МАТЕМАТИКА

Научная статья
УДК 517’442
DOI: 10.18384/2949-5067-2025-1-66-77

НОВАЯ ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРЕМЫ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ИЗ КУРСА ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

***Оникийчук В. Н.*[1] *, *Оникийчук И. В.*[2]**

[1] *Государственный университет просвещения, г. Москва, Российская Федерация*

[2] *Независимый исследователь, г. Москва, Российская Федерация*

**Корреспондирующий автор, e-mail: valeryonikiychuk@yandex.ru*

Поступила в редакцию 06.02.2025
Принята к публикации 17.02.2025

Аннотация
Цель. Классическая теорема запаздывания из курса операционного исчисления показала неудовлетворительные результаты на множестве конкретных примеров, составленных из элементарных функций. В статье представлена новая формула теоремы запаздывания, которая даёт корректные результаты.
Процедура и методы. Метод состоит в том, что определяются образы функций с запаздыванием путём непосредственного вычисления с интеграла Лапласа, или с помощью линейной комбинации табличных образов. Полученные решения сравниваются с образами, полученными с помощью классической теоремы запаздывания. Сравнение результатов, полученных двумя способами, оказались для всех примеров неудовлетворительными.
Результаты. Сформулирована новая, корректная теорема запаздывания и представлена соответствующая ей формула. Результаты применения новой формулы дали корректные результаты. Установлена ошибка, которая возникла при выводе классической формулы запаздывания. Она состоит в том, что в процессе вывода формулы было неправомерно удалено одно интегральное слагаемое.
Теоретическая и практическая значимость. Операционное исчисление применяется в теории автоматического управления и в расчётах электротехнических схем. Скорректированная теорема запаздывания позволяет получить корректные результаты в названных системах, где присутствуют сигналы с запаздыванием.

Ключевые слова: теорема запаздывания, операционное исчисление, интеграл Лапласа, некорректная формула, функция-оригинал
Для цитирования.
Оникийчук В. Н., Оникийчук И. В. Новая формулировка теоремы запаздывания из курса операционного исчисления // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2025. № 1. С.66–77. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-1-66-77

Original research article

A NEW FORMULATION OF THE LAG THEOREM FROM THE COURSE OF OPERATIONAL CALCULUS

V. Onikiychuk [1] *, I. Onikiychuk [2]

[1] Federal State University of Education, Moscow, Russian Federation
[2] Independent researcher, Moscow, Russian Federation
**Corresponding author, e-mail: valeryonikiychuk@yandex.ru*

Received by the editorial office 06.02.2025
Accepted for publication 17.02.2025

Abstract
Aim. The classical lag theorem from the course of operational calculus has shown unsatisfactory results on a variety of specific examples made up of elementary functions. The article presents a new formula for the delay theorem, which gives correct results.
Methodology. The method consists in determining the images of functions with a delay by direct calculation from the Laplace integral, or using a linear combination of tabular images. The solutions obtained are compared with the images obtained using the classical delay theorem. The comparison of the results obtained by the two methods turned out to be unsatisfactory for all the examples.
Results. A new, correct delay theorem is formulated and the corresponding formula is presented. The results of applying the new formula gave correct results. An error has been identified that occurred during the derivation of the classical delay formula. It consists in the fact that in the process of deducing the formula, one integral term was unlawfully deleted.
Research implications. Operational calculus is used in automatic control theory and in electrical circuit calculations. The corrected delay theorem allows one to obtain correct results in the named systems, where signals with delay are present.
Keywords: lag theorem, operational calculus, Laplace integral, incorrect formula, original function
For citation:
Onikiychuk ,V. N. & Onikiychuk, I. V. (2025). A new formulation of the lag theorem from the course of operational calculus. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 1, 66–77. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2025-1-66-77

Введение

В учебном курсе операционного исчисления существует ***теорема запаздывания***, которая даёт неудовлетворительные ответы при вычислениях.

