

Научная статья**УДК 536.212.2****DOI: 10.18384/2949-5067-2026-2-34-45****ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ТОНКОГО СЛОЯ ИЗ МЕТАЛЛА****Завитаев Э. В.¹ , Русаков О. В.² , Уткин А. И.^{2*} , Чухлеб Е. П.³**

¹ *Мытищинский филиал Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана (национального исследовательского университета), г. Мытищи, Московская обл., Российская Федерация*

² *Государственный гуманитарно-технологический университет, г. Орехово-Зуево, Московская обл., Российская Федерация*

³ *Муниципальное учреждение дополнительного образования «Центр дополнительного образования «Малая академия наук Импульс», г. Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация*

* *Корреспондирующий автор, e-mail: aiutkin@yandex.ru*

Поступила в редакцию 03.02.2026

Принята к публикации 11.02.2026

Аннотация

Цель. Решение задачи о распределении температурного поля по толщине тонкого металлического слоя с граничными условиями первого рода вследствие выделения джоулевой теплоты при прохождении электрического тока с учётом коэффициентов зеркальности поверхностей проводника.

Процедура и методы. В работе представлено математическое описание распределения температурного поля внутри тонкого металлического слоя на основе кинетического подхода.

Результаты. Вариация коэффициентов зеркальности при отражении электронов от поверхностей тонкого металлического слоя в случае прохождения высокочастотного тока через него, вызывает неравномерный нагрев слоя, что существенно отличается от классических результатов.

Теоретическая и практическая значимость заключается в расчёте температурных режимов интегральных схем в процессе их эксплуатации.

Ключевые слова: коэффициент теплопроводности, коэффициенты зеркальности тонкого металлического слоя, локальная проводимость, тонкий металлический слой, уравнение температурного поля

Для цитирования:

Температурное поле тонкого слоя из металла / Э. В. Завитаев, О. В. Русаков, А. И. Уткин, Е. П. Чухлеб // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2026. № 2. С. 34–45. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2026-2-34-45>

Original research article

TEMPERATURE FIELD OF THE THIN METAL LAYER

E. Zavitaev¹ , O. Rusakov² , A. Utkin^{2*} , E. Chukhleb³

¹ Bauman Moscow State Technical University (Mytishchi Branch), Mytishchi, Moscow Region, Russian Federation

² State University of Humanities and Technology, Orekhovo-Zuyevo, Moscow Region, Russian Federation

³ Municipal Institution of Additional Education "Center for Additional Education "Small Academy of Sciences Impulse", Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation

* Corresponding author, e-mail: aiutkin@yandex.ru

Received by the editorial office 03.02.2026

Accepted for publication 11.02.2026

Abstract

Aim. Solving the problem of the distribution of the temperature field over the thickness of a thin metal layer with boundary conditions of the first kind due to the release of Joule heat during the passage of an electric current, taking into account the coefficients of specularity of the conductor surfaces.

Methodology. The paper presents a mathematical description of the temperature field distribution inside a thin metal layer based on a kinetic approach.

Results. The variation of the specularity coefficients when electrons are reflected from the surfaces of a thin metal layer in the case of a high-frequency current passing through it causes uneven heating of the layer, which differs significantly from the classical results.

Research implications. The theoretical and practical significance lies in calculating the temperature conditions of integrated circuits during their operation.

Keywords: thermal conductivity coefficient, specularity coefficients of a thin metal layer, local conductivity, thin metal layer, temperature field equation.

For citation:

Zavitaev, E. V., Rusakov, O. V., Utkin, A. I. & Chukhleb, E. P. (2026). Temperature field of the thin metal layer. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2, pp. 34–45. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2026-2-34-45>

Введение

В настоящее время тонкоплёночные технологии стали неотъемлемой составляющей многих отраслей промышленного производства. Благодаря своим особым физическим свойствам, тонкие плёнки находят широкое применение, например, при изготовлении различных (защитных, оптических, электропроводящих и т. п.) покрытий [1–3]. Поэтому теоретическое изучение таких объектов является важным с научной и прикладной точек зрения.

