Научная статья
УДК 533 6.011
DOI: 10.18384/2949-5067-2024-3-50-57

СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАР МОЛЕКУЛ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ БИМОДАЛЬНОЙ МОДЕЛИ УДАРНО-СЖАТОЙ СМЕСИ ГАЗОВ

Кузнецов М. М.*, Кулешова Ю. Д., Сатюков Д. Г.

Государственный университет просвещения, 105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, стр. 2, Российская Федерация
**Корреспондирующий автор, e-mail: kuznets-omn@yandex.ru*

Поступила в редакцию 02.09.2024
Принята к публикации 12.09.2024

Аннотация
Цель: на основе модифицированного метода Тамма – Мотт-Смита найти статистические распределения молекул и их пар в ударно-сжатой смеси газов.
Методы. Применялись теоретические методы математической физики.
Результаты. Показано, что одночастичное модифицированное статистическое распределение Тамма – Мотт-Смита для ударно-сжатой смеси газов является по существу четырёхмодальным. Это позволяет удовлетворить как условиям сохранения потоков массы, импульсов и энергии внутри фронта ударной волны, так и существенно упростить системы моментных уравнений, применяемых в численных расчётах. Получены аналитические представления для всех видов функций распределения пар молекул в ударной сжатой бинарной смеси газов.
Теоретическая и практическая значимость. Полученные аналитические результаты имеют существенное значение для выяснения вопроса о необходимости учёта поступательной неравновесности при определении коэффициентов скоростей энергетически активированных неупругих соударений внутри фронтов ударных волн.
Ключевые слова : асимптотическая модель, эффект перехлёста, рэлеевская смесь, неравновесность
Для цитирования :
Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Сатюков Д. Г. Статистические распределения пар молекул в модифицированной бимодальной модели ударно-сжатой смеси газов // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-математика. 2024. № 3. С. 50-57. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2024-3-50-57

© CC BY Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Сатюков Д. Г., 2024.

Original research article

STATISTICAL DISTRIBUTIONS OF PAIRS OF MOLECULES IN A MODIFIED BIMODAL MODEL OF A SHOCK-COMPRESSED GAS MIXTURE

M. Kuznetsov*, Ju. Kuleshova, D. Satyukov

Federal State University of Education, ulitsa Radio 10A, build. 2, Moscow 105005, Russian Federation
**Corresponding author, e-mail: kuznets-omn@yandex.ru*

Received by the editorial office 02.09.2024
Accepted for publication 12.09.2024

Abstract
Aim: to find statistical distributions of molecules and their pairs in a shock-compressed gas mixture based on the modified Tamm-Mott-Smith method.
Methodology. Theoretical methods of mathematical physics were used.
Results. It is shown that the single-particle modified Tamm-Mott-Smith statistical distribution for a shock-compressed gas mixture is essentially four-modal. This makes it possible to satisfy both the conditions of conservation of mass, momentum and energy fluxes inside the shock wave front, and to significantly simplify the systems of moment equations used in numerical calculations. Analytical representations are obtained for all types of distribution functions of pairs of molecules in a shock compressed binary mixture of gases.
Research implications. The obtained analytical results are essential for clarifying the question of the need to take into account translational disequilibrium in determining the velocity coefficients of energetically activated inelastic collisions inside shock wave fronts.
Keywords : asymptotic model, overlap effect, Rayleigh mixture, disequilibrium
For citation :
Kuznetsov, M. M, Kuleshovaa, Ju. D. & Satyukov, D. G. (2024). Analytical models of translationally nonequilibrium dynamics of shock-compressed binary gas mixtures. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 3, pp. 50-57. https://doi.org/10.18384/2949-5067-2024-3-50-57

Введение

Ранее в работе авторов [1] отмечалось, что учёт поступательной неравновесности смеси газов внутри фронтов ударных волн существенен при решении задач спуска космических аппаратов в атмосферах планет Солнечной системы. Характерной чертой этих задач является сравнимость величин концентраций лёгких и тяжёлых компонентов смесей, сжимаемых в ударной волне.

