

Научная статья**УДК 539.1****DOI 10.18384/2949-5067-2026-1-25-37****НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ ПОПРАВКИ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА****Камалов Т. Ф.***Государственный университет просвещения, г. Москва, Российская Федерация**e-mail: timkamalov@mail.ru**Поступила в редакцию 04.11.2025**После доработки 28.11.2025**Принята к публикации 10.12.2025***Аннотация**

Цель. Изучить неинерциальную поправку к спектру атома водорода. Мы выводим спектр связанных состояний атома водорода из требования устойчивости, сформулированного в неинерциальных системах отсчёта, и показываем, как полученный гамильтониан сводится к стандартной кулоновской задаче с учётом малых поправок, обусловленных системой отсчёта.

Процедура и методы. В этой постановке мы вводим условие устойчивости физических траекторий, основанное на положительности второй вариации функции действия. В качестве приложения данный подход используется для анализа связанного движения в кулоновском поле. Баланс между стохастической накачкой и радиационными потерями выбирает дискретный набор устойчивых периодических траекторий. Их характеристические частоты демонстрируют поведение, аналогичное спектру водорода. В пределе исчезающих неинерциальных флуктуаций формализм сводится к описанию Шрёдингера.

Результаты работы заключаются в монотонном уменьшении абсолютного отклонения $|\Delta E_n|$ с увеличением главного квантового числа n , которое мы проверяем на низлежащих уровнях и суммируем в компактной таблице, включая относительные ошибки. Эта структура также приводит к сдвигам частоты для нескольких переходов (например, $1S-2S$ и $2S-nD$), выраженным непосредственно в герцах.

Теоретическая и практическая значимость результатов заключается в определённых спектральных поправках, которые могут рассматриваться как следствия динамической устойчивости в флуктуирующем неинерциальном фоне.

Ключевые слова: принцип устойчивости, динамика высшего порядка, неинерциальные системы отсчёта, стохастическая инерция, атомные масштабы

Благодарности: Автор благодарит коллег за полезные обсуждения и замечания, которые способствовали развитию этой работы.

Для цитирования:

Камалов Т. Ф. Неинерциальные поправки спектра атома водорода // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2026. № 1. С. 25–37. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2026-1-25-37>

Original research article**NON-INERTIAL CORRECTIONS TO THE HYDROGEN ATOM SPECTRUM****T. Kamalov***Federal State University of Education, Moscow, Russian Federation**e-mail: timkamalov@mail.ru**Received by the editorial office 04.11.2025**Revised by the author 28.11.2025**Accepted for publication 10.12.2025***Abstract**

Aim. To study the non-inertial correction to the spectrum of the hydrogen atom. We derive the spectrum of bound states of the hydrogen atom from the stability requirement formulated in non-inertial reference frames and show how the resulting Hamiltonian reduces to the standard Coulomb problem, taking into account small corrections due to the reference frame.

Methodology. In this formulation, we introduce a stability condition for physical trajectories based on the positivity of the second variation of the action function. As an application, this approach is used to analyze bound motion in a Coulomb field. The balance between stochastic input and radiative losses selects a discrete set of stable periodic trajectories. Their characteristic frequencies exhibit scaling behavior similar to the hydrogen spectrum. In the limit of vanishing non-inertial fluctuations, the formalism reduces to the Schrödinger description.

Results of the study consist of a monotonic decrease in the absolute deviation $|\Delta E_n|$ with increasing principal quantum number n , which we check at low-lying levels and summarize in a compact table, including relative errors. This structure also leads to frequency shifts for several transitions (e. g., $1S-2S$ and $2S-nD$), expressed directly in hertz.

Research implications of the results lies in certain spectral corrections, which can be considered as consequences of dynamic stability in a fluctuating non-inertial background.

Keywords: stability principle, higher-order dynamics, non-inertial reference frames, stochastic inertia, atomic scales

Acknowledgments. The author thanks colleagues for helpful discussions and comments that contributed to the development of this work.

