Научная статья
УДК 511’1+511’2
DOI: 10.18384/2949-5067-2025-4-100-109

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СО СТЕПЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

Кан И. Д., Зверев Н. А.*, Давиденко Е. В.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Российская Федерация
**Корреспондирующий автор, e -mail: nikolayzverev1995@gmail.com*

Поступила в редакцию 24.10.2025
После доработки 10.11.2025
Принята к публикации 12.11.2025

Аннотация
Цель настоящей работы заключается в доказательстве теорем о существовании, несуществовании и делимости степенных последовательностей. Степенные последовательности, рассматриваемые в статье, состоят из элементов, на которых обобщаются свойства известных диофантовых уравнений, например, неразрешимое уравнение из Великой теоремы Ферма или уравнение, связывающее длины сторон прямоугольного треугольника по теореме Пифагора.

Процедуры и методы. В настоящей работе используются в основном методы элементарной теории чисел.

Результаты. Результатом работы являются полностью доказанные теоремы о последовательностях, обобщающих диофантовы уравнения высоких степеней.

Теоретическая значимость исследования заключается в обобщении понятия диофантовых уравнений на множество последовательностей. Работа носит сугубо теоретический характер.

Ключевые слова: великая теорема Ферма, диофантово уравнение, пифагоровы тройки, последовательность, теорема Пифагора

Благодарности: исследование выполнено в рамках гранта РНФ № 25-21-00273 «Исследование научных основ вывода теорем Ламе и Бургейна-Конторовича с целью их уточнения и обобщения на более широкие классы аргументных множеств».

Для цитирования:
Кан И. Д., Зверев Н. А., Давиденко Е. В. Последовательности со степенными свойствами // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2025. № 4. С. 100–109. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-4-100-109

Original research article

SEQUENCES WITH POWER-LAW PROPERTIES

I. Kan, N. Zverev*, E. Davidenko

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation
**Corresponding author, e-mail: nikolayzverev1995@gmail.com*

Received by the editorial office 24.10.2025
Revised by the author 10.11.2025
Accepted for publication 12.11.2025

Abstract
Aim. The purpose of this paper is to prove theorems on the existence, nonexistence, and divisibility of power sequences. The power sequences considered in this paper consist of elements that generalize the properties of well-known Diophantine equations, such as the unsolvable equation in Fermat's Last Theorem or the equation relating the lengths of the sides of a right triangle using the Pythagorean theorem.
Methodology. In this work, the methods of elementary number theory were mainly used. In this work, the methods of elementary number theory were mainly used.
Results. The result of the work is completely proven theorems on sequences generalizing Diophantine equations of high degrees.
Research implications. The theoretical significance of this study lies in its generalization of the concept of Diophantine equations to a set of sequences. The work is purely theoretical in nature.
Keywords: Fermat's Great Theorem, The Diophantine equation, Pythagorean triples, sequence, The Pythagorean Theorem
Acknowledgments. This research was supported by an RNF grant No. 25-21-00273 “A study of the scientific foundations of the derivation of the Lamé and Bourgain-Kontorovich theorems with the aim of refining them and generalizing them to wider classes of argument sets.”
For citation:
Kan, I. D., Zverev, N. A. & Davidenko, E. V. (2025) Sequences with power-law properties. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 4, pp. 100–109. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-4-100-109

Введение

Великая теорема Ферма, состоящая в том, что уравнение вида

$$x^n + y^n = z^n$$

не имеет решений в натуральных числах $\forall n > 2$, как известно, в течение более чем трёхсот лет оставалась лишь популярной гипотезой, попытки доказать которую[1] во многом стимулировали развитие нескольких разделов высшей

[1] Абраров Д. Теорема Ферма: феномен доказательств Уайлса // Полит.ру. URL: https://web.archive.org/web/20210505041125/https://polit.ru/article/2006/12/28/abrarov/ (дата обращения: 20.08.2025); Кирсанов Ф. История Великой Теоремы Ферма [Электронный ресурс] // Открытый текст : [сайт]. URL: https://opentextnn.ru/man/kirsanov-f-istorija-teoremy-ferma/?ysclid=mh0lw9iu2c922304676 (дата обращения: 20.08.2025).

