

Научная статья**УДК 533.5+533.6****DOI 10.18384/2949-5067-2025-4-100****МЕТОД ЛОКАЛЬНОГО ПОДОБИЯ ДЛЯ РАСЧЁТА АЭРОДИНАМИКИ ПРИ МАЛЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ ПОЛЁТА*****Полевщиков Д. П.*; Кашковский А. В.****Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Российская Федерация***Корреспондирующий автор, e-mail: polevshchikov@itam.nsc.ru**Поступила в редакцию 09.10.2025**После доработки 17.10.2025**Принята к публикации 21.10.2025***Аннотация**

Цель – верификация метода локального подобия для расчёта аэродинамики летательных аппаратов для малых сверхзвуковых скоростей.

Процедура и методы. Основным критерием для построения данной методики является минимальное время расчёта. Методика основывается на гипотезе локальности: аэродинамические характеристики каждого элемента поверхности рассчитываются независимо друг от друга. Предлагаемая методика представляет собой совокупность известных методов в рамках сверхзвукового обтекания тонкой пластины и гибкого механизма их применения с учётом кривизны поверхности летательного аппарата.

Результаты. Проведена верификация предлагаемой методики на конусе, веретенообразном теле и прямом крыле с тонким профилем в сравнении с существующими методиками расчёта аэродинамики и численным моделированием. Продемонстрировано хорошее совпадение значений аэродинамических коэффициентов с результатами численного расчёта.

Теоретическая и/или практическая значимость заключается в использовании рассматриваемой методики для предварительной оценки аэродинамики летательного аппарата на малых сверхзвуковых скоростях полёта с последующим их уточнением с помощью более точных методов.

Ключевые слова: аэродинамика, аэродинамические характеристики, сверхзвуковое обтекание, тонкая пластина, локальный метод

Благодарности: Работа была выполнена с использованием ресурсов ЦКП Сибирский Суперкомпьютерный Центр ИВМиМГ СО РАН и ЦКП «Механика». Работа выполнена в рамках государственного задания ИТПМ СО РАН (№ гос. регистрации: 124021400040-4).

Для цитирования:

Полевщиков Д. П., Кашковский А. В. Метод локального подобия для расчёта аэродинамики при малых сверхзвуковых скоростях полёта // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2025. № 4. С. 17–41. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-4-100>.

Original research article**LOCAL SIMILARITY METHOD FOR AERODYNAMICS CALCULATION AT LOW SUPERSONIC FLIGHT SPEED****D. Polevshchikov*, A. Kashkovsky***Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics
of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russian Federation***Corresponding author, e-mail: polevshchikov@itam.nsc.ru**Received by the editorial office 09.10.2025**Revised by the author 17.10.2025**Accepted for publication 21.10.2025***Abstract**

Aim. Verification of local similarity method for calculating the aerodynamics of aircraft at low supersonic speeds.

Methodology. The primary criterion for developing this method is minimal computation time. The method is based on the hypothesis of locality, i.e. aerodynamic characteristics of each surface element are calculated independently. The proposed technique for aerodynamics calculation is a combination of well-known methods widely-used in supersonic flow around a thin plate and a flexible mechanism for their application taking into account the curvature of the aircraft surface.

Results. The technique proposed has been verified on s cone, a slender body of revolution and a thin straight wing. The verification has been carried by comparing with numerical simulation results and existing techniques of aerodynamics calculation. Good agreement between the aerodynamic coefficient values and the numerical calculation results was demonstrated.

Research implications. The technique considered is supposed to be used to make preliminary assessment of the aerodynamics of an aircraft at low supersonic flight speeds, followed by their refinement using more accurate methods.

Keywords: aerodynamics, aerodynamic characteristics, supersonic flow, thin plate, local method

Acknowledgments. The numerical experiments were performed with the use of resources of the Equipment Sharing Center "Mekhanika" (Mechanics) based at ITAM SB RAS and of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences Siberian Supercomputer Center. This study was performed within the framework of the State Contract of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (ITAM SB RAS) (№124021400040-4).

For citation:

Polevshchikov, D. P. & Kashkovsky, A. V. (2025). Local similarity method for aerodynamics calculation at low supersonic flight speed. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 4, pp. 17–41. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-4-100>.

Введение

Одной из концепций космического туризма является суборбитальный полёт на летательном аппарате. В соответствии с этой концепцией, аппарат поднимается на высоту 10-20 км, переводится в почти вертикальный набор высоты и с помощью ракетного двигателя разгоняется до скорости, достаточной

для достижения по инерции высоты выше 100 км (условная высота нижней границы космического пространства). При возвращении из космоса аппарат переходит из баллистического в горизонтальный полёт с последующей посадкой.

При спуске летательный аппарат под действием силы тяжести разгоняется в разреженной атмосфере до скорости порядка километра в секунду. Когда плотность атмосферы возрастает до возможности аэродинамического маневрирования (высоты 40–60 км) число Маха полёта достигает 3–3.5. И именно на такой скорости необходимо перевести самолёт в горизонтальный полёт. Это самый сложный этап полёта, потому что резкое маневрирование приводит к значительным поперечным перегрузкам, что является непригодным при транспортировке пассажиров. Затягивание же манёвра из-за снижения с большой скоростью приводит к резкому увеличению плотности и большим продольным перегрузкам. Задача определения оптимальной траектории с наименьшими перегрузками связана с подбором аэродинамической компоновки самолёта, обеспечивающей движение вдоль требуемой траектории. Поскольку обычные сверхзвуковые самолёты и космические спускаемые аппараты не проектируются для манёвров на сверхзвуковых скоростях, прототипы фактически отсутствуют. Предполагается, что для решения данной задачи придётся рассматривать большое количество компоновок, включая нестандартные (например, туристические аппараты компании VirginGalactic серии SpaceShipOne и SpaceShipTwo имеют отклоняемый вместе с частью фюзеляжа стабилизатор).

Поиск оптимальной аэродинамической компоновки сопровождается большим количеством (вплоть до сотни) аэродинамических расчётов для заданного диапазона чисел Маха, углов атаки (SpaceShipOne и SpaceShipTwo входят в атмосферу под углом атаки близким к 90°) и скольжения. Представляется целесообразным использование методов, позволяющих, пусть и с большей (в сравнении с классическими методами) погрешностью, но довольно быстро (за секунды) получать аэродинамические характеристики (АДХ). Это позволило бы выявить наиболее перспективные варианты компоновок, АДХ которых уже можно было бы уточнять с помощью классических вычислительных методов сплошной среды. Оценивается, что погрешность таких методов в пределах 20% является приемлемой для выбора перспективных конфигураций.

Казалось бы, использование мощных современных процессоров и параллельных вычислений нивелирует фактор скорости вычислений. Но вычисления методами сплошной среды требуют создания вычислительной сетки. Для этого, как правило, требуется вмешательство оператора и специальным образом подготовленная поверхностная модель (без разрывов, пересечений). Вследствие часто меняющейся аэродинамической конфигурации затраты времени на подготовку сетки могут оказаться гораздо большими, чем временные затраты на вычисления. Кроме того, для построения модели и сетки

требуется специальное, совместимое программное обеспечение, которое, как правило, коммерческое. Методы, основанные на локальном подходе, не требуют создания вычислительной сетки, а иногда допускают щели или пересечение элементов геометрической модели. Это позволяет использовать более доступные и простые средства создания поверхностной модели. Всё это позволяет существенно упростить и ускорить вычисления.

Начиная с 60-х годов прошлого века для проектирования спускаемых аппаратов стали использовать методы [1–6], основанные на гипотезе локальности: влияние среды на элемент поверхности тела зависит только от отражательных свойств элемента поверхности, скорости среды относительно тела и не зависит от присутствия других участков поверхности [7]. Постепенно их заменяют более точные методы [8], но благодаря своей простоте они используются до сих пор [9–11]. Однако данные методики разрабатывались для расчёта аэродинамики спускаемых аппаратов при очень высоких числах Маха, причём в некоторых из них используется упрощающее предположение $M \rightarrow \infty$. Некоторые из методов [12] применимы только в случае присоединённой ударной волны (метод касательных клиньев и конусов, метод скачков-расширений); другие лучше работают с тонкими заострёнными телами (теория Ньютона) или телами затупленной формы (модифицированная теория Ньютона). Использование полуэмпирических формул (например, [4]) также рассчитано на большие числа Маха.

