Научная статья

УДК 533.15

DOI: 10.18384/2949-5067-2025-2-47-54

КИНЕТИЧЕСКИЙ МОМЕНТ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ И РАЗМЕР АТОМА ГЕЛИЯ

Павлов В. Д.

*Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г. Владимир, Российская Федерация
e-mail: pavlov.val.75@mail.ru*

Поступила в редакцию 02.06.2025

Принята к публикации 06.06.2025

Аннотация

Цель – корректировка значения радиуса атома гелия.

Процедура и методы. Используется полуклассическое рассмотрение, которое для цели работы является вполне достаточным.

Результаты. Необходимость исключения двойных стандартов при определении момента импульса квантовых систем приводит к тому, что квантом момента импульса $\hbar$ наделяется не каждый электрон атома гелия, а их квантовая совокупность. Следствием этого является корректировка значения радиуса атома гелия, который оказался практически в четыре раза меньше табличного значения. Найдена скорректированная формула для радиуса атома гелия: $r_{1,2} = [1 + (1 + 7\alpha^2)]a_0/14 = 7,56 \cdot 10^{-12}$ (м).

Теоретическая и/или практическая значимость заключается в том, что размер атома гелия имеет существенное значение, в частности для мембранных технологий.

Ключевые слова: гелий, квантовая система, квант момента импульса, радиус атома, диффузия

Для цитирования.

Павлов В. Д. Кинетический момент квантовых систем и размер атома гелия // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2025. № 2. С.47–54. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-2-47-54>

Original research article

KINETIC MOMENTUM OF QUANTUM SYSTEMS AND THE SIZE OF THE HELIUM ATOM

V. Pavlov

Vladimir State University, Vladimir, Russian Federation

e-mail: pavlov.val.75@mail.ru

Received by the editorial office 23.06.2025

Accepted for publication 07.07.2025

Abstract

Aim is to correct the value of the radius of the helium atom.

Methodology. A semi-classical approach is used, which is quite sufficient for the purpose of the work.

Results. The need to eliminate double standards when determining the angular momentum of quantum systems leads to the fact that the quantum of angular momentum $\hbar$ is assigned not to each electron of the helium atom, but to their quantum set. The consequence of this is the correction of the value of the radius of the helium atom, which turned out to be almost four times smaller than the tabulated value. A corrected formula for the radius of the helium atom has been found: $r_{1,2} = [1 + (1 + 7\alpha^2)]a_0/14 = 7,56 \cdot 10^{-12}$ (м).

Research implications lie in the fact that the size of the helium atom is of significant importance, in particular for membrane technologies

Keywords: helium, quantum system, quantum of angular momentum, atomic radius, diffusion

For citation:

Pavlov, V. D. (2025). Kinetic momentum of quantum systems and the size of the helium atom. In: *Bulletin of Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2, pp. 47–54. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-2-47-54>

Введение

Размер атома гелия имеет существенное значение, в частности, для мембранных технологий.

Электроны атома гелия образуют квантовую систему [1–3] подобно куперовской паре электронов в сверхпроводниках [4] или паре электрон-позитрон в атоме позитрония [5; 6]. Вместо фононов, связывающих электроны куперовской пары, «посредником» у электронов атома гелия является кулоновское притяжение ядра. Другими словами, квантовая система электронов атома гелия ничем не «хуже» куперовской пары.

Квантовые системы [7; 8] и в частности куперовская пара электронов и пара электрон-позитрон характеризуются тем, что квантом момента импульса $\hbar$ (без учёта спина) наделялась не каждая её частица, а вся квантовая система целиком (строго говоря, $\hbar$ – не сам момент импульса, а его проекция на направление магнитного поля; далее имеется в виду именно это), т. е.:

$$2m_e v r = \hbar . \quad (1)$$

Здесь m_e – масса электрона (и позитрона), v – его скорость, r – радиус движения.

