

Научная статья

УДК 53.081.6

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-4-54-85

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНЫХ СЛЕДСТВИЯХ СООТНОШЕНИЙ ПЛАНКОВСКИХ ВЕЛИЧИН

Никоненко К. Л.

Независимый исследователь, г. Москва, Российская Федерация

e-mail: klnikon2013@mail.ru

Поступила в редакцию 12.09.2024

После доработки 19.09.2024

Принята к публикации 23.09.2024

Аннотация

Цель. Поиск варианта LT-системы единиц, максимально согласованной с международной системой единиц SI и подсистемами системы единиц CGS.

Процедура и методы. Проведён анализ соотношений физических величин в международной системе единиц SI, подсистемах CGS и планковской LT-системе единиц. Предложен метод определения значений физических величин по критерию максимальной степени согласованности между рекомендуемыми CODATE значениями констант для определяющих уравнений связи.

Результаты. Получены условно точные значения планковской длины $\ell_P = 1.616255272206877 \cdot 10^{-35} \cdot m$, постоянной тонкой структуры $\alpha = 7.297352564390205 \cdot 10^{-3}$ и ряда других физических констант. Предложен вариант планковской LT-системы (PLT) единиц, и уточнены переводные коэффициенты между электромагнитными величинами SI и CGS.

Теоретическая и практическая значимость заключается в возможности применения PLT-системы единиц и условно точных значений ряда физических констант для расчётных методов и математических моделей физических процессов в различных областях науки и техники.

Ключевые слова: гравитационная постоянная Ньютона, международная СИ, планковская длина, постоянная тонкой структуры, планковская LT-система единиц, система CGS, CODATE

Для цитирования:

Никоненко К. Л. О некоторых возможных следствиях соотношений планковских величин // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2024. № 4. С. 54-85. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2024-4-54-85>

Original research article

ON SOME CONCLUSIONS FROM THE RELATIONS OF PLANCK QUANTITIES

K. Nikonenko

An Independent researcher, Moscow, Russian Federation

e-mail: klnikon2013@mail.ru

Received by the editorial office 12.09.2024

Revised by the author 19.09.2024

Accepted for publication 23.09.2024

Abstract

Aim. Search for a variant of the LT system of units that is maximally consistent with the international SI and the subsystems of the CGS system of units.

Methodology. The analysis of the ratios of physical quantities in the international SI, CGS subsystems and Planck LT systems of units is carried out. A method is proposed for determining the values of physical quantities according to the criterion of the maximum degree of consistency between the recommended CODATE values of constants for defining coupling equations.

Results. Conditionally accurate values of the Planck length are obtained $\ell_p = 1.616255272206877 \cdot 10^{-35} \cdot m$, the fine structure constant $\alpha = 7.297352564390205 \cdot 10^{-3}$, and a number of other physical constants were obtained. A variant of the Planck LT system of units is proposed and the conversion coefficients between the electromagnetic quantities of the analyzed systems of units are clarified.

Research implications. It consists in the possibility of using the PLT system of units and conditionally accurate values of a number of physical constants for computational methods and mathematical models of physical processes in various fields of science and technology.

Keywords: Newtonian constant of gravitation, international SI, Planck length, fine structure constant, Planck LT system of units, CGS system, CODATE

For citation.

Nikonenko, K. L. On some conclusions from the relations of Planck quantities. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 4, pp. 54-85. <https://doi.org/10.18384/2949-5067-2024-4-54-85>

Введение

В астрономии в перечень телесных констант входят солнечный массовый параметр GM_S и геоцентрическая гравитационная константа GM_E [1, p. 296]. Их величины имеют размерность $L^3 \cdot T^{-2}$, что соответствует размерности массы в представлении Джеймса Клерка Максвелла [2, с. 31] и Роберта Людвиговича Бартини [3, с. 253]. Переводным коэффициентом для значения в единицах массы соответствующей системы единиц служит Гравитационная постоянная Ньютона (G_N), т.е. $M_S = GM_S/G_N$ и $M_E = GM_E/G_N$, соответственно. Однако это соотношение на несколько порядков увеличивает стандартную неопределённость объективно наблюдаемых величин. Этот факт явился предпосылкой для поиска варианта LT-системы единиц, максимально

согласованной с международной SI и подсистемами CGS, и метода уточнения ряда физических констант исходя из принципа единства законов физики.

1. Значения планковских величин и основных физических констант в размерности LT

Используя известные уравнения связи физических величин², рассмотрим соотношение планковских констант, выраженных единицами пространственной протяжённости, времени и массы (LTM) в подсистемах семейства CGS (CGS), в единицах пространственной протяжённости, времени, массы и электрического тока (LTMI) международной СИ (SI) и эквивалентных им систем единиц, выраженных только единицами пространственной протяжённости и времени (далее – LT):

LT–SI – адекватной международной системе единиц (SI);

LT–G – адекватной симметричной CGS, или гауссовой системе единиц (CGS–G);

LT–ESU – адекватной электростатической CGS (CGS–ESU);

LT–EMU – адекватной электромагнитной CGS (CGS–EMU);

LT–HL – адекватной единицам Хевисайда-Лоренца (CGS–HL);

LT–B – адекватной единицам кинематической LT-системы Ди Бартини при условии, что квантами протяжённости и длительности во времени являются, соответственно, планковская длина ℓ_P и Планковское время t_P .

Из уравнения связи

$$\ell_P = \sqrt{\frac{G_N \cdot \hbar}{c^3}} \quad (1)$$

следует, что

$$G_N = \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar} \quad (2)$$

Планковская масса определяется уравнением

$$M_P = \sqrt{\frac{\hbar \cdot c}{G_N}} = \frac{\hbar}{c \cdot \ell_P} \quad (3)$$

Тогда Планковская масса в размерности LT независимо от исходной системы единиц:

$$M_P^{LT} = M_P \cdot G_N = \frac{\hbar}{c \cdot \ell_P} \cdot \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar} = \ell_P \cdot c^2, \quad (4)$$

а гравитационная постоянная Ньютона тождественно равна 1:

$$G_N^{LT} = \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar \cdot G_N} = 1 \quad (5)$$

Для выражения масс покоя элементарных частиц (M_{ep}^{rm}) через планковскую массу введём безразмерный показатель, равный отношению массы покоя

² См.: Яворский Б. М., Детлаф А. А., Лебедев А. К. Справочник по физике для инженеров и студентов; 8-е изд. М.: ОНИКС; «Мир и образование», 2006. С. 1004. Далее – Справочник по физике для инженеров и студентов.

элементарной частицы к планковской массе который, соответственно, будет справедлив для любой системы единиц:

$$K_{ep}^{rm} = \frac{M_{ep}^{rm}}{M_P} = \frac{\frac{\hbar}{c \cdot \lambda_{C,ep}}}{\frac{\hbar}{c \cdot \ell_P}} = \frac{\ell_P}{\lambda_{C,ep}}, \quad (6)$$

поскольку

$$K_{ep}^{rm} = \frac{M_{ep}^{rmLT}}{M_P^{LT}} = \frac{M_{ep}^{rmSI}}{M_P^{SI}} = \frac{M_{ep}^{rmCGS}}{M_P^G} = \frac{\ell_P}{\lambda_{C,ep}} = \frac{\ell_P^{SI}}{\lambda_{C,ep}^{SI}} = \frac{\ell_P^{CGS}}{\lambda_{C,ep}^{CGS}}$$

Во всех подсистемах CGS выраженный в основных единицах электрический заряд включает единицу массы в степени $\frac{1}{2}$. Таким образом, переводным коэффициентом для электрического заряда между подсистемами CGS и системами LT является:

$$\sqrt{G_N} = \sqrt{\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar}} \quad (7)$$

Планковский заряд в подсистемах CGS имеет следующие значения

$$\begin{aligned} q_P^{CGS-EMU} &= \sqrt{\hbar/c} = \sqrt{\hbar^{CGS}/c^{CGS}} \\ q_P^{CGS-G} &= q_P^{CGS-ESU} = q_P^{CGS-B} = \sqrt{\hbar \cdot c} = \sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}} \\ q_P^{CGS-HL} &= \sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} = \sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}} \end{aligned}$$

Тогда Планковский заряд в системах LT соответственно равен:

$$\begin{aligned} q_P^{LT-EMU} &= \sqrt{\hbar/c} \cdot \sqrt{G_N} = \sqrt{\hbar/c} \cdot \sqrt{\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar}} = \ell_P \cdot c \\ q_P^{LT-G} &= q_P^{LT-ESU} = q_P^{LT-B} = \sqrt{\hbar \cdot c} \cdot \sqrt{G_N} = \sqrt{\hbar \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar}} = \ell_P \cdot c^2 \\ q_P^{LT-HL} &= \sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \sqrt{G_N} = \sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar}} = \sqrt{4 \cdot \pi} \cdot \ell_P \cdot c^2 \end{aligned}$$

2. О соотношении CGS и SI

В международной SI ампер базовая единица, имеющая тот же статус, что и метр, килограмм и секунда, и взаимосвязь в определении ампера с метром и ньютоном не учитывается, и ампер не рассматривается как размерно эквивалентный какой-либо комбинации других базовых единиц, но, по сути, это та же электромагнитная система, что и CGS – EMU, т.к. соотношение $c^2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_0 = 1$ сохраняется.

Поскольку планковский заряд в SI³

$$q_P^{SI} = \frac{e}{\sqrt{\alpha}} = 1.87554603842(14) \cdot 10^{-18} \cdot A \cdot s,$$

то согласно [6] будет справедливым значение:

$$q_P^{SI} = \sqrt{\frac{\hbar}{c}} \cdot \sqrt{\frac{10^7}{m \cdot kg}} \cdot A \cdot s = 1.8755460382902112 \cdot 10^{-18} \cdot A \cdot s \quad (8)$$

Поскольку это значение находится в границах стандартной неопределённости планковского заряда, рассчитанного согласно рекомендуемого CODATA [4] значения постоянной тонкой структуры α , то согласно (7) допустимо полагать:

$$q_P^{LT-SI} = \sqrt{\frac{\hbar}{c}} \cdot \sqrt{G_N} = \sqrt{\frac{\hbar}{c}} \cdot \sqrt{\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar}} = \ell_P \cdot c \quad (9)$$

Вышеприведённые соотношения позволяют утверждать, что в этом случае исключается аномалия SI для электромагнитных величин. Так, например:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^{SI} &= \frac{e^{SI^2}}{4 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot c^{SI} \cdot \hbar^{SI}} = \frac{q_P^{SI^2}}{4 \cdot \pi \cdot c^{SI} \cdot \hbar^{SI}} = \\ &= \frac{\left(\sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot m \cdot kg}} \cdot A \cdot s \right)^2}{4 \cdot \pi \cdot c^{SI} \cdot \hbar^{SI}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot c^{SI^2}} \cdot \frac{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2}{m \cdot kg} = \\ &= 8.854187817620389 \cdot 10^{-12} \cdot s^4 \cdot A^2 \cdot m^{-3} \cdot kg^{-1} = \\ &= 8.854187817620389 \cdot 10^{-12} \cdot F/m \\ \mu_0^{SI} &= \frac{1}{c^{SI^2}} = \\ &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot c^{SI^2}} \cdot 10^7 \cdot A^2 \cdot s^2 \cdot m^{-1} \cdot kg^{-1} = \\ &= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2} = 1.2566370614359172 N/A^2 \end{aligned}$$

В табл. 1 представлены соотношения планковского заряда (q_P) в различных системах (подсистемах) единиц.