Однако при аналитическом исследовании поступательной неравновесности в ударно-сжатых смесях газов возникает принципиальная трудность, которая отсутствует в однокомпонентных газах. Дело в том, что при применении основного приближённого аналитического метода Тамма – Мотт-Смита в его непосредственном виде, как в однокомпонентных газах, оказалось невозможным удовлетворить основным физическим законам сохранения потоков массы, импульса и энергии внутри фронтов ударных волн. Эта трудность отмечена впервые в работе [2]. Её удалось преодолеть в работе [3], где для этого пришлось модифицировать традиционное распределение Тамма – Мотт-Смита для каждого отдельного компонента.

По нашему мнению, физический смысл этой модификации состоит в том, что внутри фронта ударной волны аппроксимация функции распределения молекул каждого компонента смеси газов должна равноправно учитывать влияние всех компонентов смеси.

Действительно, классическая бимодальная модель ударной волны для однокомпонентного газа с распределением молекул по аппроксимации Тамма – Мотт-Смита физически представляет собой диффузию друг в друге сверхзвукового и дозвукового «крыла» этой аппроксимации.

В то же время, чисто математически, эта аппроксимация может рассматриваться как разложение функций распределения внутри фронта ударной волны по базису, составленному из двух поступательно равновесных максвелловских функций распределения.

Для предложенной ранее в работе [3] модификации классической Тамма – Мотт-Смитовской аппроксимации выполняются одновременно оба вышеперечисленных свойства.

В настоящей работе на основе аппроксимации [3] найдено аналитическое представление функций распределения пар сталкивающихся молекул G_{ij}.

Функция распределения пар молекул в модифицированной бимодальной модели ударной волны

Аналитическое представление нормированной (на единицу) функции распределения пар молекул однокомпонентного газа в ударной волне была впервые введена в работах [4; 5]. В работах авторов [6–8] для однокомпонентного газа функция распределения пар молекул найдена с учётом анизотропии кинетических температур в ударной волне, и были сформулированы необходимые и достаточные условия эффекта перехлёста (превышения) значений функции пар молекул внутри фронта ударной волны над их поступательно равновесными значениями за ударной волной.

По аналогии с однокомпонентным сжатым газом функция распределения пар молекул строится аналитически на основе функций распределения для отдельных молекул. При этом в однокомпонентном газе используются классическая аппроксимация Тамма – Мотт-Смита. В данной работе для этой цели используется модификация классической аппроксимации, в соответствие с которой одночастичная функция распределения для каждого компонента смеси имеет следующий вид [3].

$$f_i(\vec{c},x) = [1-a(x)]f_i^-(\vec{c}) + a(x)f_i^+(\vec{c}) + \frac{1}{2}\sum_{j\neq i}^{N} \beta_{ij}\tilde{a}(x)\left[f_j^+(\vec{c}) - f_j^-(\vec{c})\right], \quad j = 1,2,\dots,N, \qquad (1)$$

Здесь β_{ij}=m$_j$ /m$_i$, f_i^- и f_i^+ поступательно равновесные максвелловские распределения,

$$f_i^-(\vec{c}) = n_i^- . m_i^{\frac{3}{2}}(2\pi kT^-)^{-3/2}\exp[-m_i(\vec{c}-v^-)^2/2kT^-] \quad (2)$$

$$f_i^+(\vec{c}) = n_i^- . m_i^{\frac{3}{2}}(2\pi kT^+)^{-3/2}\exp[-m_i(\vec{c}-v^+)^2/2kT^+] \quad (3)$$

Индексы «-» и «+» в формулах (1)–(3) относятся к максвелловским функциям распределения по собственным тепловым скоростям молекул и макроскопическим параметрам этих функций соответственно на входе («-») и выходе («+») ударной волны, m$_i$ масса молекулы i-го компонента. Для компонента j формулы для максвелловских функций распределения аналогичные (2), (3) получаются формальной заменой в них индекса i на индекс j, причём β_{ij} равно m_j/m_i.