Далее будет показано, что существующее расчётное значение радиуса атома гелия связано с тем, что *каждый* из его двух электронов наделялся квантом момента импульса $\hbar$ (без учёта спина). Соответственно, момент импульса пары электронов гелия равен

$$2m_e v r = 2\hbar. \quad (2)$$

Налицо двойные стандарты при наделинии квантовых систем моментом импульса [9].

А поскольку двойные стандарты неприемлемы, на электроны атома гелия следует обобщить условие (1).

Это, конечно, приведёт к корректировке значения радиуса атома, что и является целью настоящей работы.

Далее используется полуклассическое рассмотрение, которое для цели работы является вполне достаточным.

Вычисление радиуса атома гелия с учётом двух квантов момента импульса

Кулоновская сила притяжения любого электрона к ядру равна

$$F_{+-} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2}.$$

Здесь e – заряд электрона, ϵ_0 – постоянная электрическая, r_{He} – радиус атома гелия.

За счёт кулоновского отталкивания электронов наиболее *вероятно* (с оглядкой на квантовую механику), что они диаметрально противоположны друг другу относительно ядра. При этом сила отталкивания электронов друг от друга равна

$$F_{--} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (2r_{\text{He}})^2}.$$

Коэффициент «2» в знаменателе обусловлен тем, что расстояние между электронами вдвое больше радиуса атома.

Центробежная сила равна

$$F_v = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}}.$$

Баланс сил, действующих на любой электрон,

$$F_{+-} - F_{--} = F_v,$$

$$\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (2r_{\text{He}})^2} = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}},$$

$$1,75 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2} = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}}. \quad (3)$$

Из (2) следует

$$r_{\text{He}}^2 = \frac{\hbar^2}{m_e^2 v^2}.$$

Подстановка в (3)

$$1,75 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_e^2 v^2}{\hbar^2} = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}},$$

$$r_{\text{He}} = \frac{4}{7} \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} = \frac{4}{7} a_0.$$

Здесь

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e} - \text{боровский радиус атома водорода} \quad (4)$$

В численном значении

$$r_{\text{He}} = \frac{4}{7} a_0 = \frac{4}{7} 5,2917721092 \cdot 10^{-11} \approx 30,24 \cdot 10^{-12} (\text{м}).$$

Почти совпадает с табличным значением $31 \cdot 10^{-12} (\text{м})$.

Таким образом, как и было анонсировано выше, радиус атома гелия рассчитывается с учётом того, что *каждый* из его двух электронов наделяется квантом момента импульса $\hbar$. Другими словами, игнорируется то обстоятельство, что электроны атома гелия образуют квантовую систему.

Вычисление радиуса атома гелия с учётом образования его электронами двухчастичной квантовой системы

Помимо сил кулоновского взаимодействия между электронами действует сила магнитного отталкивания [10]

$$F_{\mu} = \frac{\mu_0 e^2 v^2}{4\pi(2r_{\text{He}})^2}.$$

Здесь μ_0 – постоянная магнитная.

Баланс сил, действующих на любой электрон:

$$F_{+-} - F_{--} - F_{\mu} = F_v,$$

$$\frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (2r_{\text{He}})^2} - \frac{\mu_0 e^2 v^2}{4\pi(2r_{\text{He}})^2} = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}},$$

$$1,75 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2} - \frac{\mu_0 e^2 v^2}{4\pi(2r_{\text{He}})^2} = \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}},$$

$$\begin{aligned} \frac{7e^2}{16\pi\epsilon_0 r_{\text{He}}^2} - \frac{\mu_0 e^2 v^2}{16\pi r_{\text{He}}^2} &= \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}}, \\ \frac{7e^2/\epsilon_0 - \mu_0 e^2 v^2}{16\pi r_{\text{He}}^2} &= \frac{m_e v^2}{r_{\text{He}}}, \\ r_{\text{He}} &= \frac{7e^2/\epsilon_0 - \mu_0 e^2 v^2}{16\pi m_e v^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (1) следует