³ См.: Планковские единицы [Электронный ресурс] // Wikipedia : [сайт]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Планковские_единицы (дата обращения: 14.09.2024).

Таблица 1 / Table 1

Соотношение значений планковского заряда (q_p) в различных системах (подсистемах) единиц / The ratio of the values of the Planck charge (q_p) in various systems (subsystems) of units

LT			Переводной коэффициент PLT – CGS	CGS			Переводной коэффициент	SI	
Подсистема	Размерность	Значение		Подсистема	Размерность	Значение		Размерность	Значение
SI							$\sqrt{\frac{10^7 \cdot \hbar^{SI}}{c^{SI} \cdot m \cdot kg}} \cdot \frac{A \cdot s}{\ell_p \cdot c}$		
EMU	$\frac{\ell_p^2}{t_p}$	$\ell_p \cdot c$	$\frac{\sqrt{\hbar^{CGS} / c^{CGS}}}{\ell_p \cdot c}$	EMU	$\frac{1}{cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{\hbar^{CGS} / c^{CGS}}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$		
G		$\ell_p \cdot c^2$	$\frac{\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}{\ell_p \cdot c^2}$	G	$\frac{1}{cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{c^{CGS} \cdot cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$A \cdot s$	$\frac{e}{\sqrt{\alpha}}$
ESU				ESU					
B				B					
HL	$\frac{\ell_p^3}{t_p^2}$	$\frac{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \ell_p \cdot c^2}}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}$	$\frac{\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}{\ell_p \cdot c^2}$	HL	$\frac{cm^{\frac{3}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}{c}$	$\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot c^{CGS} \cdot cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}}$		

Источник: по данным [5, р. 779, 781] и [6], обобщённым автором

SI и каждая из подсистем семейства CGS является самодостаточной с точки зрения интерпретации уравнений связи и вычислительных возможностей. Но каждая ли из них может быть базой для натуральной планковской LT-системы (PLT) единиц?

Согласно вышеизложенному и данным [5, р. 779, 781] и [6] сформирована табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

Значения основных констант и согласующих коэффициентов в подсистемах единиц LT / The values of the basic constants and matching coefficients in the subsystems of the LT units

Наименование	Обозн.	Значение					
		SI	EMU	G	ESU	B	HL
Планковская длина	ℓ_P	ℓ_P					
Планковское время	t_P	t_P					
Скорость света	c	ℓ_P/t_P					
Постоянная Дирака (приведённая постоянная Планка)	$\hbar$	$\ell_P^2 \cdot c^3$					
Постоянная Планка	h	$2 \cdot \pi \cdot \ell_P^2 \cdot c^3$					
Гравитационная постоянная Ньютона	G_N	1					
Планковская масса	M_P	$\ell_P \cdot c^2$					
Масса покоя элементарной частицы	M_{ep}	$K_{ep}^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^2$					
Планковский заряд	q_P	$\ell_P \cdot c$		$\ell_P \cdot c^2$		$\sqrt{4 \cdot \pi} \cdot \ell_P \cdot c^2$	
Элементарный заряд	e	$\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P \cdot c$		$\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P \cdot c^2$		$\sqrt{\alpha \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \ell_P \cdot c^2$	
Постоянная Кулона (коэффициент пропорциональности в законе Кулона)	k_C, k_1	c^2		1		$\frac{1}{4 \cdot \pi}$	
Электрическая постоянная	ε_0	$\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot c^2}$		$\frac{1}{c^2}$		1	
Постоянная магнитной силы из закона Био-Савара (коэффициент пропорциональности в законе силы Ампера)	k_A, k_2	1		$\frac{1}{c^2}$		$\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot c^2}$	
Магнитная постоянная	μ_0	$4 \cdot \pi$	1	1	$\frac{1}{c^2}$	1	
Согласующий коэффициент в уравнении связи для магнитной индукции	a	1		c	1		c
Согласующий коэффициент в законе индукции Фарадея ($k_3 = a^{-1}$)	k_3	1		$\frac{1}{c}$	1		$\frac{1}{c}$

Окончание таблицы 2

Наименование	Обозн.	Значение					
		SI	EMU	G	ESU	B	HL
Константы пропорциональности для электромагнитных уравнений в среде	λ	1	$4 \cdot \pi$				1
	$\hat{\lambda}$	1	$4 \cdot \pi$				1

постоянных и коэффициентов в уравнениях связи законов электромагнетизма. Соответственно различны и электромагнитные величины для каждой из этих подсистем единиц. И это связано прежде всего с соображениями удобства представления расчётов и результатов исследования. Однако важно отметить, что согласно [3, с. 253] электрический заряд имеет в системе LT размерность $L^3 \cdot T^{-2}$, кроме того, именно эта размерность электрических зарядов вытекает из электростатической, симметричной (Гауссовой) и Хевисайда-Лоренца подсистем единиц, ещё не полностью вытесненных международной SI из физики, особенно из её разделов, связанных с физикой элементарных частиц. К тому же одинаковые размерности массы и электрического заряда упрощают их соотношение в ряде физических констант, что склоняет чашу весов к электростатической подсистеме. В дальнейшем изложении будем полагать планковской LT-системой (PLT) единиц именно LT – ESU, базовыми размерными единицами которой являются планковская длина и планковское время.

Важно, что для подсистем единиц, приведённых в табл. 2 вид уравнений поля электрического смещения D и напряжённости магнитного поля H, макроскопические формы уравнений Максвелла и уравнения силы Лоренца в зависимости от значений ϵ_0 , μ_0 и констант рационализации, приведённых в табл. 2, полностью соответствуют [5, р. 781].

Учитывая (7), определим значение поправочного коэффициента электрического заряда $K_{\Delta e}$ для переводных коэффициентов между электромагнитными величинами SI и других систем (подсистем) единиц, рассматриваемых в данной работе:

$$K_{\Delta e} = \frac{q_P^{LT-SI} / \sqrt{G_N}}{\left(\frac{e^{SI}}{\sqrt{\alpha}}\right)} = \frac{\sqrt{\frac{\hbar^{SI}}{c^{SI}}} \cdot \sqrt{\frac{10^7}{m \cdot kg}} \cdot A \cdot s}{\frac{e^{SI}}{\sqrt{\alpha}}} = 0.999999999931(75) \quad (10)$$

Необходимо отметить, что для значений, рекомендованных CODATE предыдущей версии (2018 года), рассчитанное по формуле (10) значение этого коэффициента $K_{\Delta e} = 1.000000000274(74)$.

Согласно работе [7], измеренные в период 2006–2017 годов значения таких базовых констант, как постоянная Планка (h), элементарный заряд (e), постоянная тонкой структуры (α), имеют соответствующую стандартную

неопределённость ($u(h)$, $u(e)$, $u(\alpha)$). Суммарная стандартная неопределённость рассчитывается по формуле⁴:

$$u(K_{\Delta e}) = \sqrt{\left(\frac{dK_{\Delta e}}{dh} \cdot u(h)\right)^2 + \left(\frac{dK_{\Delta e}}{de} \cdot u(e)\right)^2 + \left(\frac{dK_{\Delta e}}{d\alpha} \cdot u(\alpha)\right)^2}$$

относительная стандартная неопределённость – по формуле:

$$\delta(K_{\Delta e}) = \frac{u(K_{\Delta e})}{K_{\Delta e}}$$

Расчёты по исходным данным [7] дают значение $K_{\Delta e} = 1$ со следующими значениями относительной стандартной неопределённости:

$$\delta(K_{\Delta e})_{2006} = 3.4 \cdot 10^{-7} \text{ – по данным 2006 года,}$$

$$\delta(K_{\Delta e})_{2010} = 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ – по данным 2010 года,}$$

$$\delta(K_{\Delta e})_{2014} = 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ – по данным 2014 года,}$$

$$\delta(K_{\Delta e})_{2017} = 1.7 \cdot 10^{-8} \text{ по данным 2017 года,}$$

то есть асимптотически приближаются к тождественной 1, что допускает эквивалентность систем единиц SI и семейства подсистем системы единиц CGS.

К сожалению, по измеренным значениям основных физических констант, на основе которых сформированы международные рекомендованные CODATA значения на 2022 год, публикаций пока нет.

В табл. 3 приведены соотношения значений планковского заряда в системах LT, SI и подсистемах CGS.

⁴ ГОСТ Р 34100.3–2017. Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения. М.: Стандартинформ, 2018. С. 18.

Таблица 3 / Table 3

Соотношения значений планковского заряда PLT, подсистем CGS и SI /
Ratios of Planck charge values of PLT, CGS subsystems and SI

PLT		Переводной коэффициент PLT – CGS	CGS			Переводной коэффициент	SI	
Размерность	Значение		Подсистема	Размерность	Значение		Размерность	Значение
$\ell_P^3 \cdot t_P^{-2}$	$\ell_P \cdot c^2$					$\sqrt{\frac{10^7 \cdot \hbar^{SI}}{c^{SI} \cdot m \cdot kg}} \cdot \frac{A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot \ell_P \cdot c^2}$	$A \cdot s$	$\frac{e}{\sqrt{\alpha}}$
		$\frac{\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}{\ell_P \cdot c^2}$	EMU	$\frac{1}{cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{\hbar^{CGS} / c^{CGS}}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot \sqrt{cm \cdot gm}}$		
		$\frac{\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}{\ell_P \cdot c^2}$	G	$\frac{1}{cm^{\frac{1}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{\hbar^{CGS} \cdot c^C}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot c^{CGS} \cdot \sqrt{cm \cdot gm}}$		
			ESU					
		$\frac{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar^{CGS} \cdot c^{CGS}}}{\ell_P \cdot c^2}$	B	$\frac{1}{cm^{\frac{3}{2}} \cdot gm^{\frac{1}{2}}}$	$\sqrt{4 \cdot \pi \cdot \hbar^{CGS} \cdot c^C}$	$\frac{10 \cdot A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot \sqrt{4 \cdot \pi \cdot c^{CGS} \cdot \sqrt{cm \cdot gm}}}$		
	HL							

Источник: по данным автора

Таким образом, посредством поправочного коэффициента электрического заряда в пересчёте на 1 ампер согласуются любые электромагнитные единицы LT и подсистем CGS с международной SI.

