

Научная статья  
УДК 533.6.011.5  
DOI: 10.18384/2949-5067-2025-3-63-75

## ПАЛЬЦЕОБРАЗНЫЕ СТРУКТУРЫ В ЗАДАЧЕ РЕФРАКЦИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ГАЗОВ С РАЗНЫМИ ТЕПЛОЁМКОСТЯМИ

*Тугазаков Р. Я.*

*Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского, г. Жуковский, Московская обл., Российская Федерация  
e-mail: renatsan@ya.ru*

*Поступила в редакцию 27.08.2025  
Принята к публикации 02.09.2025*

### **Аннотация**

**Цель.** Исследовать в нелинейной постановке неустойчивость границы двух совершенных газов с разной теплоёмкостью при падении на неё интенсивной ударной волны.

**Процедура и методы.** Применялось численное моделирование в рамках уравнений Эйлера для использования этих результатов расчёта с данными, полученными в рамках слабо нелинейного приближения, и экспериментом.

**Результаты.** Показано, что для нерегулярной рефракции в задаче происходит самоорганизация дозвукового течения совершенного газа, позволившая получить решение без дополнительных мер по определению одного из показателей адиабаты. На фоне мелкомасштабной турбулентности, образующейся из-за неустойчивости Рихтмаера – Мешкова, в задаче обнаружена реализация взрывной неустойчивости.

**Теоретическая и практическая значимость.** Процесс самоорганизации течения газа, позволивший определить величину показателя адиабаты в одном из газов, обнаружен в рефракционной задаче впервые. Представленные в статье результаты объясняют на нелинейном уровне механизм образования пальцеобразных структур при взаимодействии ударной волны с границей лёгкий – тяжёлый газ, дополняют данные, полученные в эксперименте и теоретически в рамках слабо нелинейного подхода.

**Ключевые слова:** рефракция, самоорганизация течения, взрывная неустойчивость, неустойчивость Рихтмаера – Мешкова, пальцеобразные структуры

### **Для цитирования:**

Тугазаков Р. Я. Пальцеобразные структуры в задаче рефракции ударной волны на границе газов с разными теплоёмкостями // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2025. № 3. С.63–75. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-3-63-75>

Original research article

## SELF-ORGANIZATION OF GAS FLOW IN THE PROBLEM OF SHOCK WAVE REFRACTION AT THE BOUNDARY OF GASES WITH DIFFERENT HEAT CAPACITIES

*R. Tugazakov*

*Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Moscow Region, Russian Federation  
e-mail: renatsan@ya.ru*

*Received by the editorial office 27.08.2025*

*Accepted for publication 02.09.2025*

### **Abstract**

**Aim** is to investigate, in a nonlinear formulation, the instability of the boundary of two perfect gases with different heat capacities when an intense shock wave falls on it.

**Methodology.** Numerical modeling within the Euler equations was applied to use these calculation results with the data obtained within the weakly nonlinear approximation and the experiment.

**Results.** It is shown that for irregular refraction in the problem, self-organization of the subsonic flow of a perfect gas occurs, which made it possible to obtain a solution without additional measures to determine one of the adiabatic indices. Against the background of small-scale turbulence generated by the Richtmyer – Meshkov instability, explosive instability was detected in the problem.

**Research implications.** The process of self-organization of gas flow, which allowed the determination of the adiabatic index in one gas, was discovered for the first time in a refraction problem. The results presented in the article explain, at a nonlinear level, the mechanism for the formation of finger-like structures during the interaction of a shock wave with a light-heavy gas boundary, and complement the data obtained experimentally and theoretically within the framework of a weakly nonlinear approach.

**Keywords:** refraction, self-organization of flow, explosive instability, Richtmyer – Meshkov instability, finger-like structures

### **For citation:**

Tugazakov, R. Ya. (2025). Self-organization of gas flow in the problem of shock wave refraction at the boundary of gases with different heat capacities. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 3, pp. 63–75. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-3-63-75>

### **Введение**

Области изучения рефракционных задач достаточно разнообразны: теоретические, экспериментальные и численные исследования в нестационарной газовой динамике, подводные взрывы в гидродинамике, рефракция ударных волн на границах областей с разными химически реагирующими средами.