$$v^2 = \frac{\hbar^2}{4m_e^2 r_{\text{He}}^2}.$$

Подстановка в (5):

$$\begin{aligned} r_{\text{He}} &= \frac{7e^2/\epsilon_0 - \mu_0 e^2 \hbar^2 / (4m_e^2 r_{\text{He}}^2)}{16\pi m_e \hbar^2 / (4m_e^2 r_{\text{He}}^2)}, \\ 16\pi m_e \hbar^2 r_{\text{He}} &= \frac{7e^2}{\epsilon_0} 4m_e^2 r_{\text{He}}^2 - \mu_0 e^2 \hbar^2, \\ r_{\text{He}}^2 - 16\pi m_e \hbar^2 \frac{\epsilon_0}{28e^2 m_e^2} r_{\text{He}} - \mu_0 e^2 \hbar^2 \frac{\epsilon_0}{28e^2 m_e^2} &= 0, \\ r_{\text{He}}^2 - \frac{16\pi \hbar^2 \epsilon_0}{28e^2 m_e} r_{\text{He}} - \frac{\epsilon_0 \mu_0 \hbar^2}{28m_e^2} &= 0. \end{aligned}$$

С учётом (4):

$$\begin{aligned} r_{\text{He}}^2 - \frac{1}{7} a_0 r_{\text{He}} - \frac{\hbar^2}{28m_e^2 c^2} &= 0, \\ r_{1,2} &= \frac{1}{14} a_0 \pm \sqrt{\frac{1}{196} a_0^2 + \frac{\hbar^2}{28m_e^2 c^2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Постоянная тонкой структуры равна

$$\alpha = \frac{\mu_0 c e^2}{2h}.$$

Масса электрона равна

$$m_e = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi a_0 \alpha^2} = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi a_0 \alpha} \frac{2h}{\mu_0 c e^2} = \frac{\hbar}{c a_0 \alpha}.$$

Возвращаясь к (6),

$$r_{1,2} = \frac{1}{14} a_0 \pm \sqrt{\frac{1}{196} a_0^2 + \frac{\hbar^2}{28c^2} \frac{c^2 a_0^2 \alpha^2}{\hbar^2}} =$$

$$= \frac{1}{14} a_0 \pm a_0 \sqrt{\frac{1}{196} + \frac{\alpha^2}{28}}.$$

Минимальное значение очевидным образом не подходит. Поэтому

$$r_{1,2} = \frac{1 + \sqrt{1 + 7\alpha^2}}{14} a_0.$$

В численном значении

$$r_{1,2} = \frac{1 + \sqrt{1 + 7 \cdot 7,297\,352\,5643^2 \cdot 10^{-6}}}{14} 5,2917721092 \cdot 10^{-11} =$$

$$= 7,5603788612 \cdot 10^{-12} (\text{м}).$$

Это практически в четыре раза меньше табличного значения.

Заключение

Необходимость исключения двойных стандартов при определении момента импульса квантовых систем приводит к тому, что квантом момента импульса $\hbar$ наделяется не каждый электрон атома гелия, а их квантовая совокупность. Следствием этого является корректировка значения радиуса атома гелия, который оказался практически в четыре раза меньше табличного значения.

Это обстоятельство имеет существенное значение для мембранных технологий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева О. Ф., Зинган А. П. Временная эволюция бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке, при условии отличной от нуля начальной заселённости первой ямы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 2. С. 28–41. DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-28-41.
2. Васильева О. Ф., Зинган А. П. Временная эволюция бозе-конденсированных атомов в трёхъямной симметричной цепочной ловушке // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2021. № 1. С. 27–38. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38.
3. Доловова О. А., Горбунов М. Е. Системы двухатомных полярных молекул в одномерной геометрии оптических и магнито-оптических ловушек // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2021. № 4. С. 86–95. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-4-86-95.