При расчёте коэффициента электропроводности тонкого металлического слоя реализуется ситуация, когда его толщина и средняя длина свободного пробега электронов оказываются величинами одного порядка [4]. Это означает, что, из-за взаимодействия электронов с поверхностями слоя, нарушаются границы применимости локальных законов классической электродинамики

(Ома, Джоуля – Ленца и Видемана – Франца). Возникшее противоречие устранимо при переходе к кинетическому решению поставленной задачи с помощью уравнения Больцмана [5–9].

В настоящей работе на основе кинетического подхода впервые установлено распределение температуры внутри тонкого металлического слоя, в том числе в зависимости от коэффициентов зеркальности его поверхностей.

Постановка задачи

Рассматривается тонкий слой из металла толщиной b , к концам которого приложено переменное электрическое напряжение частоты ω . Будем считать, что электрическое поле параллельно слою и направлено вдоль координатной оси Z (координатная ось X направлена вглубь слоя):

$$E_z = E_0 \exp(-i\omega t). \quad (1)$$

Распределение температуры внутри слоя может быть установлено с помощью стационарного уравнения теплопроводности [10; 11]

$$\Delta T(x) = -\frac{w}{\lambda}, \quad (2)$$

где $T(x)$ – уравнение температурного поля (x – текущее расстояние от одной из поверхности слоя), w – плотность объёмного тепловыделения, λ – коэффициент теплопроводности материала слоя.

Расчёт распределения температуры внутри тонкого металлического слоя

Исходя из физического смысла, средняя плотность объёмного тепловыделения w представляет собой приходящуюся на единицу объёма диссипируемую мощность внутри слоя. Для расчёта w применим закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме [12]

$$w = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\sigma E_0^2), \quad (3)$$

где σ – коэффициент удельной электропроводности слоя.

Приведём уравнение теплопроводности (2) с учётом (3) в безразмерную форму ($\xi = x/b$, $d\xi = dx/b$)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = -\frac{b^2}{2\lambda} \operatorname{Re}(\sigma E_0^2). \quad (4)$$

Для получения аналитического решения уравнения (4) удобно использовать выражение для коэффициента электропроводности, полученное в работе [13]

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Omega}{\chi} \left(1 + D_1 \exp\left(\frac{16\chi}{5}\xi\right) + D_2 \exp\left(-\frac{16\chi}{5}\xi\right) \right), \quad (5)$$

где

$$D_1 = \frac{(q_1 - 1) + q_1(q_2 - 1)\exp(-\frac{16\chi}{5})}{2\exp(\frac{16\chi}{5}) - 2q_1q_2\exp(-\frac{16\chi}{5})}, \quad D_2 = \frac{q_2(q_1 - 1) + (q_2 - 1)\exp(\frac{16\chi}{5})}{2\exp(\frac{16\chi}{5}) - 2q_1q_2\exp(-\frac{16\chi}{5})},$$

$\sigma_0 = ne^2b/mv_F$ – статическая удельная проводимость металла, n – концентрация электронов, e – заряд электрона, τ – время релаксации электрона, m – эффективная масса электрона, v_F – скорость Ферми, $\Delta = b/\Lambda$ ($\Lambda = v_F\tau$), $\Omega = b\omega/v_F$, $\chi = \Delta - i\Omega$, q_1, q_2 – коэффициенты зеркальности поверхностей слоя.

Запишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = T_0 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\chi} \left(1 + D_1 \exp\left(\frac{16\chi}{5}\xi\right) + D_2 \exp\left(-\frac{16\chi}{5}\xi\right) \right) \right].$$

Здесь введено обозначение $T_0 = -\frac{ne^2b^3E_0^2}{2mv_F\lambda}$.

Тогда, интегрируя по ξ , имеем

$$T = T_0 D \left(\frac{\xi^2}{2} + C_1 \xi + C_2 \right) + T_0 \operatorname{Re} \left[\frac{25}{256\chi^3} \left(D_1 \exp\left(\frac{16\chi}{5}\xi\right) + D_2 \exp\left(-\frac{16\chi}{5}\xi\right) \right) \right], \quad (6)$$

где $D = \operatorname{Re}(1/\chi) = \Delta/(\Delta^2 + \Omega^2)$.