Использование предположения $M \rightarrow \infty$ для умеренно сверхзвуковых ($M < 3$) течений некорректно. В данной работе предлагается методика расчёта АДХ для летательных аппаратов произвольной формы при малых сверхзвуковых скоростях полёта на основе гипотезы локальности и широко известных газодинамических соотношений. Поскольку применимость гипотезы локальности для сверхзвуковых течений вызывает некоторые сомнения, приведены оценка точности вычислений в сравнении с экспериментальными данным и расчётами CFD.

Методика расчёта аэродинамических характеристик

Методика расчёта сверхзвуковой аэродинамики EARL (Engineering AeRo dynamics caLculation) построена на предположении, что давление на элемент поверхности тела зависит только от ориентации этого элемента относительно набегающего потока и не зависит от формы остальной части тела [12]. EARL основана на теории сверхзвукового обтекания тонкой пластины. Расчётная модель аппарата задаётся триангулированной поверхностью, давление на элементарную площадку которой вычисляется согласно её ориентации относительно набегающего на аппарат потока. На наветренной стороне площадки используются соотношения Рэнкина-Гюгонио на косой ударной волне для сжимающегося сверхзвукового потока. На подветренной стороне рассматривается течение Прандтля-Майера для расширяющегося сверхзвукового потока [13; 14].

В качестве подтверждения возможности применения подобной методики расчёта на рис. 1 приведено изменение коэффициента давления C_p вдоль пластины, полученное с помощью пакета программ FLUENT для различных чисел Рейнольдса. Согласно графику, при $Re \rightarrow \infty$ давление на всей пластине постоянно, при $Re=18\,000$ наблюдается увеличение давления на передней кромке ($X \approx 0$) и уменьшение на задней ($X \approx 1$). За исключением этих участков давление на поверхности пластины также остаётся постоянным. На этот же график нанесены значения C_p , полученные с помощью соотношений Рэнкина-Гюгио и течения Прандтля-Майера (обозначение “RH+PM”).

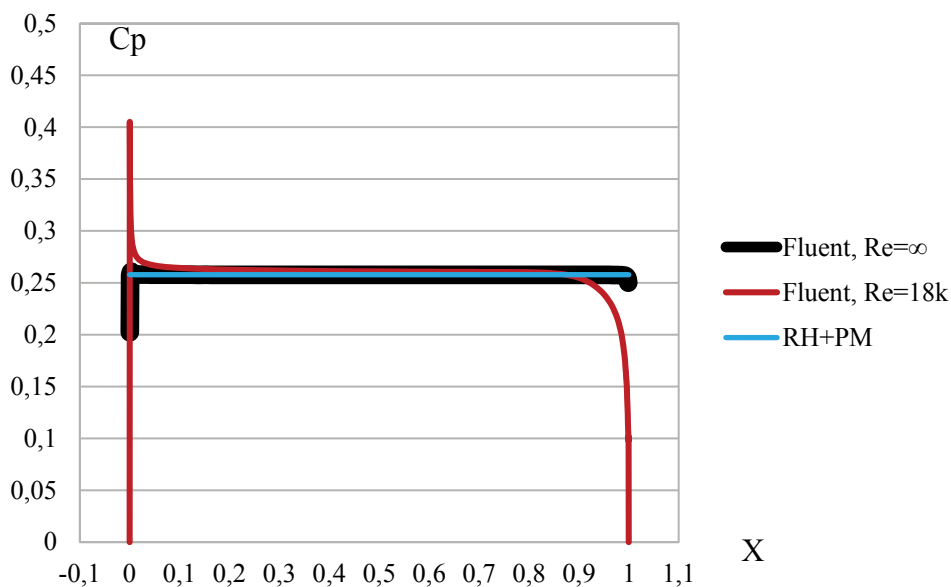


Рис. 1 / Fig. 1. Коэффициент давления вдоль пластины. Угол атаки $\alpha=10^\circ$, $M=3$ // Pressure coefficient along the plate. Angle of attack $\alpha=10^\circ$, $M=3$

Источник: подготовлено авторами

Очевидно, что при сравнении результатов пакета программ FLUENT с методом, основанным на соотношениях Рэнкина-Гюгио и течении Прандтля-Майера, при малых числах Рейнольдса коэффициент давления на концах пластины отличается, однако на рассматриваемых режимах полёта спускаемых аппаратов реализуются течения, где $Re \rightarrow \infty$. Следовательно, коэффициент давления вдоль пластины допустимо считать постоянным.

Рассматриваемый метод расчёта соответствует задаче невязкого обтекания пластины, описываемой уравнениями Эйлера. Возможность использования модели Эйлера также подтверждается в работе [15].

Для расчёта давления определяется принадлежность каждого элемента поверхности к наветренной или подветренной стороне летательного аппарата.

Для этого требуется вычислить угол между векторами нормали \vec{n} площадки поверхности и скорости набегающего потока \vec{V}_∞ , что равнозначно вычислению скалярного произведения рассматриваемых векторов $\vec{n} \cdot \vec{V}_\infty$. Считается, что элемент поверхности располагается на наветренной стороне поверхности, если $\vec{n} \cdot \vec{V}_\infty < 0$, в противном случае – на подветренной стороне.

Обтекание наветренной стороны

При обтекании элемента поверхности с наветренной стороны решается задача обтекания клина сверхзвуковым потоком на основании соотношения Рэнкина-Гюгонию на косой ударной волне. Рассматриваются два вида течений: с отошедшей ($\beta > \beta_{max}$) и присоединённой ($\beta < \beta_{max}$) ударной волной; здесь β – угол косой ударной волны (угол между вектором скорости набегающего потока и фронтом ударной волны). Максимальный угол косой ударной волны β_{max} может быть получен из соотношения [14, с. 140]:

$$\sin^2 \beta_{max} = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left[\frac{\gamma + 1}{4} M_\infty^2 - 1 + \sqrt{(\gamma + 1) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 + \frac{\gamma + 1}{16} M_\infty^4 \right)} \right]$$

где M_∞ – число Маха набегающего невозмущённого потока, γ – показатель адиабаты. На рис. 2 представлена схема обтекания клина сверхзвуковым потоком.

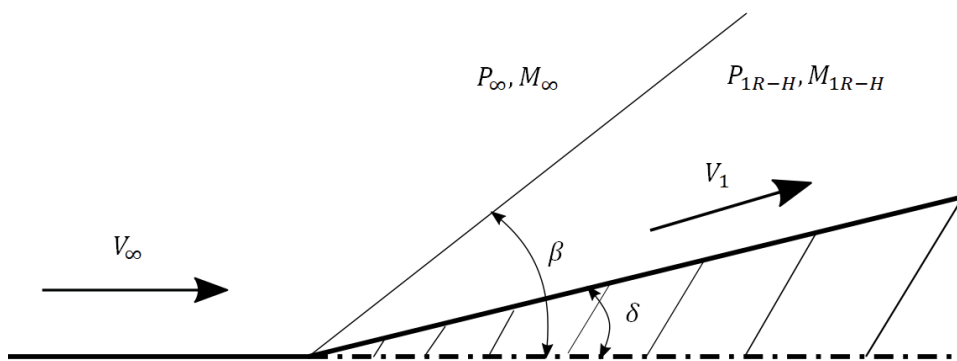


Рис. 2 / Fig. 2. Схема обтекания клина сверхзвуковым потоком / Scheme of supersonic flow around a wedge

Источник: подготовлено авторами

Так как за ударной волной поток движется вдоль элемента поверхности, то угол атаки площадки равен углу поворота δ потока. Угол β определяется методом бисекции согласно следующей формуле:

$$tg\delta = \frac{M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1}{\left[M_\infty^2 \left(\frac{\gamma+1}{2} - \sin^2 \beta \right) + 1 \right] tg\beta} \quad (1)$$

В случае, когда $\beta < \beta_{max}$, угол косо́й ударной волны определяется методом половинного деления согласно (1) на интервале $\beta_0 < \beta < \beta_{max}$, где $\beta_0 = \arcsin\left(\frac{1}{M_\infty}\right)$ – угол Маха.

Давление за косо́й ударной волной находится из соотношения:

$$\frac{P_{1R-H}}{P_\infty} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left(\frac{2\gamma}{\gamma - 1} M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1 \right)$$

где P_{1R-H} – давление за косо́й ударной волной, P_∞ – давление невозмущённого потока.

