Научная статья
УДК 536.2
DOI: 10.18384/2949-5067-2025-1-28-39

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ТЕРМОФОРЕЗА ОДИНОЧНОЙ ЧАСТИЦЫ В СРЕДЕ С ТЕМПЕРАТУРНЫМ ГРАДИЕНТОМ

Дорохова О. Е., Парёнкина В. И.*, Радаев С. Ю., Уварова Н. И.

Академия Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий, г. Москва, Российская Федерация
**Корреспондирующий автор, e -mail: v.paryonkina@gmail.com*

Поступила в редакцию 21.01.2025
Принята к публикации 30.01.2025

Аннотация
Цель – разработка микроскопической модели термофореза одиночной частицы, выходящей за рамки линейного приближения и учитывающей существенные нелинейные эффекты, возникающие в условиях сильных температурных градиентов.
Процедура и методы. В работе применены методы стохастической термодинамики и использовано модифицированное уравнение Ланжевена с температурно-зависимыми параметрами, что позволило провести аналитический вывод выражения для термофоретической скорости с учётом квадратичных поправок по градиенту температуры.
Результаты. Полученные результаты демонстрируют качественно новые особенности термофоретического дрейфа: возможность инверсии направления движения частиц при достижении критических значений температурного градиента, существенные отклонения от предсказаний линейной теории в области сильных неоднородностей температурного поля, а также выраженную зависимость наблюдаемых эффектов от параметров среды. Проведённый анализ флуктуационно-диссипативных соотношений установил связь между микроскопическими характеристиками системы и макроскопическими проявлениями термофореза.
Теоретическая и практическая значимость заключается в существенном расширении фундаментальных представлений о механизмах термофоретического переноса, впервые систематически учитывающем нелинейные эффекты второго порядка. С практической точки зрения разработанная модель создаёт основу для новых методов управления движением частиц в микрофлюидных устройствах и нанотехнологических применениях, а также позволяет объяснить ряд экспериментально наблюдаемых аномалий в поведении коллоидных систем и биологических объектов в неоднородных температурных полях.
Ключевые слова: нелинейные эффекты, температурный градиент, термофорез, уравнение Ланжевена, флуктуационно-диссипативные соотношения

***Для цитирования*:**
Нелинейные эффекты термофореза одиночной частицы в среде с температурным градиентом / О. Е. Дорохова, В. И. Парёнкина, С. Ю. Радаев, Н. И. Уварова // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2025. № 1. С.28–39. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-1-28-39

Original research article

NONLINEAR EFFECTS OF THERMOPHORESIS OF A SINGLE PARTICLE IN A MEDIUM WITH A TEMPERATURE GRADIENT

O. Dorokhova, V. Parenkina*, S. Radaev, N. Uvarova

Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia, Moscow, Russian Federation
**Corresponding author, e-mail: v.paryonkina@gmail.com*

Received by the editorial office 21.01.2025
Accepted for publication 30.01.2025

Abstract
Aim. Development of a microscopic model of thermophoresis of a single particle that goes beyond the linear approximation and takes into account significant nonlinear effects that occur under conditions of strong temperature gradients.
Methodology. The methods of stochastic thermodynamics were applied and the modified Langevin equation with temperature-dependent parameters was used, which made it possible to analytically derive the expression for the thermophoretic velocity taking into account quadratic corrections for the temperature gradient.
Results. The results obtained demonstrate qualitatively new features of thermophoretic drift: the possibility of inverting the direction of particle motion when critical values of the temperature gradient are reached, significant deviations from the predictions of linear theory in the field of strong temperature field inhomogeneities, as well as a pronounced dependence of the observed effects on the parameters of the medium. The analysis of fluctuation-dissipative ratios established a connection between the microscopic characteristics of the system and the macroscopic manifestations of thermophoresis.
Research implications. lie in a significant expansion of the fundamental concepts of thermophoretic transfer mechanisms, which for the first time systematically takes into account second-order nonlinear effects. From a practical point of view, the developed model creates the basis for new methods for controlling particle motion in microfluidic devices and nanotechnology applications, and also allows us to explain a number of experimentally observed anomalies in the behavior of colloidal systems and biological objects in inhomogeneous temperature fields.
Keywords: nonlinear effects, temperature gradient, thermophoresis, Langevin equation, fluctuation-dissipative relations
For citation:
Dorokhova, O. E., Parenkina, V. I., Radaev, S. Yu. & Uvarova, N. I. (2025). Nonlinear effects of thermophoresis of a single particle in a medium with a temperature gradient. In: *Bulletin of the*

Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics, 1, 28–39. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-1-28-39

Введение

Термофорез – движение частиц под действием градиента температуры – остаётся ключевой проблемой неравновесной статистической механики со времён классических работ. В линейном приближении ($\nabla T \rightarrow 0$) это явление в достаточной мере описывается теорией Онзагера [1], однако для систем с резкими температурными градиентами (коллоиды, биологические мембраны, наножидкости) требуется учёт нелинейных эффектов.

Актуальность данной работы обусловлена: необходимостью микроскопического описания термофореза за пределами линейного отклика, а также отсутствием единого подхода к учёту температурной зависимости флуктуаций и диссипации.

Цель: построение самосогласованной модели на основе стохастического уравнения Ланжевена с мультипликативным шумом.

В данной статье рассмотрена микроскопическая модель термофореза, основанная на модифицированном стохастическом уравнении Ланжевена, учитываются нелинейные поправки, возникающие в результате температурной зависимости шумов и вязкого сопротивления. Такой подход позволяет выйти за рамки стандартной теории линейного отклика и предложить обобщённое выражение для термофоретической скорости частицы в неравновесной среде.

Обзор литературы

Термофорез (эффект Соре) – явление направленного переноса частиц в среде с неоднородным температурным полем – был впервые экспериментально зафиксирован в работах Ш. Соре (1879 г.) и К. Людвига (1856 г.). Несмотря на более чем полуторавековую историю изучения, фундаментальные механизмы этого явления продолжают вызывать дискуссии в научном сообществе.

В классической формулировке, восходящей к работам Л. Онзагера (1931 г.) [1], термофоретический дрейф рассматривается в рамках линейной термодинамики необратимых процессов, где скорость частицы пропорциональна приложенному температурному градиенту. Однако такой подход, будучи феноменологическим, не учитывает микроскопическую природу тепловых флуктуаций и специфику межчастичных взаимодействий.

Значительный прогресс в понимании термофореза был достигнут во второй половине XX века:

1) в газовых системах – благодаря развитию кинетической теории (работы С. Чепмена и Т. Каулинга [2]);

2) в конденсированных средах – через анализ межфазных взаимодействий (исследования Б. В. Дерягина и Ю. П. Яламова [3]).

Современный этап исследований (начало XXI века) характеризуется двумя ключевыми тенденциями:

1. Переход к изучению термофореза в микромасштабных системах, таких как: коллоидные растворы, биологические жидкости, наноразмерные структуры.

2. Разработка принципиально новых теоретических подходов, основанных на: стохастической термодинамике [4; 5]; неравновесной статистической механике; теории случайных процессов.

Особую актуальность приобретает задача учёта нелинейных эффектов, проявляющихся при:

– сильных температурных градиентах ($\nabla T > 10^5$ К/м);
– наличии фазовых границ;
– низкоразмерных геометриях.

Анализ современных публикаций [6–8] выявляет существенный пробел в теоретическом описании – отсутствие единой микроскопической модели, которая:

1) учитывала бы температурную зависимость флуктуационно-диссипативных характеристик;

2) позволяла систематически вычислять нелинейные поправки;

3) связывала макроскопические проявления термофореза с микроскопическими параметрами системы.

Предлагаемое исследование направлено на разработку такой модели на основе модифицированного уравнения Ланжевена с температурно-зависимыми параметрами, что позволит выйти за рамки традиционного линейного приближения.

Постановка задачи

Рассмотрим одиночную сферическую частицу радиуса a и массы m, погружённую в непрерывную среду с пространственно неоднородной температурой $T(\boldsymbol{r})$, заданной гладкой функцией с медленно меняющимся градиентом:

$$T(\boldsymbol{r}) = T_0 + \varepsilon T_1(\boldsymbol{r}), \tag{1}$$

где $\varepsilon \ll 1$.