Коэффициенты C_1 и C_2 найдём из граничных условий первого рода на поверхностях слоя

$$T(\xi)|_{\xi=0} = T_1, \quad T(\xi)|_{\xi=1} = T_2, \quad (7)$$

$$T_1 = T(0) = T_0 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\chi} \left(\frac{25D_1}{256\chi^2} + \frac{25D_2}{256\chi^2} + C_2 \right) \right],$$

$$T_2 = T(1) = T_0 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\chi} \left(\frac{1}{2} + \frac{25D_1}{256\chi^2} \exp\left(\frac{16\chi}{5}\right) + \frac{25D_2}{256\chi^2} \exp\left(-\frac{16\chi}{5}\right) + C_1 + C_2 \right) \right],$$

откуда имеем

$$C_2 = \frac{1}{D} \left(\frac{T_1}{T_0} - \frac{25}{256} \operatorname{Re} \left(\frac{D_1 + D_2}{\chi^3} \right) \right). \quad (8)$$

$$C_1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{D} \left[\frac{T_2 - T_1}{T_0} + \frac{25}{256} \left[\operatorname{Re} \left(\frac{D_1 + D_2}{\chi^3} \right) - \operatorname{Re} \left(\frac{1}{\chi^3} \left(D_1 \exp \left(\frac{16\chi}{5} \right) + D_2 \exp \left(-\frac{16\chi}{5} \right) \right) \right) \right] \right] \quad (9)$$

Пусть $T_2 = kT_1$, где коэффициент пропорциональности k – произвольное положительное число, тогда подставляя (8) и (9) в (6), получим

$$T = T_1(1 + \xi(k-1)) + T_0 \left\{ \frac{D}{2} \xi^2 - \frac{D}{2} \xi + \frac{25(\xi-1)}{256} \operatorname{Re} \left(\frac{D_1 + D_2}{\chi^3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{25}{256} \left[\operatorname{Re} \left(\frac{1}{\chi^3} \left(D_1 \exp \left(\frac{16\chi\xi}{5} \right) + D_2 \exp \left(-\frac{16\chi\xi}{5} \right) \right) \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \xi \operatorname{Re} \left(\frac{1}{\chi^3} \left(D_1 \exp \left(\frac{16\chi}{5} \right) + D_2 \exp \left(-\frac{16\chi}{5} \right) \right) \right) \right] \right\}. \quad (10)$$

Рассмотрим случай, когда толщина слоя много больше длины свободного пробега электронов ($b \gg \Lambda$) (макроскопическая асимптотика). Тогда константы D_1, D_2 из (5) стремятся к нулю ($D_1 = D_2 \rightarrow 0$). В этом случае из (10) получаем выражение для распределения температуры внутри слоя, совпадающее с решением классической задачи о теплопроводности тонкой пластины [10; 11]:

$$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{b} x + \frac{w}{2\lambda} (bx - x^2). \quad (11)$$

Рассмотрим случай, когда толщина слоя много меньше длины свободного пробега электронов ($b \ll \Lambda$) ($q_1 \neq 1, q_2 \neq 1$) и частота электрического поля $\omega = 0$ (свободно-электронный режим). В этом случае движение электронов характеризуется отсутствием столкновений с узлами кристаллической решётки и распределение температуры внутри слоя обусловлено чисто кинетическими эффектами. Разложив экспоненты в формуле (10) в ряд Тейлора, имеем:

$$T = T_1 + T_1 \xi(k-1) + T_0 \left(\frac{\xi^2}{2\Delta} - \frac{\xi}{2\Delta} + \frac{1}{2\Delta} (D_1 + D_2)(\xi-1)\xi \right), \quad (12)$$

где

$$D_1 \approx -\frac{1}{2} + \frac{q_1}{2(1-q_1q_2)} \frac{16\Delta}{5}, \quad D_2 \approx -\frac{1}{2} + \frac{q_2-1}{2(1-q_1q_2)} \frac{16\Delta}{5}.$$

Тогда (12) примет вид

$$T = T_1 + T_1 \xi(k-1) + \frac{2\sigma_0 b^2 E_0^2}{5\lambda} \frac{q_1 + q_2 - 1}{1 - q_1 q_2} (1 - \xi) \xi. \quad (13)$$

Далее выполним численное моделирование полученных результатов. Пусть слой толщиной $b = 30$ нм будет изготовлен из золота, для которого $v_F = 1.4 \cdot 10^6$ м/с, $n = 5.9 \cdot 10^{28}$ м⁻³, и $\lambda = 318$ Вт/(м·К). Приняв длину слоя $L = 1$ мкм и напряжение, приложенное к его концам $U = 1$ В, имеем $E_0 = 10^6$ В/м. Будем считать, что температура одной из поверхности слоя составляет $T_1 = 353$ К.

