

УДК 533.6.011.5

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-68-82

ЧИСЛЕННОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛИЗАЦИИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ВЯЗКОГО ГАЗА

Тугазаков Р. Я.

*Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского
140180, Московская обл., г. Жуковский, ул. Жуковского, д. 1, Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Построение нелинейной модели турбулизации сверхзвукового потока вязкого газа при обтекании плоской пластины.

Процедура и методы. Применялось численное моделирование в рамках уравнений Навье – Стокса без привлечения моделей турбулентности с использованием этих результатов расчёта для построения аналитического решения.

Результаты. На основе данных прямого численного моделирования уравнений Навье – Стокса объяснён механизм выброса газа (бёрста) с поверхности теплоизолированной пластины, обтекаемой сверхзвуковым потоком газа с $M = 2$. Показано, что «вязкий подслей» становится неустойчивым, и на обтекаемой поверхности появляются силы, приводящие к отрыву бёрстов с обтекаемой поверхности. Полученные результаты подтверждают экспериментальные данные: выполнение закона подобия частоты образования бёрстов для сверхзвукового потока газа. Также подтверждена реализация в турбулентном пограничном слое резонансного трёхволнового взаимодействия волн, полученного в теоретических работах.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные в статье результаты объясняют механизм перехода ламинарного течения в турбулентное на нелинейном уровне, дополняют и уточняют теорию ламинарно-турбулентного перехода, исследованного ранее в рамках слабонелинейного подхода.

Ключевые слова: турбулентный сверхзвуковой поток, бёрст, резонансное трёхволновое взаимодействие

Благодарности. Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 20-01-00184.

NUMERICAL AND ANALYTICAL STUDY OF TURBULENCE OF SUPERSONIC VISCOUS GAS FLOW

R. Tugazakov

*Central Aerohydrodynamic Institute
ulitsa Zhukovskogo 1, Zhukovsky 140180, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract

Aim. Building a nonlinear turbulence model of a supersonic viscous gas flow around a flat plate.

Methodology. Numerical modeling was applied within the framework of the Navier-Stokes equations without using turbulence models; the calculation results then used to build an analytical solution.

Results. Based on the data from direct numerical modeling of the Navier-Stokes equations, the mechanism of gas emission (burst) from the surface of a thermally insulated plate streamlined by a supersonic gas flow with $M = 2$ is explained. It is shown that the “viscous sublayer” becomes unstable, and forces appear on the streamlined surface, leading to the separation of bursts from the streamlined surface. The results obtained in the article confirm the experimental data: the fulfillment of the law of similarity of the burst formation frequency for supersonic gas flow. The results also confirm the realization of the resonant three-wave interaction of waves in the turbulent boundary layer, obtained in theoretical works.

Research implications. The results obtained in the article explain the mechanism of transition from laminar flow to turbulent flow at the nonlinear level, they complement and refine the theory of laminar -turbulent transition, previously studied within the framework of a weakly nonlinear approach.

Keywords: Turbulent supersonic flow, burst, resonant three-wave interaction

Acknowledgments. The work was carried out within the framework of RFBR grant No. 20-01-00184.

Введение

Существуют десятки работ, посвящённых изучению ламинарно-турбулентного перехода в дозвуковых и сверхзвуковых течениях газа при обтекании плоской пластины [1–12; 14–16]. Авторы большинства этих работ, полученных экспериментальным путём или численным моделированием течения газа в рамках уравнений Навье – Стокса, стремятся подтвердить теоретические результаты, открытые в слабонелинейном подходе в рамках теории гидродинамической неустойчивости. Основной вывод, полученный в теоретических работах, заключается в том, что в рамках слабонелинейного подхода наибольший нелинейный вклад в развитие неустойчивых возмущений в сдвиговых течениях должно давать резонансное трёхволновое взаимодействие [2]. То есть на нелинейной стадии развития возмущение растёт, как правило, взрывным образом. Слабонелинейный же подход в пространстве частот описывает возникновение градиентной катастрофы, которая может привести к ламинарно-турбулентному переходу. Но саму картину перехода реального течения можно описать только в нелинейной постановке. Этому и посвящена данная работа.

1. Постановка задачи

На рис. 1 приведена картина обтекания прямоугольной пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа (где z – продольная, x – поперечная, y – нормальная координаты; w , u , v – компоненты скорости вдоль этих координат). Начало декартовой системы координат располагается на острой передней кромке плоской пластины. Ось z совпадает с направлением вектора скорости w_∞ невозмущённого сверхзвукового потока, ось y направлена по нормали к

пластине, ось x совпадает с передней кромкой. Максимальное количество расчётных точек равно $1,7 \times 10^7$; пространственные шаги $dx = dy = dz = 10^{-5}$ м, а временные – 10^{-9} с. Сначала устанавливается квазистационарное обтекание пластины с пограничным слоем толщиной δ .