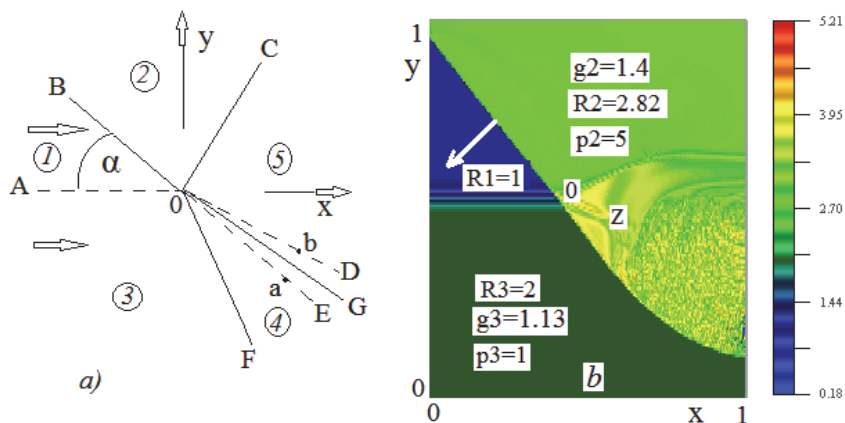
Из теоретических работ следует отметить работы по неустойчивости при рефракции на границе двух сред с равными  $g$  [1; 2]. В слабонелинейном приближении обширный класс задач на неустойчивость исследован в работах

[3; 4]. Результаты экспериментальных работ в ударных трубах представлены в [5; 6]. Данные численного моделирования задач рефракции различными методами приведены в [7–10]. В [10] показано, как из-за неустойчивости Рихтмаера-Мешкова в задаче рефракции ударной волны на границе двух идеальных газов контактный разрыв (далее – К.Р.) размывается в слой смешения, представляющий собой мелкомасштабный турбулентный поток. Для газов с равными теплоёмкостями получены автомодельные профили величин плотности и скорости при постоянной величине давления, оценено влияние разрыва тангенциальной скорости на границе газов. Для рефракционной задачи с разными же показателями адиабаты  $\gamma$  отмечено, что при размывании К.Р. из-за неустойчивости Рихтмайера – Мешкова сохраняется разрыв показателя адиабаты на первоначальной границе двух сред, что затрудняет решение задачи рефракции в рамках точных численных методов.

В известных работах по экспериментальному и численному моделированию рефракционных задач часто принимаются малые интенсивности падающих волн, или  $\gamma$  двух газов близки по величине. Такой подход обеспечивает качественное совпадение ранее полученных численных результатов с экспериментальными данными для начальной стадии взаимодействия волны с границей сред. В случае же интенсивных ударных волн нахождение переменной показателя адиабаты, в зависимости от выбранного способа его получения, может привести к разным решениям задачи.

### 1. Постановка задачи

Общая картина рефракции ударной волны (В), падающей на тангенциальный разрыв (А) в точке 0 под углом  $\alpha$ , представлена на рис. 1, *a*. В результате взаимодействия получаются прошедшая (F) и отражённая (С) волны, которые, в зависимости от начальных параметров задачи, могут быть волнами разрежения. В случае реализации точного решения интенсивность волны (С) равна 0. Задача для регулярной рефракции решается в подвижной системе координат, связанной с точкой 0 (рис. 1, *a*), или в неподвижной (рис. 1, *b*) – для нерегулярной рефракции. Для регулярной рефракции задача автомодельная. В этом случае скорость в областях 4 и 5 сверхзвуковая, и тангенциальный разрыв, исходящий из угловой точки 0, размывается в расширяющуюся угловую область E0D. Первоначально задаются угол падения  $\alpha$  и интенсивность волны (В). По этим данным определяются скорость движения точки 0 и, соответственно, скорости, которые должны быть сверхзвуковыми в областях 1–3 (помечены кружочками) относительно этой точки. То есть на левой границе расчётного поля в областях 1 и 3 устанавливается сверхзвуковой поток, который проходит через волну (В), а разрывы (F), (С) и область E0B получаются в процессе счёта. Для нерегулярной рефракции картина течения, когда падающая ударная волна движется вдоль границы газов (А), приведена на рис. 1, *b*.



**Рис. 1 / Fig. 1.** Общая картина рефракции ударной волны (B), падающей на тангенциальный разрыв (A) под углом  $\alpha$ : регулярная рефракция (a); нерегулярная рефракция (b) / The general refraction pattern of a shock wave (B) incident on a tangential discontinuity (A) at an angle of  $\alpha$ : regular refraction (a); irregular refraction (b)

Источник: данные автора

В настоящей работе используется конечно-разностный метод второго порядка точности по времени и пространству [11], применимый к двумерным нестационарным уравнениям Эйлера. Для расчёта картины течения с разными газами, в процессе счёта проводится анализ показателя адиабаты газа в каждой центральной точке девятиточечного шаблона.