Число Маха за косо́й ударной волной равно:

$$M_{1R-H}^2 = \frac{M_\infty^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1} M_\infty^2 \sin^2 \beta - 1} + \frac{M_\infty^2 \cos^2 \beta - 1}{\frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \sin^2 \beta + 1}$$

Если треугольная площадка расположена поперёк набегающего потока ($\beta = \frac{\pi}{2}$), то в потоке устанавливается прямая ударная. Давление за отошедшей ударной волной, соответствующее углу β , лежащему на интервале $\beta_{max} < \beta < \frac{\pi}{2}$, рассчитывается с помощью линейной интерполяции между значением давления при β_{max} и давлением торможения потока, полученного из изоэнтропических формул.

Коэффициент давления на площадку

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{\rho V_\infty^2}{2}} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left(\frac{P}{P_\infty} - 1 \right) \quad (2)$$

где ρ – плотность воздуха, P – давление потока за ударной волной, оказываемое на элемент поверхности.

Соотношения Рэнкина-Гюгонио на конической ударной волне

Очевидно, что при достаточно большой кривизне поверхности давление за ударной волной будет соответствовать давлению за конической ударной волной, и будет меньше чем в случае присоединённой ударной волны на клине. Для учёта конусности поверхности при расчёте давления на элементарную площадку наветренной стороны летательного аппарата используется аппроксимационные формулы [16].

Обтекание подветренной стороны

На подветренной стороне решается задача обтекания тупого угла, течение Прандтля-Майера. На рис. 3 приведена схема такого обтекания.

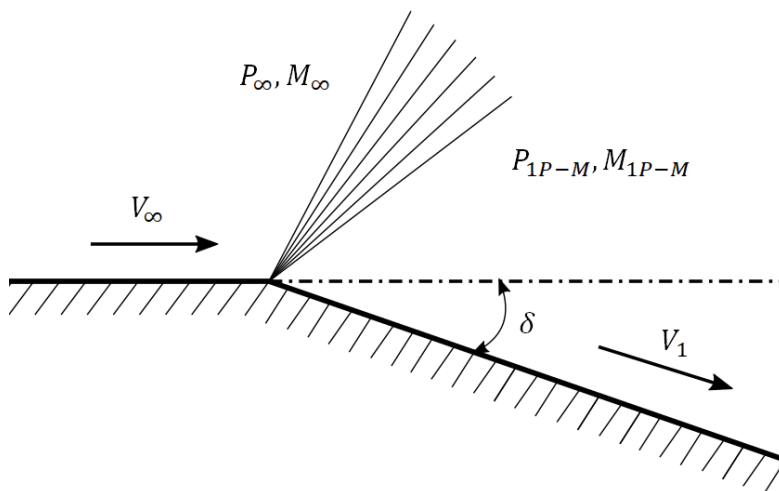


Рис. 3 / Fig. 3. Схема обтекания тупого угла сверхзвуковым потоком / Scheme of supersonic flow around an obtuse angle

Источник: подготовлено авторами

Максимальный угол поворота потока соответствует углу поворота потока при истечении в вакуум. Число Маха отклонённого потока находится методом половинного деления, используя выражение [17, с. 249]:

$$\delta = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \arctg \left(\sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} (M_{1P-M}^2 - 1)} \right) - \arctg \left(\sqrt{M_{1P-M}^2 - 1} \right)$$

Давление расширяющегося потока на площадку вычисляется по формуле:

$$\frac{P_{1P-M}}{P_\infty} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{1P-M}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

где P_{1P-M} —давление, а M_{1P-M} —число Маха в расширяющемся потоке.

Учёт кривизны поверхности летательного аппарата

Поскольку теория Прандтля-Майера описывает только плоское течение, её использование для расчёта конических течений приводит к высокой погрешности итоговых аэродинамических характеристик. Однако, если кривизна поверхности поперёк потока невелика, например, при обтекании крыла с переменной толщиной вдоль размаха, то течение можно считать

плоскопараллельным. Вследствие этого, предлагается проводить анализ каждого элемента поверхности, по результатам которого будет использоваться один из двух подходов к расчёту коэффициента давления.

Первый подход реализуется для случая, если рассматриваемая площадка является элементом крыла. Тогда коэффициент давления на наветренной стороне вычисляется с помощью соотношений Рэнкина-Гюгонио на клине, а на подветренной стороне – согласно теории течения Прандтля-Майера.

Второй подход предлагается использовать в случаях, когда рассматриваемая площадка является элементом фюзеляжа. В этом случае на наветренной стороне коэффициент давления рассчитывается согласно аппроксимационным формулам [16], а на подветренной стороне берётся равным нулю.

В дальнейшем, говоря о фюзеляже, будем иметь в виду тела вытянутой формы с компактным поперечным сечением (конус, цилиндр и прочие объекты более сложной формы и их комбинации). Аналогично с крылом – будем рассматривать тела плоскообразной формы (крыло, оперение и др.).

Для проведения анализа принадлежности площадки (треугольника) к крылу или к фюзеляжу введём понятие «нормаль в вершине» – среднее арифметическое нормалей всех треугольников, которым рассматриваемая вершина принадлежит.

$$\vec{n}_{vk} = \frac{1}{N_k} \sum_i^{N_k} \vec{n}_i,$$

где N_k – число треугольников при k -вершине. Далее вычисляется вектор поперечного направления, являющегося результатом векторного умножения векторов набегающего потока и нормали к поверхности рассматриваемой площадки.

$$\vec{\tau}_k = \vec{V}_\infty \times \vec{n}_k, \quad k = 1, \dots, N_{pan},$$

где N_{pan} – общее число площадок (треугольников).

Если модуль проекции всех N «нормалей в вершине» k -площадки на вектор поперечного направления мала

$$|\vec{n}_{vi} \cdot \vec{\tau}_k| \ll 1, \quad i = 1, \dots, N, \quad k = 1, \dots, N_{pan}$$

то данный элемент поверхности является частью крыла, в обратном случае – частью фюзеляжа.

Расчёт коэффициентов аэродинамических сил и момента

Расчёт аэродинамических сил и продольного момента производится путём интегрирования значений для каждой элементарной площадки по поверхности аппарата. Определим силу давления \vec{F}_p на элементарную площадку с нормалью \vec{n} . Для системы координат, связанной с телом (базисные векторы \vec{x} и \vec{y}), проекции этой силы на оси OX и OY равняются

$$F_{Px} = (-\vec{n} * \vec{x}) C_p \frac{\rho V_\infty^2}{2} S_{pan} \quad (3)$$

$$F_{Py} = (-\vec{n} * \vec{y}) C_p \frac{\rho V_\infty^2}{2} S_{pan} \quad (4)$$

где S_p – площадь отдельного треугольника, ρ – плотность набегающего потока.

Продольный момент M_z равняется

$$M_z = F_{Px}(Y - Y_g) + F_{Py}(X - X_g) \quad (5)$$

где X , Y и X_g , Y_g – координаты центра треугольника и центра тяжести тела соответственно.

В то же время аэродинамические силы и моменты записываются следующим образом

$$F_{Px} = C_x \frac{\rho V_\infty^2}{2} S_{ref}, \quad (6)$$

$$F_{Py} = C_y \frac{\rho V_\infty^2}{2} S_{ref}, \quad (7)$$

$$M_z = m_z \frac{\rho V_\infty^2}{2} S_{ref} L_{ref} \quad (8)$$

где S_{ref} и L_{ref} – характерная площадь и размер тела соответственно.

Тогда, согласно (3)–(8), коэффициенты C_x , C_y , m_z можно записать в следующем виде:

$$C_x = \frac{1}{S_{ref}} \sum_i^{N_{pan}} (-\vec{n}_i * \vec{x}) C_{P_i} S_{pan_i},$$

$$C_y = \frac{1}{S_{ref}} \sum_i^{N_{pan}} (-\vec{n}_i * \vec{y}) C_{P_i} S_{pan_i}.$$

$$m_z = \frac{1}{S_{ref} L_{ref}} \sum_i^{N_{pan}} C_{P_i} S_{pan_i} [(-\vec{n}_i * \vec{x})(Y_i - Y_g) + (-\vec{n}_i * \vec{y})(X_i - X_g)]$$

Вышеописанный алгоритм методики EARL по расчёту АДХ летательных аппаратов был реализован в программном коде на языке программирования C++.

Оценка погрешности методики EARL

Для оценки методики EARL было проведено сравнение с экспериментальными данными обтекания конуса с углом полураствора 15 град [18]. Число Маха набегающего потока составляет $M_\infty = 3.47$. Диапазон углов атаки составляет 0 до 40 град. Характерная площадь, используемая в рамках методики EARL, равнялась $S_{ref} = 1\text{ м}^2$. Результаты расчёта АДХ представлены на графике (рис. 4).