Указанные значения напряжения и температуры соответствуют, например, рабочим характеристикам современных процессоров ($U = 1$ В, $\omega = 25 \cdot 10^9$ с⁻¹, $T = 353$ К).

Тогда конкретная оценка приводит к $\sigma_0 = 1.2 \cdot 10^{15}$ б. Взяв также усреднённое значение коэффициента зеркальности золота, можно построить графики зависимости температуры внутри слоя от параметров задачи.

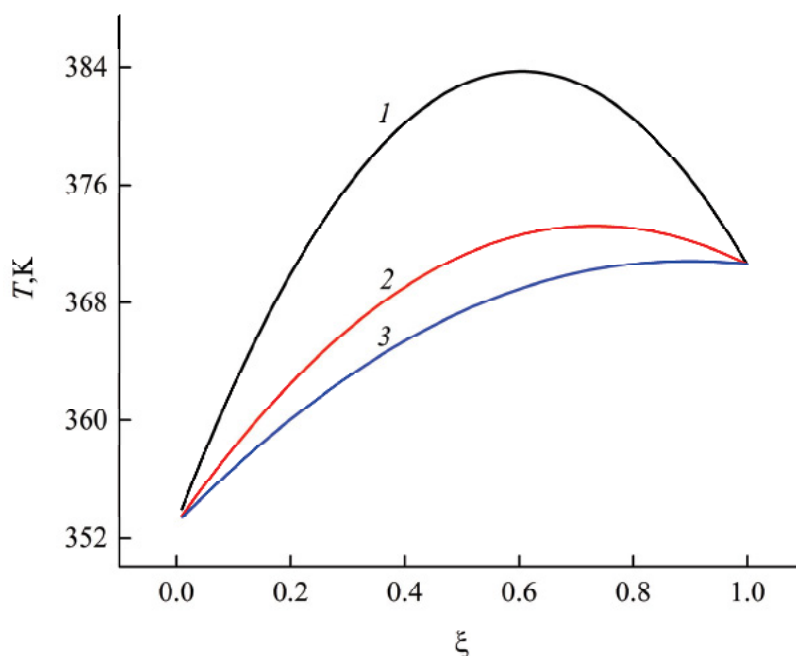


Рис. 1 / Fig. 1. Зависимость распределения температурного поля T от безразмерной координаты внутри тонкого слоя ξ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.1$; кривая 2: $\Delta = 0.5$; кривая 3: $\Delta = 1$. Для всех кривых: $k = 1.05$, $\Omega = 0.001$, $q_1 = q_2 = 0.5$ / Dependence of the distribution of the temperature field T on the dimensionless coordinate inside a thin layer ξ . Curve 1 corresponds to the values: $\Delta = 0.1$; curve 2: $\Delta = 0.5$; curve 3: $\Delta = 1$. For all curves: $k = 1.05$, $\Omega = 0.001$, $q_1 = q_2 = 0.5$

Источник: подготовлено авторами

На рис. 1 приведены зависимости распределения температурного поля T от безразмерной координаты внутри слоя ξ для случая, когда все кривые построены при одинаковых значениях безразмерной частоты электрического поля Ω и коэффициентов зеркальности $q_1 = q_2$. При этом безразмерная обратная длина свободного пробега электронов Δ принимает различные значения.

Из хода кривых на рис. 1 видно, что температура внутри слоя в значительной степени зависит от безразмерной обратной длины свободного пробега электронов, уменьшаясь по мере увеличения толщины слоя.

На рис. 2 представлены графики зависимости распределения температурного поля T от безразмерной обратной длины свободного пробега электронов Δ . Все кривые построены для середины слоя ($\xi = 0.5$) при фиксированных значениях коэффициента зеркальности q_2 и безразмерной частоты электрического поля Ω , при этом коэффициент зеркальности q_1 варьируется для каждой кривой.