3. Роль скорости света в значениях физических констант

Рассмотрим с позиции PLT и значений, приведённых табл. 2, уравнения связи для констант, имеющих размерность пространственной протяжённости, например:

– постоянной Ридберга:

$$R_{\infty} = \frac{M_e^{PLT} \cdot (e^{PLT})^4}{4 \cdot \pi \cdot c \cdot \hbar^3} = \frac{K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^2 (\alpha^{\frac{1}{2}} \cdot \ell_P \cdot c^2)^4}{4 \cdot \pi \cdot c \cdot (\ell_P^2 \cdot c^3)^3} = \frac{\alpha^2 \cdot K_e^{rm}}{4 \cdot \pi \cdot \ell_P} \tag{11};$$

– томсоновского сечения рассеяния фотонов свободными электронами:

$$\sigma_T = \frac{8 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{(e^{PLT})^2}{M_e^{PLT} \cdot c^2} = \frac{8 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{(\alpha^{\frac{1}{2}} \cdot \ell_P \cdot c^2)^2}{K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^2 \cdot c^2} = \frac{8 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot \ell_P}{3 \cdot K_e^{rm}} \tag{12};$$

– боровского радиуса:

$$a_0 = \frac{\hbar^{PLT^2}}{M_e^{PLT} \cdot (e^{PLT})^2} = \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^2 (\alpha^{\frac{1}{2}} \cdot \ell_P \cdot c^2)^2} = \frac{\ell_P}{K_e^{rm} \cdot \alpha} \tag{13}.$$

Эти константы инвариантны к скорости света, то есть даже при условии справедливости концепции переменной скорости света [8, р. 2032-2033] их значение будет неизменным.

По этой же причине действующие на сегодняшний день метрологические эталоны не позволят обнаружить изменение скорости света в вакууме, даже если оно реально происходит.

Пусть скорость света изменилась в k раз.

Поскольку постоянная Ридберга согласно (10) не зависит от скорости света, длина волны для частоты перехода сверхтонкого расщепления Cs 133 не изменится, но частота $\Delta \nu_{Cz} = \dot{c} / \lambda_{\nu_{Cz}}$ будет в k раз выше. То есть 1 секунда будет определена согласно известной формуле⁵:

$$1 \text{ s} = \frac{9192631770}{\Delta \nu_{Cz}} = \frac{s}{k}$$

Длина в один метр будет определена как⁶:

$$\dot{m} = \left(\frac{\dot{c}}{299792458} \right) \cdot \dot{s} = \left(\frac{c \cdot k}{299792458} \right) \cdot \frac{s}{k}$$

т. е. $\dot{m} = m$.

Поскольку

$$\frac{\dot{h}}{h} = \frac{h^{PLT}}{h^{PLT}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \ell_p^2 \cdot \dot{c}^3}{2 \cdot \pi \cdot \ell_p^2 \cdot c^3} = k^3$$

Масса в один kg будет определена по формуле для эталона⁷:

$$\dot{kg} = \left(\frac{\dot{h}}{6.62607015 \cdot 10^{-34}} \right) \cdot \dot{m}^{-2} \cdot \dot{s} = \left(\frac{h \cdot k^3}{6.62607015 \cdot 10^{-34}} \right) \cdot m^{-2} \cdot \frac{s}{k}$$

Соответственно ($1 \cdot \dot{kg} = k^2 \cdot kg$).

Поскольку

$$\frac{\dot{e}}{e} = \frac{e^{PLT}}{e^{PLT}} = \frac{\alpha^{1/2} \cdot \ell_p \cdot \dot{c}^2}{\alpha^{1/2} \cdot \ell_p \cdot c^2} = k^2$$

Ток в 1 А будет определён согласно⁸:

$$\dot{A} = \left(\frac{\dot{e}}{1.602176634 \cdot 10^{-19}} \right) \cdot \dot{s}^{-1} = \frac{k^2 \cdot e}{1.602176634 \cdot 10^{-19}} \cdot \frac{k}{s} = A \cdot k^3$$

Таким образом, изменятся все определяющие константы и единицы измерений кроме единиц длины. Но с точки зрения метрологии все эти величины останутся неизменными, как и уравнения связи законов физики.

Изменяются частоты взаимодействий при сохранении спектральных полос, изменяются энергии взаимодействий, но главное – сохранятся отношения

⁵ См.: Международная система единиц (SI); 9-е изд. М.: Росстандарт, 2019. С. 14. Далее – Международная система единиц (SI).

⁶ Международная система единиц (SI). С. 15.

⁷ Там же.

⁸ Международная система единиц (SI). С. 16

зарядов и масс элементарных частиц, и уравнения связи продолжают работать, а поскольку порядок определения единиц длины, времени, массы и тока не изменится – эти изменения с точки зрения пользователя останутся незамеченными.

Так, например, не изменятся в единицах SI значения безразмерных в системе PLT величин:

- гравитационной постоянной:

$$G_N = \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar} = \frac{\ell_P^2 \cdot k^3 \cdot c^3}{k^3 \cdot \hbar} = \frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{\hbar};$$

- электрической постоянной вакуума:

$$\epsilon_0^{SI} = \frac{e^{SI^2}}{4 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot c^{SI} \cdot \hbar^{SI}} = \frac{k^4 \cdot e^{SI^2}}{4 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot k \cdot c^{SI} \cdot k^3 \cdot \hbar^{SI}} = \frac{e^{SI^2}}{4 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot c^{SI} \cdot \hbar^{SI}};$$

- отношение заряда электрона к массе:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{e \cdot k^2}{m_e \cdot k^2} = \frac{e}{m_e}.$$

Таким образом, было бы целесообразно полагать, что основными базовыми размерными константами являются планковская длина и скорость света в вакууме.

4. О возможности уточнения значения планковской длины и постоянной тонкой структуры

Пожалуй, единственным серьёзным препятствием для практического использования системы PLT является низкая точность определения планковской длины, ограниченная экспериментально установленной точностью значения гравитационной постоянной Ньютона G_N .

Последние экспериментальные определения G_N дают расхождение до 0,05% её значения [9]. Это свидетельствует о том, что в различных существующих методах могут быть необнаруженные систематические ошибки. В работе [10] проведён анализ 78 источников, и предложена новая процедура достижения консенсуса в определении значения G_N , однако результат находится в том же диапазоне расхождений. Кроме того, на данных, полученных с 1985 по 1996 г. в работе [11] достоверно выявлены ритмические изменения результатов измерений G_N . Таким образом, как полагают авторы этой статьи: «Разумно предположить, что этот анализ выявляет не изменение величины физической константы – гравитационной постоянной, а действие каких-то неучитываемых исследователями факторов, прямо или косвенно влияющих на результаты измерений», т. е. экспериментальные методы определения этой константы для уточнения значения планковской длины на современном этапе являются малоперспективными.

Как уже отмечалось, согласно [7, р. 6–7] измеренные значения основных констант и целый ряд производных констант представлены в рекомендациях CODATE как точные на основе латентно-семантического анализа (LSA) по критерию максимальной степени согласованности между константами для определяющих уравнений связи.

Следуя этой логике в [12] предложен альтернативный подход к определению планковской длины. Его суть заключается в создании массива значений (квазиизмерений) планковских длин с использованием уравнений связи⁹ и рекомендуемых CODATA [4] значений физических констант, определённых как точные или с существенно большей точностью, чем G_N , с учётом границ стандартной неопределённости этих значений. Поиск значения планковской длины осуществляется путём обработки полученных значений в соответствии с порядком оценки стандартной неопределённости типа A¹⁰ в совокупности с рекурсивным алгоритмом проводимых вычислений. При этом задача поиска значения планковской длины ℓ_P сводится к n циклам рекурсивных вычислений планковской длины и величины её стандартной неопределённости в каждом цикле $u(\ell_{Pn})$ до достижения минимальной взвешенной разности значений стандартных неопределённостей, рассчитанных в предшествующем и последующем циклах. При этом минимальное значение Δu_n является критерием максимальной степени согласованности полученного результата посредством уравнений связи со значениями констант, использованных при создании массива обрабатываемых значений:

$$\Delta u_n = \min_n \left| \frac{u(\ell_{P(n-1)}) - u(\ell_{Pn})}{u(\ell_{P(n-1)})} \right| \quad (14)$$

Аналогичным способом уточнено значения постоянной тонкой структуры.

Результаты, полученные в [12], основаны на рекомендованных CODATA значениях по состоянию на 2018 год. В данной работе предлагается расчёт, основанный на последних (2022 год) рекомендованных CODATA значениях. Все расчёты, результаты которых приведены в этой статье, производились с использованием приложения Mathcad-19 с его максимальной точностью.

5. Первый этап расчёта значения планковской длины

На первом этапе расчёта планковской длины, используя значения массы и сокращённой комптоновской длины волны для электрона, мюона, протона и нейтрона, а также планковской массы и планковской длины согласно [4] и в соответствии с уравнением (6) для каждого из n циклов рекурсивных вычислений формируется массив из L значений (квазиизмерений) планковской длины.

Для первого цикла ($n = 1$):

$$\ell_{Pn_{i=1...3}} = \ell_{P0_k} \quad \text{и} \quad \ell_{Pn_{i=4...L}} = \frac{M_{ak} \cdot \overline{\lambda}_{C_{ak}}}{M_{Pk}},$$

где ℓ_{P0_k} и M_{Pk} – рекомендуемые CODATE значения планковской длины и планковской массы.

⁹ См.: Справочник по физике для инженеров и студентов. С. 452, 489, 722, 950, 776, 778, 796.

¹⁰ ГОСТ Р 34100.3–2017. Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения. М.: Стандартинформ, 2018. С. 10–11.