алгебры [1–8]. Однако в середине прошлого века эта история неожиданно продолжилась сдвигом в сторону алгебраической геометрии.

Так, в сентябре 1955 г. японский математик Ютака Танияма сформулировал гипотезу о модулярности эллиптических кривых, которая была уточнена Горо Шимурой в 1957 г. [9]. О гипотезе в 1970-е гг. вспомнил и начал её активное изучение француз Андре Вейль, поэтому эту гипотезу часто называют гипотезой Таниямы – Шимуры – Вейля [10]. Гипотезой широко заинтересовались уже в 1985 г., когда Герхард Фрай предположил, что гипотеза Таниямы – Шимуры (тогда она называлась именно так) является обобщением Великой теоремы Ферма, потому как любой контрпример к последней приводил в итоге к немодулярной эллиптической кривой [11]. В 1986 г. Кен Рибет доказал предположение о взаимосвязи между этими проблемами. В 1995 г. Эндрю Уайлс и Ричард Тейлор доказали особый случай теоремы Таниямы – Шимуры (случай полустабильных эллиптических кривых), которого было достаточно для доказательства Великой теоремы Ферма [12]. Полностью теорема о модулярности была доказана в 1999 г. в результате трудов Кристофа Брейля, Брайана Конрада, Фреда Даймонда и Ричарда Тейлора, которые, основываясь на работе Уайлса, доказали остальные (неполустабильные) случаи.

Из теоремы о модулярности следуют и другие теоремы теории чисел, похожие на Великую теорему Ферма. Например, «куб числа не может быть записан в виде суммы двух взаимно простых чисел, являющихся n-ной степенью натурального числа, если $n > 3$» [13]. Так появляется мысль складывать несколько натуральных степеней, получая снова целую степень. В настоящей работе эта идея обобщается до бесконечной последовательности, для каждого элемента которой его некоторая степень равна сумме степеней (возможно, с другим показателем) предшествующих ему элементов.

1. Постановка задачи и основные результаты статьи.

Опираясь на вышеизложенную идею, сформулируем постановку задачи. Для любых $m, k \in \mathbb{N} : k \geq 2$ бесконечную последовательность натуральных чисел вида

$$x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots \tag{1.1}$$

назовем (m, k)-степенной последовательностью, если для любого $n \geq 1$ сумма вида

$$x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m \tag{1.2}$$

представляет собой точную k-ю степень какого-либо натурального числа N_n. Таким образом, каждая (m, k)-степенная последовательность даёт набор решений для бесконечной системы диофантовых уравнений

$$x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m = N_n^k, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{1.3}$$

и, в таком смысле, является обобщением этого вида уравнений.

Вопрос, который для каждой пары чисел m и k естественным образом возникает из этого определения, заключается в том, существуют ли (m, k)-

степенные последовательности для таких значений параметров. Для того, чтобы дать ответ на него, сформулируем и докажем следующие три теоремы, о которых и шла речь в аннотации данной работы.

ТЕОРЕМА 1.1. *Не существует* (m, k)*-степенных последовательностей при выполнении любого из следующих четырёх условий:*

– во-первых, при равных значениях параметров $k = m > 2$;

– во-вторых, если k *и* m *имеют общий простой нечётный делитель;*

– в-третьих, если k *делится на 4, а* m *– чётно; в частности, (2,4)-степенных последовательностей не существует;*

– в-четвёртых, если m *делится на 4, а* k *– чётно; в частности, (4,2)-степенных последовательностей не существует.*

ТЕОРЕМА 1.2. *Существует хотя бы одна* (m, k)*-степенная последовательность при выполнении любого из следующих трёх условий:*