Анализируя ход кривых, можно сделать вывод о том, что наибольшее различие температур в центре слоя, которое определяется величиной коэффициента зеркальности q_1 , характерно для случая, когда практически отсутствуют столкновения электронов в объёме металла. При дальнейшем увеличении толщины слоя данные зависимости выходят на асимптотическое значение.

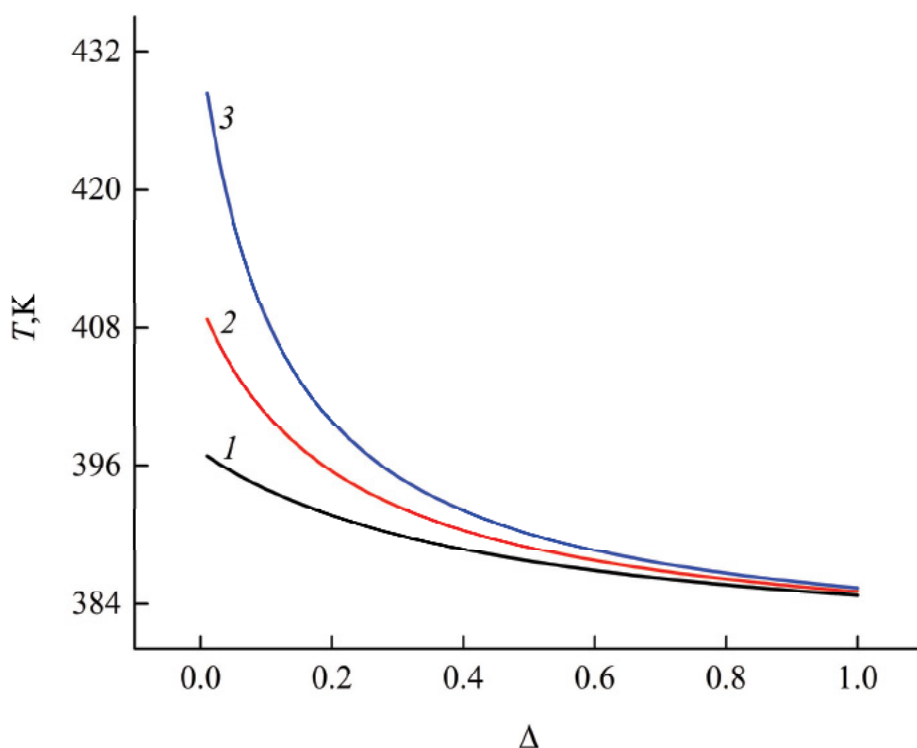


Рис. 2 / Fig. 2. Зависимость распределения температурного поля T от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов Δ . Кривая 1 отвечает значениям: $q_1 = 0.1$; кривая 2: $q_1 = 0.5$; кривая 3: $q_1 = 0.9$. Для всех кривых: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Omega = 0.001$, $q_2 = 0.5$ / Dependence of the distribution of the temperature field T on the dimensionless frequency of volumetric electron collisions Δ . Curve 1 corresponds to the values: $q_1 = 0.1$; curve 2: $q_1 = 0.5$; curve 3: $q_1 = 0.9$. For all curves: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Omega = 0.001$, $q_2 = 0.5$