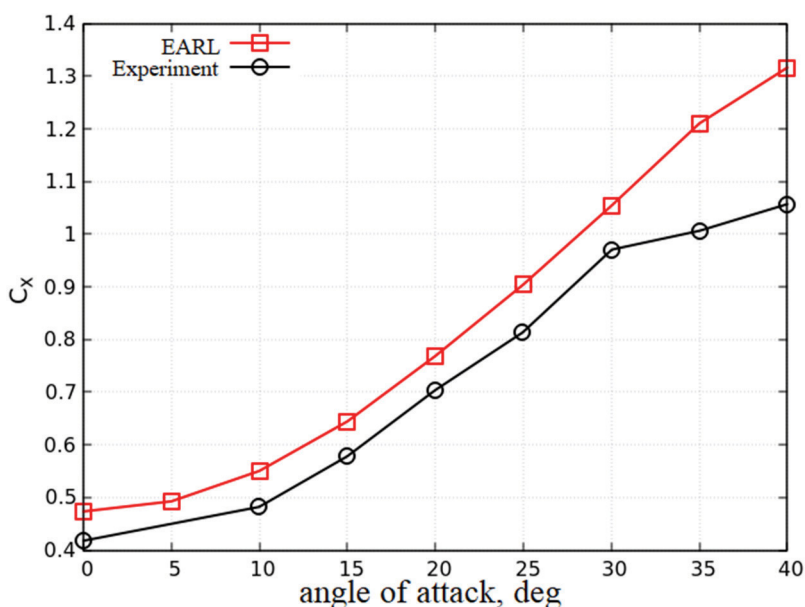


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимость коэффициента продольной силы от угла атаки /
Dependence of the longitudinal force coefficient on the angle of attack

Источник: подготовлено авторами

Значения коэффициента продольной силы, полученные с помощью методики EARL, варьируются от 0.473 до 1.316. Погрешность расчёта относительно эксперимента (9) (индекс exp – экспериментальные данные) не превышает 15% для диапазона углов 0–30 град и не более 25% для 35–40 град. (см. рис. 5).

$$\Delta = \frac{|C_{xEARL} - C_{xexp}|}{C_{xexp}} * 100\%, \quad (9)$$

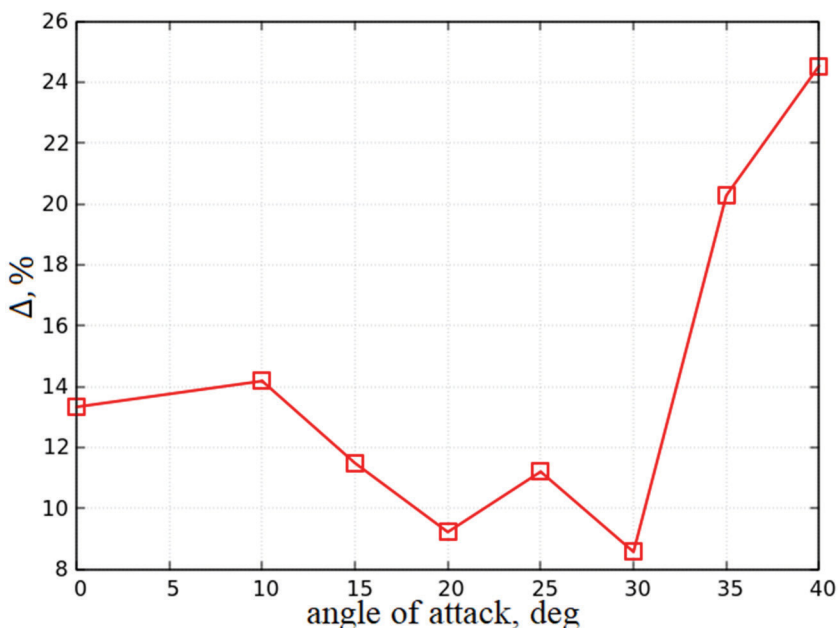


Рис. 5 / Fig. 5. Погрешность расчёта коэффициента продольной силы относительно эксперимента / Error in calculating the longitudinal force coefficient relative to the experiment

Источник: подготовлено авторами

В рамках дальнейшей верификации результаты методики EARL сравнивались с другими моделями расчёта давления набегающего потока на элементарную площадку поверхности. Для сравнения использовались аппроксимационные формулы В. С. Николаева [19] и модифицированный метод местных клиньев Д. М. Фофонова [20]. Данные модели расчёта давления были реализованы в рамках разработанного программного для методики EARL, что является возможным благодаря гибкой архитектуре, созданной в соответствии с парадигмой объектно-ориентированного программирования.

Результаты расчёта АДХ, полученных с помощью трёх моделей (EARL, моделей Николаева В. С и Фофонова Д. М), сравнивались с результатами численного моделирования, выполненными с помощью программного комплекса SUNSHyNE [21] для численного моделирования сжимаемых высокоскоростных течений.

Фюзеляжеобразное тело

В качестве фюзеляжеобразного тела было выбрано тело вращения Сирс-Хаака (рис. 6) [22, р. 21]. Координаты точек представлены в приложении А в табл. 1, где Y – диаметр участка при заданном X . Характерная площадь равна площади миделя $S_{ref} = \pi R^2$, $R = 0,5$ м.

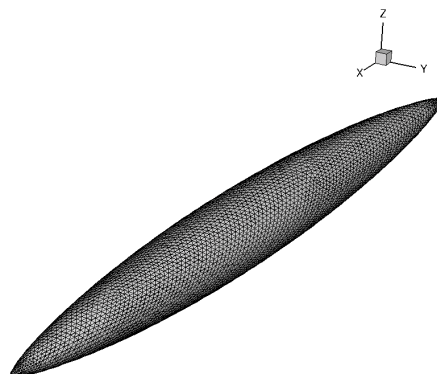


Рис. 6 / Fig. 6. Триангулированная поверхность расчётного тела Сирс-Хаака /
Triangulated surface of the Sears-Haack calculation body.

Источник: подготовлено авторами

На рис. 7 представлен расчёт течения вблизи тела Сирс-Хаака комплексом SUNSHyNE для угла атаки 5 град, числа Маха набегающего потока $M_\infty = 3$. На рис. 7а можно заметить более выраженную область донного давления по краям вида спереди для случая численного моделирования, но в остальном наблюдается качественное совпадение распределения давления по передней поверхности тела.

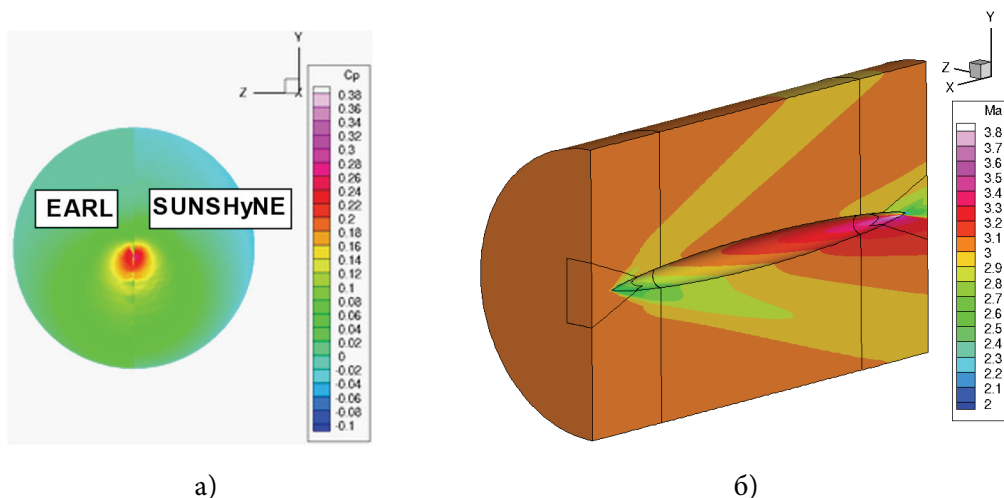


Рис. 7 / Fig. 7. Моделирование течения вблизи тела Сирс-Хаака: а) распределение коэффициента давления по поверхности фюзеляжа (вид спереди, сравнение с EARL-расчётом); б) поле течения числа Маха вокруг фюзеляжа / Simulation of the flow near the Sears-Haack body: а) distribution of the pressure coefficient over the fuselage surface (front view, comparison with EARL calculation); б) Mach number flow field around the fuselage

Источник: подготовлено авторами

На рис. 8 сравнивается распределение коэффициента давления вдоль тела Сирс-Хаака, полученное с использованием предлагаемой методики (EARL), с результатами численного моделирования (SUNSHyNE) и экспериментальными данными (NASA) [22]. Угол атаки составляет 0 град. Число Маха набегающего потока равно $M_\infty = 3$. Нос исследуемого тела располагается в координате $X/L = 1$.