Число n различных компонент в бинарных смесях равно 2. Функции a(x) и $\tilde{a}(x)$ удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$a(-\infty) = 0, a(+\infty) = 1,\ \tilde{a}(-\infty) = \tilde{a}(+\infty) = 0 \quad (4)$$

Для дальнейших преобразований одночастичные функции (1), (2), (3) удобнее представить в следующем виде:

$$\Phi_i(\vec{c},x) = [1-a(x)]\varepsilon \mathrm{N}_i^{-1}(x)\Phi_i^{(-)}(\vec{c}) + a(x)\mathrm{N}_i^{-1}(x)\Phi_i^{(+)}(\vec{c}) + \frac{1}{2}\sum_{j\neq i}^{N} \beta_{ij}\tilde{a}(x)\mathrm{N}_j^{-1}(x)\left[\Phi_i^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_i^{(-)}(\vec{c})\right], \quad (5)$$

где

$$\Phi_i(\vec{c},x) = \frac{f_i(\vec{c},x)}{n_i(x)}, \Phi_i^{(-)}(\vec{c}) = \frac{f_i^-(\vec{c})}{n_i^-}, \Phi_i^{(+)}(\vec{c}) = \frac{f_i^+(\vec{c})}{n_i^+},$$

$$\mathrm{N}_i(\mathrm{x}) = (n_i^+/n_i(\mathrm{x})) = [1\text{-a}(\mathrm{x})]\varepsilon + \frac{1}{2}\tilde{\mathrm{a}}(\mathrm{x})(1\text{-}\varepsilon)\sum_{j=1}^{N} \rho_{ij},$$

$\varepsilon^{-1} = (n_i^+/n_i^-) = (n_j^+/n_j^-)$ степень сжатия концентрации любого компонента в ударной волне, $\rho_{ij}= (\mathrm{m}_j n_j^+/\mathrm{m}_i n_i^+) = (\beta_{ij}\ \alpha_{ij}), \alpha_{ij} = n_j^+/n_i^+$

В формулах (5) функции $\Phi_i(\vec{c},x), \Phi_i^{(-)}(\vec{c}), \Phi_i^{(+)}(\vec{c})$ нормированы на единицу в пространстве скоростей молекул $\vec{c}$, например:

$$\int_{(\vec{c})}\Phi_i(\vec{c},x)d\vec{c} = 1. \quad (6)$$

Для вычисления функции пар молекул H$_{ij}$(**c**,x) на основе исходных одночастичных функций распределения (1) воспользуемся алгоритмами, ранее предложенными в работах [4; 6; 7]. Тогда получим:

$$\mathrm{H}_{ij}(\mathbf{c},\mathrm{x}) = \mathrm{G}_{ij}/n_i(x)n_j(x) = < \frac{f_i(\vec{c},x)}{n_i(x)}, \frac{f_j(\vec{c},x)}{n_j(x)} > , \quad (7)$$

где угловые скобки в равенстве (7) означают усреднение по всем угловым переменным в фазовом пространстве тепловых скоростей сталкивающихся молекул сортов i и j [9], причём i=1, … , N; j=1, … , N;

Нетрудно проверить, что аналогично формуле (6) для функции (7) будет выполняться условие нормировки на единицу.

$$\int_{(\vec{c})} H_{ij}(\vec{c},x)d\vec{c} = 1 \qquad (8)$$

В более подробной записи с учётом равенств (1–3, 5) формула (7) для многокомпонентной смеси имеет очень громоздкий вид. В дальнейшем целесообразно ограничиться только случаем бинарной смеси, когда число компонентов смеси равно двум (N=2).