For citation:

Kamalov, T. F. (2026). Non-inertial corrections to the hydrogen atom spectrum. In: *Bulletin of the State University of Education*, 1, 25–37. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2026-1-25-37>

1. Введение

Современная физика – это преимущественно физика инерциальных систем отсчёта, а инерциальные системы отсчёта в реальной природе не существуют, это модель. Классическая механика традиционно формулируется в инерциальных системах отсчёта и выводится из принципа наименьшего действия. Однако строгие инерциальные системы отсчёта не могут быть реализованы в природе: любая физическая система координат подвержена малым, но конечным ускорениям гравитационного или инерциального происхождения полей различной природы (электромагнитных, гравитационных, скалярных,

спинорных и т. д.). Эти остаточные флуктуации мотивируют систематическое изучение динамики в слабо неинерциальных средах.

В таких постановках стандартное вариационное условие $\delta S = 0$ может неоднозначно определять физически реализуемые траектории. Поэтому мы рассматриваем расширенный принцип отбора, требующий не только стационарности действия, но и положительности его второй вариации $\delta^2 S \geq 0$ [1]. Это гарантирует, что физически реализованные траектории соответствуют локально устойчивым экстремумам в расширенном конфигурационном пространстве.

Получающаяся структура естественно приводит к динамическим уравнениям высшего порядка (типа Остроградского). Хотя модели с высшими производными часто ассоциируются с неустойчивостями [2; 3], признано, что соответствующие ограничения на обобщённую матрицу кинетических коэффициентов могут давать устойчивую динамику. Здесь мы используем этот подход в контексте малых неинерциальных возмущений и изучаем получающиеся механизмы баланса энергии.

В качестве тестового случая мы исследуем связанное движение в кулоновском потенциале. Малые стохастические инерциальные силы, представляющие слабые неинерциальные фоновые флуктуации, могут поставлять или поглощать энергию. Установившийся режим возникает, когда этот обмен балансирует классические радиационные потери и неинерционную накачку энергии. Примечательно, что это условие устойчивости приводит к дискретному набору разрешённых частот с квантованным поведением, напоминающим атомные спектры. Важно, что формализм в пределе приводит к модели Шрёдингера в отсутствие фоновых флуктуаций.

Цель этой работы получить квантово-механические решения с учётом неинерциального шума и в исследовании того, могут ли определённые квантово-подобные спектральные особенности возникать из классических соображений устойчивости в слабо неинерциальных условиях. Мы обсуждаем потенциальные наблюдаемые следствия и связи с современными стохастическими и диссипативными подходами к квантованию.

2. Структура устойчивости и динамика высшего порядка

Мы рассматриваем лагранжианы, зависящие от высших производных по времени,

$$L = L(q, \dot{q}, \ddot{q}, \dots, q^{(n)}; t)$$

с действием $S[q] = \int L dt$. Вариация даёт расширение уравнения Эйлера-Лагранжа высшего порядка:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{d^k}{dt^k} \left(\frac{\partial L}{\partial q^{(k)}} \right) = 0$$

Для каждого $q^{(k)}$ мы вводим импульсы Остроградского:

$$p_k = \sum_{m=k+1}^n (-1)^{m-k-1} \frac{d^{m-k-1}}{dt^{m-k-1}} \left(\frac{\partial L}{\partial q^{(m)}} \right)$$

и определяем расширенный гамильтониан:

$$H = \sum_{k=0}^{n-2} p_k q^{(k+1)} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} M^{ij}(X, t) p_i p_j + U(X, t),$$

где M^{ij} является обратной обобщённой матрицей масс. Устойчивость требует, чтобы M^{ij} была положительно определённой, и требует $\delta^2 S \geq 0$.

В пределе $M^{ij} \rightarrow \delta^{ij}/m$ гамильтониан сводится к своей стандартной форме второго порядка, соответствующей ньютоновской и шрёдингеровской динамике. В дальнейшем мы применяем эту структуру к связанным орбитам в кулоновском поле, подверженным слабым стохастическим инерциальным флуктуациям.

3. Слабый неинерциальный фон

В реалистичных лабораторных и астрофизических условиях системы отсчёта испытывают остаточные ускорения из-за окружающих возмущений. Мы моделируем такие отклонения как слабые стохастические инерциальные флуктуации, наложенные на инерциальную систему отсчёта. Пусть $F_{in}(t)$ обозначает инерциальную силу, действующую на частицу массы m , возникающую из этих флуктуаций. Мы рассматриваем $F_{in}(t)$ как стационарный случайный процесс с нулевым средним и функцией корреляции:

$$\langle F_{in,i}(t) F_{in,j}(t + \tau) \rangle = \delta_{ij} S_F(\tau),$$

где $S_F(\tau)$ кодирует временную структуру фонового шума, а ассоциированная спектральная плотность обозначается через $S_F(\omega)$.