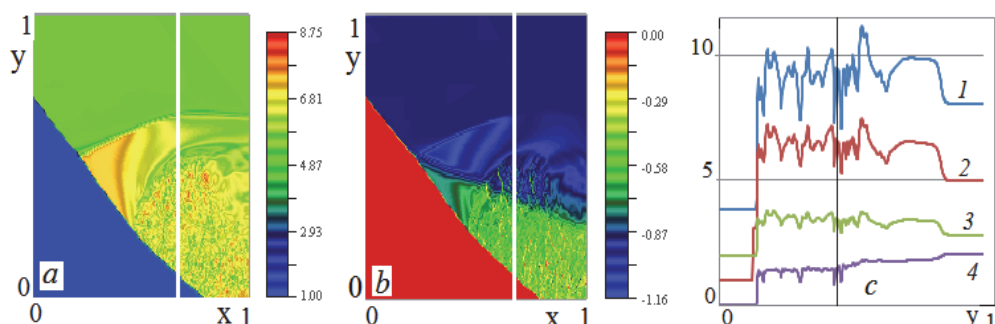
Расчёты проводились на равномерной прямоугольной сетке. Для подтверждения точности результатов, не зависящих от размера сетки и величины временного шага, численное моделирование проводилось на полях, включающих 500x500, 700x700 и 1000x1000 точек. В последних двух вариантах полученные данные для безразмерных величин совпадали с точностью пять знаков. Для учёта влияния отражённых возмущений от границ в расчётах на правой границе сверху и снизу расчётной области устанавливаются неотражающие граничные условия. Приведённые на рисунках величины давления  $p$ , плотности  $R$ , температуры  $T$  отнесены к их значениям в набегающем потоке, а скорость и её компоненты – к скорости звука невозмущённого потока  $c_1$ . Цифры обозначают ту область, в которой взято значение параметра течения. Координаты  $x$  и  $y$  отнесены к величинам  $X$  и  $Y$ , которые соответствуют размерам расчётного поля по этим координатам.

## 2. Результаты расчётов

В регулярной рефракции при увеличении угла падения  $\alpha$  до значения больше 40 градусов в задаче реализуется нерегулярная рефракция, нестационарная картина течения с образованием вихрей [12]. В настоящей работе исследуется механизм зарождения этих вихревых структур. Решение ищется в подвижной системе координат, связанной с волной, движущейся вдоль К.Р. (рис. 1, b).

## 2.1. Нерегулярная рефракция. Взрывная неустойчивость

Проведённые исследования вариантов задачи при падении интенсивной ударной волны на границу газов с разными теплоёмкостями выявили в потоке газа взрывную неустойчивость (далее – В. Н.). Данное явление описано в слабо нелинейном приближении во многих задачах: физики, химии, гидродинамики и других [3; 4]. То есть в поле волн ищется частота, на которой может реализоваться взрывная неустойчивость. Сам же процесс «взрыва» в конкретной задаче можно смоделировать только в нелинейной постановке, что сделано в данной работе. Такой же подход прямого численного моделирования был использован при изучении турбулизации сверхзвукового потока газа при обтекании плоской пластины [13].



**Рис. 2 / Fig. 2.** Взрывная неустойчивость: поле давления (а); поле  $x$ -ой компоненты скорости (b); поведение параметров течения в сечении AA; 1 – H, 2 – p, 3 – R, 4 – Q (c). Начальные данные:  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 5$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $g_1 = 1.4$ ,  $g_3 = 1.13$ ,  $R_1 = 1$ ,  $R_3 = 2$  / Explosive instability: pressure field (a); field of the  $x$ -th velocity component (b); behavior of flow parameters in section AA: 1 – H, 2 – p, 3 – R, 4 – Q (c). Initial data:  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 5$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $g_1 = 1.4$ ,  $g_3 = 1.13$ ,  $R_1 = 1$ ,  $R_3 = 2$

Источник: данные автора

На рис. 2 представлены картины начальной стадии рефракции ударной волны на границе газов воздух – пропан (лёгкий – тяжёлый,  $c_1 > c_3$ ). В данном варианте задачи реализуется взрывная неустойчивость. Механизм её проявления объясняется тем, что реализуются последовательно неустойчивость Рихтмаера – Мешкова (далее – НРМ) и Релея – Тейлора (далее – НРТ). При рефракции на границе сред всегда реализуется НРМ, а НРТ – при условии, чтобы градиенты давления и плотности были направлены в разные стороны от границы раздела. Здесь эти условия выполняются. На рис. 1, b, рис. 2, a, и рис. 2, b приведены поля плотности, давления и  $x$ -вой компоненты скорости течения. Поведение параметров течения в сечениях (вертикальные светлые линии) дано на рис. 2, c: 1 – H, 2 – p, 3 – R, 4 – Q. Из анализа видно, что в газах до и после границы раздела (тёмная линия) реализуются пульсации, отличающиеся по амплитуде и частоте их реализации. При взаимодействии ударной волны с контактным разрывом в поле течения сохраняется небольшая часть начальной

