flow in OpticStudio.

Источник: данные авторов

Газовый поток можно приближенно считать цилиндром, ось которого параллельна поверхностям источника и детектора. Поток газа имеет осесимметричную форму, поэтому показатель преломления является функцией расстояния от оси цилиндра. Такое приближение соответствует газовым потокам в условиях приближенных к идеальным: конвективным потокам или тепловым струям, где изменение плотности происходит в радиальном направлении.

Распределение показателя преломления задавалось аналитической функцией:

$$n(r) = N + A \exp(-Br^4).$$

Экспонента радиальной координаты в четвёртой степени позволяет добиться одновременно гладкого изменения показателя преломления вблизи оси симметрии и резкого уменьшения градиента показателя преломления на периферии потока с максимумом на оси симметрии. Зависимость задана с помощью специально написанной программной библиотеки таким образом, чтобы параметры распределения можно было варьировать вручную в пользовательском интерфейсе OpticStudio. Параметры позволяют варьировать плавность распределения (B), максимальное значение (A), а также значение коэффициента преломления вдали от градиента (N).

Реализация данной зависимости осуществлялась с использованием пользовательской библиотеки User Defined Gradient Index (DLL), позволяющей задавать непрерывное распределение показателя преломления внутри объёма среды.

Параметры распределения A , B и радиус области потока r изменялись при анализе результатов моделирования. Для ускорения корректировки параметров модели использовались макросы Zemax, позволяющие оперативно корректировать радиус потока и оптическую силу фокусирующей линзы.

После прохождения через область газового потока лучи фокусировались на регистрирующую плоскость, играющую роль чувствительного элемента камеры. Регистрирующая система моделировалась как идеальная собирающая линза и прямоугольный детектор.

Смещение точки изображения Δx оценивается как разность координат луча на источнике x_s и на детекторе x_d с учётом увеличения M :

$$\Delta x = x_s - Mx_d.$$

Процесс анализа данных представляет собой итерационный цикл сопоставления экспериментальных и численных результатов (рис. 3). Такой подход позволяет последовательно уточнять параметры модели распределения показателя преломления до достижения согласия с экспериментальными наблюдениями.

Результаты и обсуждение

По результатам моделирования была произведена оценка параметров распределения показателя преломления: $N = 1.000292$, $A = 9 \cdot 10^{-4}$, $B = 0.25$, $r = 2.7$ мм, где r – радиус тороидальной линзы. Оптимизация производилась путём минимизации среднеквадратичной ошибки. Полученная форма зависимости отражает распределение градиента показателя преломления в потоке: максимальное отклонение лучей соответствует области максимального градиента показателя преломления.