– во-первых, при $m = 1$ *– для любого* k*;*

– во-вторых, при $m = k = 2$*;*

– в-третьих, при $m = 3$ и $k = 2$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1.1. Забегая вперёд, к доказательству теоремы 1.2, сформулируем те конкретные виды последовательностей, на которых достигаются результаты теоремы 1.2. Так, $(1, k)$-степенной является последовательность разностей k-х степеней соседних целых неотрицательных чисел. Далее, $(2, 2)$-степенной является любая последовательность вида **(1.1)**, которая при некотором $s \in \mathbb{N}$ определена условиями

$$x_1 = 2s + 1, \quad x_2 = 2s^2 + 2s \tag{1.4}$$

и

$$x_{n+1} = \frac{(x_n + 1)^2 - 1}{2} = \frac{(x_n + 2)x_n}{2}, \forall n \geq 2; \tag{1.5}$$

Наконец, $(3, 2)$-степенной является последовательность всех натуральных чисел.

ТЕОРЕМА 1.3. *При чётных* m *и* k *для каждой* (m, k)*-степенной последовательности для почти всех её элементов выполняются свойства делимости:*

– во-первых, на 2 (кроме не более чем для одного из этих элементов);

– во-вторых, на 3 (кроме не более чем для одного из этих элементов);

– в-третьих, на 6 (кроме не более чем для двух из этих элементов).

2. Доказательство основных результатов

2.1. Доказательство теоремы 1.1.

Первое утверждение следует из Великой теоремы Ферма, доказанной Эндрю Вайлсом [12]. Действительно, поскольку $k = m$, то при $k > 2$ уже для $n = 2$ из **(1.3)** получаем неразрешимое уравнение Ферма

$$x_1^m + x_2^m = N_2^m,$$

и первое утверждение теоремы доказано. В этом месте считаем необходимым подчеркнуть, что уже полностью доказано утверждение о том, что (m, m)-степенных последовательностей $\forall m > 2$ не существует. Действительно: согласно определению таких последовательностей, каждая сумма вида **(1.2)** должна представлять собой точную m-ю степень $\forall n \in \mathbb{N}$ и, в частности, при $n = 2$. Именно невозможность этого события и была показана выше, чего вполне достаточно для доказательства.

Второе утверждение теоремы доказывается аналогично. Так, при $n = 2$ из **(1.3)** получаем:

$$x_1^m + x_2^m = N_2^k. \tag{2.1}$$

Пусть p – общий простой нечётный делитель чисел k и m, скажем, $k = k_1 p, m = m_1 p, \forall \{k_1, m_1\} \in \mathbb{Z}$. Тогда из **(2.1)** следует:

$$\left(x_1^{m_1}\right)^p + \left(x_2^{m_1}\right)^p = \left(N_2^{k_1}\right)^p. \tag{2.2}$$

Однако **(2.2)** – это снова частный случай неразрешимого уравнения Ферма, имеющего вид $x^p + y^p = z^p$, поэтому второе утверждение теоремы также доказано (здесь можно сделать замечание, полностью аналогичное тому, что содержится в конце предыдущего абзаца).

Для доказательства третьего утверждения теоремы положим $k = 4k_1$ и $m = 2m_1$, где по условию $\forall \{k_1, m_1\} \in \mathbb{Z}$. Тогда из **(2.1)** следует:

$$\left(x_1^{m_1}\right)^2 + \left(x_2^{m_1}\right)^2 = \left(N_2^{k_1}\right)^4. \tag{2.3}$$

Однако при $n = 1$ из **(1.3)** получаем:

$$\left(x_1^{m_1}\right)^2 = x_1^m = N_1^k = \left(N_1^{k_1}\right)^4. \tag{2.4}$$

Подставляя равенство **(2.4)** в **(2.3)**, выводим:

$$\left(N_1^{k_1}\right)^4 + \left(x_2^{m_1}\right)^2 = \left(N_2^{k_1}\right)^4. \tag{2.5}$$

Но, как известно, уравнение вида

$$x^4 + y^2 = z^4 \tag{2.6}$$

не имеет решений в натуральных числах $(\forall x, y, z \in \mathbb{N})$ [4]. Поэтому и уравнение **(2.5)**, как частный случай уравнения **(2.6)**, также неразрешимо. Третье утверждение теоремы доказано.