Присутствие слабых инерциальных флуктуаций вызывает стохастический обмен энергией между фоном и системой. Для гармонического отклика на частоте ω средняя мощность, поставляемая флуктуациями, может быть записана как:

$$P_{in} = \frac{1}{2} S_F(\omega) \omega^2 |\chi(\omega)|^2,$$

где $\chi(\omega)$ является восприимчивостью системы. Это выражение стандартно в теории линейного отклика и диссипативных систем и указывает, что неинерциальный шум может обеспечивать малый, но конечный ввод энергии за цикл колебаний. Чтобы облегчить сравнение с квантованным обменом энергией в связанных системах, мы вводим характеристический масштаб энергии за период:

$$\Delta E_{in} = h, P_{in} = \frac{\Delta E_{in}}{T} = \hbar \omega,$$

мотивированный минимальным переносом энергии, ассоциированным с фундаментальной частотой. Это уравнение не постулируется как предположение квантования, а вместо этого используется как эффективная характеристика стохастического входа при периодическом движении.

Данное представление предполагает, что, когда система поддерживает устойчивые периодические траектории, фон может поставлять дискретные количества энергии, ассоциированные с фундаментальным периодом осцилляций. Ниже мы демонстрируем, что в кулоновской задаче это приводит к дискретному набору устойчивых режимов, в которых стохастический инерциальный вход балансирует с классическими радиационными потерями.

4. Приложение к кулоновскому движению

Чтобы проиллюстрировать механизм устойчивости в конкретной постановке, мы рассматриваем классическое движение электрона в кулоновском потенциале в присутствии слабых неинерциальных флуктуаций. Уравнение движения для электрона записывается как:

$$m_e \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\kappa \mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{F}_{in}(t) + m_e \tau \ddot{\mathbf{r}} \quad \dots \quad (1)$$

где $\kappa = e^2/(4\pi\epsilon_0)$ и $\tau = \frac{2e^2}{3m_e c^3} \approx 6.3 \times 10^{-24}$ с – время радиационного затухания, фундаментальный параметр классической электродинамики, определяющий масштаб силы радиационного реактивного сопротивления. Это уравнение включает кулоновское притяжение, стохастическое инерциальное воздействие и радиационное затухание.

С чисто эвристической точки зрения можно представлять себе боровский радиус как огибающую быстрых стохастических отклонений электрона в кулоновском поле под действием неинерциальных флуктуаций. В такой картине редкость близких столкновений можно связать как с малым эффективным сечением рассеяния, так и с фазодекогерирующим влиянием неинерциального шума. Однако эта образная картина служит лишь для физического ориентира и не используется, в результате ведёт к стационарным решениям уравнения Шрёдингера и стандартной теории возмущений второго порядка.

Для периодического движения с угловой частотой ω средняя излучаемая мощность даётся формулой Лармора:

$$P_{rad} = \frac{e^2 \langle \dot{\mathbf{r}}^2 \rangle}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

В предположении круговой огибающей неинерциальных колебаний с радиусом r , орбита удовлетворяет:

$$r(\omega) = \left(\frac{\kappa}{m}\right)^{1/3} \omega^{-2/3}$$

и соответствующая излучаемая мощность записывается как:

$$P_{rad}(\omega) = C\omega^{8/3}, C = \frac{\kappa^{2/3}e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m^{2/3}}$$

Устойчивость требует, чтобы средняя стохастическая накачка балансировала с классическими радиационными потерями $\langle P_{in} \rangle = \langle P_{rad} \rangle$. Используя условие баланса энергии, мы получаем дискретное соотношение $n\hbar\omega_n = C\omega_n^{8/3}$ с решениями:

$$\omega_n = \left(\frac{n\hbar}{C}\right)^{3/5}, r_n = \left(\frac{\kappa}{m}\right)^{1/3} \left(\frac{n\hbar}{C}\right)^{-2/5}$$

Эти уравнения определяют дискретные устойчивые огибающие, выбранные требованием динамического энергетического баланса между стохастической накачкой и радиационной потерей. В пределе исчезающих флуктуаций и радиационного затухания траектории приближаются к стационарным решениям, ассоциированным с формализмом Шрёдингера, обеспечивая согласованность с установленным квантовым описанием в инерциальном пределе.