Источник: подготовлено авторами

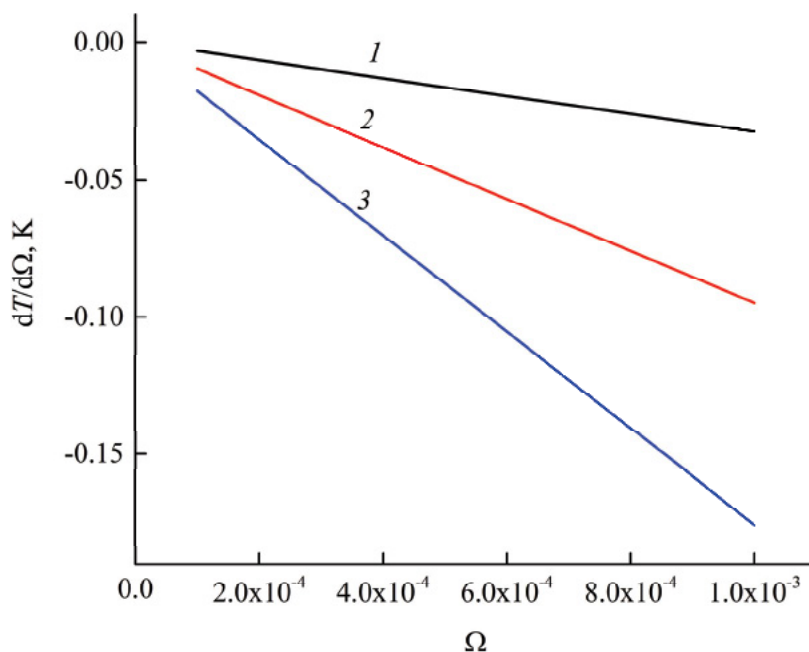


Рис. 3 / Fig. 3. Зависимость распределения производной температурного поля T от безразмерной частоты электрического поля Ω . Кривая 1 отвечает значениям: $q_2 = 0.1$; кривая 2: $q_2 = 0.5$; кривая 3: $q_2 = 0.9$. Для всех кривых: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Delta = 0.1$, $q_1 = 0.1$ / Dependence of the distribution of the derivative of the temperature field T on the dimensionless frequency of the electric field Ω . Curve 1 corresponds to the values: $q_2 = 0.1$; curve 2: $q_2 = 0.5$; curve 3: $q_2 = 0.9$. For all curves: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Delta = 0.1$, $q_1 = 0.1$

Источник: подготовлено авторами

На рис. 3 построены графики зависимости распределения производной температурного поля T от безразмерной частоты электрического поля Ω в центре слоя ($\xi = 0.5$). При этом коэффициент зеркальности одной из поверхностей слоя принимает различные значения.

Из хода кривых на рис. 3 видно, что значение производной температуры у всех кривых уменьшается по мере возрастания безразмерной частоты электрического поля. Следует обратить внимание на то, что для указанного выше диапазона частот характерна достаточно малая скорость изменения температурного поля, которая определяется коэффициентами зеркальности поверхностей слоя.

На рис. 4 изображены зависимости распределения температурного поля T от коэффициента зеркальности q_1 на изотермической поверхности в середине слоя ($\xi = 0.5$) при фиксированном значении безразмерной частоты электрического поля Ω и различных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов Δ .

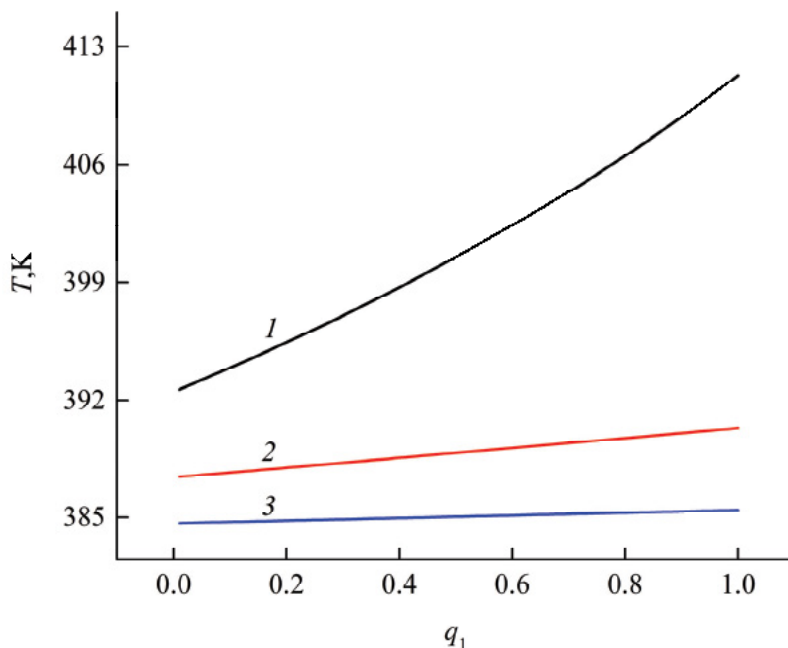


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость распределения температурного поля T от коэффициента зеркальности поверхности тонкого слоя q_1 . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.1$; кривая 2: $\Delta = 0.5$; кривая 3: $\Delta = 1$. Для всех кривых: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Omega = 0.001$, $q_2 = 0.5$ / Dependence of the distribution of the temperature field T on the reflectivity coefficient of the surface of a thin layer q_1 . Curve 1 corresponds to the values: $\Delta = 0.1$; curve 2: $\Delta = 0.5$; curve 3: $\Delta = 1$. For all curves: $k = 1.15$, $\xi = 0.5$, $\Omega = 0.001$, $q_2 = 0.5$