Доказательство четвёртого утверждения теоремы опирается на известную неразрешимость похожего на **(2.6)** уравнения:

$$x^4 + y^4 = z^2. \tag{2.7}$$

Действительно, положим $k = 2k_1$ и $m = 4m_1$, где, согласно условию, числа k_1 и m_1 – целые. Тогда, с учётом введённых обозначений, из **(2.1)** следует:

$$\left(x_1^{m_1}\right)^4 + \left(x_2^{m_1}\right)^4 = \left(N_2^{k_1}\right)^2.$$

Поэтому предположение о существовании (4,2)-степенной последовательности противоречит неразрешимости уравнения **(2.7)**. Теорема 1.1 доказана полностью.

2.2. Доказательство теоремы 1.2.

Первое утверждение следует из того, что можно положить

$$x_n = n^k - (n-1)^k, \ \forall n \in \mathbb{N}. \qquad (2.8)$$

В этом случае, поскольку $m = 1$, то, согласно **(2.8)**,

$$x_1^m + x_2^m + \ldots + x_n^m = x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1^k + \left(2^k - 1^k\right) + \ldots + \left(n^k - (n-1)^k\right) = n^k,$$

и при $N_n = n$ первое утверждение теоремы доказано.

Для доказательства второго утверждения теоремы рассмотрим последовательность **(1.1)**, заданную условиями **(1.4)** и **(1.5)**. Докажем для начала индукцией по n, что все элементы в **(1.1)**, начиная с x_2, – чётные числа. Согласно определению, $x_2 = 2\left(s^2 + s\right)$, чем обеспечена база индукции. Далее из индуктивного предположения следует, что в числителе последней из дробей в **(1.5)** перемножаются два чётных числа. Но знаменатель сей дроби равен 2 – следовательно, дробь равна чётному числу, и утверждение о чётности (а, следовательно, и о целочисленности) чисел x_n доказано по индукции.

Положим $S_n = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2$. Следующее, что необходимо проверить – это выполнение при $n \geq 2$ формулы

$$S_n = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = (x_n + 1)^2. \qquad (2.9)$$

На самом деле: так как, согласно **(1.4)**,

$$x_1^2 + x_2^2 = (2s+1)^2 + \left(2s^2 + 2s\right)^2 = \left(2s^2 + 2s + 1\right)^2 = (x_2 + 1)^2,$$

то база индукции проверена. Если же рассмотреть равенство **(2.9)** как индуктивное предположение для некоторого $n \geq 2$ и учесть определяющую формулу **(1.5)**, то получим:

$$S_{n+1} = \left(x_1^2 + \ldots + x_n^2\right) + x_{n+1}^2 = (x_n + 1)^2 + \frac{\left[(x_n + 1)^2 - 1\right]^2}{4}. \qquad (2.10)$$

Раскрывая в итоговой части равенства **(2.10)** квадрат разности в числителе последнего слагаемого и производя сложение с первым из них, получаем:

$$S_{n+1} = (x_n + 1)^2 + \frac{(x_n + 1)^4 - 2(x_n + 1)^2 + 1}{4} = \frac{(x_n + 1)^4 + 2(x_n + 1)^2 + 1}{4}. \qquad (2.11)$$

Сворачивая в числителе последней дроби в **(2.11)** три слагаемых в один квадрат суммы и применяя ещё раз формулу **(1.5)**, получаем:

$$S_{n+1} = \frac{\left[(x_n + 1)^2 + 1\right]^2}{4} = (x_{n+1} + 1)^2. \qquad (2.12)$$

Согласно **(2.12)**, формула **(2.9)** доказана по индукции. Полагая теперь

$$N_n = \begin{cases} x_1, n = 1, \\ x_n + 1, \forall n > 1, \end{cases}$$

получаем, ввиду **(2.9)**, равенство **(1.3)** при $m = k = 2$. Этим доказано второе утверждение теоремы.