границы раздела сред  $Oz$ , отклонённой на некоторый угол (рис. 1,  $b$  и рис. 3,  $b$ ). Она состоит из двух прямолинейных участков разных величин плотности и  $g$ , объединённых областью с минимальным значением плотности. На рис. 1,  $a$  это области 4 и 5. Такая же картина течения получается при падении ударной волны на границу двух сред с разной теплоёмкостью, вычисленной по формулам распада произвольного разрыва для значений угла  $\alpha$  близкого к  $90^\circ$ , когда реализуется почти одномерное течение [14]. В конце участка  $Oz$  реализуется взрывная неустойчивость. Из-за чего это происходит? Пока скорость потока по обе части области  $Oz$  сверхзвуковая (в подвижной системе координат), течение устойчиво, нет обмена газов с верхней и нижней её поверхностями. Это продолжается до момента пока в область точки  $z$  не приходит поток газа, движущийся за ударной волной. В результате скорость газа в окрестности точки  $z$  становится дозвуковой и происходит обмен газов с разной теплоёмкостью и плотностью, что приводит к распаду системы газов, находящихся в равновесии. Таким образом имеются два момента при реализации В.Н. на границе двух сред: во-первых, воздействие ударной волны – образование мелкомасштабной турбулентности, проявление НРМ; во-вторых, влияние набегающего потока за ударной волной – образование крупномасштабных пульсаций, несущих энтропийные возмущения.

Задачи взаимодействия ударных волн с контактными разрывами зависят от определённого набора начальных данных, в зависимости от которых реализуется регулярная и нерегулярная рефракция, переход взрывным образом к другому режиму обтекания.

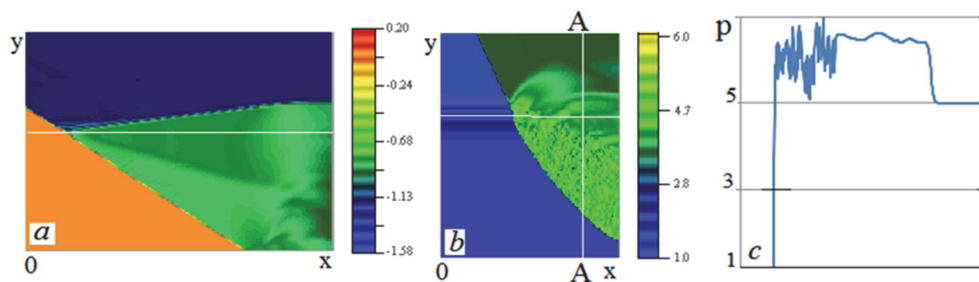
## **2.2. Зависимость взрывной неустойчивости от начальных параметров течения**

На рис. 3,  $a, b$  приведены картины течения, указывающие на влияние одного из основных параметров задачи угла  $\alpha$  на картину рефракции.

Параметры для данных вариантов такие же, как на рис. 2, а угол  $\alpha = 30^\circ$  (рис. 3,  $a$  – поле плотности) и  $\alpha = 60^\circ$  (рис. 3,  $b$  – поле плотности). Видно, что при малых углах падения область перехода к другому режиму обтекания отступает от точки взаимодействия.

Область  $Oz$  возрастает. В этом случае, чем меньше угол падения  $\alpha$ , тем скорость точки  $O$  быстрее движется вдоль границы разрыва, и начальная стадия рефракции является регулярной. При углах больше  $60^\circ$  для данного варианта задачи сразу реализуется нерегулярная рефракция. При этом для больших углов падения на мелкомасштабные пульсации воздействует газ с большей скоростью ( $x$ -ая компонента скорости), что приводит к зарождению крупномасштабных пульсаций по интенсивности и частоте их реализации. То есть при больших углах падения кроме НРМ и НРТ в задаче реализуется неустойчивость Кельвина – Гельмгольца. На рис. 3,  $b$  приведена картина пульсирующей среды, поведение которой (величины  $p$ ) представлено в сечении  $AA$  на рис. 3,  $c$ . В верхней части поля, начиная от отражённой волны до границы раздела газов,

реализуются низкочастотные пульсации, которые возбуждают в газе с другой теплоёмкостью крупномасштабные пульсации. Этот анализ показывает, что изучаемая В.Н. является продолжением процесса параметрической неустойчивости, возникающей при модулировании волной (В) контактного разрыва в периодически неоднородную среду. То есть низкочастотные волны (верхняя часть поля, рис. 3, с) нарастают, черпая энергию из высокочастотных волн, которые образуются на контактном разрыве из-за НРМ. Проникая в другой газ, они приводят к образованию крупномасштабных пульсаций, которые тормозят газ и способствуют нестационарному перераспределению энергии в областях 1 и 3 в соответствии с законами сохранения.