Теорема запаздывания. Пусть $f(t)$ – оригинал, а $F(p)$ – её изображение. Тогда для каждого $\tau > 0$ образ для функции $f(t-\tau)$ определяется по формуле [1, с. 507]:

$$f(t-\tau) \xrightarrow[\bullet]{\bullet} e^{-p\tau}F(p) \tag{1}$$

Аналогично см.: [2, с. 351; 3, с. 10; 4, с. 182; 5, с. 230; 6, с. 40; 7, с. 33; 8, с. 57–58; 9, с. 11-12].

В Разделе 1 и Приложении 1 представлены семь примеров, которые демонстрируют неудовлетворительные результаты формулы (1). Ошибка в формуле (1) допущена в процессе её вывода. В Разделе 2 проводится анализ допущенной ошибки при доказательстве теоремы запаздывания. Корректировка теоремы запаздывания представлена в Разделе 3. Выведена новая формула вычисления образа для функции $f(t-\tau), \tau > 0$. Проверка корректности новой формулы запаздывания проведена на нескольких примерах, представленных в Приложении 2.

1. О некорректных результатах применения теоремы запаздывания

В данной работе рассматривается задача сравнения результатов с применением теоремы запаздывания (1) и без неё для простейших примеров. Так, например, для элементарных функций e^t и $e^{t-\tau+\tau}$ результаты с применением формулы (1) и в сравнении с табличными образами получаются разные, хотя эти функции тождественно равны $e^t \equiv e^{t-\tau+\tau}$ (см. Приложение 1, Пример 1). Аналогичная ситуация наблюдается и для функции $t-a$: изображение этой функции с применением формулы запаздывания отличается от табличного изображения (см. Приложение 1, Примеры 2 и 5).

Такая же ситуация несоответствия результатов наблюдается для тождества $\sin(t-\pi) \equiv -\sin t$ (см. Приложение 1, Пример 3). Для функции $\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$ образ функции не соответствует табличному образу функции $-\cos t$ $\sin(t-\pi) \equiv -\sin t$ (см. Приложение 1, Пример 4). Изображение для функции $(t-a)^2$, полученное с помощью теоремы запаздывания (1), также отличается от табличного значения для функции $t^2-2at+a^2$ (см. Приложение 1, Пример 6). Для функции-оригинала $\sin(t+2\pi k), \quad k=0,1,2...$ теорема запаздывания (1) даёт бесконечное множество ответов, отличающихся от табличного образа $\sin t \xrightarrow[*]{*} \frac{1}{p^2+1}$ (см. Приложение 1, Пример 7). Множественность решений противоречит теореме единственности и не соответствует табличному образу функции $\sin t$.

Предназначение каждой математической формулы, главным образом в том, чтобы помочь сократить объём проводимых операций, ссылаясь на уже проведённый объём работы в виде формулы. При этом формула, естественно, должна давать один и тот же результат (с применением формулы или без неё).

Однако в данном случае наблюдается неудовлетворительный результат сравнения операций, выполненных с помощью теоремы запаздывания. Формула запаздывания (1) даёт ***некорректные*** результаты для всех без исключения примеров.

2. О некорректном доказательстве теоремы запаздывания

Принято считать, что для функции-оригинала *f(t)* в интеграле Лапласа $\int\limits_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$ должно применяется условие $f(t) \equiv 0, \forall t < 0$ (см. рис.1).