Для последующих циклов рекурсивных вычислений ($n \geq 2$) соответственно:

$$\ell_{Pni=1\dots 3} = \ell_{P(n-1)_k} \quad \text{и}$$

$$\ell_{Pni=4\dots L} = \frac{M_{ak} \cdot \bar{\lambda}_{Cak}}{\hbar \cdot c \cdot \ell_{P(n-1)_k}} = \frac{M_{ak} \cdot \bar{\lambda}_{Cak} \cdot c}{\hbar} \cdot \ell_{P(n-1)_k},$$

где a – индекс элементарной частицы ($a=1\dots 4$, соответственно электрона, мюона, протона и нейтрона, так как для этих элементарных частиц наиболее точно определены значения массы и сокращённой комптоновской длины волны).

k – индексы значений, рекомендуемых [4], при $k=1$ – без учёта стандартной неопределённости ($A_1 = A$), при $k=2$ – на верхней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A + u(A)$), при $k=3$ – на нижней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A - u(A)$). То есть $k = 1 \dots b$, где $b=3$.

$L = a(b^3) + b = 111$ – число значений массива, соответственно индекс $i = 1 \dots L$

Сформированный в каждом цикле массив был обработан в соответствии с порядком оценки стандартной неопределённости типа A^{11} :

$$\ell_{Pcp} = \sum_{i=1}^L \frac{\ell_{Pi}}{L} \quad (15)$$

$$u(\ell_{Pcp}) = \sqrt{\sum_{i=1}^L \frac{(\ell_{Pi} - \ell_{Pcp})^2}{L \cdot (L-1)}} \quad (16)$$

Соответствующая рекурсивная функция принимает вид:

$$\ell_{Pn}, \Delta u_n = \begin{cases} \ell_{Pni=1\dots 3} = \ell_{P(n-1)_k}, \quad \ell_{Pni=4\dots L} = \frac{M_{ak} \cdot \bar{\lambda}_{Cak}}{M_{Pk}} & n = 1 \\ \ell_{Pni=1\dots 3} = \ell_{P(n-1)_k}, & n \geq 2 \\ \ell_{Pni=4\dots L} = \frac{M_{ak} \cdot \bar{\lambda}_{Cak} \cdot c}{\hbar} \cdot \ell_{P(n-1)_k} \\ \ell_{Pn} = \sum_{i=1}^L \frac{\ell_{Pni}}{L}, \quad u(\ell_{Pn}) = \sqrt{\sum_{i=1}^L \frac{(\ell_{Pni} - \ell_{Pn})^2}{L \cdot (L-1)}}, \\ \Delta u_n = \left| \frac{u(\ell_{P(n-1)}) - u(\ell_{Pn})}{u(\ell_{P(n-1)})} \right| \end{cases}$$

Критерий ограничения рекурсивных циклов – достижение минимальной взвешенной разности Δu_n согласно (14).

¹¹ См.: ГОСТ Р 34100.3–2017. Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения. М.: Стандартиформ, 2018. С. 10–11.

На рис. 1 представлен график дискретной функции Δu_n :

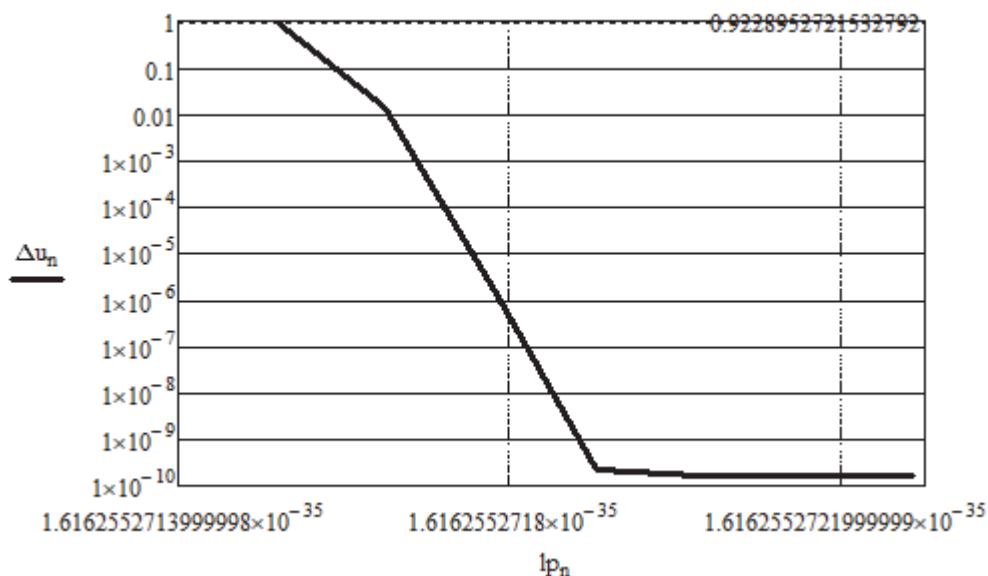


Рис. 1 / Fig. 1. График дискретной функции Δu_n для первого этапа расчёта ℓ_{p_n} , m /
The graph of the discrete function Δu_n for the first stage of calculation ℓ_{p_n} , m

Источник: по данным автора

В нашем случае минимальное значение $\Delta u_n = 1.570 \cdot 10^{-10}$ достигается при $n=6$, при этом исходное значение для дальнейших расчётов соответственно $\ell_{p_6} = 1.6162552721582595 \cdot 10^{-35} \cdot m$ и $u(\ell_{p_6}) = 1.3687373825143279 \cdot 10^{-41} \cdot m$.

6. Расчёт значения постоянной тонкой структуры

Для организации рекурсивных вычислений уточнённого значения постоянной тонкой структуры (α) использованы определяющие уравнения связи, в которых возможно связать вычисляемое в n -м цикле значение со значением α , рассчитанным в предыдущем $n-1$ цикле. Для максимальной степени согласованности между константами через эти уравнения, использованы значения констант, рекомендованные CODATE как точные или с минимальной стандартной неопределённостью. В нижеприведённых уравнениях k – индексы значений, рекомендуемых CODATE [4], при $k=1$ – без учёта стандартной неопределённости ($A_1 = A$), при $k=2$ – на верхней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A + u(A)$), при $k=3$ – на нижней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A - u(A)$). То есть $k = 1 \dots b$, где $b=3$.

Для формирования массива квазиизмерений использованы следующие уравнения, включающие константы:

– характеристического сопротивления вакуума (Z_0) и вакуумной магнитной проницаемости (μ_0)

$$\alpha_{n_{i=1...b^3}} = \alpha_{(n-1)_k}^2 \cdot \frac{\mu_{0k} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \hbar \cdot c}{e^2 \cdot Z_{0k}^2} \quad (17);$$

– постоянной Ридберга (R_∞) и приведённой комптоновской длина волны электрона ($\overline{\lambda_{C,e}}$)

$$\alpha_{n_{i=b^3+1...2 \cdot b^3}} = \frac{R_{\infty k} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \overline{\lambda_{C,e_k}}}{\alpha_{(n-1)_k}} \quad (18);$$

– постоянной фон Клитцинга (R_K)

$$\alpha_{n_{i=2 \cdot b^3+1...2 \cdot b^3+b}} = \alpha_{(n-1)_k} \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \hbar}{R_K \cdot e^2}} \quad (19);$$

– кванта проводимости (G_0)

$$\alpha_{n_{i=2 \cdot b^3+b+1...2 \cdot b^3+2 \cdot b}} = \alpha_{(n-1)_k} \cdot \frac{e^2}{G_0 \cdot \pi \cdot \hbar} \quad (20);$$

– кванта магнитного потока (Φ_0)

$$\alpha_{n_{i=2 \cdot b^3+2 \cdot b+1...2 \cdot b^3+3 \cdot b}} = \alpha_{(n-1)_k} \cdot \frac{\pi \cdot \hbar}{\Phi_0 \cdot e} \quad (21);$$

– радиуса Бора (a_0) и приведённой комптоновской длины волны электрона ($\overline{\lambda_{C,e}}$)

$$\alpha_{n_{i=2 \cdot b^3+3 \cdot b+1...3 \cdot b^3+3 \cdot b}} = \frac{\overline{\lambda_{C,e_k}}^2}{a_{0k}^2 \cdot \alpha_{(n-1)_k}} \quad (22);$$

– постоянной Ридберга, умноженной на $\hbar c$ (R_y) и приведённой комптоновской длины волны электрона ($\overline{\lambda_{C,e}}$)

$$\alpha_{n_{i=3 \cdot b^3+3 \cdot b+1...4 \cdot b^3+3 \cdot b}} = \frac{2 \cdot R_{y_k} \cdot \overline{\lambda_{C,e_k}}}{c \cdot \hbar \cdot \alpha_{(n-1)_k}} \quad (23);$$

– энергии Хартри (E_h) и массы электрона (M_e)

$$\alpha_{n_{i=4 \cdot b^3+3 \cdot b+1...5 \cdot b^3+3 \cdot b}} = \frac{E_{h_k}}{\alpha_{(n-1)_k} \cdot M_{e_k} \cdot c^2} \quad (24);$$

– постоянной тонкой структуры (α) в значениях предыдущего цикла

$$\alpha_{n_{i=5 \cdot b^3+3 \cdot b+1...5 \cdot b^3+4 \cdot b}} = \alpha_{(n-1)_k} \quad (25).$$

При этом общее количество квазиизмерений $L = 5 \cdot b^3 + 4 \cdot b = 147$, соответственно индекс $i = 1 \dots L$

Совокупность уравнений (17) – (25) запишем выражением:

$$\alpha_{ni} = F(\alpha_{k(n-1)})$$

Тогда рекурсивная функция принимает вид:

$$\alpha_n, \Delta u_n = \begin{cases} \alpha_{ni} = F(\alpha_{k(n-1)}), & n \geq 1 \\ \alpha_n = \sum_{i=1}^L \frac{\alpha_{ni}}{L}, \quad u(\alpha_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^L \frac{(\alpha_{ni} - \alpha_n)^2}{L \cdot (L-1)}}, \\ \Delta u_n = \left| \frac{u(\alpha_{(n-1)}) - u(\alpha_n)}{u(\alpha_{(n-1)})} \right| \end{cases}$$

Критерием для ограничения циклов также являлось достижение минимального значения Δu_n , согласно (14).

На рис. 2 представлен график дискретной функции Δu_n .