**Рис. 3 / Fig. 3.** Зависимость взрывной неустойчивости от угла  $\alpha$ :

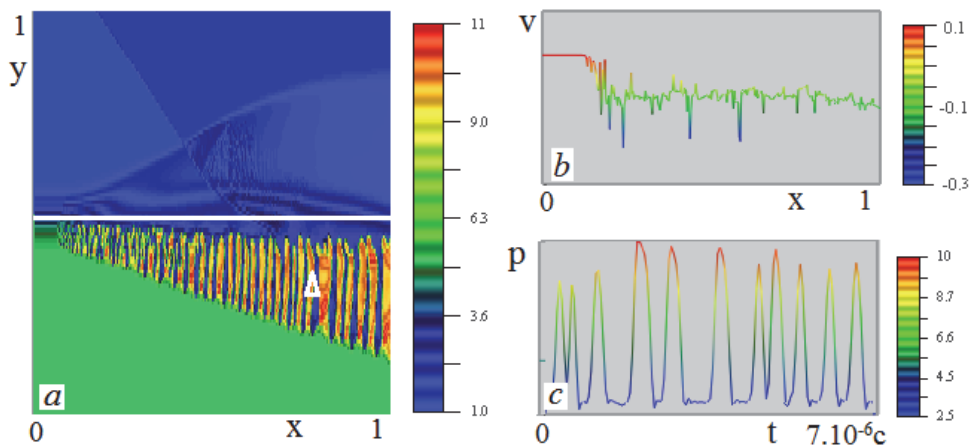
$30^\circ$  – поле плотности (a),  $60^\circ$  – поле плотности (b), поведение величины давления в нормальном сечении AA в разных газах до и после контактного разрыва (c) /  
The dependence of explosive instability on the angle  $\alpha$ :  $30^\circ$  is the density field (a),  $60^\circ$  is the density field (b), the behavior of the pressure value in the normal AA section in different gases before and after the contact rupture (c).

Источник: данные автора

### 2.3. Пальцеобразные структуры

Одним из параметров, влияющих на интенсивный обмен газов на границе контакта, является градиент плотности. На рис. 4, a приведена картина рефракции (поле давления) ударной волны на границе воздух – элегаз для начальных данных:  $p_2 = 2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $g_1 = 1.4$ ,  $g_3 = 1.094$ ,  $R_1 = 1$ ,  $R_3 = 5.2$ . Видно, что с увеличением плотности, картина течения становится похожа на процесс погружения тяжёлой жидкости в более лёгкую, как при НРТ. То есть в этом случае обмен газов обеспечивают более интенсивные пульсации по сравнению с предыдущими картинками рефракции (рис. 3). Но природа образования резонансных явлений на рис. 4 иная. На тяжёлый газ (границу контакта) действует ударная волна, в результате чего контактный разрыв распадается, как описано ранее на две области, разделённые границей с минимальной величиной производной плотности, с которой начинаются крупномасштабные пульсации, представляющие в тяжёлом газе чередующиеся струи разной плотности. То есть ударная волна возбуждает на К.Р. мелкомасштабные пульсации (НРМ), которые, на поверхности тяжёлого газа при действии набегающего потока усиливаются в

крупномасштабные колеблющиеся частицы газов. Результаты расчётов показывают, что при увеличении интенсивности падающей волны до  $p_2 = 5$  крупномасштабные пульсации исчезают, так как мелкомасштабные пульсации забиваются набегающим потоком и не реализуется резонанс на возмущённой поверхности тяжёлого газа. На рис. 4, *a* видно, что первоначальная граница раздела газов (светлая линия) отклоняется на незначительный угол. Перед падающей волной образуется предвестник, так как величина давления в крупномасштабных пульсациях может превосходить значения в падающей волне. Изменение компоненты нормальной скорости  $v$  тяжёлого газа в горизонтальном сечении  $y = 0.45$  на рис. 4, *b* показывает, что величина нормальной скорости падает с удалением от точки взаимодействия. Поведение давления по времени в точке, помеченной треугольником, дано на рис. 4, *c*, начиная от момента прихода волны. Видно, что амплитуда пульсаций уменьшается по мере размытия их за счёт турбулентной диффузии, порождаемой колебаниями газа с частотой порядка 6 МГц.