Наконец, третье утверждение теоремы следует из известной формулы:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2, \forall n \in \mathbb{N}, \qquad (2.13)$$

доказываемой простой индукцией по n. Теорема 1.2 полностью доказана.

ЗАМЕЧАНИЕ 2.1. Возникает естественный вопрос: насколько уникален пример **(2.13)** из этого доказательства? Конечно, каждую (3,2)-степенную последовательность можно легко превратить в бесконечную серию последовательностей того же вида умножением всех её элементов на квадрат любого натурального числа. Однако интересно, существует ли хотя бы один пример того же рода вне такой серии? И если да, то бесконечно ли количество попарно непропорциональных (3,2)-степенных последовательностей?

2.3. Доказательство теоремы 1.3.

Напомним, что мы рассматриваем (m, k)-степенную последовательность **(1.1)**, для которой исходное уравнение **(1.3)** при $m = 2m_1$ и $k = 2k_1$ приобретает вид

$$\left(x_1^{m_1}\right)^2 + \left(x_2^{m_1}\right)^2 + \ldots + \left(x_n^{m_1}\right)^2 = \left(N_n^{k_1}\right)^2, \forall n \in \mathbb{N}. \qquad (2.14)$$

Для доказательства первого утверждения теоремы рассмотрим возможные случаи. Если все элементы последовательности **(1.1)** – чётны, то уже всё доказано. Пусть теперь в последовательности **(1.1)** нечётные элементы существуют, и l – минимальный индекс такого элемента. Тогда, согласно определению этого l, числа $\{x_1, x_2, \ldots, x_{l-1}\}$ – чётны, в то время как число x_l – нечётно. Поэтому, рассматривая равенство **(2.14)** при $n = l$, получаем, что N_l – нечётно. Далее, рассмотрим формулу **(2.14)** при $n = l + 1$:

$$\left(N_l^{k_1}\right)^2 + \left(x_{l+1}^{m_1}\right)^2 = \left(x_1^{m_1}\right)^2 + \left(x_2^{m_1}\right)^2 + \ldots + \left(x_l^{m_1}\right)^2 + \left(x_{l+1}^{m_1}\right)^2 = \left(N_{l+1}^{k_1}\right)^2. \qquad (2.15)$$

Как известно, квадрат нечётного числа всегда сравним с 1 по модулю 4 (а квадрат чётного – с нулём). Это означает, что число x_{l+1} не может быть нечётным: в противном случае, согласно **(2.15)**, квадрат числа $N_{l+1}^{k_1}$ равен сумме квадратов двух нечётных чисел из начала формулы и поэтому сравним с числом 2 по модулю 4, что невозможно. Следовательно, x_{l+1} – чётно, а N_{l+1} – нечётно. Значит, число x_{l+2} также не может быть нечётным: в противном случае

$$\left(N_{l+1}^{k_1}\right)^2 + \left(x_{l+2}^{m_1}\right)^2 = \left(x_1^{m_1}\right)^2 + \left(x_2^{m_1}\right)^2 + \ldots + \left(x_{l+1}^{m_1}\right)^2 + \left(x_{l+2}^{m_1}\right)^2 = \left(N_{l+2}^{k_1}\right)^2, \qquad (2.16)$$

что невозможно по аналогичным причинам (в левой части **(2.16)** не может находиться сумма квадратов двух нечётных чисел, равная квадрату одного целого числа из итоговой части той же формулы). Рассуждая в том же ключе, получаем, что все числа $\{x_{l+1}, x_{l+2}, \ldots\}$ – чётны. Так что единственный нечётный элемент последовательности **(1.1)** – это число x_l, что и требовалось доказать. Первое утверждение теоремы доказано.