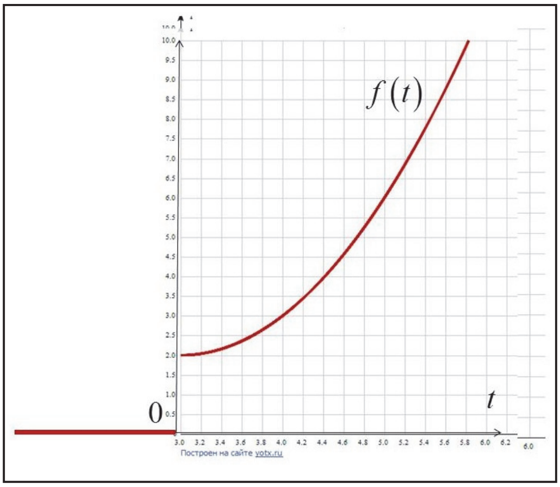

Рис. 1 / Fig. 1. Функция-оригинал / Original function

Источник: составлено авторами

Для функции с запаздывающим аргументом $f(t-\tau)$, $\tau > 0$ в интеграле $\int\limits_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt$ было решено применить аналогичное условие $f(t-\tau) \equiv 0 \quad \forall t < \tau$ (см. рис. 2). Основанием для такого решения стало то, что для интеграла $\int\limits_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt$ функция $f(t-\tau)$ также считается оригиналом, и поэтому применение условия $f(t-\tau) \equiv 0 \quad \forall t < \tau$ считается правомерным.

В этом случае $\int\limits_0^\tau f(t-\tau)e^{-pt}dt = 0, \forall t < \tau$ и интеграл Лапласа для функции $f(t-\tau)$ преобразуется так:

$$\int\limits_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt = \int\limits_0^\tau f(t-\tau)e^{-pt}dt + \int\limits_\tau^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt = \int\limits_\tau^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt \qquad (2)$$

В обоснование такой операции положены и дополнительные рассуждения. Рассмотрим новую переменную $\xi = t - \tau$, и правую часть (2) в этом случае можно преобразовать так:

$$\int_{\tau}^{\infty} f(t-\tau)e^{-pt}dt = e^{-p\tau}\int_{t-\xi}^{0} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi + e^{-p\tau}F(p), \tag{3}$$

где $F(p) = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$

Поскольку $t \geq 0$, то выражение $\int_{t-\tau}^{0} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi$ (3) принято трактовать как «интеграл Лапласа на отрезке отрицательной полуоси $t < 0$, где $f(t) \equiv 0$. Это ошибочная трактовка, поскольку из выражения (2) видно, что искусственно обнуляется функция $f(t - \tau)$ на участке $[0, \tau]$ положительной полуоси $t \geq 0$ (см. рис. 2).

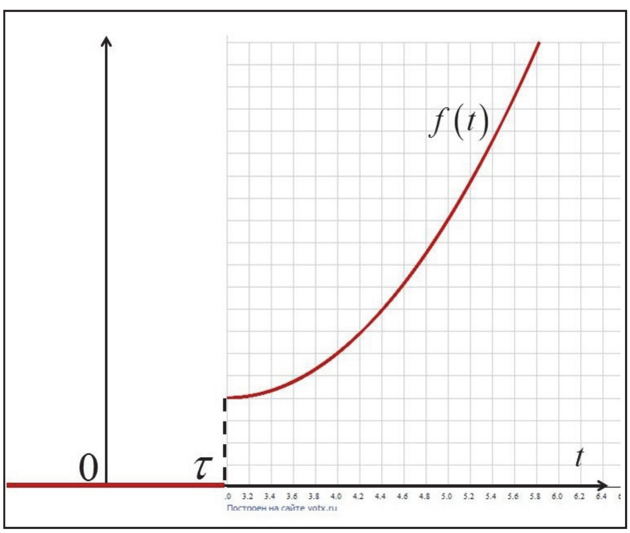

Рис. 2 / Fig. 2. Функция $f(t - \tau)$ / Function $f(t - \tau)$

Источник: составлено авторами

Вывод: Необходимость условия $f(t-\tau) \equiv 0, \forall t < \tau$ для интеграла $\int_{0}^{\tau} f(t-\tau)e^{-pt}dt$ приводит к ошибочной формуле запаздывания (1). Следует отметить, что в литературе наличие условия $f(t-\tau) \equiv 0, \forall t < \tau$ не является обязательным:

«Условие (имеется ввиду условие $\left[f(t) \equiv 0, \forall t < 0\right]$) на первый взгляд кажется искусственным. Однако следует иметь в виду, что операционный метод приспособлен к задачам, приводящим к решению дифференциальных уравнений с данными начальными условиями. В таких задачах вся информация о ходе процесса до момента начала наблюдения, за который можно принять момент $t = 0$, содержится в начальных условиях. Таким образом, условие $\left[f(t) \equiv 0, \forall t < 0 \right]$ физически вполне естественно» [1, с. 494–495].