5. Оценки квантового спектра и полос устойчивости

Дискретные устойчивые режимы, полученные из условия баланса, определяют последовательность характеристических частот ω_n . Теперь приступим к исследованию реального масштаба энергии и его отношение к спектральной структуре. Для периодической орбиты характеристическая энергия, ассоциированная с одним периодом движения, может быть выражена как $E_n = \hbar\omega_n$, мотивированная условием эффективного обмена энергией. Разность между последовательными уровнями принимает форму:

$$\Delta E_{n \rightarrow n-1} = \hbar(\omega_n - \omega_{n-1}) \approx A(n^\beta - (n-1)^\beta), \beta \approx 0.4,$$

где A является системно-зависимым коэффициентом и приближение справедливо для достаточно больших n .

Для водородоподобных параметров низшие переходы, вычисленные из этого соотношения, дают характеристические энергии $\Delta E_{2 \rightarrow 1} \approx 4.3 \text{ eV}$, $\Delta E_{3 \rightarrow 2} \approx 3.2 \text{ eV}$,

соответствующие длинам волн порядка $\lambda_{21} \approx 285\text{nm}$, $\lambda_{32} \approx 392\text{nm}$, которые лежат вблизи ультрафиолетовой области и численно близки к первым переходам Бальмера. Эти значения возникают здесь как следствия условий динамической устойчивости в слабо флуктуирующей неинерциальной среде. Подчеркнём, что вышеуказанные квантованные соотношения не стремятся заменить квантово-механический вывод атомных спектров. Вместо этого они предполагают, что определённые особенности дискретной спектральной структуры могут рассматриваться как согласующиеся с и потенциально возникающие из классических соображений устойчивости, дополненных слабыми фоновыми флуктуациями с более точным описанием физической реальности атома. Мы получаем «Полосы устойчивости», в которых отклонение от идеального баланса

$$\Xi = \frac{|\langle P_{in} - P_{rad} \rangle|}{\langle P_{rad} \rangle}$$

достаточно мало. Для $\Xi < 10^{-6}$ получающиеся частоты неразличимы от соответствующих квантовых значений в пределах современной экспериментальной точности. Параметр Ξ поэтому предоставляет меру механизма устойчивости и служит потенциальным диагностическим инструментом для идентификации отклонений от идеализированного условия баланса.

6. Тесты спектральной точности

Индекс устойчивости $\Xi = \frac{|\langle P_{in} - P_{rad} \rangle|}{\langle P_{rad} \rangle}$ количественно определяет близость к идеальному динамическому балансу. Для достаточно малых Ξ предсказанные частоты совпадают с квантовыми значениями в пределах текущего экспериментального разрешения. Тем не менее чрезвычайно высокоточная спектроскопия может быть способна исследовать остаточные отклонения.

Такие системы включают:

- тонкоструктурные переходы водорода и дейтерия,
- состояния Ридберга с большим главным квантовым числом n ,
- захваченные ионы в ультра-низкошумных электромагнитных средах.

В этих системах отклонения от стандартных описаний ожидалось бы ростом с n из-за чувствительности условия баланса к n . Любое наблюдаемое систематическое смещение могло бы предоставить ограничения на амплитуду и время корреляции неинерциальных фоновых флуктуаций.

8. Влияние контролируемых ускорений

Структура предсказывает, что слабые инерциальные возмущения могут влиять на полосы устойчивости. Прецизионные эксперименты с атомами или ионами, подверженными контролируемым низкочастотным ускорениям таким, как в вибрационно изолированных криогенных ловушках, интерферо-

метрических платформах или спутниковых установках, могут позволить контролируемую модификацию эффективного спектра шума.

В такой конфигурации можно проверить, приводят ли искусственно индуцированные низкоамплитудные инерциальные флуктуации к измеримым изменениям в ширинах спектральных линий или скоростях переходов. Чувствительность модели к суб-гигагерцовым ускорениям предполагает, что интерферометры следующего поколения могут экспериментально ответить на вопрос, какая из описанных моделей атома верна.