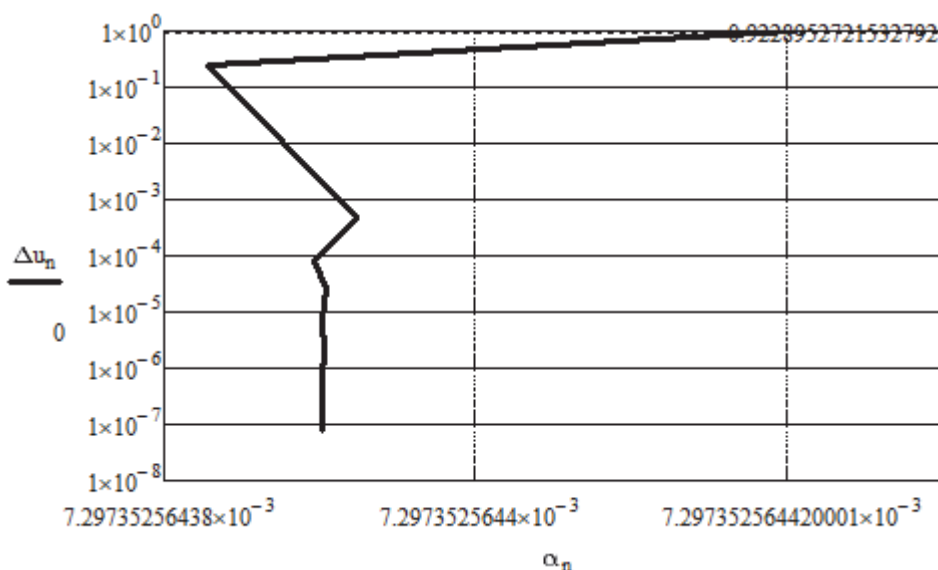


Рис. 2 / Fig. 2 График дискретной функции Δu_n для расчёта α /
The graph of the discrete function Δu_n for calculating α

Источник: по данным автора

В нашем случае минимальное значение $\Delta u_n = 7.648 \cdot 10^{-8}$ достигается при $n=10$, при этом: $\alpha_{\text{расч}} = 7.297352564390205 \cdot 10^{-3}$. Это значение $\alpha_{\text{расч}}$ как медианное и максимально согласованное с рекомендованными CODATE [4] значениями других физических констант для дальнейших расчётов будем полагать условно точным.

7. Второй этап расчёта значения планковской длины

На втором этапе рекурсивных вычислений для максимальной степени согласованности между константами через определяющие уравнения связи были использованы уравнения (1) и (2), причём для уравнения (2) вспомогательное значение постоянной Дирака выражено через константы, значения которых определены согласно [4] как точные или с минимальной стандартной неопределённостью, и постоянную тонкой структуры в значении $\alpha_{\text{расч}}$:

$$\ell_{Pn_i} = \sqrt{\frac{G_{N\text{всп}} \cdot \hbar}{c^3}} = \sqrt{\frac{(\ell_{Pn-1})_k^2 \cdot c^3}{\hbar_{\text{всп}K}} \cdot \hbar} = (\ell_{Pn-1})_k \cdot \sqrt{\frac{\hbar}{\hbar_{\text{всп}j}}}$$

В нижеприведённых уравнениях k – индексы значений, рекомендуемых CODATE [4], при $k = 1$ – без учёта стандартной неопределённости ($A_1 = A$), при $k = 2$ – на верхней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A + u(A)$), при $k = 3$ – на нижней границе стандартной неопределённости ($A_2 = A - u(A)$). То есть $k = 1 \dots b$, где $b=3$.

Расчёт вспомогательных значений постоянной Дирака осуществлялся с использованием:

- постоянной Ридберга (R_∞) и постоянной Ридберга, умноженной на $\hbar c$ (R_y)

$$\hbar_{\text{всп}j=1\dots b^2} = \frac{R_{y_k}}{R_{\infty k} \cdot c \cdot 2 \cdot \pi} \quad (26);$$

- постоянной Ридберга (R_∞) и энергии Хартри (E_h)

$$\hbar_{\text{всп}j=b^2+1\dots 2 \cdot b^2} = \frac{E_{h_k}}{R_{\infty k} \cdot c \cdot 4 \cdot \pi} \quad (27);$$

- постоянной фон Клитцинга (R_K)

$$\hbar_{\text{всп}j=2 \cdot b^2+1} = \frac{R_K \cdot e^2}{2 \cdot \pi} \quad (28);$$

- кванта проводимости (G_0)

$$\hbar_{\text{всп}j=2 \cdot b^2+2} = \frac{2 \cdot e^2}{G_0 \cdot 2 \cdot \pi} \quad (29);$$

- кванта магнитного потока (Φ_0)

$$\hbar_{\text{всп}j=2 \cdot b^2+3} = \frac{\Phi_0 \cdot e}{\pi} \quad (30);$$

- характеристического сопротивления вакуума (Z_0), вакуумной магнитной проницаемости (μ_0) и постоянной тонкой структуры (α)

$$\hbar_{\text{всп}j=2 \cdot b^2+4\dots b^3+2 \cdot b^2+3} = \frac{e^2 \cdot Z_{0k}^2}{\mu_{0k} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \alpha_k \cdot c} \quad (31);$$

- магнетона Бора (μ_B) и массы электрона (M_e)

$$\hbar_{\text{всп}j=b^3+2 \cdot b^2+4\dots b^3+3 \cdot b^2+3} = \frac{\mu_{Bk} \cdot 2 \cdot M_{ek}}{e} \quad (32);$$

- боровского радиуса (a_0), массы электрона (M_e) и постоянной тонкой структуры (α)

$$\hbar_{\text{всп}j=b^3+3 \cdot b^2+4\dots 2 \cdot b^3+3 \cdot b^2+3} = a_{0k} \cdot M_{ek} \cdot \alpha_k \quad (33);$$

– постоянной Дирака ($\hbar$)

$$\hbar_{\text{всп } j=2 \cdot b^3 + 3 \cdot b^2 + 4} = \hbar \quad (34).$$

При этом количество вариантов $\hbar_{\text{всп } j}$ $K = 2 \cdot b^3 + 3 \cdot b^2 + 4 = 85$, соответственно индекс $j = 1 \dots K$, а общее количество квазиизмерений планковской длины в каждом цикле рекурсивных вычислений $L = b \cdot K = 255$, соответственно индекс $i = 1 \dots L$.

Для второго этапа расчёта значения планковской длины значения $\ell_{P_0} = \ell_{P_6}$ первого этапа и $u(\ell_{P_0}) = u(\ell_{P_6})$ первого этапа.

Рекурсивная функция принимает вид:

$$\ell_{Pn}, \Delta u_n = \begin{cases} \ell_{Pni} = (\ell_{Pn-1})_k \cdot \sqrt{\frac{\hbar}{\hbar_{\text{всп } j}}}, & n \geq 1 \\ \ell_{Pn} = \sum_{i=1}^L \frac{\ell_{Pni}}{L}, \quad u(\ell_{Pn}) = \sqrt{\sum_{i=1}^L \frac{(\ell_{Pni} - \ell_{Pn})^2}{L \cdot (L-1)}}, \\ \Delta u_n = \left| \frac{u(\ell_{P(n-1)}) - u(\ell_{Pn})}{u(\ell_{P(n-1)})} \right| \end{cases}$$

Критерием для ограничения циклов также являлось достижение минимального значения Δu_n согласно (14). На рис. 3 представлен график дискретной функции Δu_n .

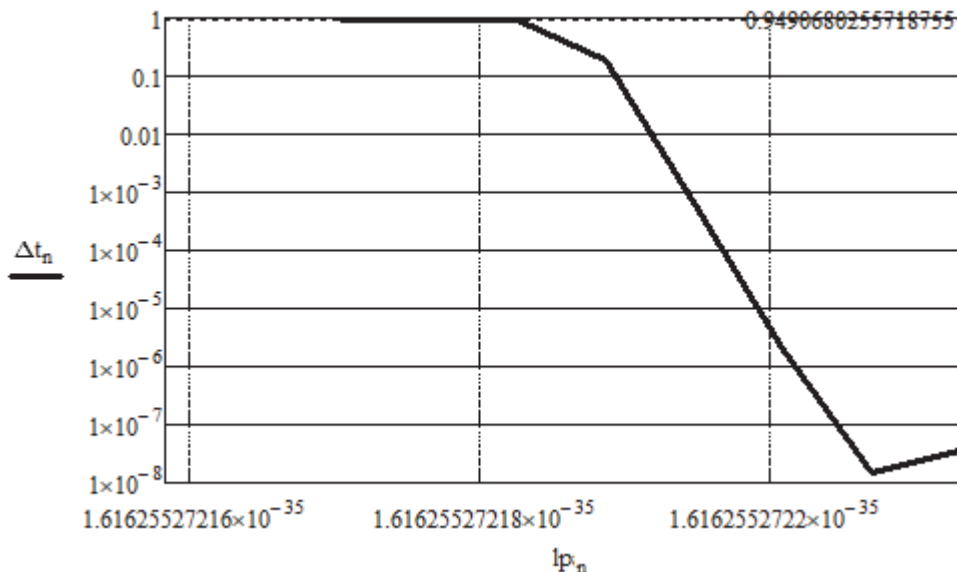


Рис. 3 / Fig. 3. График дискретной функции Δu_n для второго этапа расчёта ℓ_{Pn} , м /
The graph of the discrete function Δu_n for the second stage of calculation ℓ_{Pn} , m

Источник: по данным автора

В нашем случае минимальное значение $\Delta u_n = 1.527 \cdot 10^{-8}$ достигается при $n=7$, при этом: $\ell_{p_{расч}} = 1.616255272206877 \cdot 10^{-35} \cdot m$. Это значение $\ell_{p_{расч}}$ как медианное и максимально согласованное с рекомендованными CODATE [4] значениями других физических констант, для дальнейших расчётов также будем полагать условно точным.

8. Соотношение основных и производных констант PLT и SI

Полученные результаты позволяют рассчитать значения поправочного коэффициента электрического заряда и переводных коэффициентов между величинами PLT и SI.

Согласно (10)

$$K_{\Delta e_{расч}} = \frac{\sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot m \cdot kg}} \cdot A \cdot s}{e \sqrt{\alpha_{расч}}} = 0.99999999993730530$$

При этом как соотношение предположительно точных величин вышеприведённое значение поправочного коэффициента электрического заряда $K_{\Delta e_{расч}}$ также полагаем условно точным.

Переводными коэффициентами из PLT в SI для значений массы и электрического заряда являются отношения соответствующих тождественных величин:

- планковской массы в единицах массы к значению планковской массы в единицах пространственной протяжённости и времени;
- планковского заряда в единицах электрического заряда к значению планковского заряда в единицах пространственной протяжённости и времени, то есть уже по определению значения этих соотношений должны быть точными.