Аналогичное мнение: «… второе условие определения (имеется в виду $\left[f(t) \equiv 0, \forall t < 0 \right]$) не имеет большого значения для практических задач» [9, с. 5].

3. Коррекция теоремы запаздывания. Теорема запаздывания.

Пусть $f(t)$ – функция-оригинал, $f(t) = 0$ при условии $t < 0$, а $F(p)$ – её изображение по Лапласу, при этом $\operatorname{Re} p > s_0$, где s_0 – показатель роста функции $f(t)$. В этом случае для любого положительного числа $\tau > 0$ изображение функции $f(t - \tau)$ по Лапласу определяется формулой :

$$\int_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt = e^{-p\tau}F(p) + e^{-p\tau}\int_{-\tau}^{0} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi \tag{4}$$

Доказательство. В интеграле Лапласа $\int_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt$ сделаем замену переменных $\xi = t - \tau$. В этом случае

$$\int_0^\infty f(t-\tau)e^{-pt}dt = e^{-p\tau}\int_{-\tau}^{\infty} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi =$$

$$= e^{-p\tau}\left(\int_{-\tau}^{0} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi + \int_0^\infty f(\xi)e^{-p\xi}d\xi\right) = e^{-p\tau}F(p) + e^{-p\tau}\int_{-\tau}^{0} f(\xi)e^{-p\xi}d\xi$$

Здесь $F(p) = \int f(t)e^{-pt}dt$. Теорема доказана.

Заключение

Проведённый анализ показал, что доказательство классической теоремы запаздывания (1) является некорректным. В подобных случаях, когда принимаются «очевидные» условия (искусственное обнуление функции $f(t) \equiv 0$ на участке $t \in [0, \tau]$), необходимо оценивать такое «упрощающее» решение по конечному результату. Этот критерий должен быть главным в процессе вывода формулы: принимать это «упрощение» или нет. В приведённом случае оказалось, что классическая формула запаздывания (1) ни в одном примере не даёт правильного ответа из-за ошибочно принятого условия, что $f(t) \equiv 0, \forall t < \tau$.

Приложение 1. Примеры некорректных результатов в связи с применением общепринятой *теоремы запаздывания*

Пример 1. Пусть оригиналом будет функция $f(t)=e^t$. В этом случае, в соответствии с таблицей [10, с. 235] образом является функция $F(p)=\dfrac{1}{p-1}$. Однако, функцию-оригинал можно представить так: $e^t=e^{t-\tau+\tau},\quad \forall\tau>0$. В этом случае изображение для функции e^t можно получить с помощью формулы запаздывания (1) $e^{\tau}e^{t-\tau}\xrightarrow[\bullet]{\bullet}\dfrac{e^{-(p-1)\tau}}{p-1}\neq\dfrac{1}{p-1}$.

Вывод: табличный образ $e^t\xrightarrow[*]{*}\dfrac{1}{p-1}$ не соответствует образу $\dfrac{e^{-(p-1)\tau}}{p-1}$, полученному в результате применения теоремы запаздывания (1).

Пример 2. Решим обратную задачу: найдём функцию-оригинал для изображения $F(p)=\dfrac{2-p\pi}{p^2}=\dfrac{2}{p^2}-\dfrac{\pi}{p}$. Поскольку $t\xrightarrow[\bullet]{\bullet}\dfrac{1}{p^2}$, $\pi\xrightarrow[\bullet]{\bullet}\dfrac{\pi}{p}$, то для образа $F(p)$ оригиналом является функция $(t-\pi)\xrightarrow[*]{*}\dfrac{2-p\pi}{p^2}$. Изображение для функции $f(t)=t-\pi$ можно получить с помощью формулы запаздывания (1): $\Phi(p)=\int\limits_0^{\infty}(t-\pi)e^{-pt}dt\xrightarrow[*]{*}\dfrac{2e^{-p\tau}}{p^2}\neq\dfrac{2-p\pi}{p^2}$

Вывод: терема запаздывания (1) даёт результат, не соответствующий табличному образу.