4. Павлов В. Д. О моменте импульса куперовской пары электронов и кванте магнитного потока // Прикладная физика и математика. 2024. № 4. С. 12–16. DOI: 10.25791/pfi.m.04.2024.1301.
5. Попов И. П. О размере атома позитрония в контексте задачи двух тел // Прикладная физика и математика. 2024. № 2-2. С. 14–16. DOI: 10.25791/pfim.02.2024.1291.
6. Попов И. П. Вычисление размера позитрония // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2024. № 3. С. 75–85. DOI: 10.21685/2072-3040-2024-3-7.
7. Асимптотическое приближение для функции распределения пар молекул в ударной волне / И. В. Демидов, М. М. Кузнецов, М. К. Кузьмин, Ю. Д. Кулешова // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2020. № 4. С. 86–94. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-4-86-94.
8. Самсоненко Н. В., Сёмин М. В. Релятивистская кинематика двухчастичных реакций рассеяния с участием тахионов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2020. № 2. С. 102–117. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-102-117.
9. Попов И. П. Двойные стандарты при описании атомов гелия и позитрония // Вестник Томского государственного университета. Химия. 2024. № 35. С. 143–151. DOI: 10.17223/24135542/35/11.
10. Самсоненко Н. В., Ндахайо Ф., Алибин М. А. Влияние магнитного взаимодействия на спектр масс элементарных частиц // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2020. № 2. С. 118–127. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-118-127.

REFERENCES

1. Vasilieva, O. F. & Zingan, A. P. (2022). Time evolution of Bose-condensed atoms in a three-well trap under the condition of a non-zero initial population of the first well. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2, 28–41. DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-28-41 (in Russ.).
2. Vasilieva, O. F. & Zingan, A. P. (2021). Temporary evolution of Bose-condensed atoms in a three-well symmetric chain trap. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 1, 27–38. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38 (in Russ.).
3. Dolovova, O. A. & Gorbunov, M. E. (2021). Systems of diatomic polar molecules in one-dimensional geometry of optical and magneto-optical traps. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 4, 86–95. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-4-86-95 (in Russ.).
4. Pavlov, V. D. (2024). On the momentum of a cooper pair of electrons and the magnetic flux quantum. In: *Applied Physics and Mathematics*, 4, 12–16. DOI: 10.25791/pfi.m.04.2024.1301 (in Russ.).

5. Popov, I. P. (2024). On the size of the positronium atom in the context of the two-body problem. In: *Applied Physics and Mathematics*, 2-2, 14–16. DOI: 10.25791/pfim.02.2024.1291 (in Russ.).
6. Popov, I. P. (2024). Calculating the size of positronium. In: *University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences*, 3, 75–85. DOI: 10.21685/2072-3040-2024-3-7 (in Russ.).
7. Demidov, I. V., Kuznetsov, M. M., Kuzmin, M. K. & Kuleshova, Ju. D. (2020). Asymptotic approximation for the distribution of pairs of molecules in the shock wave. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 4, 86–94. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-4-86-94 (in Russ.).
8. Samsonenko, N. V. & Semin, M. V. (2020). Relativistic kinematics of two-particle scattering reactions with participation of tachions. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2, 102–117. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-102-117 (in Russ.).
9. Popov, I. P. (2024). Double standards when describing helium and positronium atoms. In: *Tomsk State University Journal of Chemistry*, 35, 143–151. DOI: 10.17223/24135542/35/11 (in Russ.).
10. Samsonenko, N. V., Ndahayo, F. & Alibin, M. A. (2020). Influence of the magnetic interactions on the mass spectrum of elementary particles. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2, 118–127. DOI: 10.18384/2310-7251-2020-2-118-127 (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Павлов Валентин Дмитриевич (г. Владимир) – кандидат технических наук, доцент кафедры общей и прикладной физики Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых; <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>; e-mail: pavlov.val.75@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Valentin D. Pavlov (Vladimir) – Cand. Sci. (Engineering), Assoc. Prof., Department of General and Applied Physics, Vladimir State University; <https://orcid.org/0000-0003-2125-4897>; e-mail: pavlov.val.75@mail.ru