С этой целью перегруппируем слагаемые в функции (5), представляя её в виде следующей суперпозиции

$$\Phi_1(\vec{c},x) = \varepsilon N_1^{-1}(x)\Phi_1^{(-)}(\vec{c}) + a(x)N_1^{-1}(x)[\Phi_1^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_1^{(-)}(\vec{c})] + \tilde{a}(x)\ \rho_{12}N_2^{-1}(x)\left[\Phi_2^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_2^{(-)}(\vec{c})\right], \qquad (9)$$

Здесь:

$N_1(x) = \varepsilon + (1\text{-}\varepsilon)a(x) + (1\text{-}\varepsilon)\ \tilde{a}(x)\ \rho_{12},\ N_2(x) = \varepsilon + (1\text{-}\varepsilon)a(x) + (1\text{-}\varepsilon)\ \tilde{a}(x)\ \rho_{21}$

Выражение для функции $\Phi_2(\vec{c},x)$ получается из функции (9) перестановкой индексов:

$$\Phi_2(\vec{c},x) = \varepsilon N_2^{-1}(x)\Phi_2^{(-)}(\vec{c}) + a(x)N_2^{-1}(x)[\Phi_2^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_2^{(-)}(\vec{c})] + \tilde{a}(x)\ \rho_{21}N_1^{-1}(x)\left[\Phi_1^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_1^{(-)}(\vec{c})\right], \qquad (10)$$

Для выполнения последующих преобразований равенства (9) и (10) удобно записать в следующем виде:

$$\Phi_1(\vec{c},x) = \varepsilon N_1^{-1}(x)\Phi_1^{(-)}(\vec{c}) + a(x)N_1^{-1}(x)\Delta_1(\vec{c}) + \tilde{a}(x)\ \rho_{12}N_2^{-1}(x)\Delta_2(\vec{c}) \qquad (11)$$

$$\Phi_2(\vec{c},x) = \varepsilon N_2^{-1}(x)\Phi_2^{(-)}(\vec{c}) + a(x)N_2^{-1}(x)\Delta_2(\vec{c}) + \tilde{a}(x)\ \rho_{21}N_1^{-1}(x)\Delta_1(\vec{c}) \qquad (12)$$

Здесь

$$\Delta_1(\vec{c}) = [\Phi_1^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_1^{(-)}(\vec{c})],\ \Delta_2(\vec{c}) = [\Phi_2^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_2^{(-)}(\vec{c})]$$

Для бинарной смеси газов функции пар молекул H_{ij} (**c**, x) представляют собой набор следующих трёх видов функций H_{11} (**c**, x), H_{22} (**c**, x) и H_{12} (**c**, x). Им соответствуют пары молекул лёгкого, тяжёлого и смешанного сортов газа. Эти функции распределения пар молекул имеют следующий вид:

$$H_{12}(\mathbf{c},x) = N_1^{-1}(x)N_2^{-1}(x)\{\varepsilon^2 < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Phi_2^{(-)}(\vec{c}) > + \varepsilon\,[< \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > + < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) >]\,a(x) + < \Delta_1(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > a^2(x) + \varepsilon\,[\ \rho_{21} < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > + \ \rho_{12} < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) >]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ \rho_{21} < \Delta_2(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > \tilde{a}^2(x) + \ \rho_{21} < \Delta_1^2(\vec{c}) > a(x)\tilde{a}(x) + \ \rho_{12} < \Delta_2^2(\vec{c}) > \tilde{a}(x)a(x)\} \qquad (13)$$

$$H_{11}(\mathbf{c},x) = N_1^{-2}(x)\{\varepsilon^2 < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Phi_1^{(-)}(\vec{c}) > + \varepsilon\,[< \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > + < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) >]\,a(x) + < \Delta_1(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > a^2(x) + \varepsilon\,[\ \rho_{12} < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > + \ \rho_{12} < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) >]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ \rho_{12} < \Delta_2(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > \tilde{a}^2(x) + \ \rho_{12} < \Delta_2^2(\vec{c}) > a(x)\tilde{a}(x) + \ \rho_{12} < \Delta_2^2(\vec{c}) > \tilde{a}(x)a(x)\} \qquad (14)$$