Пример 3. Найдём изображение функции $\sin(t-\pi)=-\sin t$, вычисляя непосредственно интегралы Лапласа. Для произвольного параметра $\tau>0$ первообразная для интеграла $\int\sin(t-\tau)e^{-pt}dt$ известна:

$$\int\sin(t-\tau)e^{-pt}dt=-\frac{e^{-pt}}{p^2+1}\Big(\big(\cos(t-\tau)\big)+p\sin(t-\tau)\Big).$$

Таким образом, для функции $\sin(t-\pi)$ получаем табличный результат:

$$\int\limits_0^{\infty}\sin(t-\pi)e^{-pt}dt=\frac{e^{-pt}}{p^2+1}(\cos t+p\sin t)\Bigg|_0^{\infty}=-\frac{1}{p^2+1}\xleftarrow[*]{*}(-\sin t)$$

С другой стороны, $-\sin t = \sin(t-\pi)$ и поэтому можно получить изображение с помощью теоремы запаздывания (1): $\sin(t-\pi) \xrightarrow[*]{*} \frac{e^{-p\pi}}{p^2+1} \neq -\frac{1}{p^2+1}$.

Вывод: применение теоремы запаздывания даёт результат, не соответствующий табличному образу.

Пример 4. Поскольку $\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right) = -\cos t$ и $\cos t \xrightarrow[*]{*} \frac{p}{p^2+1}$, то $\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow[*]{*} -\frac{p}{p^2+1}$. С помощью теоремы запаздывания (1) находим образ функции $\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow[*]{*} \frac{pe^{-\frac{p\pi}{2}}}{p^2+1}$.

Вывод: следовательно, результат не соответствует табличному образу $-\frac{p}{p^2+1}$.

Пример 5. Для произвольного числа a образ линейной функции $f(t-a) = t-a$ легко определить с помощью стандартной таблицы образов в силу линейности оператора Лапласа: $t \xrightarrow[*]{*} \frac{1}{p^2}$, $a \xrightarrow[*]{*} \frac{a}{p}$. Таким образом, $t-a \xrightarrow[*]{*} \frac{1}{p^2} - \frac{a}{p}$. Если использовать теорему запаздывания (1), то $t-a \xrightarrow[*]{*} \frac{e^{-pa}}{p^2} \neq \frac{1-ap}{p^2}$.

Вывод: Применение теоремы запаздывания даёт некорректный результат.

Пример 6. Аналогично находим образ функции $(t-a)^2 = t^2 - 2at + a^2$. В соответствии со свойством линейности $t^2 \xrightarrow[*]{*} \frac{2}{p^3}$, $2at \xrightarrow[*]{*} \frac{2a}{p^2}$, $a^2 \xrightarrow[*]{*} \frac{a^2}{p}$, изображение для неё выглядит так:

$$(t-a)^2 \xrightarrow[*]{*} \frac{2}{p^3} - \frac{2a}{p^2} + \frac{a^2}{p}$$

С другой стороны, в соответствии с теоремой запаздывания (1) изображением функции $(t-a)^2$ является $\frac{2e^{-pa}}{p^3}$.

Вывод: Поскольку $\left(\frac{2}{p^3}-\frac{2a}{p^2}+\frac{a^2}{p}\right)\neq\frac{2e^{-pa}}{p^3}$, то формула запаздывания (1) некорректна.