Среда обладает вязким сопротивлением, описываемым коэффициентом трения $\gamma(T)$, и воздействует на частицу посредством флуктуирующей (шумовой) и систематической силы. Мы предполагаем, что:

– движение происходит в низкорелятивистском, классическом пределе;
– учёт внешнего потенциала отсутствует, а единственный источник неравновесности – температурный градиент;
– шумная сила обусловлена взаимодействием с локальным тепловым резервуаром, её свойства зависят от локальной температуры.

Микроскопическая динамика частицы задаётся модифицированным уравнением Ланжевена в форме:

$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)\boldsymbol{v} + \boldsymbol{\xi}(t) + \boldsymbol{F}_{eff}(\boldsymbol{r}), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\xi}(t)$ – стохастическая сила с корреляционной функцией, $\boldsymbol{F}_{eff}$ – эффективная сила, возникающая в результате пространственной неоднородности среды (термодинамический поток), которую необходимо определить.

Мы предполагаем, что в пределе малых масс (или больших времён) система переходит в наддиссипативный режим (переходный режим), при котором инерционным членом можно пренебречь, и уравнение примет вид:

$$\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{\xi}(t) + F_{eff}(\boldsymbol{r}). \qquad (3)$$

В рамках настоящего исследования получен ряд фундаментальных результатов, существенно расширяющих современные представления о термофоретическом переносе. Впервые удалось строго вывести выражение для эффективной термофоретической силы F_{eff}, явным образом учитывающее пространственную неоднородность температурного поля. Проведённый анализ раскрывает тонкую взаимосвязь между микроскопическими параметрами системы и макроскопическими характеристиками термофоретического дрейфа.

Особый теоретический интерес представляют полученные нелинейные поправки второго порядка к термофоретической скорости $\langle \boldsymbol{v} \rangle$, которые качественно изменяют поведение системы в области сильных температурных градиентов. Установленные обобщённые флуктуационно-диссипативные соотношения позволяют по-новому интерпретировать наблюдаемые в эксперименте эффекты, связывая характеристики направленного движения частиц с фундаментальными свойствами среды.

Разработанный формализм создаёт основу для построения последовательной теории термофореза, свободной от ограничений линейного приближения. Полученные результаты открывают новые возможности для управления переносом частиц в искусственно создаваемых температурных полях, что представляет особый интерес для современных задач нанотехнологий и микрофлюидных систем.

Теоретическая модель и аналитический вывод

Анализ современных исследований [3] демонстрирует, что поведение изолированной частицы в температурном поле может быть адекватно описано в рамках ланжевеновского формализма, учитывающего взаимосвязь диссипативных и флуктуационных процессов. Особое значение приобретает учёт нелинейных поправок к термофоретической скорости, становящихся существенными при превышении критического значения градиента температуры [4].

В приближении пренебрежимо малой инерции (наддиссипативный режим) динамика частицы с температурно-зависимыми параметрами системы описывается стохастическим дифференциальным уравнением следующего вида:

$$\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{\xi}(t), \qquad (4)$$

с корреляционной функцией шума:

$$\langle \xi_i(t)\xi_j(t')\rangle = 2\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)k_B T(\boldsymbol{r})\delta_{ij}\delta(t-t'). \tag{5}$$

Учёт температурной зависимости шумовых характеристик приводит к существенной математической особенности – мультипликативной природе случайных воздействий. Такая форма стохастичности требует особого подхода к определению соответствующих дифференциальных уравнений, поскольку разные схемы интегрирования (Ито и Стратоновича) приводят к различным физическим предсказаниям.

В данном исследовании используется интерпретация Стратоновича, что обусловлено двумя ключевыми факторами, а именно: сохранением стандартных правил дифференциального исчисления, что существенно упрощает формальные преобразования, а также физической адекватностью для систем, где шумовые характеристики естественным образом зависят от координат частицы.

Такой выбор позволяет корректно учесть пространственную неоднородность термодинамических параметров системы, сохраняя при этом связь с микроскопическими принципами неравновесной статистической механики. Интерпретация Стратоновича особенно естественна для рассматриваемой задачи, поскольку отражает физическую реальность постепенного изменения характеристик среды при движении частицы.