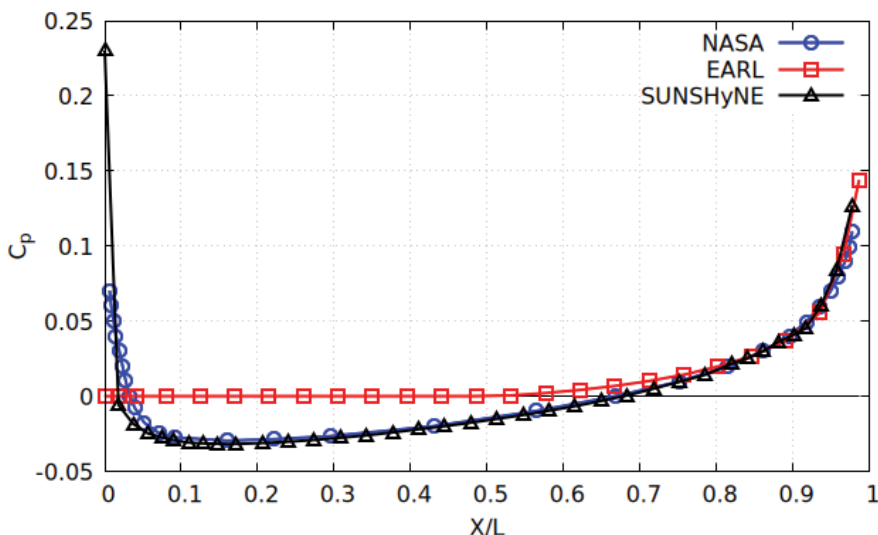


Рис. 8 / Fig. 8. Распределение коэффициента давления вдоль тела Сирс-Хаака / Distribution of pressure coefficient along the Sears-Haack body

Источник: подготовлено авторами

Из рис. 8 видно, что кривые “SUNSHyNE” и “NASA” хорошо совпадают друг с другом. Коэффициент давления для участка графика кривой “EARL” $x \in [0; 0.6]$ равняется нулю, т. к., согласно описанному ранее алгоритму расчёта давления, значение коэффициента на подветренных участках для конических тел равняется нулю. В противном случае, учёт вклада давления на подветренной стороне приводит к завышенным по модулю значениям коэффициента давления в сравнении с кривыми “SUNSHyNE” и “NASA”.

На рис. 9 представлено изменение интеграла $\int_0^L C_{xi} dx$ при движении от носа к хвосту фюзеляжа ($X/L = 1$ соответствует крайней носовой точке фюзеляжа), где C_{xi} – значение коэффициента продольной силы в точке x_i , полученное методом EARL и комплексом SUNSHyNE.

Значения интегрального C_x для EARL и SUNSHyNE на участке $x/L \in [0.7; 1.]$ практически совпадают. Далее по направлению к хвосту $C_{x_{EARL}}$ остаётся постоянным, в то время как в SUNSHyNE за счёт донного давления C_x возрастает. Отсутствие учёта донного давления в EARL приводит к искажению значений давления в случае фюзеляжа. Однако при увеличении угла атаки вклад

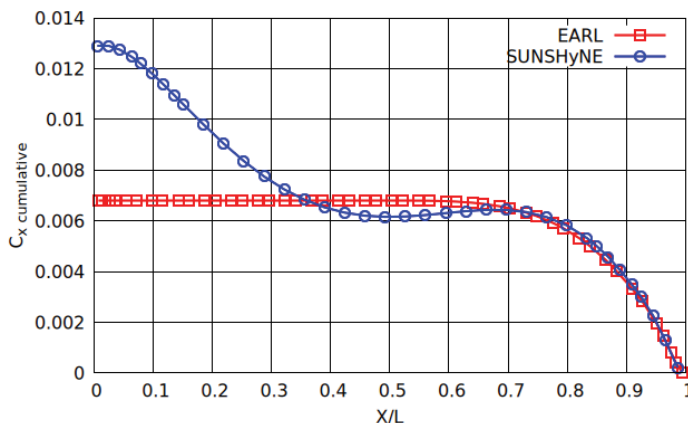


Рис. 9 / Fig. 9. Изменение интегральной характеристики C_x при движении от носа к хвосту фюзеляжа. Угол атаки 0 град. Число Маха 3 / Change in the integral characteristic C_x when moving from the nose to the tail of the fuselage. Angle of attack is 0 degrees. Mach number is 3.

Источник: подготовлено авторами

в лобовое сопротивление от наветренной части тела Сирс-Хаака растёт (рис. 10а), а величина донного давления остаётся практически постоянной. Таким образом, на больших углах атаки вклад в погрешность от отсутствия учёта донного давления невелик.

Из рис. 10 прекрасно видно, что расчёты коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы для различных углов атаки лучше совпадают с результатами численного моделирования, чем другие модели. Данный факт, предположительно, связан с тем, что модели Николаева В. С. и Фофонова Д. М. ориентированы на значительно большие сверхзвуковые скорости полёта. Также при расчёте давления в приводимых для сравнения моделях отсутствует учёт конусности поверхности, что приводит к завышению значений за счёт донного давления. Необходимо отметить, что в модели Фофонова Д. М. возможна калибровка моделируемого давления на элемент площадки поверхности за счёт изменения коэффициентов k_1 и k_2 (см. [20]), однако это требует проведения дополнительных расчётов для получения оптимальных значений давления. В то время как рассматриваемая методика EARL моделирует давление на поверхности аппарата с удовлетворительной точностью из-за лежащего в её основе предположения о малых сверхзвуковых скоростях полёта.

Оценка погрешности в вычислениях коэффициента продольного момента m_z выполняется сравнением положения центра давления относительно оси X для фюзеляжа (рис. 12), вычисляемого по формуле

$$X_p = L_{ref} * \frac{m_z}{C_y} + X_g \quad (10)$$

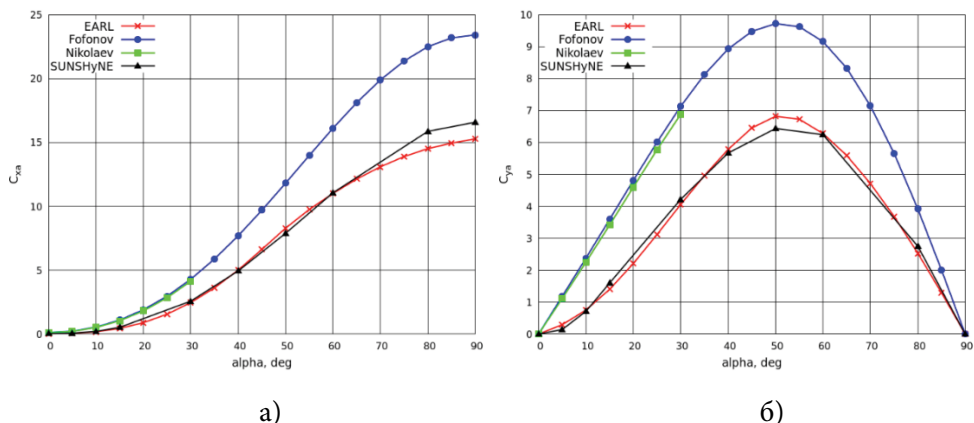


Рис. 10 / Fig. 10. Зависимость коэффициентов а) лобового сопротивления и б) подъёмной силы от угла атаки фюзеляжа. Число Маха 3 / The dependence of the coefficients of a) drag and б) lift on the angle of attack of the fuselage. Mach number 3

Источник: подготовлено авторами

На рис. 11 наблюдается нереалистичное изменение положения центра давления при малых углах атаки в случае численного моделирования. Данный эффект может быть связан с особенностями численного моделирования или неудачным выбором объекта исследования в качестве фюзеляжа. Необходимо провести дополнительные численные эксперименты.