H_{22} (**c**,x) = $N_2^{-2}(x)$ { $\varepsilon^2 < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Phi_2^{(-)}(\vec{c}) > + \varepsilon\ [< \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > + < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) >]\ a(x) + < \Delta_2(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > a^2(x) + \varepsilon\ [\ \rho_{21} < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > + \ \rho_{21} < \Phi_2^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) >]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{21}\ \rho_{21} < \Delta_1(\vec{c})\ \Delta_1(\vec{c}) > \tilde{a}^2(x) + \ \rho_{21} < \Delta_1^2(\vec{c}) > a(x)\tilde{a}(x) + \ \rho_{21} < \Delta_1^2(\vec{c}) > \tilde{a}(x)a(x)$} (15)

Выражения, записанные в виде угловых скобок в формулах (13)–(15), являются функциями абсолютных величин относительных скоростей выбранных пар молекул:

$g_{ij} = |\ \vec{c}_i - \vec{c}_j\ |$

Их удобно записать, полагая для краткости $g_{ij} \equiv g$, например, так:

$$< \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Phi_2^{(-)}(\vec{c}) > = \ G_{12}^{(-)}\ (g), \qquad (16)$$

$$< \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ \Delta_2(\vec{c}) > = < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\ [\Phi_2^{(+)}(\vec{c}) - \varepsilon\Phi_2^{(-)}(\vec{c})] > = < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\Phi_2^{(+)}(\vec{c}) > - \varepsilon < \Phi_1^{(-)}(\vec{c})\Phi_2^{(-)}(\vec{c}) > = G_{12}^{(+,-)}\ (g) - \varepsilon\ G_{12}^{(-)}\ (g), \quad \text{и т. д.} \qquad (17)$$

Функции модуля относительной скорости пар молекул g вычислялись ранее. Для однокомпонентного газа в работах [4; 5]. Для смесей – в [6–8]. В соответствии с терминами, введёнными в [4; 5], функции $G_{ii}^{(-)}$, $G_{ii}^{(+)}$, $G_{ij}^{(-,+)}$, $G_{ij}^{(+,-)}$ могут быть названы как «холодная», «горячая» и «перекрёстная» моды распределений пар молекул. При этом «перекрёстные» моды не зависят от перестановки как верхних, так и нижних индексов:

$$G_{ij}^{(-,+)} = G_{ij}^{(+,-)} = G_{ji}^{(-,+)} = G_{ji}^{(-,+)} \qquad (18)$$

Учитывая формулы (16), (17) и аналогичные им (в которых для краткости опустим аргумент g), представим равенства (13)–(15) следующим образом:

H_{12} (g,x) = $N_1^{-1}(x)N_2^{-1}(x)$ { $\varepsilon^2 G_{12}^{(-)} + \varepsilon\ [\ G_{12}^{(+,-)} - \varepsilon\ G_{12}^{(-)} + G_{21}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{12}^{(-)}]\ a(x) + [G_{12}^{(+)} - \varepsilon\ G_{12}^{(+,-)} - \varepsilon\ G_{12}^{(-,+)} + \varepsilon^2 G_{12}^{(-)}]\ a^2(x) + \varepsilon\ [\ \rho_{21}(\ G_{11}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{11}^{(-)}) + \ \rho_{12}(\ G_{22}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{22}^{(-)})]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ \rho_{21}\ (G_{21}^{(+)} - \varepsilon\ G_{21}^{(+,-)} - \varepsilon\ G_{21}^{(-,+)} + \varepsilon^2 G_{21}^{(-)})\ \tilde{a}^2(x) + \ \rho_{21}\ (G_{11}^{(+)} - 2\varepsilon G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2 G_{11}^{(-)})\ a(x)\tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ (G_{22}^{(+)} - 2\varepsilon G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2 G_{22}^{(-)})\ \tilde{a}(x)a(x)$} (19)