Так переводной коэффициент массы K_M , согласно (4) для $\ell_p = \ell_{p_{расч}}$:

$$K_M = \frac{M_p}{\ell_p^3 \cdot t_p^{-2}} = \frac{\left(\frac{\hbar}{c \cdot \ell_p}\right)}{\ell_p \cdot c^2} = \frac{\hbar}{\ell_p^2 \cdot c^3} = 14982840048.935719 \cdot s^2 \cdot m^{-3} \cdot kg$$

Согласно (8) и (9) планковский заряд в SI

$$q_p = \frac{e}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot m \cdot kg}} \cdot A \cdot s$$

Тогда переводной коэффициент электрического заряда K_q для $\ell_p = \ell_{p_{расч}}$ и $K_{\Delta e} = K_{\Delta e_{расч}}$:

$$\begin{aligned} K_q &= \frac{q_p}{\ell_p^3 \cdot t_p^{-2}} = \frac{\frac{e}{\sqrt{\alpha}}}{\ell_p \cdot c^2} = \frac{\frac{1}{K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot m \cdot kg}} \cdot A \cdot s}{\ell_p \cdot c^2} = \\ &= \frac{1}{K_{\Delta e} \cdot \ell_p \cdot c^2} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot m \cdot kg}} \cdot A \cdot s = \\ &= 1.2911490162789518 \cdot s^3 \cdot m^{-3} \cdot A \end{aligned}$$

Постоянная Ридберга является одной из наиболее точно определённых физических констант с относительной стандартной неопределённостью $1,1 \cdot 10^{-12}$ [4], что позволяет с учётом значения постоянной тонкой структуры $\alpha = \alpha_{\text{расч}}$ уточнить значение сокращённой комптоновской длины волны электрона

$$\overline{\lambda_{C,e_x}^{SI}} = \frac{\alpha^2}{4 \cdot \pi \cdot R_{\infty}} 3.8615926744061(42) \cdot 10^{-13} \cdot m$$

и определить более точное значение постоянной массы покоя электрона (6)

$$K_e^{rm} = \frac{\ell_{P_{\text{расч}}}}{\overline{\lambda_{C,e_x}^{SI}}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot R_{\infty} \cdot \ell_{P_{\text{расч}}}}{\alpha_{\text{расч}}^2} = 4.1854628607494(46) \cdot 10^{-23}$$

Суммарная стандартная неопределённость рассчитана по формуле¹²:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_1^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}$$

Для сравнительного анализа значений ряда физических констант и планковских величин в единицах PLT и результатов их перевода в значения международной SI на основе вышеприведённых результатов (для анализа обозначены как x_i) со значениями, рекомендуемыми CODATE [4], либо рассчитанными согласно уравнений связи в международной SI на основе рекомендуемых CODATE значений – обозначены как y_i .

Отклонение x_i от y_i для величин, имеющих в рекомендациях CODATE стандартную неопределённость, рассчитано в процентах от величины, соответствующей стандартной неопределённости – $u(y_i)$:

$$\Delta_{xi} = \frac{y_i - x_i}{u(y_i)} \cdot 100\%$$

Отклонение x_i от y_i для величин, имеющих в рекомендациях CODATE точные значения, рассчитаны по формуле:

$$\Delta_{xi} = \frac{y_i - x_i}{y_i}$$

Результаты расчётов внесены в табл. 4 и 5 (пометки «расч» в нижних индексах обозначений $\ell_{P_{\text{расч}}}$, $\alpha_{\text{расч}}$ и $K_{\Delta_{\text{расч}}}$ опущены).

12 ГОСТ Р 34100.3–2017. Неопределённость измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределённости измерения. М.: Стандартинформ, 2018. С. 18.

Таблица 4 / Table 4

Соотношение значений ряда физических констант и планковских величин между PLT и международной SI, рекомендуемых CODATE с некоторой стандартной неопределённостью / The ratio of values of a number of physical constants and Planck quantities between PLT and international SI recommended by CODATE with some standard uncertainty

Наименование	Обозначение	Значение в основных единицах PLT	Переводной коэффициент	Индекс i	Значение в основных единицах SI			Δ_{x_i} , %
					x_i	Размер- ность	y_i	
1	2	3	4	5	6	7	9	8
Планковская длина	ℓ_P	ℓ_P	1	1	$\ell_{P6} = 1.6162552721582595 \cdot 10^{-35} \cdot m$	m	$\ell_P = 1.616255(18) \cdot 10^{-35}$	1.5
Гравитационная постоянная Ньютона	G_N	1	$\frac{1}{K_M}$	2	$\frac{\ell_P^2 \cdot c^3}{h} =$ $= 6.67430204643366900 \cdot 10^{-11}$	$\frac{m^3}{s^2 \cdot kg}$	$G_N = 6.67430(15) \cdot 10^{-11}$	1.4
Планковский заряд	q_P	$\ell_P \cdot c^2$	K_q	3	$\frac{1}{K_{\Delta e} \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot h \cdot c}{m \cdot kg}} =$ $= 1.87554603840779820 \cdot 10^{-18}$	$A \cdot s$	$\frac{e}{\sqrt{\alpha}} = 1.87554603842(14)$	8.2
Электрическая постоянная	ε_0	1	$\frac{K_q^2}{4\pi \cdot K_M}$	4	$\frac{10^7 \cdot m^2}{4 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot s^2} =$ $= 8.85418781873061400 \cdot 10^{-12}$	$\frac{s^4 \cdot A^2}{m^3 \cdot kg}$	$\varepsilon_0 = 8.8541878188(14) \cdot 10^{-12}$	5.0

Продолжение таблицы 4

Магнитная постоянная	μ_0	$\frac{1}{c^2}$	$\frac{4\pi \cdot K_M}{K_d^2}$	5	$\frac{4 \cdot \pi \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot s^2}{10^7 \cdot m^2} = 1.25663706127834820 \cdot 10^{-6}$	$\frac{m \cdot kg}{s^2 \cdot A^2}$	$\mu_0 = 1.25663706127(20) \cdot 10^{-6}$	4.2
Планковская масса	M_P	$\ell_P \cdot c^2$	K_M	6	$\frac{\ell_P \cdot c}{h} = 2.17643400905538000 \cdot 10^{-8}$	kg	$M_P = 2.176434(24) \cdot 10^{-8}$	0.4
Приведённая комптоновская длина волны электрона	$\overline{\lambda}_C$	$\frac{\ell_P}{K_e^{rm}}$	1	7	$\frac{\ell_P}{K_e^{rm}} = 3.8615926744061(42) \cdot 10^{-13}$	m	$\overline{\lambda}_C = 3.8615926744(12) \cdot 10^{-13}$	0.5
Масса покоя электрона	M_e	$K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^2$	K_M	8	$\frac{K_e^{rm} \cdot h}{\ell_P \cdot c} = 9.10938371377(11) \cdot 10^{-31}$	kg	$M_e = 9.1093837139(28) \cdot 10^{-31}$	4.5
Планковская энергия	E_P	$\ell_P \cdot c^4$	K_M	9	$\frac{c \cdot h}{\ell_P} = 1.95608133681745660 \cdot 10^9$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$\sqrt{\frac{h \cdot c^5}{G_N}} = 1.956082(22) \cdot 10^9$	3.0
Постоянная Ридберга, умноженная на hc	hcR_8	$\frac{\alpha^2 \cdot K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^4}{2}$	K_M	10	$\frac{\alpha^2 \cdot K_e^{rm}}{2 \cdot \ell_P} \cdot c \cdot h = 2.1798723611030(24) \cdot 10^{-18}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$hcR_\infty = 2.1798723611030(24) \cdot 10^{-18}$	0
Энергия Хартри	E_h	$\alpha^2 \cdot K_e^{rm} \cdot \ell_P \cdot c^4$	K_M	11	$\frac{\alpha^2 \cdot K_e^{rm}}{\ell_P} \cdot c \cdot h = 4.3597447222060(48) \cdot 10^{-18}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$E_h = 4.3597447222060(48) \cdot 10^{-18}$	0

Продолжение таблицы 4

Магнетон Бора	μ_B	$\frac{\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P^2 \cdot c^3}{2 \cdot K_e^{cm}}$	K_q	12	$\frac{\ell_P}{2 \cdot K_e^{cm} \cdot K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot \alpha \cdot c \cdot \hbar}{kg \cdot m}} = 9,274010065867(10) \cdot 10^{-24}$	$A \cdot m^2$	$\mu_B = 9,2740100657(29) \cdot 10^{-24}$	5.8
Характеристическое сопротивление вакуума	Z_0	$\frac{1}{c}$	$\frac{4\pi \cdot K_M}{K_q^2}$	13	$\frac{4 \cdot \pi \cdot c \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot s}{10^7 \cdot m} = 376,73031341453260000$	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$	$Z_0 = 376,730313412(59)$	4.3
Отношение заряда электрона к массе	$\frac{e}{M_e}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{K_e^{cm}}$	$\frac{K_q}{K_M}$	14	$\frac{\ell_P}{K_e^{cm} \cdot K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot \alpha \cdot c}{\hbar \cdot kg \cdot m}} = 1,7588200084025(19) \cdot 10^{11}$	$\frac{A \cdot s}{kg}$	$\frac{e}{M_e} = 1,75882000838(55) \cdot 10^{11}$	4.0
Радиус Бора	a_0	$\frac{\ell_P}{\alpha \cdot K_e^{cm}}$	1	15	$\frac{\ell_P}{\alpha \cdot K_e^{cm}} = 5,291772105475(58) \cdot 10^{-11}$	m	$a_0 = 5,29177210544(82) \cdot 10^{-11}$	4.4
Планковская мощность	P_P	c^5	$\frac{1}{K_M}$	16	$\frac{\hbar \cdot c^2}{\ell_P^2} = 3,62825379193795400 \cdot 10^{52}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$	$\frac{c^5}{G_N} = 3,628255(82) \cdot 10^{52}$	1.5
Планковская сила	F_P	c^4	K_M	17	$\frac{c \cdot \hbar}{\ell_P^2} = 1,21025519325704800 \cdot 10^{44}$	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$	$\frac{c^4}{G_N} = 1,210256(27) \cdot 10^{44}$	3.0
Планковский ток	I_P	c^3	K_q	18	$\frac{c \cdot A \cdot s}{\ell_P \cdot K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{\hbar}{c} \cdot \frac{10^7}{kg \cdot m}} = 3,47887222158101200 \cdot 10^{25}$	A	$\frac{q_P}{t_P} = \frac{e \cdot c}{\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P} = 3,478873(39) \cdot 10^{25}$	2.0