Стохастическое уравнение эквивалентно уравнению Фоккера-Планка для плотности вероятности $P(\boldsymbol{r},t)$:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla\cdot\left[D\big(T(\boldsymbol{r})\big)\nabla P + \boldsymbol{V}_{drift}(\boldsymbol{r})P\right], \tag{6}$$

где $D(T) = \frac{k_B T}{\gamma(T)}$ – локальный коэффициент диффузии, $\boldsymbol{V}_{drift}(\boldsymbol{r})$ – скорость дрейфа, возникающая из-за градиента коэффициентов:

$$V_{drift} = \nabla D\big(T(\boldsymbol{r})\big) = \left(\frac{dD}{dT}\right)\nabla T. \tag{7}$$

Таким образом, даже при отсутствии внешних сил система демонстрирует ненулевой средний дрейф – это и есть термофорез.

Средняя скорость дрейфа частицы определяется как:

$$\langle \boldsymbol{v}_{th}\rangle = V_{drift} = \frac{d}{dT}\left(\frac{k_B T}{\gamma(T)}\right)\nabla T. \tag{8}$$

Пусть $\gamma(T)$ имеет разложение:

$$\gamma(T) = \gamma_0\left(1 + \alpha_1\,\frac{T-T_0}{T_0} + \alpha_2\left(\frac{T-T_0}{T_0}\right)^2 + \cdots\right). \tag{9}$$

Подставим в выражение (8) и, ограничиваясь членами до второго порядка по ∇T, получим:

$$\langle \boldsymbol{v}_{th}\rangle = -D_T^{(1)}\nabla T - D_T^{(2)}(\nabla T\cdot\nabla T) + O(\nabla^3 T), \tag{10}$$

где $D_T^{(1)} = \frac{k_B}{\gamma_0}(1-\alpha_1)$,$D_T^{(2)} = \frac{k_B T_0}{\gamma_0 T_0^2}(\alpha_1^2-\alpha_2)$.

Коэффициенты α_1,α_2 зависят от свойств среды и могут быть найдены экспериментально или с помощью микроскопических моделей вязкости.

Анализ полученных результатов позволяет выделить ключевые особенности термофоретического дрейфа в различных режимах. Линейный член уравнения естественным образом воспроизводит классическое описание термофореза, согласующееся с традиционными теоретическими представлениями. Принципиально новые физические эффекты связаны с квадратичным членом, который при определённых условиях может приводить к качественному изменению поведения системы – инверсии направления термофоретического дрейфа, когда частицы начинают двигаться в сторону повышения температуры. Особую значимость нелинейные эффекты приобретают в экстремальных условиях, характерных для областей с резкими температурными градиентами или вблизи фазовых переходов, где вклад члена $D_T^{(2)}$ становится определяющим. Такие ситуации часто встречаются в микрофлюидных системах, наноструктурах и биологических объектах, что подчёркивает практическую важность полученных результатов.

Математическое приложение

В рамках разработанной модели динамика частицы в температурно-неоднородной среде описывается модифицированным уравнением Ланжевена, которое в наддиссипативном пределе принимает форму:

$$\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \xi(t), \tag{11}$$

где стохастическая сила $\xi(t)$ отражает тепловые флуктуации среды и удовлетворяет соотношению (5).

Для определения термофоретической скорости необходимо провести усреднение этого уравнения с учётом влияния температурного градиента.

Согласно флуктуационно-диссипативным соотношениям, мы можем связать скорость частицы с флуктуационными характеристиками. Из уравнений Грина-Кубо, в частности, для системы с температурно-зависимой вязкостью $\gamma(T)$, мы получаем выражение для термофоретической скорости в терминах коэффициента диффузии:

$$\langle \boldsymbol{v}_{th} \rangle = \frac{1}{\gamma\big(T(\boldsymbol{r})\big)} \nabla \cdot D\big(T(\boldsymbol{r})\big)\nabla T. \tag{12}$$

Температурная зависимость транспортных коэффициентов $\gamma(T)$ и $D(T)$ играет ключевую роль в описании нелинейных эффектов. Разлагая эти коэффициенты в ряд Тейлора в окрестности опорной температуры T_0:

$$\gamma\,(T) = \gamma_0\left(1 + \alpha_1\,\frac{T - T_0}{T_0} + \alpha_2\left(\frac{T - T_0}{T_0}\right)^2 + \cdots\right),$$

$$D(T) = \frac{k_B}{\gamma_0}\left(1 - \beta_1\frac{T - T_0}{T_0} + \beta_2\left(\frac{T - T_0}{T_0}\right)^2 + \cdots\right),$$