Источник: подготовлено авторами

Как следует из рисунка, наибольшее влияние коэффициента зеркальности одной из поверхностей проявляется в отношении более тонкого слоя и постепенно нивелируется по мере возрастания его толщины так, что на распределение температуры практически перестают оказывать влияние кинетические эффекты.

Закключение

Таким образом, исследование показывает, что прохождение высокочастотного тока через тонкий металлический слой с учётом зеркально-диффузного отражения электронов от границ поверхностей вызывает неравномерный нагрев проводника, который значительно отличается от классического результата. Построенная теория имеет прямое отношение к практическим и техническим приложениям, например, таким как производство и эксплуатация электронных компонентов интегральных схем и микропроцессоров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борило Л. П. Тонкоплёночные неорганические наносистемы. Томск: Томский государственный университет, 2012. 134 с.
2. Данилина Т. И. Технология тонкоплёночных микросхем. Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2006. 164 с.
3. Антоненко С. В. Технология тонких плёнок. М.: МИФИ, 2008. 104 с.
4. Петров Ю. И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1982. 359 с.
5. Уткин А. И., Завитаев Э. В., Юшканов А. А. Расчёт электрической проводимости тонкого металлического слоя в случае различных коэффициентов зеркальности его поверхностей // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2016. № 9. С. 85–91. DOI: 10.7868/S0207352816090158.
6. Кузнецова И. А., Савенко О. В., Юшканов А. А. Влияние граничных условий на электрические и гальваноманнитные свойства тонкой металлической плёнки // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2017. № 11. С. 52–60. DOI: 10.7868/S0207352817110063.
7. Расчёт высокочастотной электропроводности тонкого полупроводникового слоя в случае различных коэффициентов зеркальности его поверхностей / И. А. Кузнецова, Д. Н. Романов, О. В. Савенко, А. А. Юшканов // Микроэлектроника. 2017. Т. 46. № 4. С. 275–283. DOI: 10.7868/S0544126917040032.
8. Кузнецова И. А., Савенко О. В., Юшканов А. А. Расчёт высокочастотной электропроводности и постоянной холла для тонкой металлической плёнки // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. № 12. С. 1769–1775. DOI: 10.21883/JTF.2017.12.45196.1831.
9. Проводимость тонкого слоя в случае неоднородного электрического поля / Э. В. Завитаев, О. В. Русаков, Т. Э. Симонова, А. И. Уткин // Современная электродинамика. 2025. Т. 4. № 3 (17). С. 4–13. DOI: 10.24412/2949-0553-2025-317-04-13.
10. Теплотехника: учебник для вузов / под ред. А. П. Баскакова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 224 с.
11. Теплотехника: учебник для вузов / под общ. ред. А. М. Архарова и В. Н. Афанасьева; 2-е изд., перераб. и доп. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 712 с.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 656 с.
13. Завитаев Э. В., Русаков О. В., Чухлеб Е. П. Локальная проводимость субмикронного металлического слоя с учётом поправки к закону Видемана-Франца // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2019. № 2. С. 74–82. DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82.

REFERENCES

1. Borilo, L. P. (2012). *Thin-Film Inorganic Nanosystems*. Tomsk: Tomsk State University publ. (in Russ.).
2. Danilina, T. I. (2006). *Thin-Film Microcircuit Technology*. Tomsk: Tomsk Interuniversity Center for Distance Education publ. (in Russ.).