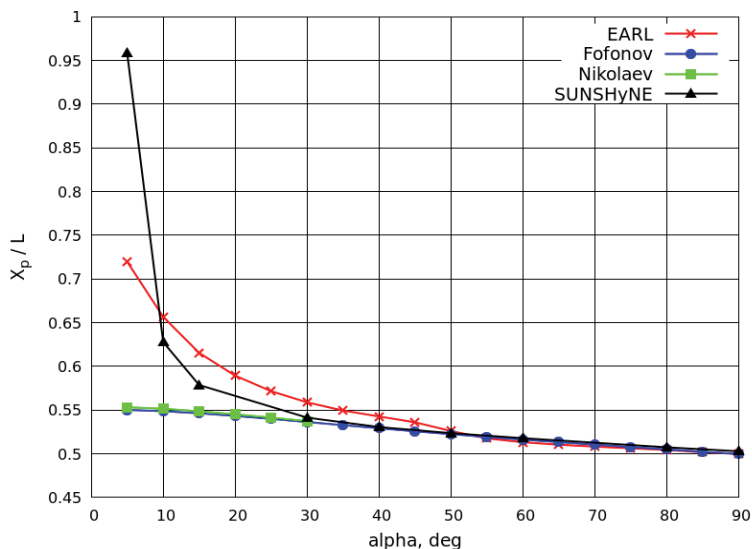


Рис. 11 / Fig. 11. Положение центра давления фюзеляжа относительно угла атаки / Position of the fuselage center of pressure relative to the angle of attack

Источник: подготовлено авторами

На рис.12 представлена погрешность вычислений аэродинамических характеристик фюзеляжа относительно данных SUNSHyNE, вычисленной по формуле (9). Большая погрешность для малых углов атаки, вероятно, обусловлена некорректным выбором моделирования донного давления как в случае предлагаемой методики EARL, так и методов, приведённых для сравнения. Из рис. 12 видно, что методика EARL предоставляет более точные результаты моделирования коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы для тела Сирс-Хаака.

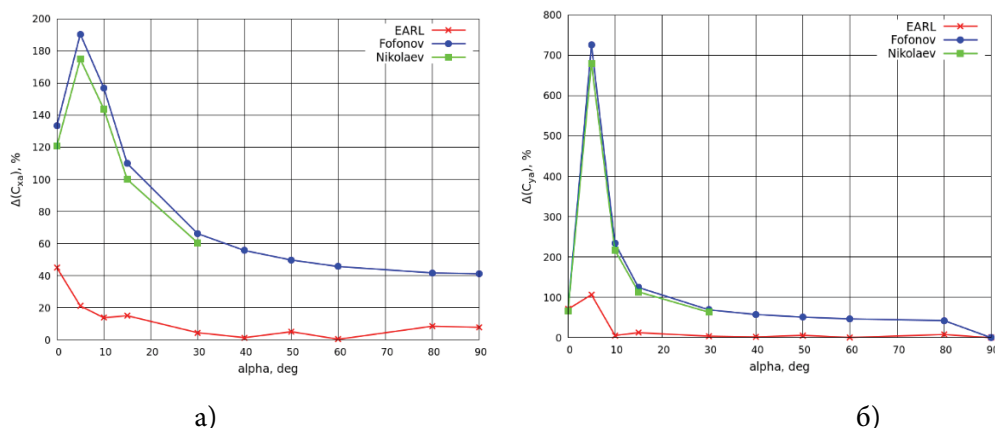


Рис. 12 / Fig. 12. Погрешность вычислений относительно результатов SUNSHyNE для коэффициентов а) лобового сопротивления и б) подъёмной силы фюзеляжа / Calculation error relative to SUNSHyNE results for the coefficients of а) drag and б) lift of the fuselage

Источник: подготовлено авторами

Расчёт с помощью методики EARL проводился для диапазона углов атаки от -180° до 180° с шагом 5° и для чисел Маха 1.5., 2., 2.5, 3. Общее количество расчётных точек составляет 292 шт. Обработка всех расчётных точек исследуемого тела, состоящего из 10 тыс. треугольников, на процессоре Intel Core i5-9300HF, 2.40GHz заняла 1 секунду.

Крылообразное тело

Рассмотрим результаты вычисления АДХ для крылообразного тела, в качестве которого используется профиль крыла с симметричным профилем, образованным дугами с хордой 13,2 м и высотой дуги, равной 0,5 м (рис. 13). Координаты контура профиля крыла соответствуют данным в табл. 1 приложения А. Ширина крыла составляет 10 м. Характерная площадь равна площади крыла в плане $S_{ref} = 132 \text{ м}^2$.

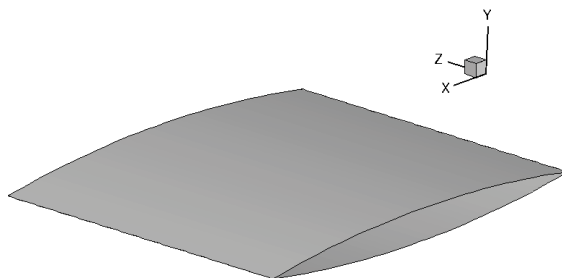


Рис. 13 / Fig. 13. Расчётная поверхность крыла с симметричным профилем /
Calculated surface of a wing with a symmetrical profile

Источник: подготовлено авторами

На рис. 14, 15 представлено распределение коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы, а также положение центра давления в зависимости от угла атаки для числа Маха, равного $M_\infty = 3$. Из графиков на рис. 16 видно, что АДХ, полученные с помощью методики EARL, имеют лучшее совпадение с результатами численного моделирования. Уменьшение величины погрешности в сравнении с рис. 10, 12 у моделей Николаева В. С и Фофонова Д. М. относительно численного расчёта связано с формой исследуемого тела. Поток на поверхности исследуемого крыла можно рассматривать как плоскопараллельное течение. В этом случае достаточным будет использовать стандартные соотношения на ударной волне для клина и формулы, описывающие течение Прандтля-Майера на наветренной и подветренной сторонах соответственно. Однако предположение о больших сверхзвуковых скоростях полёта даёт более грубую оценку АДХ при сравнении с EARL.

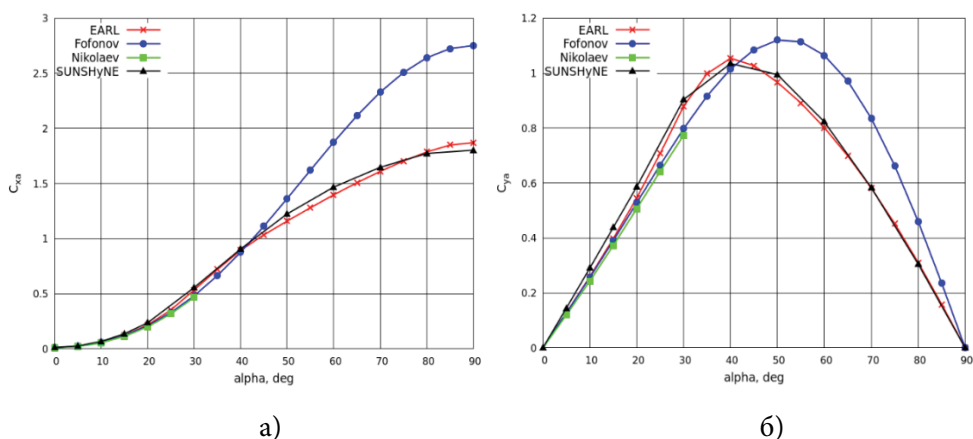


Рис. 14 / Fig. 14. Зависимость коэффициентов а) лобового сопротивления и б) подъемной силы от угла атаки для крыла / The dependence of the coefficients of а) drag and б) lift on the angle of attack for a wing