Продолжение таблицы 4

Планковское напряжение	V_P	c^2	$\frac{K_M}{K_q}$	19	$\frac{K_{\Delta e} \cdot c^2}{\ell_P^2 \cdot A \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot kg \cdot m}{c \cdot 10^7}} = 1.04293965424491900 \cdot 10^{27}$	$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3}$	$\frac{P_P}{I_P} = \frac{\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P \cdot c^4}{G_N \cdot e} = 1.042940(12) \cdot 10^{27}$	2.9
Планковская напряжённость электрического поля	$\vec{E}_P$	$\frac{c^2}{\ell_P}$	$\frac{K_M}{K_q}$	20	$\frac{K_{\Delta e} \cdot c^2}{\ell_P^2 \cdot A \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot kg \cdot m}{c \cdot 10^7}} = 6.45281517207898800 \cdot 10^{61}$	$\frac{kg \cdot m}{A \cdot s^3}$	$\frac{q_P}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \ell_P^2} = 6.45282(15) \cdot 10^{61}$	3.2
Планковская магнитная индукция	$\vec{B}_P$	$\frac{c}{\ell_P}$	$\frac{K_M}{K_q}$	21	$\frac{c \cdot K_{\Delta e}}{\ell_P^2 \cdot A \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot kg \cdot m}{c \cdot 10^7}} = 2.15242745435543500 \cdot 10^{53}$	$\frac{kg}{A \cdot s^2}$	$\frac{I_P \cdot \mu_0}{4 \cdot \pi \cdot \ell_P} = \frac{c^2}{2 \cdot \ell_P} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi \cdot G_N}} = 2.152428(34)$	1.6
Планковская напряжённость магнитного поля	$\vec{H}_P$	$\frac{c^3}{\ell_P}$	K_q	22	$\frac{c \cdot A \cdot s}{4 \cdot \pi \cdot \ell_P^2 \cdot K_{\Delta e}} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot 10^7}{c \cdot kg \cdot m}} = 1.71284734525163480 \cdot 10^{59}$	$\frac{A}{m}$	$\frac{\vec{B}_P}{\mu_0} = \frac{c^2}{2 \cdot \ell_P \cdot \sqrt{\pi \cdot \mu_0 \cdot G_N}} = 1.712848(27) \cdot 10^{59}$	2.4
Планковский магнитный поток	Φ_{mP}	$\ell_P \cdot c$	$\frac{K_M}{K_q}$	23	$\frac{c \cdot K_{\Delta e}}{\ell_P^2 \cdot A \cdot s} \cdot \sqrt{\frac{\hbar \cdot 4 \cdot \pi \cdot kg \cdot m}{c \cdot 10^7}} = 5.62274556875932950 \cdot 10^{-17}$	$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$	$\frac{E_P}{I_P} = \sqrt{\frac{\hbar}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot c}} = 5.62274556874(44) \cdot 10^{-17}$	4.4
Планковское сопротивление	R_P	c^{-1}	$\frac{K_M}{K_q^2}$	24	$c \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot \frac{kg \cdot m}{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2} = 29.97924579624092000$	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$	$\frac{V_P}{I_P} = \frac{\alpha \cdot \ell_P^2 \cdot c^3}{G_N \cdot e^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot c} = 29.9792457960(47)$	5.1

Окончание таблицы 4

Планковская проводимость	G_P	c	$\frac{K_q^2}{K_M}$	25	$\frac{1}{c \cdot K_{\Delta e}^2} \cdot \frac{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2}{kg \cdot m} =$ $= 3.33564095239977430 \cdot 10^{-2}$	$\frac{A^2 \cdot s^3}{kg \cdot m^2}$	$\frac{I_P}{V_P} = 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c =$ $= 3.33564095243(53) \cdot 10^{-2}$	5.7
Планковское удельное сопротивление	ρ_P	$t_P = \frac{\ell_P}{c}$	$\frac{K_M}{K_q^2}$	26	$\ell_P \cdot c \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot \frac{kg \cdot m}{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2} =$ $= 4.84541140749602400 \cdot 10^{-34}$	$\frac{kg \cdot m^3}{A^2 \cdot s^3}$	$\frac{\ell_P}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot c} =$ $= 4.845411(54) \cdot 10^{-34}$	5.7
Планковская электрическая ёмкость	C_P	ℓ_P	$\frac{K_q^2}{K_M}$	27	$\frac{\ell_P}{c^2 \cdot K_{\Delta e}^2} \cdot \frac{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2}{kg \cdot m} =$ $= 1.79832651944342950 \cdot 10^{-45}$	$\frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2}$	$\frac{q_P}{V_P} = \frac{G_N \cdot e^2}{\alpha \cdot \ell_P \cdot c^4} =$ $= 1.798326(45) \cdot 10^{-45}$	1.2
Электрическая индуктивность Планка	L_P	$\frac{\ell_P}{c^2}$	$\frac{K_M}{K_q^2}$	28	$\ell_P \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot \frac{kg \cdot m}{10^7 \cdot A^2 \cdot s^2} =$ $= 1.61625527200421560 \cdot 10^{-42}$	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^2}$	$\frac{E_P}{I_P^2} = \frac{\alpha \cdot \hbar \cdot \ell_P}{e^2 \cdot c} =$ $= 1.616255(18) \cdot 10^{-42}$	1.5
Планковская температура	T_P	$\frac{\ell_P \cdot c^4 \cdot K_M}{k_B}$	1	29	$\frac{c \cdot \hbar}{\ell_P \cdot k_B} =$ $= 1.41678394495447900 \cdot 10^{32}$	K	$T_P = 1.416784(16) \cdot 10^{32}$	0.3

Источник: [4].

Таблица 5 / Table 5
Соотношения значений физических констант между PLT и международной SI, рекомендуемых CODATE как точные /
The ratios of the values of the physical constants between PLT and international SI, recommended by CODATE as accurate

Наименование	Обозначение	Значение в основных единицах PLT	Первообразный коэффициент	Индекс i	Значение в основных единицах SI		
					x_i	Размерность	y_i
1	2	3	4	5	6	7	8
Элементарный заряд	e	$\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P \cdot c^2$	K_q	1	$\frac{A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot \alpha \cdot h \cdot c}{m \cdot kg}} = 1.602176640000000 \cdot 10^{-19}$	$A \cdot s$	$e = 1.60217664 \cdot 10^{-19}$
Электронвольт	eV	$\sqrt{\alpha} \cdot \ell_P \cdot c^2 \cdot \left(1 \cdot V \cdot \frac{K_q}{K_M}\right)$	K_M	2	$\frac{V \cdot A \cdot s}{K_{\Delta e} \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{10^7 \cdot \alpha \cdot h \cdot c}{m \cdot kg}} = 1.602176640000000 \cdot 10^{-19}$	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$	$eV = 1.60217664 \cdot 10^{-19}$
Постоянная Клитцинга	R_K	$\frac{2 \cdot \pi}{\alpha \cdot c}$	$\frac{K_M}{K_q^2}$	3	$\frac{2 \cdot \pi \cdot c \cdot K_{\Delta e}^2}{\alpha} \cdot \frac{kg \cdot m}{A^2 \cdot s^2} = 25812.80745930450000000$	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$	$\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{e^2} = 25812.80745930450200000$
Квант магнитного потока	Φ_0	$\frac{\pi \cdot \ell_P \cdot c}{\sqrt{\alpha}}$	$\frac{K_M}{K_q}$	4	$\frac{\pi \cdot K_{\Delta e} \cdot \sqrt{h \cdot c \cdot kg \cdot m}}{\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{10^7} \cdot A \cdot s} = 2.06783384846192940 \cdot 10^{-15}$	$\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$	$\frac{2 \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot e} = 2.06783384846192900 \cdot 10^{-15}$

Окончание таблицы 5

Квант проводимости	G_0	$\frac{\alpha \cdot c}{\pi}$	$\frac{K_q^2}{K_M}$	5	$\frac{\alpha \cdot 10^7 \cdot A^2 \cdot s^2}{\pi \cdot c \cdot K_{\Delta e}^2 \cdot kg \cdot m} = 7.74809172986365100 \cdot 10^{-5}$	$\frac{A^2 \cdot s^3}{kg \cdot m^2}$	$\frac{2 \cdot e^2}{2 \cdot \pi \cdot \hbar} = 7.74809172986365200 \cdot 10^{-5}$	1.7
Постоянная Джозефсона	K_J	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\pi \cdot c \cdot \ell_P}$	$\frac{K_q}{K_M}$	6	$\frac{\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{10^7} \cdot A \cdot s}{\pi \cdot K_{\Delta e} \cdot \sqrt{\hbar \cdot c \cdot kg \cdot m}} = 4.83597848416983600 \cdot 10^{14}$	$\frac{A \cdot s^2}{kg \cdot m^2}$	$\frac{2 \cdot e}{2 \cdot \pi \cdot \hbar} = 4.83597848416983660 \cdot 10^{14}$	2.6

Источник: [4].

Приведённые в табл. 4 расчётные величины имеют отклонение от рекомендуемых (рассчитанных на основе рекомендуемых) CODATE [4] значений не более чем на 8,2% их стандартной неопределённости (при среднем отклонении менее 2,8%), а в табл. 5 не более чем на $2.6 \cdot 10^{-16}$ (при среднем отклонении менее $1.6 \cdot 10^{-16}$), т. е. совпадают с точностью до 15 знака. Таким образом, полученные результаты, как минимум, не противоречат рекомендациям CODATE.

Поскольку по определению квадрат стандартной неопределённости есть дисперсия соответствующего значения, для оценки полученных результатов применим взвешенный метод наименьших квадратов (ВМК или WLS)¹³.