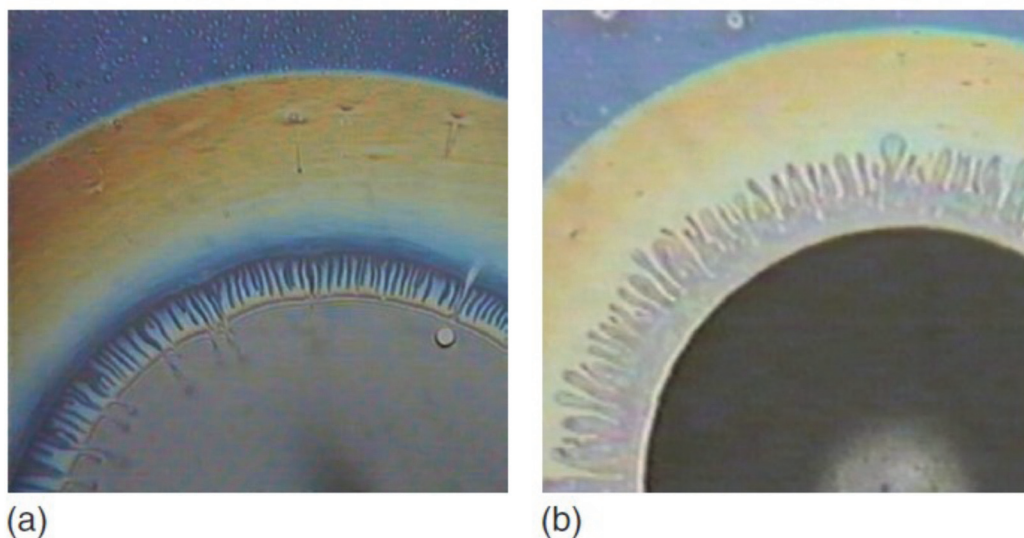


**Рис. 4 / Fig. 4.** Картина рефракции (поле давления) ударной волны на границе воздух – элегаз для начальных данных:  $p_2 = 2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $g_1 = 1.4$ ,  $g_3 = 1.094$ ,  $R_1 = 1$ ,  $R_3 = 5.2$ . Влияние градиента плотности на образование в тяжёлом газе колеблющихся пальцеобразных структур конечного размера (*a*); Поведение нормальной скорости  $u$  вдоль горизонтального сечения  $y = 0.45$  (*b*); временные изменения величины давления в точке (треугольник) (*c*) / The refraction pattern (pressure field) of the shock wave at the air-phase boundary for the initial data:  $p_2 = 2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $g_1 = 1.4$ ,  $g_3 = 1.094$ ,  $R_1 = 1$ ,  $R_3 = 5.2$ . The effect of the density gradient on the formation of oscillating finger-like structures of finite size in heavy gas (*a*); The behavior of the normal velocity  $u$  along the horizontal section  $y = 0.45$  (*b*); temporary changes in the pressure value at the point (triangle) (*c*).

Источник: данные автора

## 2.4. Пальцеобразные структуры в эксперименте

Образование пальцеобразных структур в данной работе оказалось не случайным. Изучение экспериментальных работ показало, что для разных работ с разными средами, где реализуются такие структуры, существуют схожие условия. Там и здесь имеются среды с разной плотностью (загрязнением). Имеется граница, откуда начинаются структуры, с минимальным значением плотности и большим градиентом изменения плотности. Так, в работе [15] впервые был обнаружен экспериментальный эффект образования пальчиковой структуры на поверхности (первоначально чистой) тонкого слоя жидкости, когда на её свободную поверхность помещается капля этой же жидкости, «загрязнённой» поверхностно-активным веществом.



**Рис. 5 / Fig. 5.** Примеры образования пальчиковых эффектов, вызванных неоднородностью сурфактанта на поверхности / Examples of the formation of finger effects caused by the inhomogeneity of surfactant on the surface.

*Источник:* Selective dip-coating of chemically micropatterned surfaces / A. Darhuber, S. M. Troian, J. M. Davis, S. M. Miller // Journal of Applied Physics. 2000. Vol. 88. Iss. 9. P. 5119–5126. DOI: 10.1063/1.1317238

В работе [16] было показано, что пальчиковые структуры могут образовываться на поверхности слоя жидкости, даже если не рассматривать ван-дер-ваальсово взаимодействие, что существенно упрощает данную задачу. Механизмом, отвечающим за образование поверхностных структур, является объёмная диффузия сурфактанта и неустойчивость НРТ.