Источник: подготовлено авторами

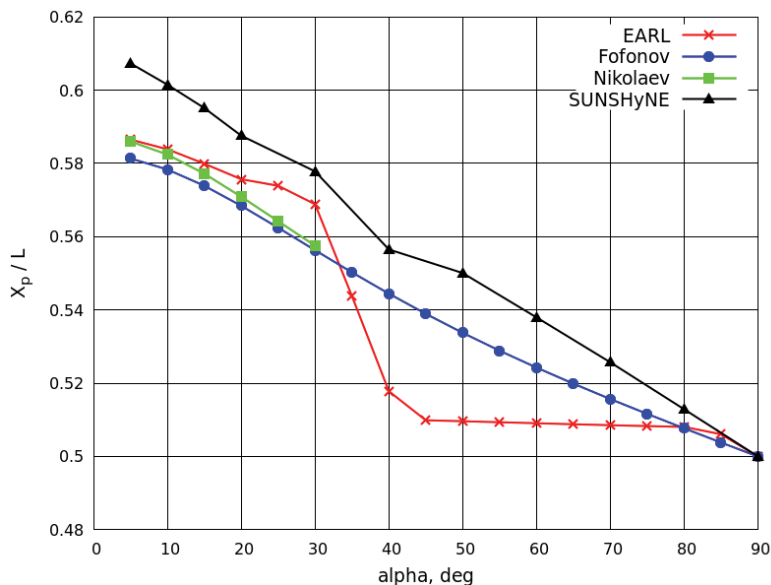
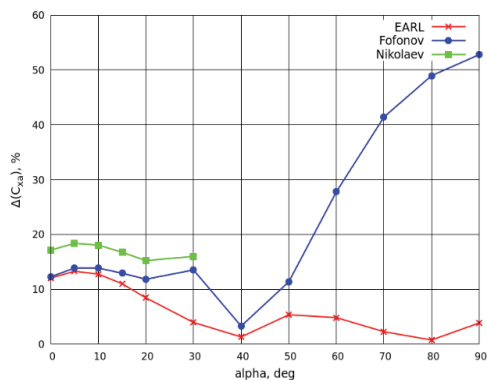
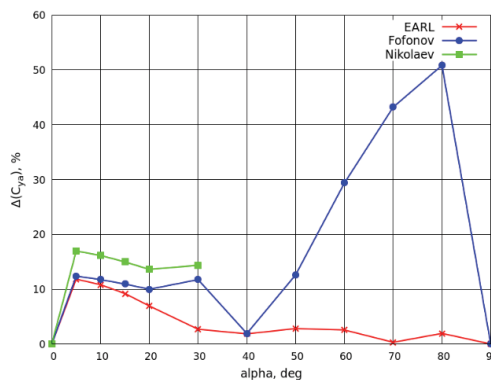


Рис. 15 / Fig. 15. Положение центра давления крыла относительно угла атаки, вычисленное согласно (10) / The position of the wing's center of pressure relative to the angle of attack, calculated according to (10)

Источник: подготовлено авторами



а)



б)

Рис. 16 / Fig. 16. Погрешность вычислений относительно результатов SUNSHyNE для коэффициентов а) лобового сопротивления и б) подъёмной силы / Calculation error relative to SUNSHyNE results for the coefficients of а) drag and б) lifting force

Источник: подготовлено авторами

Расчёт с помощью EARL проводился для диапазона углов атаки от -180° до 180° с шагом 5° и для чисел Маха 1.5, 2., 2.5, 3. Общее количество расчётных точек составляет 292 шт. Обработка всех расчётных точек исследуемого тела, состоящего из 6 тыс. треугольников, на процессоре Intel Core i5-9300HF, 2.40GHz занял 5 секунд. Увеличение счётного времени в сравнении с вычислениями АДХ для тела Сирс-Хаака при меньшем количестве треугольников связано с использованием метода бисекции при вычислении давления согласно теории Прандтля-Майера.

Выводы

В работе представлена методика по расчёту АДХ летательных аппаратов при малых сверхзвуковых скоростях полёта EARL, основанная на гипотезе локальности и гибко сочетающая методы расчёта давления в рамках теории сверхзвукового обтекания пластины с учётом разной кривизны поверхности. В рамках верификации представленной методики при сравнении с существующими методами, а также результатами численного моделирования было продемонстрировано наилучшее совпадение среди всех рассматриваемых методов относительно результатов численного моделирования.

Время расчёта с использованием методики EARL для фюзеляже- и крылообразных тел на процессоре Intel Core i5-9300HF, 2.40GHz составляет порядка 1–5 секунд для порядка 300 расчётных точек с числом треугольников до 10 тыс. Целесообразно использовать предлагаемую методику для определения АДХ сверхзвукового летательного аппарата на первоначальном этапе выбора перспективной аэродинамической компоновки.

Рассматриваемую методику планируется дополнить корректным моделированием донного давления, отсутствие которого вносит значительную погрешность для фюзеляжеобразных тел на малых углах атаки. Также планируется разработать подход для моделирования сопротивления трения, однако такая задача представляется неоднозначной в рамках локального подхода, в котором отсутствуют линии тока, что затрудняет расчёт пограничного слоя.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица 1 / Table 1.

Координаты точек тела Сирс-Хаака / Coordinates of the Sears-Haack body points

X/L	Y	X/L	Y
0	0	0.26	0.82167
0.01	0.08877	0.28	0.85097
0.015	0.11986	0.3	0.87742
0.02	0.14816	0.32	0.90113
0.025	0.17448	0.34	0.92217
0.03	0.19928	0.36	0.9406
0.04	0.24535	0.38	0.95648
0.05	0.28778	0.4	0.96985
0.06	0.32734	0.42	0.98074
0.07	0.36453	0.44	0.98918
0.08	0.39967	0.46	0.9952
0.09	0.43302	0.48	0.9988
0.1	0.46476	0.5	1
0.11	0.49503	0.54	0.9952
0.12	0.52395	0.58	0.98074
0.13	0.55162	0.62	0.95648
0.14	0.57812	0.66	0.92217
0.15	0.6035	0.7	0.87742
0.16	0.62783	0.74	0.82167
0.17	0.65116	0.78	0.75411
0.18	0.67353	0.82	0.67353
0.19	0.69498	0.86	0.57812
0.2	0.71554	0.9	0.46476
0.22	0.75411	0.95	0.28778
0.24	0.78943	1	0

ЛИТЕРАТУРА

1. Gentry A. E., Smyt D. N., Oliver W. R. The Mark-IV supersonic-hypersonic arbitrary-body program. Volume I. User's Manual: Technical report. AFFDL-TR-159. Ohio, U. S.: Air Force Flight Dynamics Laboratory, Douglas Aircraft Company, 1973. 269 p.
2. Абрамович Ю. В., Широкопояс Е. П. Инженерная методика расчета на ЭВМ аэродинамических характеристик летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях полета // Труды ЦАГИ. 1974. Вып. 1580. С. 3–29.
3. Галкин В. С., Ерофеев А. И., Толстых А. И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1833. С. 6–10.
4. An approximate method of aerodynamic calculation of complex shape bodies in a transition region / V. M. Kotov, E. N. Lychkin, A. G. Reshetin, A. N. Schelkonogov // Rarefied gas Dynamics: Proceedings of 13th International Conference (Novosibirsk). Vol. 1. New York: Plenum press, 1982. P. 487–495.
5. Potter J. L., Peterson S. W. Local bridging to predict aerodynamic coefficients in hypersonic, rarefied flow // Journal of Spacecraft and Rockets. 1992. Vol. 29. No. 3. P. 344–351.
6. Free-molecular and transitional aerodynamics of spacecraft / H. Klinkrad, G. Koppenwallner, D. Johannsmeier, M. Ivanov, A. Kashkovsky // Advances in Space Research. 1995. Vol. 16. Iss. 12. P. 33–36. DOI: 10.1016/0273-1177(95)98775-J.
7. Мирошин Р. Н., Халидов И. А. Теория локального взаимодействия. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1991. 273 с.
8. High-Altitude Capsule aerodynamics with Real Gas Effects / M. S. Ivanov, G. N. Markelov, S. F. Gimelshein, L. V. Mishina, A. N. Krylov, N. V. Grechko // Journal of Spacecraft and Rockets. 1998. Vol. 35. Iss. 1. P. 16–22. DOI: 10.2514/3.26992.
9. Кашковский А. В., Ващенко П. В., Иванов М. С. Программная система для расчета аэродинамики космических аппаратов // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 1. С. 79–91.
10. Khlopkov Yu. I., Zay Yar Myo Myint, Khlopkov A. Yu. Aerodynamic Investigation for Prospective Aerospace Vehicle in the Transitional Regime // International Journal of Aeronautical and Space Sciences. 2013. Vol. 14. No. 3, P. 215–221. DOI: 10.5139/IJASS.2013.14.3.215.
11. Хлопков Ю. И., Зея М., Хлопков А. Ю. Моделирование аэродинамики перспективных аэрокосмических летательных аппаратов // Фундаментальные исследования. 2015. № 4. С. 152–156.
12. Anderson J. D. Hypersonic and high-temperature gas dynamics; 2nd ed. Reston: AIAA, 2006. 813 p.
13. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика: в 2 ч. Ч. 1. Учебное руководство: для вузов; 5-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1991. 600 с.
14. Дейч М. Е. Техническая газодинамика; изд. 2-е, перераб. М. - Л.: Госэнергоиздат, 1961. 670 с.