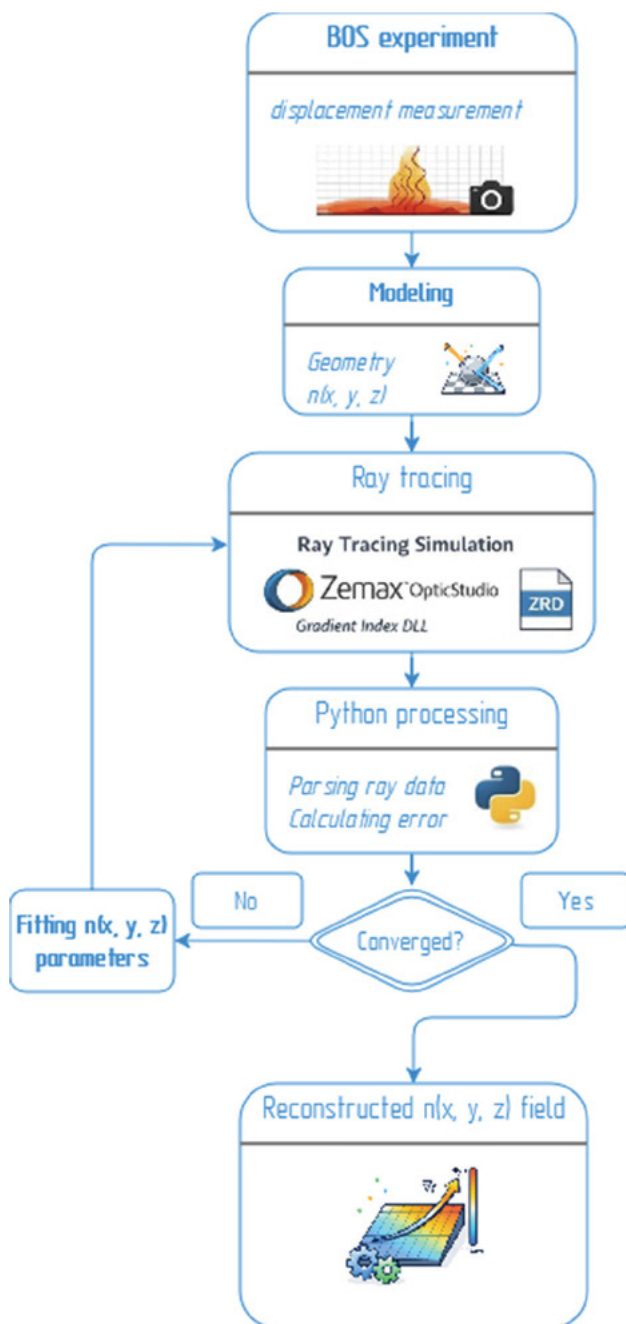


Рис. 3 / Fig. 3. Блок-схема алгоритма моделирования / Flowchart of the simulation algorithm

Источник: данные авторов

Для оптимизации моделирования трассировка лучей производилась в двух режимах: оценочном и основном. В оценочном режиме использовалось 20 000 лучей, что занимало около минуты и позволяло оперативно анализировать влияние параметров модели. В основном режиме выполнялась трассировка порядка 6 млн лучей, обеспечивающая высокую статистическую точность результатов.

Время расчёта в основном режиме составляло около 15 минут, что делает предложенный подход приемлемым для практического использования при анализе экспериментальных данных.

После завершения трассировки координаты лучей экспортировались и обрабатывались во внешней программе на языке Python. На основе координат попадания лучей на регистрирующую плоскость рассчитывались смещения изображения, аналогичные смещениям, определяемым в BOS-методах.

Полученная зависимость смещения луча от его начальной координаты демонстрирует согласие с экспериментальными данными (рис. 4). Наблюдаемый

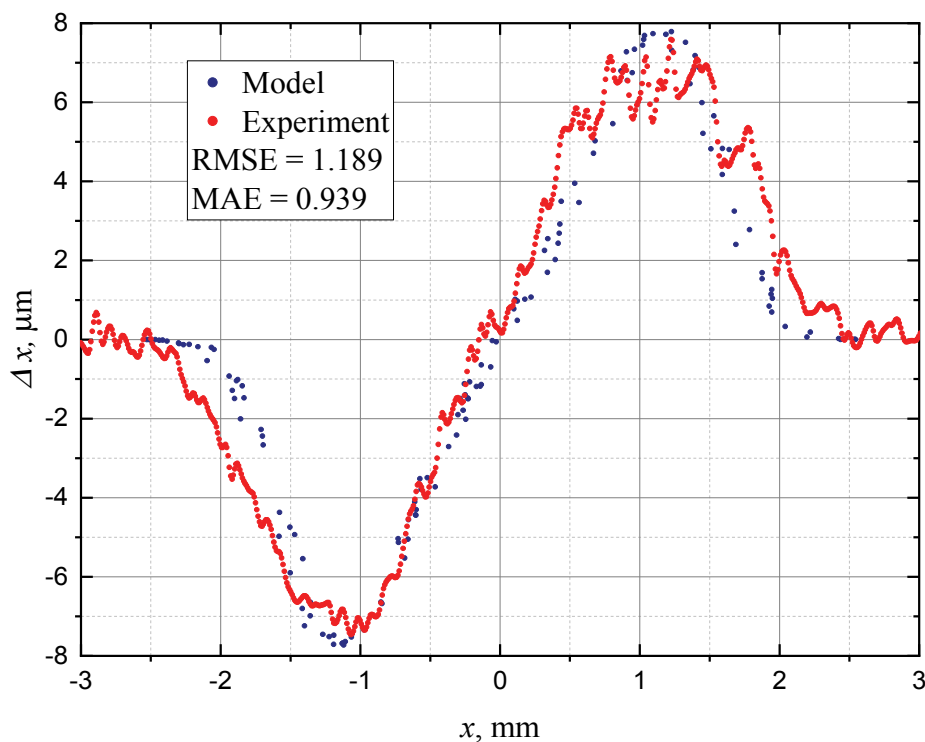


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость смещения луча от координаты для эксперимента и модели с оценками среднеквадратичной ошибки (RMSE) и средней абсолютной ошибки (MAE) / Dependence of beam displacement on coordinate for the experiment and the model, with root mean square error (RMSE) and mean absolute error (MAE) estimates

Источник: данные авторов

разброс точек на графике объясняется несколькими факторами. Во-первых, он связан со статистическим характером трассировки лучей и конечным числом лучей в модели. Во-вторых, дополнительный вклад в разброс вносят aberrации оптической системы, учитываемые в модели. В отличие от аналитических моделей BOS-методов, используемая численная схема позволяет учитывать реальные свойства оптической системы регистрации, включая геометрию линзы и её aberrации, а так же разброс лучей реального источника.