H_{11} (g,x) = $N_1^{-2}(x)$ { $\varepsilon^2 (G_{11}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{11}^{(-)}) + \varepsilon\ [\ (G_{11}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{11}^{(-)}) + (G_{11}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{11}^{(-)})]\ a(x) + (G_{11}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{11}^{(-)})\ a^2(x) + \varepsilon\ [\ \ \rho_{12}(G_{11}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{11}^{(-)}) + \ \rho_{12}\ (G_{11}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{11}^{(-)})]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ \ \rho_{12}(G_{22}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{22}^{(-)})\ \tilde{a}^2(x) + \ \rho_{12}\ (G_{22}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{22}^{(-)})\ \ a(x)\tilde{a}(x) + \ \rho_{12}\ (G_{22}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{22}^{(-)})\ \tilde{a}(x)a(x)$} (20)

H_{22} (g,x) = $N_2^{-2}(x)$ { $\varepsilon^2 (G_{22}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{22}^{(-)}) + \varepsilon\ [\ (G_{22}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{22}^{(-)}) + (G_{22}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{22}^{(-)})]\ a(x) + (G_{22}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{22}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{22}^{(-)})\ a^2(x) + \varepsilon\ [\ \ \rho_{21}(G_{22}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{22}^{(-)}) + \ \rho_{21}\ (G_{22}^{(-,+)} - \varepsilon\ G_{22}^{(-)})]\ \tilde{a}(x) + \ \rho_{21}\ \ \rho_{21}(G_{11}^{(+)} - 2\ \varepsilon\ G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2\ G_{11}^{(-)})$

$\tilde{a}^2(\mathrm{x}) \quad + \quad \rho_{21} \quad (G_{11}^{(+)} - 2\,\varepsilon\, G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2\, G_{11}^{(-)}) \quad a(x)\tilde{a}(x) + \quad \rho_{12} \quad (G_{11}^{(+)} -$
$2\,\varepsilon\, G_{11}^{(+,-)} + \varepsilon^2\, G_{11}^{(-)})\,\tilde{a}(x)a(x)\}$ (21)

Заключение

Для модифицированной модели ударного сжатия бинарных смесей газов найдено аналитическое представление всех возможных видов функций распределения пар молекул (19–21).

ЛИТЕРАТУРА

1. Аналитические модели поступательно-неравновесной динамики ударно-сжатых бинарных смесей газов / М. М. Кузнецов, Г. В. Кузнецов, В. И. Паренкина, Д. Г. Сатюков, Р. Ф. Халиков // Вестник Государственного университета посвещения. Серия: Физика-Математика. 2023. № 4. С. 34–48. DOI: 10.18384/2949-5067-2023-4-34-48.
2. Tanenbaum B. S., Scott R. M. Comments on “Kinetic-Theory Approach to the Problem of Shock-Wave Strukture in a Binary Mixture” // Physics of Fluids. 1966. Vol. 9. Iss. 5. P. 1048–1049. DOI: 10.1063/1.1761772.
3. Bratos M., Herczynski R. Shock waves in noble gases and their mixtures // Archives of Mechanics (Archiwum Mechaniki Stosowanej). 1983. Vol. 35. No. 2. P. 215–239.
4. Куликов С. В., Терновая О. И., Черешнев С. Л. Специфика поступательной неравновесности во фронте ударной волны в однокомпонентном газе // Химическая физика. 1993. Т. 12. № 3. С. 340–342.
5. Куликов С. В., Терновая О. И., Черешнев С. Л. Специфика эволюции распределения молекул однокомпонентного газа по относительным скоростям во фронте УВ // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30. № 4. С. 140–144.
6. Kuznetsov M. M., Kuleshova J. D. Increase in rates of Kinetic Processes inside the Bimodal Hypersonic Shock Wave // Heat Transfer Research. 2012. Vol. 43. Iss. 3. P. 228–236. DOI: 10.1615/HeatTransRes.v43.i3.30.
7. Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Смотрова Л. В. Эффект высокоскоростной поступательной неравновесности в бимодальной ударной волне // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2012. № 2. С. 108–116.
8. Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Смотрова Л. В. Эффект поступательной неравновесности в Тамм – Мотт-Смитовской модели ударной волны // Вестник Санки-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2012. № 3. С. 84–86.