15. Численное и физическое моделирование сверхзвукового обтекания разделяющихся крылатых тел / Н. П. Адамов, М. Д. Бродецкий, А. М. Харитонов, А. В. Забродин, А. Е. Луцкий // Теплофизика и аэромеханика. 2000. Т. 7. № 1. С. 1–12.
16. Simon W. E., Walter L. A. Approximations for supersonic flow over cones // AIAA Journal. 1963. Vol. 1. Iss. 7. P. 1696–1698. DOI: 10.2514/3.1899.
17. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
18. Биматов В. И., Савкина Н. В., Фарапонов В. В. Сверхзвуковое обтекание и аэродинамические характеристики острого конуса для различных моделей турбулентной вязкости // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. № 5 (43). С. 35–42. DOI: 10.17223/19988621/433/4.
19. Николаев В. С. Аппроксимационные формулы для локальных аэродинамических характеристик тел типа крыла в вязком гиперзвуковом потоке в широком диапазоне параметров подобия // Ученые записки ЦАГИ. 1981. Т. 12. № 4. С. 143–150.
20. Фофанов Д. М. Оптимизация аэродинамической компоновки гиперзвуковых летательных аппаратов // Космонавтика и ракетостроение. 2010. № 1 (58). С. 17–26.
21. Программный комплекс SUNSHYNE для моделирования течений сжимаемого газа на вычислительных системах гибридной архитектуры / А. А. Шершнев, А. Н. Кудрявцев, А. В. Кашковский, Г. В. Шоев, С. П. Борисов и др. // Прикладная механика и техническая физика. 2025. № 5 (393). С. 157–177. DOI: 10.15372/PMTF202515704.
22. Stivers L. S., Jr. Calculated Pressure Distributions and Components of Total-Drag Coefficients for 18 Constant-Volume, Slender Bodies of Revolution at Zero Incidence for Mach Numbers from 2 to 12 with Experimental Aerodynamic Characteristics for Three of the Bodies: Report no. NASA TN D-6536. Moffett Field, CA, United States: Ames Research Center, 1971. 100 p.

REFERENCES

1. Gentry, A. E., Smyt, D. N. & Oliver, W. R. (1973). *The Mark-IV supersonic-hypersonic arbitrary-body program. Volume I. User's Manual: Technical report. AFFDL-TR-159*. Ohio, U. S.: Air Force Flight Dynamics Laboratory, Douglas Aircraft Company.
2. Abramovich, Yu. V. & Shirokopoyas, E. P. (1974). Engineering Methodology for Computer Calculation of Aerodynamic Characteristics of Aircraft at Hypersonic Flight Speeds. In: *Proceedings of TsAGI (Central Aerohydrodynamic Institute)*, 1580, 3–29 (in Russ.).
3. Galkin, B. S., Erofeev, A. I. & Tolstykh, A. I. (1977). Approximate Method for Calculating Aerodynamic Characteristics of Bodies in a Hypersonic Rarefied Gas Flow. In: *Proceedings of TsAGI (Central Aerohydrodynamic Institute)*, 1833, 6–10 (in Russ.).
4. Kotov, V. M., Lychkin, E. N., Reshetin, A. G. & Schelkonogov, A. N. (1982). An approximate method of aerodynamic calculation of complex shape bodies in a transition region. In: *Rarefied Gas Dynamics: Proceedings of 13th International Conference (Novosibirsk)*. Vol. 1. New York: Plenum press, pp. 487–495.

5. Potter, J. L. & Peterson, S. W. (1992). Local bridging to predict aerodynamic coefficients in hypersonic, rarefied flow. In: *Journal of Spacecraft and Rockets*, 29 (3), 344–351.
6. Klinkrad, H., Koppenwallner, G., Johannsmeier, D., Ivanov, M. & Kashkovsky, A. (1995). Free-molecular and transitional aerodynamics of spacecraft. In: *Advances in Space Research*, 16 (12), 33–36. DOI: 10.1016/0273-1177(95)98775-J.
7. Miroshin, R. N. & Khalidov, I. A. (1991). *Theory of local interaction*. Leningrad: Leningrad University publ. (in Russ.).
8. Ivanov, M. S., Markelov, G. N., Gimelshein, S. F., Mishina, L. V., Krylov, A. N. & Grechko, N. V. (1998). High-Altitude Capsule aerodynamics with Real Gas Effects. In: *Journal of Spacecraft and Rockets*, 35 (1), 16–22. DOI: 10.2514/3.26992.
9. Kashkovsky, A. V., Vashchenkov, P. V. & Ivanov, M. S. (2008). Software system for computing spacecraft aerodynamics. In: *Thermophysics and Aeromechanics*, 15 (1), 79–91 (in Russ.).
10. Khlopkov, Yu. I., Zay, Yar Myo Myint & Khlopkov, A. Yu. (2013). Aerodynamic Investigation for Prospective Aerospace Vehicle in the Transitional Regime. In: *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 14 (3), 215–221. DOI: 10.5139/IJASS.2013.14.3.215.
11. Khlopkov, Y. I., Zay, Yar Myo Myint & Khlopkov, A. Y. (2015). Modelling of aerodynamics for perspective aerospace vehicles. In: *Fundamental Research*, 4, 152–156 (in Russ.).
12. Anderson, J. D. (2006). *Hypersonic and high-temperature gas dynamics*. Reston: AIAA.
13. Abramovich, G. N. (1991). *Applied Gas Dynamics: in 2 parts. Part 1. Textbook: For technical universities*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).
14. Deich, M. E. (1961). *Technical gas dynamics*. Moscow, Leningrad: Gosenergoizdat publ. (in Russ.).
15. Adamov, N. P., Brodetsky, M. D., Kharitonov, A. M., Zbrodin, A. V. & Lutsky, A. E. (2000). Numerical and physical modeling of supersonic flow around separating winged bodies. In: *Thermophysics and Aeromechanics*, 7 (1), 1–12 (in Russ.).
16. Simon, W. E. & Walter, L. A. (1963). Approximations for supersonic flow over cones. In: *AIAA Journal*, 1 (7), 1696–1698. DOI: 10.2514/3.1899.
17. Loitsyansky, L. G. (2003). *Mechanics of liquids and gases*. Moscow: Drofa publ. (in Russ.).
18. Bimatov, V. I., Savkina, N. V. & Faraponov, V. V. (2016). Supersonic flow over a sharp cone and its aerodynamic characteristics for different models of turbulent viscosity. In: *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*, 5 (43), 35–42. DOI: 10.17223/19988621/433/4.
19. Nikolaev, V. S. (1981). Approximation formulas for local aerodynamic characteristics of wing-type bodies in a viscous hypersonic flow in a wide range of similarity parameters. In: *Proceedings of TsAGI (Central Aerohydrodynamic Institute)*, 12 (4), 143–150 (in Russ.).
20. Fofonov, D. M. (2010). Aerodynamic configuration optimization of hypersonic flying vehicles. In: *Cosmonautics and Rocket Science*, 1 (58), 17–26 (in Russ.).
21. Shershnev, A. A., Kudryavtsev, A. N., Kashkovsky, A. V. et al. (2025). SUNSHYNE Software for Modeling Compressible Gas Flows on Computer Systems with Hybrid

- CPU/GPU Architecture. In: Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 66, 961–978. DOI: 10.1134/S002189442570052X.
22. Stivers, L. S., Jr. (1971). *Calculated Pressure Distributions and Components of Total-Drag Coefficients for 18 Constant-Volume, Slender Bodies of Revolution at Zero Incidence for Mach Numbers from 2 to 12 with Experimental Aerodynamic Characteristics for Three of the Bodies: Report no. NASA TN D-6536*. Moffett Field, CA, United States: Ames Research Center.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Полевщиков Данила Павлович (г. Новосибирск) – инженер-исследователь лаборатории № 7 Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук;
ORCID: 0009-0006-8994-9774; e-mail: polevshchikov@itam.nsc.ru

Кашковский Александр Владимирович (г. Новосибирск) – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, лаборатории № 7 Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук;
ORCID: 0000-0001-7169-5602; e-mail: sasa@itam.nsc.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Danila P. Polevshikov (Novosibirsk) – Research Engineer, Laboratory No. 7, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS;
ORCID: 0009-0006-8994-9774; e-mail: polevshchikov@itam.nsc.ru

Aleksandr V. Kashkovsky (Novosibirsk) – Cand. Sci. (Engineering), Senior Researcher, Laboratory No. 7, Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS;
ORCID: 0000-0001-7169-5602; e-mail: sasa@itam.nsc.ru