Пример 7. Для функции-оригинала $f(t)=\sin t$ интеграл Лапласа находится по таблице образов, и этот ответ известен: $\int\limits_0^\infty \sin te^{-pt}dt=\frac{1}{p^2+1}$. Поскольку $\sin t\equiv\sin(t-2\pi k), k=0,1,2,...$, то к выражению $\sin(t-2\pi k)$ можно применить теорему запаздывания: $\int\limits_0^\infty \sin(t-2\pi k)e^{-pt}dt=\frac{e^{-p2\pi k}}{p^2+1}, k=0,1,2...$

Таким образом, функция $\sin(t+2\pi k)$ имеет бесконечное количество образов. Это противоречит теореме единственности образов. Кроме того, ни один из этих ответов не равен табличному образу $\frac{1}{p^2+1}$.

Приложение 2. Проверка корректности новой формулы теоремы

Теперь продемонстрируем, что формула (4) математически корректна и даёт правильные результаты.

Пример 1. Пусть $f(t)=e^t$. В этом случае $e^t \xrightarrow[*]{*} \frac{1}{p-1}$. Поскольку $e^t=e^{t-\tau}e^\tau$, то $e^t \xrightarrow[*]{*} e^\tau\Phi(p)$, где $e^{t-\tau}\xrightarrow[*]{*}\Phi(p)$

Применим формулу (4) для нахождения образа $\Phi(p)$. Поскольку $e^{-p\tau}\int\limits_{-\tau}^0 e^te^{-pt}dt=-\frac{e^{-p\tau}\left(1-e^{p\tau-\tau}\right)}{p-1}=-\frac{\left(e^{-p\tau}-e^{-\tau}\right)}{p-1}$, то

$$\Phi(p)=\int\limits_0^\infty e^{t-\tau}e^{-pt}dt=e^{-p\tau}\int\limits_{-\tau}^0 e^te^{-pt}dt+\frac{e^{-p\tau}}{p-1}=\frac{e^{-\tau}}{p-1}$$

Следовательно, $e^t\xrightarrow[*]{*}e^\tau\Phi=\frac{1}{p-1}$. Полученный результат соответствует табличному значению.

Пример 2. Пусть $f(t) = t$, $t \xrightarrow{\bullet} \frac{1}{p^2}$. В соответствии с формулой (4) получаем изображение функции $t-\pi$:

$$\int_0^{\infty}(t-\pi)e^{-pt}dt = e^{-p\pi}\int_{-\pi}^{0} te^{pt}dt + \frac{e^{-p\pi}}{p^2}$$

Поскольку $e^{-p\pi}\int_{-\pi}^{0} te^{-pt}dt = -\frac{e^{-p\pi}}{p^2} + \frac{1}{p^2}(1-p\pi)$, то

$$\int_0^{\infty}(t-\pi)e^{-pt}dt = e^{-p\pi}\int_{-\pi}^{0} te^{pt}dt + \frac{e^{-p\pi}}{p^2} = \frac{1}{p^2} - \frac{\pi}{p}$$

Вывод: полученный результат совпадает с табличным образом.

Пример 3. Для функции-оригинала $f(t) = \sin t$ изображение можно получить с помощью теоремы запаздывания (4), поскольку $\sin(t-\pi) = -\sin t$. В соответствии с формулой (4) получаем:

$$\int_0^{\infty}\sin(t-\pi)e^{-pt}dt = e^{-p\pi}\int_{-\pi}^{0}\sin te^{-pt}dt + \frac{e^{-p\pi}}{p^2+1}$$

Поскольку $\int \sin te^{-pt}dt = -\frac{1}{p^2+1}(\cos t + p\sin t)e^{-pt}$, то

$$e^{-p\pi}\int_{-\pi}^{0}\sin te^{-pt}dt = -\frac{e^{-p\pi}}{p^2+1}(\cos t + p\sin t)e^{-pt}\Big|_{-\pi}^{0} = -\frac{e^{-p\pi}}{p^2+1} - \frac{1}{p^2+1}.$$

Таким образом, $\int_0^{\infty}\sin(t-\pi)e^{-pt}dt = -\int_0^{\infty}\sin te^{-pt}dt = -\frac{1}{p^2+1}$, что соответствует табличному результату.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
2. Шабунин М. И., Половинкин Е. С., Карлов М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного; 6-е изд., испр. М.: Лаборатория знаний, 2022. 362 с.
3. Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Задачи и примеры с подробными решениями: учебное пособие; изд. 3-е, испр. и доп. М.: Эдиториал УРСС, 2003, 176 с.
4. Эйдерман В. Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления: учебное пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 256 с.