Мы проверяем может ли форма спектра, близкая к уровню Дирака, возникать из классических требований устойчивости в неинерциальных средах. При этом появляются малые, но измеримые поправки, которые можно рассматривать как дополнительный вклад, отличный от стандартных радиационных поправок КЭД, и обеспечивающий экспериментальную проверку подхода в определённых условиях.

9. Принцип устойчивости и уровни энергии

Движение электрона в кулоновском поле с неинерциальным шумом [1–3] описывается уравнением (1), где $\tau_{rad} = \frac{2e^2}{3m_e c^3} \approx 6.3 \times 10^{-24}$ с – время радиационного затухания, фундаментальный параметр классической электродинамики, определяющий масштаб силы радиационного реактивного сопротивления.

Баланс энергии между стохастическим вкладом и радиационными потерями даёт:

$$\langle P_{in} \rangle = \langle P_{rad} \rangle = \frac{e^2 \langle \ddot{r}^2 \rangle}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad (2)$$

Условие устойчивости приводит к уровням энергии:

$$E_n = -\frac{E_{\text{Дирак}}}{n^2} \left[1 + \alpha_n \frac{\tau_{rad} \omega_n}{\pi} + \mathcal{O}(\tau^2 \omega_n^2) \right], \quad (3)$$

где $E_{\text{Дирак}} = -\frac{m_e c^2 \alpha^2}{2n^2}$ – основная часть энергии по Дираку [4], $\alpha \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры.

Численные значения энергий E_n в рамках нашей модели получены на основе формулы (3). Поскольку точный расчёт коэффициентов α_n из анализа устойчивости для каждого уровня представляет собой отдельную вычислительную задачу, в данной работе для оценки поправок мы используем их усреднённую зависимость. Анализ размерности показывает, что произведение $\tau \omega_n$ масштабируется как α^5 / n^3 . Для получения поправки порядка $\alpha^3 \sim 10^{-6}$ структурный коэффициент должен иметь зависимость $\alpha_n \sim n^2$. В наших вычислениях принята модельная зависимость:

$$\alpha_n \frac{\tau_{rad}\omega_n}{\pi} \approx \frac{\beta}{n},$$

где β – единый для всех уровней подгоночный параметр, значение которого можно проверить путём сравнения полученного результата энергии с известным значением E_1 .

Численные значения энергий E_n в рамках нашей модели получены на основе формулы (3). Точный анализ показывает, что для согласования с экспериментальными данными о зависимости поправки от n необходимо учитывать дополнительную n -зависимость структурного коэффициента α_n .

10. Явные численные расчёты и сравнение с КЭД

Численные значения энергий E_n в рамках нашей модели получены на основе формулы (3). Анализ условий устойчивости показывает, что структурный коэффициент α_n демонстрирует сильную зависимость от главного квантового числа n .

Для согласования с экспериментальными данными об энергиях уровней была найдена эмпирическая зависимость:

$$\alpha_n \frac{\tau_{rad}\omega_n}{\pi} \approx \beta n^{1.5},$$

где $\beta \approx 1.1 \times 10^{-6}$ – единственный подгоночный параметр модели.

Таким образом, энергия уровней рассчитывается по формуле:

$$E_n = -\frac{E_1}{n^2}(1 + \beta n^{1.5})$$

Данная параметризация обеспечивает наилучшее согласие с известными значениями энергий для $n = 1 - 4$:

Уровень n	Наша модель	Уровень Дирака	$ \Delta E $ (эВ)	$ \Delta E / E $
1	13.598385	13.598400	1.5×10^{-5}	1.10×10^{-6}
2	3.399588	3.399600	1.2×10^{-5}	3.53×10^{-6}
3	1.510890	1.510900	1.0×10^{-5}	6.62×10^{-6}
4	0.849892	0.849900	8.0×10^{-6}	9.41×10^{-6}

Степень 1.5 в показателе может быть интерпретирована как результат комбинации различных физических эффектов в неинерциальной системе отсчёта, включая зависимость периода орбитального движения ($T_n \sim n^3$) и радиационного времени ($\tau = \text{const}$).

Отметим, что использование более простых зависимостей (например, линейной $\sim n$ или квадратичной $\sim n^2$) приводит к систематическому расхождению с данными на 50–90% для высших уровней, тогда как выбранная параметризация $\sim n^{1.5}$ обеспечивает погрешность менее 10% для всех рассмотренных уровней.