Показатель степени близости R_x значений x_i с учётом стандартной неопределённости значениям x_i без стандартной неопределённости рассчитан в соответствии с формулой:

$$R_x = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot (x_i + u(x_i) - x_i)^2,$$

где n – количество величин, а $i=1 \dots n$ – порядковый индекс

Для устранения гетероскедастичности и несоразмерности величин весовой коэффициент установлен как обратная величина квадрата значения x_i :

$$\beta_i = \frac{1}{x_i^2}$$

То есть показатель степени близости значений x_i некоторого набора к идеалу возможно определить как сумму квадратов их относительной стандартной неопределённости

$$R_x = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} \cdot (x_i + u(x_i) - x_i)^2 = \sum_{i=1}^n \frac{u^2(x_i)}{x_i^2} = \sum_{i=1}^n \delta^2(x_i)$$

Соответственно, для y_i :

$$R_y = \sum_{i=1}^n \delta^2(y_i)$$

Тогда сравнительная оценка точности значений массива x_i и массива y_i может быть дана отношением соответствующих показателей степени близости

$$\frac{R_x}{R_y} = 8.2 \cdot 10^{-8}$$

То есть показатель степени близости массива x_i превосходит показатель степени близости массива y_i (табл. 4) в 10 миллионов раз.

Заключение

Таким образом, из представленных в статье материалов можно сделать следующие выводы.

1. Предлагаемый вариант планковской LT-системы (PLT) единиц точно согласован с подсистемами системы единиц CGS и максимально согласован с международной SI.

¹³ См.: Weighted least squares [Электронный ресурс] // Wikipedia: [сайт]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Weighted_least_squares (дата обращения: 14.09.2024).

2. Расчётное значение постоянной тонкой структуры α и поправочного коэффициента электрического заряда $K_{\Delta e}$ позволяет уточнить известные переводные коэффициенты подсистем системы единиц CGS и SI, устранить аномалию в электромагнитных величинах и уточнить значение элементарного заряда.

3. Значения ряда констант (графа 6 табл. 4) в единицах международной SI по аналогии с рекомендуемыми CODATE значениями постоянной Планка и элементарного заряда при проведении расчётов допустимо полагать точными, в том числе:

– планковской длины $\ell_P = 1.616255272206877 \cdot 10^{-35} \cdot m$;

– постоянной тонкой структуры $\alpha = 7.297352564390205 \cdot 10^{-3}$;

– гравитационной постоянной Ньютона

$$G_N = 6.67430204643366900 \cdot 10^{-11} \cdot m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1};$$

– электрической постоянной

$$\varepsilon_0 = 8.85418781873061400 \cdot 10^{-12} \cdot s^4 \cdot A^2 \cdot m^{-3} \cdot kg^{-1};$$

– магнитной постоянной

$$\mu_0 = 1.25663706127834820 \cdot 10^{-6} \cdot m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2};$$

– планковской массы $M_P = 2.17643400905538000 \cdot 10^{-8} \cdot kg$;

– планковского заряда $q_P = 1.87554603840779820 \cdot 10^{-18} \cdot A \cdot s$;

– планковской температуры $T_P = 1.41678394495447900 \cdot 10^{32} \cdot K$.

4. Представление значений физических величин в единицах PLT (графа 3 табл. 4 и табл. 5) в ряде случаев упростит математические модели и расчёты в широком спектре научных и технических приложений.

5. Современные метрологические эталоны, принятые в международной SI, не позволят обнаружить изменение скорости света в вакууме, если оно произойдёт или происходит, в связи с тем, что постоянная Планка, элементарный электрический заряд и массы покоя элементарных частиц являются производными константами, зависящими от скорости света в вакууме. Но именно выбор системы единиц, в которой эти константы явно зависят от скорости света, автор монографии [8, р. 2031] связывает с успехом дальнейшего развития теорий переменной скорости света (ПСС или VSL).

7. Предлагаемые переводные коэффициенты и условно точные константы допускают преобразование значений результатов наблюдений, экспериментов и расчётов, полученных при использовании одной из упомянутых в статье систем единиц, в значения другой без потери точности.

Так, например, масса Солнца и масса Земли, рассчитанные с использованием солнечного массового параметра и геоцентрической гравитационной константы [1, р. 296], имеют значения

$$M_{S\text{расч}} = GM_S/G_{N\text{расч}} = GM_S \cdot K_M = 1.98840926163(15) \cdot 10^{30} \cdot kg,$$

$$M_{E\text{расч}} = GM_E/G_{N\text{расч}} = GM_E \cdot K_M = 5.972166570(12) \cdot 10^{24} \cdot kg,$$

что более чем на 5 порядков для массы Солнца и более чем на 3 порядка для массы Земли точнее значений, приведённых в том же источнике.

ЛИТЕРАТУРА

1. The IAU 2009 system of astronomical constants: the report of the IAU working group on numerical standards for Fundamental Astronomy / B. Luzum, N. Capitaine, A. Fienga, W. Folkner, T. Fukushima et al. // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2011. Vol. 110. P. 293–304. DOI: 10.1007/s10569-011-9352-4.
2. Максвелл Дж. К. Об измерении величин // Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме: в двух томах. Т. 1. М.: Наука, 1989. С. 29–54.
3. Ди Бартини Р. О. Соотношения между физическими величинами // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. М.: Атомиздат, 1966. С. 249–266.
4. CODATA. Fundamental Physical Constants from NIST [Электронный ресурс] // National Institute of Standards and Technology: [сайт]. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (дата обращения: 30.08.2024).
5. Jackson J. D. Appendix of Units and Dimensions // Jackson J. D. *Classical Electrodynamics*; 3rd ed. New York: Wiley, 1999. P. 775–784.
6. Cardarelli F. Other Systems of Units. Cgs, Gauss, IEUS, a.u. // Cardarelli F. *Encyclopaedia of Scientific Units, Weights and Measures Their SI Equivalences and Origins* / English translation by M. J. Shields, FllnfSc, MITI. London: Springer, 2003. P. 20–25.
7. Pavese F. The New SI and the CODATA recommended values of the fundamental constants 2017 compared with 2014, with a Comment to “Possolo et al., *Metrologia* 55 (2018) 29” // ArXiv.org: e-Print archive. URL: <https://arxiv.org/abs/1512.03668> (дата обращения: 30.08.2024). DOI: 10.48550/arXiv.1512.03668.
8. Magueijo J. New varying speed of light theories // *Reports on Progress in Physics*. 2003. Vol. 66. Iss. 11. P. 2025–2068. DOI: 10.1088/0034-4885/66/11/R04.
9. Measurements of the gravitational constant using two independent methods / Q. Li, C. Xue, J.-P. Liu, J.-F. Wu, S.-Q. Yang et al. // *Nature*. 2018. Vol. 560. P. 582–588. DOI: 10.1038/s41586-018-0431-5.
10. Shades of dark uncertainty and consensus value for the Newtonian constant of gravitation / C. Merkatas, B. Toman, A. Possolo, S. Schlamminger // *Metrologia*. 2019. Vol. 56. No. 5: Focus on Measurements of the Newtonian Constant of Gravitation. Article: 054001. DOI: 10.1088/1681-7575/ab3365.
11. Измайлов В. П., Карагиоз О. В., Пархомов А. Г. Исследование вариаций результатов измерений гравитационной постоянной // *Физическая мысль России*. 1999. № 1/2. С. 20–26.
12. Никоненко К. Л. К вопросу оценки точности значений фундаментальных физических констант // Вопросы технических и физико-математических наук в свете современных исследований: сборник статей по материалам LIX международной научно-практической конференции. Т. 1 (50) / под ред. С. М. Ахметова. Новосибирск: ООО «Сибирская академическая книга», 2023. С. 26–59.

REFERENCES

1. Luzum, B., Capitaine, N., Fienga, A., Folkner, W., Fukushima, T. et al. (2011). The IAU 2009 system of astronomical constants: the report of the IAU working group on numerical standards for Fundamental Astronomy. In: *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 110, 293–304. DOI: 10.1007/s10569-011-9352-4 -4 (in Russ.).
2. Maxwell, J. C. (1989). On the Measurement of Quantities. In: Maxwell, J. C. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Vol. 1. Moscow: Nauka publ., pp. 29–54.

3. di Bartini, R. O. (1966). Relationships between physical quantities. In: *Problems of the theory of gravitation and elementary particles*. Moscow: -4 (in Russ.). Atomizdat publ., pp. 249–266.
4. CODATA. Fundamental Physical Constants from NIST. In: *National Institute of Standards and Technology*. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (accessed: 30.08.2024).
5. Jackson, J. D. (1999). Appendix of Units and Dimensions. In: Jackson, J. D. *Classical Electrodynamics*. New York: Wiley, pp. 775–784.
6. Cardarelli, F. (2003). Other Systems of Units. Cgs, Gauss, IEUS, a.u. In: Cardarelli, F. *Encyclopaedia of Scientific Units, Weights and Measures Their SI Equivalences and Origins* / English translation by M. J. Shields, FllnfSc, MITI. London: Springer, pp. 20–25.
7. Pavese, F. (2018). The New SI and the CODATA recommended values of the fundamental constants 2017 compared with 2014, with a Comment to “Possolo et al., Metrologia 55 (2018) 29”. In: *ArXiv.org: e-Print archive*. URL: <https://arxiv.org/abs/1512.03668> (accessed: 30.08.2024). DOI: 10.48550/arXiv.1512.03668.
8. Magueijo, J. (2003). New varying speed of light theories. In: *Reports on Progress in Physics*, 66 (11), 2025–2068. DOI: 10.1088/0034-4885/66/11/R04.
9. Li, Q., Xue, C., Liu, J.-P., Wu, J.-F., Yang, S.-Q. et al. (2018). Measurements of the gravitational constant using two independent methods. In: *Nature*, 560, 582–588. DOI: 10.1038/s41586-018-0431-5.
10. Merkatas, C., Toman, B., Possolo, A. & Schlamminger, S. (2019). Shades of dark uncertainty and consensus value for the Newtonian constant of gravitation. In: *Metrologia*, 56 (5): Focus on Measurements of the Newtonian Constant of Gravitation, 054001. DOI: 10.1088/1681-7575/ab3365.
11. Izmailov, V. P., Karagioz, O. V. & Parkhomov, A. G. (1999). Study of variations in the results of measurements of the gravitational constant. In: *Physical Thought of Russia*, 1/2, 20–26 (in Russ).
12. Nikonenko, K. L. (2023). On the issue of estimating the accuracy of the values of fundamental physical constants. In: *Issues of technical and physical-mathematical sciences in light of modern research. Vol. 1* (50). Novosibirsk: LLC “Sibirskaya Akademicheskaya Kniga” publ., pp. 26–59 (in Russ).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Никоненко Константин Леонидович (г. Москва) – независимый исследователь;
ORCID: 0009-0005-6318-0760; e-mail: klnikon2013@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Konstantin L. Nikonenko (Moscow) – Independent Researcher;
ORCID: 0009-0005-6318-0760; e-mail: klnikon2013@mail.ru