Метод трассировки лучей позволяет более полно описывать формирование изображения в экспериментальной установке. Предложенный подход обладает рядом существенных преимуществ. Прежде всего, он позволяет моделировать распространение света в среде с произвольным пространственным распределением показателя преломления, что делает возможным анализ широкого класса газовых потоков без необходимости вводить упрощающие предположения о форме профиля среды. Кроме того, метод основан на численной трассировке лучей в полной оптической модели установки, что позволяет учитывать реальные параметры системы регистрации, включая геометрию оптических элементов и их aberrации. В отличие от аналитических моделей, используемых в ряде реализаций BOS-метода, данный подход не требует предположения о малости градиентов показателя преломления и допускает корректное описание более сложных распределений среды. Наконец, численная модель непосредственно воспроизводит условия эксперимента, что обеспечивает возможность прямого сопоставления результатов трассировки лучей с экспериментально измеряемыми полями смещений изображения. В отличие от аналитических методов, основанных на предположении слабых градиентов показателя преломления, трассировка лучей позволяет корректно описывать распространение света в средах с более сложной структурой.

Заключение

В работе предложен численный метод анализа оптических искажений, возникающих при прохождении света через газовый поток с неоднородным показателем преломления. Метод основан на трассировке лучей в среде с градиентным показателем преломления и последующей обработке результатов трассировки во внешней программе анализа данных.

Показано, что предложенный подход позволяет воспроизводить экспериментально наблюдаемые смещения изображения и учитывать влияние параметров оптической системы регистрации.

Несмотря на относительно высокие вычислительные затраты, время расчёта остаётся приемлемым и составляет порядка десятков минут для моделей с несколькими миллионами лучей.

Предложенный метод может быть использован для анализа экспериментов BOS и имеет перспективы применения для решения обратных задач восстановления распределений плотности в газовых потоках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Settles G. Schlieren and Shadowgraph Techniques: Visualizing Phenomena in Transparent Media. Berlin: Springer, 2001. DOI: 10.1007/978-3-642-56640-0. 376 p.
2. Richard H., Raffel M. Principle and applications of the background oriented schlieren (BOS) method // *Measurement Science and Technology*. 2001. Vol. 12. No. 9. P. 1576–1585. DOI: 10.1088/0957-0233/12/9/325.
3. Meier G. E. A. Computerized background-oriented schlieren // *Experiments in Fluids*. 2002. Vol. 33. No. 1. P. 181–187. DOI: 10.1007/s00348-002-0450-7.
4. Тарасенко О. С., Бодрышев В. В., Абашев В. М. Метод цифровой обработки теневых снимков сверхзвукового обтекания элементов конструкций летательных аппаратов // *Труды МАИ (сетевое издание)*. 2015. № 83. С 8. URL: <https://trudy-mai.ru/published.php?ID=62032> (дата обращения: 10.01.2026).
5. Знаменская И. А. Методы панорамной визуализации и цифрового анализа теплофизических полей. Обзор // *Научная визуализация*. 2021. Т. 13. № 3. С. 125–158. DOI: 10.26583/sv.13.3.13.
6. Бодрышев В. В., Коржов Н. П. Анализ сверхзвукового обтекания осесимметричной открытой каверны методом цифровой обработки видеок кадров // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2022. № 2. С. 318–324. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-2-318-224.
7. Venkatakrishnan L., Meier G. E. A. Density measurements using the background oriented schlieren technique // *Experiments in Fluids*. 2004. Vol. 37. No. 2. P. 237–247. DOI: 10.1007/s00348-004-0807-1.
8. Goldhahn E., Seume J. The background oriented schlieren technique: sensitivity, accuracy, resolution and application to a three-dimensional density field // *Experiments in Fluids*. 2007. Vol. 43. No. 2-3. P. 241–249. DOI: 10.1007/s00348-007-0331-1.
9. Atcheson B., Heidrich W., Ihrke I. An evaluation of optical flow algorithms for background oriented schlieren imaging // *Experiments in Fluids*. 2009. Vol. 46. No. 3. P. 467–476. DOI: 10.1007/s00348-008-0572-7.
10. Gojani A. B., Obayashi S., Kamishi B. Measurement sensitivity and resolution for background oriented schlieren during image recording // *Journal of Visualization*. 2013. Vol. 16. No. 3. P. 201–207. DOI: 10.1007/s12650-013-0170-5.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.