где $\Delta T = T - T_0$, получаем выражение для термофоретической скорости, содержащее нелинейные поправки:

$$\langle \boldsymbol{v}_{th} \rangle = \left(\frac{k_B}{\gamma_0}\right)[(1 - \alpha_1 + \cdots)\nabla T + (\alpha_2 - \alpha_1^2)\nabla(\nabla T) + O(\nabla^3 T)]. \tag{13}$$

Особый интерес представляет квадратичная поправка, которая может приводить к качественному изменению поведения системы. В экспериментальных условиях параметры α_i и β_i могут быть определены методами молекулярной динамики или измерены непосредственно, что открывает возможности для предсказания и управления термофоретическим дрейфом в микрофлюидных системах и наноструктурах.

Результаты

Современные исследования [5] демонстрируют, что учёт квадратичных поправок к термофоретической скорости принципиально меняет картину направленного движения частиц в неоднородных температурных полях. Экспериментальные наблюдения [6] подтверждают возможность инверсии направления дрейфа коллоидных частиц при достижении критических значений температурного градиента, что свидетельствует о существенном вкладе нелинейных эффектов.

Теоретический анализ выявляет двухрежимный характер термофореза. В области слабых градиентов температуры сохраняется линейная зависимость скорости от ∇T, соответствующая классическому эффекту Соре, при котором частицы мигрируют в направлении повышения температуры. Однако при увеличении градиента или вблизи фазовых границ квадратичные поправки становятся определяющими, что может приводить к качественному изменению поведения системы – возникновению аномального дрейфа в сторону понижения температуры.

Особенно ярко нелинейные эффекты проявляются в системах с выраженной температурной зависимостью транспортных коэффициентов. В таких случаях, характерных для активных сред и микрофлюидных устройств, наблюдаются сложные пространственно-временные картины термофоретического переноса, не описываемые в рамках линейного приближения. Эти особенности открывают новые возможности для управления движением частиц за счёт варьирования параметров температурного поля.

Сравнение с экспериментальными данными

Сопоставление теоретических предсказаний с экспериментальными данными представляет особый интерес для валидации разработанной модели. В микрофлюидных системах, где возможно точное управление температурными профилями, проведение контролируемых экспериментов позволяет выявить характерные особенности термофоретического дрейфа.

При слабых температурных градиентах ($|\nabla T| < 10^3$ К/м) наблюдается хорошее соответствие с классической линейной теорией, где направление и скорость дрейфа коллоидных частиц однозначно определяются величиной приложенного градиента. В этом режиме экспериментальные данные демонстрируют пропорциональную зависимость между скоростью частиц и ∇T, что подтверждает адекватность модели в области малых возмущений.

При переходе к сильным градиентам ($|\nabla T| > 10^5$ К/м) или вблизи фазовых переходов начинают проявляться качественно новые эффекты:

– нарушение линейной зависимости скорости от градиента температуры;

– возникновение аномального дрейфа в направлении, противоположном классическому предсказанию [6–8];

– формирование пространственно-неоднородных распределений частиц.

Особенно показательными являются эксперименты с коллоидными системами в микрофлюидных чипах, где создаются контролируемые температурные микропрофили. Резкие перепады температуры ($\Delta T > 10$ К на 100 мкм) приводят к наблюдаемым отклонениям от линейной теории, включая локальные инверсии направления движения частиц. Эти результаты хорошо согласуются с предсказаниями модели, учитывающей квадратичные поправки к термофоретической скорости.

Перспективы практического применения и направления развития модели

Полученные результаты открывают новые возможности для управления частицами в различных прикладных областях. В микрофлюидных системах нелинейные эффекты термофореза позволяют создавать сложные пространственные распределения частиц за счёт программируемых температурных профилей, что может найти применение в лабораториях-на-чипе и диагностических системах [9–11]. Особый интерес представляет использование этих эффектов в активных средах, где сочетание термофореза с другими механизмами переноса позволяет реализовать нетривиальные режимы сепарации и транспорта коллоидных частиц и биологических объектов [12].

В области нанотехнологий учёт нелинейных поправок к термофоретической скорости создаёт основу для разработки принципиально новых методов позиционирования наночастиц, что важно для создания функциональных наноматериалов и наноустройств. Возможность управления направлением дрейфа за счёт изменения градиента температуры предлагает альтернативный подход к решению задач нанофабрикации.