REFERENCES

1. Kuznetsov, M. M., Kuznetsov, G. V., Parenkina, V. I., Satyukov, D. G. & Halikov, R. F. (2023). Analytical models of translationally nonequilibrium dynamics of shock-compressed binary gas mixtures. In: *Bulletin of the Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 4, 36–48. DOI: 10.18384/2949-5067-2023-4-34-48 (in Russ.).
2. Tanenbaum, B. S. & Scott, R. M. (1966). Comments on “Kinetic-Theory Approach to the Problem of Shock-Wave Strukture in a Binary Mixture”. In: *Physics of Fluids*, 9 (5), 1048–1049. DOI: 10.1063/1.1761772.

3. Bratos, M. & Herczynski, R. (1983). Shock waves in noble gases and their mixtures. In: *Archives of Mechanics (Archiwum Mechaniki Stosowanej)*, 35 (2), 215–239.
4. Kulikov, S. V., Ternovaya, O. I. & Chereshnev, S. L. (1993). Specificity of translational nonequilibrium in the shock wave front in a single-component gas. In: *Soviet Journal of Chemical Physics*, 12 (3), 340–342 (in Russ.).
5. Kulikov, S. V., Ternovaya, O. I. & Chereshnev, S. L. (1994). Specificity of the evolution of the distribution of one-component gas molecules by relative velocities in the shock wave front. In: *Combustion, Explosion, and Shock Waves*, 30 (4), 140–144 (in Russ.).
6. Kuznetsov, M. M. & Kuleshova, J. D. (2012). Increase in rates of Kinetic Processes inside the Bimodal Hypersonic Shock Wave. In: *Heat Transfer Research*, 43 (3), 228–236. DOI: 10.1615/HeatTransRes.v43.i3.30.
7. Kuznetsov, M. M., Kuleshova, Ju. D. & Smotrova, L. V. (2012). On the increase of the kinetic processes rates in Tamm – Mott-Smith shock wave model. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2, 108–116 (in Russ.).
8. Kuznetsov, M. M., Kuleshova, Ju. D. & Smotrova, L. V. (2012). The translational nonequilibrium effect in the Tamm – Mott-Smith shock wave model. In: *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 3, 84–86 (in Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Михаил Михайлович (г. Москва) – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения;
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Кулешова Юлия Дмитриевна (г. Жуковский, Московская обл.) – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии Государственного университета просвещения;
ORCID: 0000-0001-8556-9340; e-mail: juliaybogdanova@mail.ru

Сатюков Дмитрий Геннадьевич (г. Москва) – аспирант кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Государственного университета просвещения;
e-mail: dsatyukov@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mikhail M. Kuznetsov (Moscow) – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Prof., Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, Federal State University of Education;
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Juliya D. Kuleshova (Zhukovsky, Moscow region) – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Higher Algebra, Mathematical Analysis and Geometry, Federal State University of Education;
ORCID: 0000-0001-8556-9340; e-mail: juliaybogdanova@mail.ru

Dmitry G. Satyukov (Moscow) – Postgraduate Student, Department of Fundamental Physics and Nanotechnology, Federal State University of Education;
e-mail: dsatyukov@gmail.com dsatyukov@gmail.com