REFERENCES

1. Settles, G. (2001). *Schlieren and Shadowgraph Techniques: Visualizing Phenomena in Transparent Media*. Berlin: Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-56640-0. 376 p.
2. Richard, H. & Raffel, M. (2001). Principle and applications of the background oriented schlieren (BOS) method. In: *Measurement Science and Technology*, 12 (9), 1576–1585. DOI: 10.1088/0957-0233/12/9/325.
3. Meier, G. E. A. (2002). Computerized background-oriented schlieren. In: *Experiments in Fluids*, 33 (1), 181–187. DOI: 10.1007/s00348-002-0450-7.
4. Tarasenko, O. S., Bodryshev, V. V. & Abashev, V. M. (2015). Method of digital processing of shadow images of supersonic flow around aircraft structural elements. In: *Trudy MAI*,

- 83, 8. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=62032> (accessed: 10.01.2026) (in Russ.).
5. Znamenskaya, I. A. (2021). Methods for Panoramic Visualization and Digital Analysis of Thermophysical Flow Fields. A Review. In: *Scientific Visualization*, 13 (3), 125–158. DOI: 10.26583/sv.13.3.13 (in Russ.).
 6. Bodryshev, V. B. & Korzhov, N. P. (2022). Analysis of supersonic flow around an axisymmetric open cavity by digital processing of video frames. In: *Izvestiya Tula State University. Technical sciences*, 2, 318–324. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-2-318-224 (in Russ.).
 7. Venkatakrishnan, L. & Meier, G. E. A. (2004). Density measurements using the background oriented schlieren technique. In: *Experiments in Fluids*, 37 (2), 237–247. DOI: 10.1007/s00348-004-0807-1.
 8. Goldhahn, E. & Seume, J. (2007). The background oriented schlieren technique: sensitivity, accuracy, resolution and application to a three-dimensional density field. In: *Experiments in Fluids*, 43 (2-3), 241–249. DOI: 10.1007/s00348-007-0331-1.
 9. Atcheson, B., Heidrich, W. & Ihrke, I. (2009). An evaluation of optical flow algorithms for background oriented schlieren imaging. In: *Experiments in Fluids*, 46 (3), 467–476. DOI: 10.1007/s00348-008-0572-7.
 10. Gojani, A. B., Obayashi, S. & Kamishi, B. (2013). Measurement sensitivity and resolution for background oriented schlieren during image recording. In: *Journal of Visualization*, 16 (3), 201–207. DOI: 10.1007/s12650-013-0170-5.
 11. Born, M. & Wolf, E. (1973). *Principles of optics*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Зубков Сергей Анатольевич (г. Зеленоград, Московская обл.) – педагог дополнительного образования педагогического технопарка «Кванториум» имени И. В. Курчатова Государственного университета просвещения;
<https://orcid.org/0009-0001-8016-7497>; e-mail: zubkovkontakte@yandex.ru

Краснов Петр Александрович (г. Москва) – студент физико-математического факультета Государственного университета просвещения;
<https://orcid.org/0009-0002-5325-1578>; e-mail: aftersabaka@yandex.ru

Кулешова Юлия Дмитриевна (г. Жуковский, Московская обл.) – кандидат физико-математических наук, декан физико-математического факультета Государственного университета просвещения;
<https://orcid.org/0000-0001-8556-9340>; e-mail: juliyabogdanova@mail.ru

Курилов Александр Дмитриевич (г. Москва) – кандидат физико-математических наук, заведующий учебно-научной лабораторией теоретической и прикладной нанотехнологии Государственного университета просвещения;
<https://orcid.org/0000-0001-8915-2411>; e-mail: ad.kurilov@guppros.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey A. Zubkov (Zelenograd, Moscow Region) – Additional Education Teacher, Pedagogical Technopark “Kvantorium” named after I. V. Kurchatov, Federal State University of Education; <https://orcid.org/0009-0001-8016-7497>; e-mail: zubkovkontakte@yandex.ru

Petr A. Krasnov (Moscow) – Student, Faculty of Physics and Mathematics, Federal State University of Education; <https://orcid.org/0009-0002-5325-1578>; e-mail: aftersabaka@yandex.ru

Yuliya D. Kuleshova (Zhukovsky, Moscow Region) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Dean, Faculty of Physics and Mathematics, Federal State University of Education; <https://orcid.org/0000-0001-8556-9340>; e-mail: juliyabogdanova@mail.ru

Aleksandr D. Kurilov (Moscow) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Laboratory Head, Laboratory of Theoretical and Applied Nanotechnology, Federal State University of Education; <https://orcid.org/0000-0001-8915-2411>; e-mail: ad.kurilov@guppros.ru