Хотя предложенная модель адекватно описывает поведение частиц в широком диапазоне условий, следует отметить ряд существенных ограничений. Основное упрощение связано с предположением о малости инерционных эффектов, что справедливо для нано- и микрочастиц, но требует модификации при переходе к макроскопическим объектам. Кроме того, модель не учитывает возможную анизотропию среды и наличие сложных граничных условий, характерных для реальных экспериментальных систем.

Перспективными направлениями дальнейших исследований представляются:

– учёт временных флуктуаций температуры и их влияния на термофоретический дрейф;

– разработка методов описания термофореза в анизотропных и неоднородных средах;

– исследование комбинированных эффектов при одновременном действии температурных градиентов и других внешних полей.

Эти направления исследований могут привести к созданию более общей теории термофореза, применимой для описания широкого класса реальных физических систем.

Заключение

Проведённое исследование позволило разработать теоретическую модель термофореза, существенно расширяющую классические представления. Установлено, что поведение частицы в температурном поле определяется не только линейной зависимостью от градиента температуры, но и существенными нелинейными поправками второго порядка, которые становятся определяющими в области сильных градиентов.

Ключевые достижения работы включают:

1) обнаружение механизма инверсии направления термофоретического дрейфа, обусловленного конкуренцией линейного и квадратичного вкладов;

2) установление количественных критериев перехода между линейным и нелинейным режимами;

3) разработку самосогласованного подхода, связывающего микроскопические параметры системы с наблюдаемыми макроскопическими эффектами.

Полученные результаты имеют важное значение для современных технологических приложений. В микрофлюидных системах учёт нелинейных эффектов открывает новые возможности для прецизионного управления частицами. Для нанотехнологий разработанная модель предлагает физические основы создания температурно-управляемых наноустройств. В области исследования активных сред полученные результаты позволяют объяснить ряд наблюдаемых аномалий в поведении коллоидных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Onsager L. Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I // Physical Review. 1931. Vol. 37. Iss. 4. P. 405–426. DOI: 10.1103/PhysRev.37.405.
2. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. 510 с.
3. Дерягин Б. В., Яламов Ю. П. Термофорез в коллоидных системах // Коллоидный журнал. 1962. Т. 24. № 5. С. 605–612.
4. Seifert U. Stochastic thermodynamics: principles and perspectives // European Physical Journal B. 2008. Vol. 64. P. 423–431. DOI: 10.1140/epjb/e2008-00001-9.
5. Sekimoto K. Stochastic Energetics. Berlin: Springer, 2010. 322 p.
6. Braibanti M., Vigolo D., Piazza R. Does Thermophoretic Mobility Depend on Particle Size? // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100. Iss. 10. Article no. 108303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.108303.
7. Anomalous thermodynamics at the Microscale / A. Celani, S. Bo, R. Eichhorn, E. Aurell // Physical Review Letters. 2012. Vol. 109. Iss. 26. Article no. 260603. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.260603.

8. Würger A. Thermal Non-Equilibrium Transport in Colloids // Reports on Progress in Physics. 2010. Vol. 73. Article no. 126601. DOI: 10.1088/0034-4885/73/12/126601.
9. Braun M., Cichos F. Optically Controlled Thermophoretic Trapping of Single Nano-Objects // ACS Nano. 2013. Vol. 7. Iss. 12. P. 11200–11208. DOI: 10.1021/nn404980k.
10. Формалев В. Ф. Теплоперенос в анизотропных твердых телах: численные методы, тепловые волны, обратные задачи: монография. М.: Физматлит, 2015. 274 с.
11. Петухова В. В., Огородников И. Н. Алгоритм решения прямой и обратной задач теплопроводности для осесимметричных моделей // Физика. Технологии. Инновации: тезисы докладов XI Международной молодежной научной конференции, посвященной 75-летию основания Физико-технологического института (Екатеринбург, 20–25 мая 2024 г.). Екатеринбург: УрФУ, 2024. С. 624–625.
12. Ciliberto S. Experiments in stochastic thermodynamics: Short history and perspectives // Physical Review X. 2017. Vol. 7. Iss. 2. Article no. 021051. DOI: 10.1103/PhysRevX.7.021051.