Для аналогичного доказательства второго из них также рассмотрим возможные случаи. Пусть, для начала, все элементы последовательности **(1.1)** делятся на 3 – тогда уже все доказано. Однако, если в той же последовательности существуют элементы, не делящиеся на 3, то пусть l – наименьший индекс такого элемента (который может не совпадать со значением l из предыдущей части доказательства). Таким образом, мы договорились, что числа $\{x_1, x_2, \ldots, x_{l-1}\}$ делятся на 3, а число x_l на 3 не делится. Тогда, рассматривая равенство **(2.14)** при $n = l$, получаем, что N_l не делится на 3. Однако, как известно, квадрат любого не делящегося на 3 числа сравним с 1 по модулю 3 (а квадрат делящегося на 3 – с нулём). Значит, число x_{l+1} не может не делиться на 3: в противном случае, согласно **(2.15)**, квадрат числа $N_{l+1}^{k_1}$ равен сумме квадратов двух не делящихся на 3 чисел и поэтому сравним с числом 2 по модулю 3, что невозможно. Следовательно, x_{l+1} делится на 3, а N_{l+1} – нет. Значит, число x_{l+2} также не может не делиться на 3: в противном случае, в левой части равенства **(2.16)** находится сумма квадратов двух не делящихся на 3 чисел, равная квадрату одного целого числа, что снова невозможно. Продолжая ту же линию рассуждений, получаем, что все числа $\{x_{l+1}, x_{l+2}, \ldots\}$ делятся на 3. Так что единственным не делящимся на 3 элементом последовательности **(1.1)** является число x_l, что и требовалось доказать. Второе утверждение теоремы доказано.

Третье утверждение той же теоремы следует теперь из доказанности первых двух из них. Действительно: во всей последовательности **(1.1)** имеется не более одного нечётного элемента, а также не более одного, который не делится на 3. Остальные же все элементы делятся и на 2, и на 3, тем самым они делятся на 6. Третье утверждение теоремы доказано. Теорема 1.3 доказана полностью.

Заключение

Таким образом, сформулированные в постановке задачи теоремы о существовании, несуществовании и делимости степенных последовательностей полностью доказаны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альварес Л. Ф. Самая сложная задача в мире. Ферма. Великая теорема Ферма. М.: Де Агостини, 2015. 160 с. (Серия: Наука. Величайшие теории. Вып. 18).
2. Виолант-и-Хольц А. Загадка Ферма. Трехвековой вызов математике. М.: Де Агостини, 2014. 151 с. (Серия: Мир математики. Т. 9).
3. Манин Ю. И., Панчишкин А. А. Введение в современную теорию чисел. М.: МЦНМО, 2009. 552 с.
4. Постников М. М. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука, 1982. 240 с.
5. Рибенбойм П. Последняя теорема Ферма для любителей. М.: Мир, 2003. 429 с.

6. Сингх С. Великая теорема Ферма. М.: МЦНМО, 2000. 288 с.
7. Хинчин А. Я. Великая теорема Ферма; 3-е издание. М.: ОНТИ, 1934. 55 с.
8. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. М.: Мир, 1980. 488 с.
9. Darmon H. A Proof of the Full Shimura-Taniyama-Weil Conjecture Is Announced // Notices of the American Mathematical Society. 1999. Vol. 46. No. 11. P. 1397–1406.
10. Conrad B., Diamond F., Taylor R. Modularity of certain potentially Barsotti-Tate Galois representation // Journal of the American Mathematical Society. 1999. Vol. 12. No. 2. P. 521–567.
11. Стюарт И. Величайшие математические задачи. М.: Альпина нон-фикшн, 2016. 460 с.
12. Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat’s Last Theorem // Annals of Mathematics. 1995. Vol. 141. Iss. 3. P. 443–551. DOI: 10.2307/2118559.
13. Соловьев Ю. П. Гипотеза Таниямы и последняя теорема Ферма // Соросовский Образовательный Журнал. 1998. № 2. С. 135–138.