3. Antonenko, S. V. (2008). *Thin Film Technology*. Moscow: MEPhI publ. (in Russ.).
4. Petrov, Yu. I. (1982). *Small Particle Physics*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).
5. Utkin, A. I., Zavitaev, E. V. & Yushkanov, A. A. (2016). Calculation of Electrical Conductivity of Thin Metal Layer with Different Surface Specularity Coefficients. In: *Journal of Surface Investigation: X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 9, 85–91. DOI: 10.7868/S0207352816090158 (in Russ.).
6. Kuznetsova, I. A., Savenko, O. V. & Yushkanov, A. A. (2017). Influence of Boundary Conditions on the Electric and Galvanomagnetic Properties of a Thin Metal Film. In: *Journal of Surface Investigation: X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 11, 52–60. DOI: 10.7868/S0207352817110063 (in Russ.).
7. Kuznetsova, I. A., Romanov, D. N., Savenko, O. V. & Yushkanov, A. A. (2017). Calculating the high-frequency electrical conductivity of a thin semiconductor film for different specular reflection coefficients of its surface. In: *Russian Microelectronics*, 46 (4), 252–260. DOI: 10.1134/S1063739717040059 (in Russ.).
8. Kuznetsova, I. A., Savenko, O. V. & Yushkanov, A. A. (2017). Calculation of the RF Conductivity and Hall Constant of a Thin Metal Film. In: *Technical Physics*, 62 (12), 1766–1771. DOI: 10.1134/S1063784217120143 (in Russ.).
9. Zavitaev, E. V., Rusakov, O. V., Simonova, T. E. & Utkin, A. I. (2025). The Conductivity of a Thin Layer in the Case of an Inhomogeneous Electric Field. In: *Modern Electrodynamics*, 3 (17), 4–13. DOI: 10.24412/2949-0553-2025-317-04-13 (in Russ.).
10. Baskakov, A. P. (ed.) (1991). *Heat Engineering*. Moscow: Energoatomizdat publ. (in Russ.).
11. Arkharov, A. M. & Afanasyev, V. N. (eds.) (2004). *Heat Engineering*. Moscow: Heat Engineering. Moscow: Bauman Moscow State Technical University publ. (in Russ.).
12. Landau, L. D. & Lifshits, E. M. (2005). *Electrodynamics of Continuous Media*. Moscow: FIZMATLIT publ. (in Russ.).
13. Zavitaev, E. V., Rusakov, O. V. & Chukhleb, E. P. (2019). Local conductivity of a submicron metal layer with allowance for a correction to the Wiedemann–Franz law. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2, 74–82. DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82 (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Завитаев Эдуард Валерьевич (г. Мытищи, Московская обл.) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры К6 «Высшая математика и физика» Мытищинского филиала Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана (национального исследовательского университета);
<https://orcid.org/0000-0002-6427-0072>; e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

Русаков Олег Владимирович (г. Орехово-Зуево, Московская обл.) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;
<https://orcid.org/0000-0003-1083-4511>; e-mail: olegrusmail@mail.ru

Уткин Алексей Игоревич (г. Орехово-Зуево, Московская обл.) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;
<https://orcid.org/0000-0001-6521-6628>; e-mail: aiutkin@yandex.ru

Чухлеб Екатерина Петровна (г. Черноголовка, Московская обл.) – педагог дополнительного образования муниципального учреждения дополнительного образования «Центр дополнительного образования «Малая академия наук Импульс»;
e-mail: e.chuhleb@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Eduard Valerievich Zavitaev (Mytishchi, Moscow Region) – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department K6 “Higher Mathematics and Physics”, Bauman Moscow State Technical University (Mytishchi Branch);
<https://orcid.org/0000-0002-6427-0072>; e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

Oleg Vladimirovich Rusakov (Orekhovo-Zuyevo, Moscow Region) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Computer Science and Physics, State University of Humanities and Technology;
<https://orcid.org/0000-0003-1083-4511>; e-mail: olegrusmail@mail.ru

Alexey Igorevich Utkin (Orekhovo-Zuyevo, Moscow Region) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Computer Science and Physics, State University of Humanities and Technology;
<https://orcid.org/0000-0001-6521-6628>; e-mail: aiutkin@yandex.ru

Ekaterina Petrovna Chukhleb (Chernogolovka, Moscow Region) – teacher of additional education, Municipal Institution of additional Education “Center for Additional Education “Small Academy of Sciences Impulse”;
e-mail: e.chuhleb@mail.ru