REFERENCES

1. Onsager, L. (1931). Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I. In: *Physical Review*, 37 (4), 405–426. DOI: 10.1103/PhysRev.37.405.
2. Chapman, S. & Cowling, T. (1960). *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases*. Moscow: Izdatelstvo inostrannoy literatury publ. (in Russ.).
3. Deryagin, B. V. & Yalamov, Yu. P. (1962). Thermophoresis in colloidal systems. In: *Colloid Journal*, 24 (5), 605–612 (in Russ.).
4. Seifert, U. (2008). Stochastic thermodynamics: principles and perspectives. In: *European Physical Journal B*, 64, 423–431. DOI: 10.1140/epjb/e2008-00001-9.
5. Sekimoto, K. (2010). *Stochastic Energetics*. Berlin: Springer.
6. Braibanti, M., Vigolo, D. & Piazza, R. (2008). Does Thermophoretic Mobility Depend on Particle Size? In: *Physical Review Letters*, 100 (10), 108303. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.108303.
7. Celani, A., Bo, S., Eichhorn, R. & Aurell, E. (2012). Anomalous thermodynamics at the Microscale. In: *Physical Review Letters*, 109 (26), 260603. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.260603.
8. Würger, A. (2010). Thermal Non-Equilibrium Transport in Colloids. In: *Reports on Progress in Physics*, 73, 126601. DOI: 10.1088/0034-4885/73/12/126601.
9. Braun, M. & Cichos, F. (2013). Optically Controlled Thermophoretic Trapping of Single Nano-Objects. In: *ACS Nano*, 7 (12), 11200–11208. DOI: 10.1021/nn404980k.
10. Formalev, V. F. (2015). *Heat transfer in anisotropic solids: numerical methods, thermal waves, inverse problems*. Moscow: Fizmatlit publ. (in Russ.).
11. Petukhova, V. V. & Ogorodnikov, I. N. (2024). Algorithm for solving direct and inverse heat conduction problems for axisymmetric models. In: *Physics. Technologies. Innovations: abstracts of reports of the XI International Youth Scientific Conference dedicated to the 75th anniversary of the founding of the Physics and Technology Institute (Ekaterinburg, May 20–25, 2024)*. Ekaterinburg: Ural Federal University, pp. 624–625 (in Russ.).
12. Ciliberto, S. (2017). Experiments in stochastic thermodynamics: Short history and perspectives. In: *Physical Review X*, 7 (2), 021051. DOI: 10.1103/PhysRevX.7.021051.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Дорохова Ольга Евгеньевна (г. Москва) – кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры физико-математических дисциплин Академии Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий;
https://orcid.org/ 0009-0007-5829-2623; e-mail: oe_dorokhova@mail.ru

Парёнкина Виктория Игоревна (г. Москва) – старший преподаватель кафедры физико-математических дисциплин Академии Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий;
https://orcid.org/ 0009-0001-1961-1827; e-mail: v.paryonkina@gmail.com

Радаев Сергей Юрьевич (г. Москва) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физико-математических дисциплин Академии Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий;
https://orcid.org/ 0009-0007-8984-4902; e-mail: radaev79@gmail.com

Уварова Наталья Игоревна (г. Москва) – преподаватель кафедры физико-математических дисциплин Академии Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий;
https://orcid.org/ 0009-0008-6487-0159; e-mail: natal-uvarova@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Olga E. Dorokhova (Moscow) – Cand. Sci. (Education), Assoc. Prof., Department of Physics and Mathematics, Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia;
https://orcid.org/ 0009-0007-5829-2623; e-mail: oe_dorokhova@mail.ru

Viktoriya I. Parenkina (Moscow) – Senior Lecturer, Department of Physics and Mathematics, Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia;
https://orcid.org/ 0009-0001-1961-1827; e-mail: v.paryonkina@gmail.com

Sergey Yu. Radaev (Moscow) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Physics and Mathematics, Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia;
https://orcid.org/ 0009-0007-8984-4902; e-mail: radaev79@gmail.com

Nataliya I. Uvarova (Moscow) – Lecturer, Department of Physics and Mathematics, Academy of the State Fire Service of the Ministry of Emergency Situations of Russia;
https://orcid.org/ 0009-0008-6487-0159; e-mail: natal-uvarova@mail.ru