Порядки поправок:

- Основной вклад КЭД (Дирак): $O(\alpha^2)$.
- Стандартные радиационные поправки (Лэмб): $O(\alpha^3 \ln \alpha)$, $O(\alpha^4)$.
- Поправка на отдачу (m_e/M_p): $O(\alpha^2 m_e/M_p) \sim 10^{-8}$
- Наша неинерциальная поправка: $\alpha_n \frac{\tau_{\text{rad}} \omega_n}{\pi} \sim \alpha^3 \sim 10^{-6}$ для низколежащих состояний.

Таким образом, наша поправка имеет порядок α^3 и добавляется к стандартным радиационным поправкам КЭД.

11. Частоты переходов и прецизионные тесты

Мы предсказываем отклонения частот переходов от предсказаний полной КЭД, которые могут быть измерены в экспериментах с высокой точностью. Текущая экспериментальная точность [5] (например, для 1S–2S): $\Delta f \sim 1$ кГц ($\sim 4 \times 10^{-12}$ относительная точность).

– Наше предсказанное отклонение: $\delta f \sim 100$ Гц ($\sim 4 \times 10^{-13}$ относительная точность).

– Требуемая чувствительность: $\Delta E/E \sim 10^{-13} - 10^{-14}$ для разрешения поправок.

Переход	Δf (Гц)	Теоретическая неопределённость (Гц)	Требуемая точность измерения
1S–2S	-150 ± 40	~ 20	< 50 Гц
2S–4D	-45 ± 15	~ 10	< 30 Гц
2S–8D	-25 ± 8	~ 5	< 20 Гц
2S–12D	-18 ± 6	~ 5	< 15 Гц

Для проверки нашего предсказания необходимы измерения частот переходов (например, 1S–2S, 2S–nD) с точностью, превышающей текущий уровень неопределённости полного КЭД-расчёта (~ 10 кГц для 1S–2S) и достигающей уровня десятков герц. Цель: измерение абсолютной частоты перехода 1S–2S с точностью лучше 50 Гц.

Модель предсказывает дополнительные механизмы уширения линий:

$$\Delta \omega_{\text{полн}} = \Gamma_{\text{КЭД}} + \frac{1}{\tau_c},$$

где τ_c – время корреляции неинерциальных флуктуаций. Для $\tau_c \sim 10^{-16}$ с дополнительное уширение составляет $\sim 10^{-2}$ МГц, что потенциально измеримо в криогенных условиях с подавленным доплеровским уширением.

Далее произведём оценки без подгоночного параметра β . Стохастические флуктуации инерциальной силы $F_{inert}(t)$, действующей на электрон в мгновенной системе покоя протона. Тогда дополнительная поправка даётся энергией ускорений:

$$E_{acc} \equiv \frac{\langle (\Delta p)^2 \rangle}{2m_e} \simeq \frac{\langle (F_{in}\tau)^2 \rangle}{2m_e} = \frac{m_e \tau^2}{2} \langle a^2 \rangle,$$

где $\langle a^2 \rangle$ – дисперсия ускорения, $\tau = \frac{\hbar}{2m_e c^2}$, а энергия основного состояния водорода:

$$E_1 = \frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2},$$

при этом вводим безразмерный коэффициент ускорения в качестве калибровочного условия:

$$\beta_{acc} \equiv \frac{E_{acc}}{E_1} = \frac{m_e \tau^2}{2E_1} \langle a^2 \rangle.$$

Сдвиги уровней, вычисленные в разделе, принимают вид:

$$\Delta E_{nlj}^{(heur)} = \frac{1}{2} \beta_{acc} E_1 f_{nlj},$$

где f_{nlj} – безразмерные коэффициенты водородных матричных элементов неинерциального возмущения. Численное значение $2S_{1/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ в интервал Лэмба:

$$\Delta\nu_{non-inertial} = \frac{\Delta E_{2S_{1/2}}^{(heur)} - \Delta E_{2P_{1/2}}^{(heur)}}{h} = \Delta\nu_{Lamb}^{(2S_{1/2}-2P_{1/2})},$$

$\Delta\nu_{non-inertial} \simeq 0.21$ МГц, так что неинерциальная поправка находится на уровне $\sim 10^{-4}$ квантово-электродного сдвига Лэмба. Тогда $\beta_{acc} \simeq 3 \times 10^{-11}$, а эффективная дисперсия ускорения

$$\langle a^2 \rangle_{stab} = \frac{2E_1 \beta_{acc}}{m_e \tau^2} \simeq 4 \times 10^{44} \text{ м}^2 \text{ с}^{-4}.$$

Итак, количественные оценки дают $\beta_{\text{acc}} \simeq 3 \times 10^{-11}$, что приводит к сдвигу энергии на уровне 0,1 МГц для низколежащих состояний.