REFERENCES

1. Alvarez, L. F. (2015). *The Hardest Problem in the World. Fermat. Fermat's Last Theorem*. Moscow: De Agostini publ. (Series: Science. Greatest Theories. Vol. 18) (in Russ.).
2. Violant i Holz, A. (2014). *Fermat's Riddle. A Three-Century Challenge to Mathematics*. Moscow: De Agostini publ. (Series: The World of Mathematics. Vol. 9) (in Russ).
3. Manin, Yu. I. & Panchishkin, A. A. (2009). *Introduction to Modern Number Theory*. Moscow: Moscow: Moscow Center for Continuous Mathematical Education publ. (in Russ.).
4. Postnikov, M. M. (1982). *Introduction to the Theory of Algebraic Numbers*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).
5. Ribenboim, P. (2003). *Fermat's Last Theorem for Amateurs*. Moscow: Mir publ. (in Russ.).
6. Singh, S. (2000). *Fermat's Last Theorem*. Moscow: Moscow Center for Continuous Mathematical Education publ. (in Russ.).
7. Khinchin, A. Ya. (1934). *Fermat's Last Theorem*. Moscow: ONTI (United Scientific and Technical Publishing House) publ. (in Russ.).
8. Edwards, G. (1980). *Fermat's Last Theorem*. Moscow: Mir publ. (in Russ.).
9. Darmon, H. (1999). A Proof of the Full Shimura-Taniyama-Weil Conjecture Is Announced. In: *Notices of the American Mathematical Society*, 46 (11), 1397–1406.
10. Conrad, B., Diamond, F. & Taylor, R. (1999). Modularity of certain potentially Barsotti-Tate Galois representation. In: *Journal of the American Mathematical Society*, 12 (2), 521–567.
11. Stewart, I. (2016). *The Greatest Mathematical Problems*. Moscow: Alpina Non-Fiction publ. (in Russ.).
12. Wiles, A. (1995). Modular elliptic curves and Fermat’s Last Theorem. In: *Annals of Mathematics*, 141 (3), 443–551. DOI: 10.2307/2118559.
13. Soloviev, Yu. P. (1998). Taniyama's Conjecture and Fermat's Last Theorem. In: *Soros Educational Journal*, 2, 135–138 (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кан Игорь Давидович (г. Москва) – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, профессор кафедры № 311 «Прикладные программные средства и математические методы» Московского авиационного института (национального исследовательского университета);
ORCID: 0000-0001-8861-0580; e-mail: igor.kan@list.ru

Зверев Николай Андреевич (г. Москва) – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, доцент кафедры № 311 «Прикладные программные средства и математические методы» Московского авиационного института (национального исследовательского университета);
ORCID: 0000-0002-0813-2863; e-mail: nikolayzverev1995@gmail.com

Давиденко Екатерина Валерьевна (г. Москва) – техник в НИО-311 (научно-исследовательском отделе кафедры № 311 «Прикладные программные средства и математические методы») Московского авиационного института (национального исследовательского университета);
ORCID: 0009-0008-5190-3484; e-mail: katya.davidenko.01@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Igor D. Kan (Moscow) – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher, Prof., Department No. 311 “Applied Software and Mathematical Methods”, Moscow Aviation Institute (National Research University);
ORCID: 0000-0001-8861-0580; e -mail: igor.kan@list.ru

Nikolay A. Zverev (Moscow) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Researcher, Assoc. Prof., Department No. 311 “Applied Software and Mathematical Methods”, Moscow Aviation Institute (National Research University);
ORCID: 0000-0002-0813-2863; e -mail: nikolayzverev1995@gmail.com

Ekaterina V. Davidenko (Moscow) – Technician, NIO-311 (Research Department of the Department No. 311 “Applied Software and Mathematical methods”), Moscow Aviation Institute (National Research University);
ORCID: 0009-0008-5190-3484; e -mail: katya.davidenko.01@mail.ru