5. Вся высшая математика. Т. 4: учебник / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко, Е. В. Шикин, В. И. Заляпин; изд. 2, испр. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 352 с.
6. Плескунов М. А. Операционное исчисление: учебное пособие. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. 143 с.
7. Корзников А. Д., Королева О. М. Операционное исчисление: учебно-методическое пособие. Минск: БНТУ, 2021. 85 с.
8. Щитов И. Н., Галкина В. Г., Непомнящая Е. Ю. Функции комплексной переменной и операционное исчисление: учебное пособие. СПб.: СПбГИКиТ, 2011. 80 с.
9. Подолян С. В., Юрченко И. В. Высшая математика. Операционное исчисление и его применение: учебно-методическое пособие. Могилёв: УО МГУП, 2009. 56 с.
10. Корн Т., Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 831 с.

REFERENCES

1. Lavrentiev, M. A. & Shabat, B. V. (1973). *Methods of the Theory of Functions of a Complex Variable*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).
2. Shabunin, M. I., Polovinkin, E. S. & Karlov, M. I. (2022). *Collection of problems in the theory of functions of a complex variable*. Moscow: Laboratoriya znaniy publ. (in Russ.).
3. Krasnov, M. L., Kiselev, A. I. & Makarenko, G. I. (2003). *Operational calculus. Stability theory. Problems and examples with detailed solutions*. Moscow: Editorial URSS publ. (in Russ.).
4. Eiderman, V. Ya. (2002). *Fundamentals of the theory of functions of a complex variable and operational calculus*. Moscow: FIZMATLIT publ. (in Russ.).
5. Krasnov, M. L., Kiselev, A. I., Makarenko, G. I., Shikin, E. V. & Zalyapin, V. I. (2005). *All Higher Mathematics. Vol. 4*. Moscow: Editorial URSS publ. (in Russ.).
6. Pleskunov, M. A. (2014). *Operational Calculus*. Yekaterinburg: Ural University Publ. (in Russ.).
7. Korznikov, A. D. & Koroleva, O. M. (2021). *Operational Calculus*. Minsk: Belarusian National Technical University publ. (in Russ.).
8. Shchitov, I. N., Galkina, V. G. & Nepomnyashchaya, E. Yu. (2011). *Functions of a complex variable and operational calculus*. St. Petersburg: Saint-Petersburg State University of Film and Television publ. (in Russ.).
9. Podolyan, S. V. & Yurchenko, I. V. (2009). *Higher Mathematics. Operational calculus and its application*. Mogilev: Mogilev State University of Food Science publ. (in Russ.).
10. Korn, T. & Korn, G. (1977). *Handbook of Mathematics for scientists and engineers*. Moscow: Nauka publ. (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Оникийчук Валерий Николаевич (г. Королев, Московская обл.) – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии Государственного университета просвещения; https://orcid.org/0000-0002-5600-0865; e-mail: valeryonikiychuk@yandex.ru

Оникийчук Игорь Валерьевич (г. Королев, Московская обл.) – инженер-математик, руководитель проектов Группа компаний «Аэрофлот»;
https://orcid.org/0000-0002-2255-8860, e-mail: ionikv@inbox.ru

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Valeriy N. Onikiychuk (Korolev, Moscow region) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Senior Lecturer, Department of Higher Algebra, Mathematical Analysis and Geometry, Federal State University of Education;
https://orcid.org/0000-0002-5600-0865; e-mail: valeryonikiychuk@yandex.ru

Igor V. Onikiychuk (Korolev, Moscow region) – Mathematician Engineer, Project Manager Aeroflot Group of Companies;
https://orcid.org/0000-0002-2255-8860, e-mail: ionikv@inbox.ru