## 2.5. Нахождение $g$ в нерегулярной рефракции

При падении ударной волны на К.Р. происходит отклонение её на некоторый угол, который определяет границу газов и, следовательно, значение  $g$  в

рассматриваемой точке (рис. 3, *b*; рис. 5, *a, b*). Здесь следует отметить: показатель адиабаты газа в каждой точке девятиточечного шаблона выбирается равным значению адиабаты газа для центральной точки. В процессе счёта в потоке анализируется поведение плотности или распределения скорости (или её компонент). Эти данные обозначают новую границу газов, то есть где какой газ, и, следовательно, определяют значение показателя адиабаты газа для выбранной точки. То есть в схеме и расчётах не вводятся механизмы, забивающие физическую неустойчивость. В результате этого мелкомасштабные возмущения, которые возникают из-за НРМ, при определённых начальных данных задачи в одном газе порождают пульсации конечной интенсивности, а при переходе в другой газ – достаточно сильные пульсации конечной интенсивности или пальцеобразные структуры. То есть для нестационарного совершенного газа происходит самоорганизация газа – процесс образования устойчивых пространственно-временных структур в первоначально макроскопической однородной среде. В работе показано, что эти структуры сносятся потоком и совершают высокочастотные колебания, размываясь за счёт турбулентной диффузии. Обмен информацией между двумя несмешивающимися газами происходит в результате колебательного процесса.

### **Заключение**

Прямым численным моделированием в рамках уравнений Эйлера исследована задача рефракции ударной волны на границе газов с разными теплоёмкостями. Показано, что в результате развития в газе неустойчивости Рихтмайера – Мешкова и Релея – Тейлора в потоке реализуется взрывная неустойчивость, которая для определённых начальных параметров задачи приводит к образованию пульсирующих крупномасштабных частиц газа разной плотности, размывающихся за счёт турбулентной диффузии. В работе описан процесс самоорганизации нестационарного течения дозвукового совершенного газа, когда под действием конвективных и диффузионных процессов в первоначально макроскопической однородной среде образуются устойчивые пространственно-временные структуры.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Richtmyer R. D. Taylor instability in a shock acceleration of compressible fluids // Communications on Pure and Applied Mathematics. 1960. Vol. 13. Iss. 2. P. 297–319. DOI: 10.1002/cpa.3160130207.
2. Мешков Е. Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа. 1969. № 5. С. 151–158.
3. Межанов А. Г., Руманов Э. Н. Нелинейные эффекты в макроскопической кинетике // Успехи физических наук. 1987. Т. 151. № 4. С. 553–593. DOI: 10.3367/UFN.0151.198704a.0553.

4. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. 292 с.
5. Henderson L. F., Colella P., Puckett E. G. On the refraction of shock waves at a slow-fast gas interface // *Journal of Fluid Mechanics*. 1991. Vol. 224. P. 1–27. DOI: 10.1017/S0022112091001623.
6. Экспериментальное и численное исследование процесса турбулентного перемешивания на контактных границах трехслойных газовых систем / Н. В. Невмержицкий, А. Н. Разин, Е. Д. Сеньковский, Е. А. Сотсков, А. А. Никулин и др. // *Прикладная механика и техническая физика*. 2015. Т. 56. № 2 (330). С. 32–42. DOI: 10.15372/PMTF20150204.
7. Булат П. В., Волков К. Н. Численное моделирование рефракции ударной волны на наклонном контактном разрыве // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2016. Т. 16. № 3. С. 550–558. DOI: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-550-558.
8. Numerical investigation of shock wave refraction patterns at multimaterial interfaces / R. Nourgaliev, S. Sushchikh, N. T. Dinh, T. Theofanous // *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (10–13 January 2005, Reno, Nevada)*. DOI: 10.2514/6.2005-1292. URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2005-1292> (дата обращения: 25.07.2025).
9. Георгиевский П. Ю., Левин В. А., Сутырин О. Г. Взаимодействие ударной волны с продольным слоем газа пониженной плотности // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2016. № 5. С. 125–132. DOI: 10.7868/S056852811605008X.
10. Тугазаков Р. Я. Регулярная и нерегулярная рефракция на границе двух газов // *Ученые записки ЦАГИ*. 2023. Т. 54. № 2. С. 34–42.
11. Ephraim L. R., Burstein S. Z. Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas // *Journal of Computational Physics*. 1967. Vol. 2. Iss. 2. P. 178–196. DOI: 10.1016/0021-9991(67)90033-2.
12. Tugazakov R. Ya. On the Theory of Supersonic Inviscid Flow Separation in Gasdynamic Problems // *Fluid Dynamics*. 2016. Vol. 51. No. 5. P. 689–695. DOI: 10.1134/S0015462816050136.
13. Тугазаков Р. Я. Численное и аналитическое исследование турбулизации сверхзвукового потока вязкого газа // *Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика*. 2024. № 1. С. 68–82. DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-68-82.
14. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // *Математический сборник*. 1959. Т. 47 (89). № 3. С. 271–306.
15. Warner M. R. E., Craster R. V., Matar O. K. Fingering phenomena associated with insoluble surfactant spreading on thin liquid films // *Journal of Fluid Mechanics*. 2004. Vol. 510. P. 169–200. DOI: 10.1017/S0022112004009437.