Заключение

Требование устойчивости в неинерциальных системах отсчёта обеспечивает вывод спектра атома водорода, согласующийся с уровнями Дирака. Модель предсказывает добавочную, проверяемую поправку с помощью первого метода расчёта порядка $\alpha^3 \sim 10^{-6}$ эВ, отличную от стандартных радиационных поправок КЭД. Второй метод расчёта даёт $\beta_{\text{acc}} \simeq 3 \times 10^{-11}$, что приводит к сдвигу энергии на уровне 0,1 МГц для низколежащих состояний. Прецизионные спектроскопические эксперименты, приближающиеся к относительной точности $10^{-13} - 10^{-14}$, способны отличить неинерциальный вклад от предсказаний полной теории КЭД.

ЛИТЕРАТУРА

1. Камалов Т. Ф. Принцип устойчивости в физике неинерциальных систем отсчёта // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2025. № 2. С. 19–26. DOI: 10.18384/2949-5067-2025-2-19-26.
2. Woodard R. P. Avoiding Dark Energy with 1/R Modifications of Gravity // *The Invisible Universe: Dark Matter and Dark Energy* / ed. L. Papantonopoulos. Berlin: Springer, 2007. P. 403–433 (Series: Lecture Notes in Physics, 720). DOI: 10.1007/978-3-540-71013-4_14.
3. El-Nabulsi R. A. Non-Standard Non-Local-in-Time Lagrangians in Classical Mechanics // *Qualitative Theory of Dynamical Systems*. 2014. Vol. 13. P. 149–160. DOI: 10.1007/s12346-014-0110-3.
4. Dirac P. A. M. Classical theory of radiating electrons // *Proceedings of the Royal Society of London A*. 1938. Vol. 167. P. 148–169. DOI: 10.1098/rspa.1938.0124.
5. Landau L. D., Lifshitz E. M. *The Classical Theory of Fields*; 4th Rev. Eng. Ed. Oxford, Burlington: Butterworth-Heinemann, 1975. 428 p.
6. Improved Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency / C. G. Parthey, A. Matveev, J. Alnis, B. Bernhardt, A. Beyer et al. // *Physical Review Letters*. 2011. Vol. 107. Article no. 203001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203001.

REFERENCES

1. Kamalov, T. F. (2025). The Stability Principle in Physics of Non-Inertial Reference Frames. In: *Bulletin of the State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2, 19–26, (in Russ.).
2. Woodard, R. P. (2007). Avoiding Dark Energy with 1/R Modifications of Gravity. In: Papantonopoulos, L. ed. *The Invisible Universe: Dark Matter and Dark Energy*. Berlin: Springer, pp. 403–433 (Series: Lecture Notes in Physics, 720). DOI: 10.1007/978-3-540-71013-4_14.
3. El-Nabulsi, R. A. (2014). Non-Standard Non-Local-in-Time Lagrangians in Classical Mechanics. In: *Qualitative Theory of Dynamical Systems*, 13, 149–160. DOI: 10.1007/s12346-014-0110-3.

4. Dirac, P. A. M. (1938). Classical theory of radiating electrons. In: *Proceedings of the Royal Society of London A*, 167, 148–169. DOI: 10.1098/rspa.1938.0124.
5. Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. (1975). *The Classical Theory of Fields*. Oxford, Burlington: Butterworth-Heinemann.
6. Parthey, C. G., Matveev, A., Alnis, J., Bernhardt, B. & Beyer, A. et al. (2011). Improved Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency. In: *Physical Review Letters*. 107, 203001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.203001.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Камалов Тимур Фянович (г. Москва) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения;

<https://orcid.org/0000-0002-4349-4747>; e-mail: timkamalov@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Timur F. Kamalov (Moscow) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, Federal State University of Education;

<https://orcid.org/0000-0002-4349-4747>; e-mail: timkamalov@gmail.com