16. Marmur A., Lelah M. D. The spreading of aqueous surfactant solutions on glass // *Chemical Engineering Communications*. 1981. Vol. 13. Iss. 1-3. P. 133–143. DOI: 10.1080/00986448108910901.

### REFERENCES

1. Richtmyer, R. D. (1960). Taylor instability in a shock acceleration of compressible fluids. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13 (2), 297–319. DOI: 10.1002/cpa.3160130207.
2. Meshkov, E. E. (1969). Instability of the interface of two gases accelerated by a shock wave. In: *Fluid Dynamics*, 5, 151–158 (in Russ.).
3. Merzhanov, A. G. & Rumanov, E. N. (1987). Nonlinear effects in macroscopic kinetics. In: *Soviet Physics Uspekhi*, 151 (4), 553–593. DOI: 10.3367/UFNr.0151.198704a.0553 (in Russ.).
4. Kuznetsov, A. P., Kuznetsov, S. P. & Ryskin, N. M. (2002). *Nonlinear oscillations*. Moscow: Fizmatlit publ. (in Russ.).
5. Henderson, L. F., Colella, P. & Puckett, E. G. (1991). On the refraction of shock waves at a slow-fast gas interface. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 224, 1–27. DOI: 10.1017/S0022112091001623.
6. Nevmerzhitskii, N. V., Razin, A. N., Sen'kovskii, E. D., Sotskov, E. A. & Nikulin, A. A. et al. (2015). Experimental and numerical study of turbulent mixing at the contact boundaries of three-dimensional gas systems. In: *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 56 (2), 32–42. DOI: 10.15372/PMTF20150204 (in Russ.).
7. Bulat, P. V. & Volkov, K. N. (2016). Numerical simulation of shock wave refraction on inclined contact discontinuity. In: *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 16 (3), 550–558. DOI: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-550-558 (in Russ.).
8. Nourgaliev, R., Sushchikh, S. Dinh, N. T. & Theofanous, T. (2005). Numerical investigation of shock wave refraction patterns at multimaterial interfaces. In: *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit (10–13 January 2005, Reno, Nevada)*. DOI: 10.2514/6.2005-1292. URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2005-1292> (accessed: 25.07.2025).
9. Georgievskii, P. Y., Levin, V. A. & Sutyurin, O. G. (2016). Interaction between a shock wave and a longitudinal low-density gas layer. In: *Fluid Dynamics*, 5, 125–132. DOI: 10.7868/S056852811605008X (in Russ.).
10. Tugazakov, R. Ya. (2023). Regular and irregular refraction of a shock wave at the boundary of two gases. In: *TsAGI Science Journal*, 54 (2), 34–42 (in Russ.).
11. Ephraim, L. R. & Burstein, S. Z. (1967). Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas. In: *Journal of Computational Physics*, 2 (2), 178–196. DOI: 10.1016/0021-9991(67)90033-2.
12. Tugazakov, R. Ya. (2016). On the Theory of Supersonic Inviscid Flow Separation in Gasdynamic Problems. In: *Fluid Dynamics*, 51 (5), 689–695. DOI: 10.1134/S0015462816050136.

13. Tugazakov, R. Ya. (2024). Numerical and analytical study of turbulence of supersonic viscous gas flow. In: *Bulletin of Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 1, 68–82. DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-68-82 (in Russ.).
  14. Godunov, S. K. (1959). A finite difference method for the computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics. In: *Sbornik: Mathematics*, 47 (89), 3, 271–306 (in Russ.).
  15. Warner, M. R. E., Craster, R. V. & Matar, O. K. (2004). Fingering phenomena associated with insoluble surfactant spreading on thin liquid films. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 510, 169–200. DOI: 10.1017/S0022112004009437.
  16. Marmur, A. & Lelah, M. D. (1981). The spreading of aqueous surfactant solutions on glass. In: *Chemical Engineering Communications*, 13 (1-3), 133–143. DOI: 10.1080/00986448108910901.
- 

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Тугазаков Ренат Ямилович (г. Жуковский, Московская обл.) – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского;  
<https://orcid.org/0009-0009-9928-6486>; e-mail: [renatsan@ya.ru](mailto:renatsan@ya.ru)

### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Renat Ya. Tugazakov – Dr. Sci. (Phys.–Math.), Leading researcher, Central Aerohydrodynamic Institute;  
<https://orcid.org/0009-0009-9928-6486>; e-mail: [renatsan@ya.ru](mailto:renatsan@ya.ru)