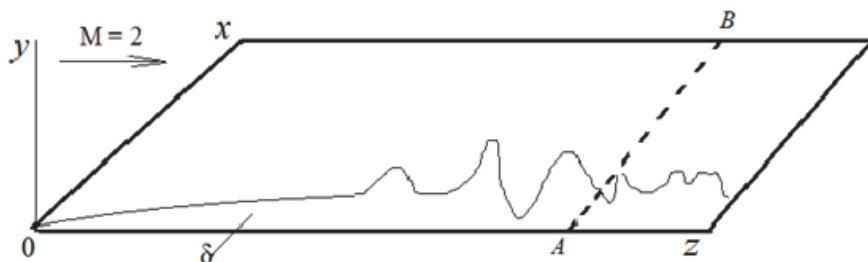


Рис. 1 / Fig. 1. Схема расчётной области обтекания пластины /
Diagram of the calculated flow area of the plate

Источник: по данным автора

Затем на скорость набегающего потока w_∞ накладывается плоская гармоническая волна интенсивности $\Delta p = 0,005\text{--}0,01 p_\infty$ с длиной λ , которая выбирается из условия максимального резонансного усиления внешних волн (в зависимости от числа M , толщины слоя, длины волны и ширины пластины). Число Re , определённое по длине пластины, для пространственного расчёта имеет порядок $\sim 10^6$. Рассматривается симметричная задача по оси y , т. е. приводятся картины обтекания одной поверхности пластины. На выходной границе и в трансверсальном направлении задаются неотражающие граничные условия. Результаты получаются прямым численным моделированием течения в рамках уравнений Навье – Стокса, без привлечения схем турбулентности; используется явная двухшаговая разностная схема [13]. Приведённые на фигурах геометрические размеры отнесены к длине пластины; давление p , плотность R отнесены к их значениям в набегающем потоке, а компоненты скорости – к скорости звука невозмущённого потока. Первоначально рассчитывается обтекание теплоизолированной пластины газом со скоростью w_∞ и параметрами: $p_\infty = 1$ атм, $T_\infty = 278$ К, $R_\infty = 1,25$ кГс²/м⁴, $\mu_\infty = 1,72 \times 10^{-5}$ кГс/м², число Прандтля $Pr = 0,72$ для набегающего потока с числом $M = 2$. После реализации в задаче ламинарно-турбулентного перехода взрывным образом изучается спектр турбулентного течения на теплоизолированной части пластины и на участке пластины, граница которого начинается после линии AB (рис. 1), охлаждённой до низкой температуры.

2. Результаты расчётов

Результаты обтекания пластины потоком газа с числом $M = 2$ представлены на рис. 2.

Здесь на рис. 2а приведена картина распределения давления на пластине, когда на набегающий поток «наложена» плоская гармоническая волна с частотой 780 кГц. Длина волны взята в два раза больше толщины ламинарного пограничного слоя, что обеспечивает максимальное усиление набегающих возмущений [10]. Интенсивность набегающей волны мала, так что течение в начальной части пластины почти квазидвумерное. На рис. 2б видно, что переход от ламинарного к турбулентному потоку происходит почти по линейному закону. В центральном продольном сечении величины давления и энтропии постепенно подрастают. Температура почти постоянна. При турбулизации потока все параметры увеличиваются, что соответствует экспериментальным [5–7] и численным [8; 14] данным.

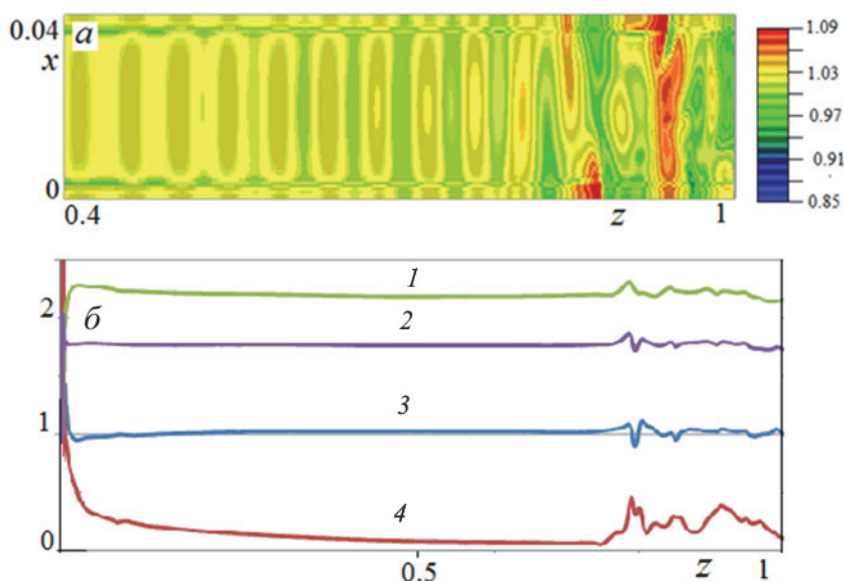


Рис. 2 / Fig. 2. Распределение параметров течения на поверхности пластины: начальная стадия турбулизации потока, разрушение первоначальных внешних возмущений при $z > 0,8$ (а); газодинамические величины s – кривая (1), T (2), p (3), коэффициент поверхностного трения c_f (4) на пластине в областях ламинарного и турбулентного течений (б) / Distribution of flow parameters on the plate surface: the initial stage of flow turbulence, destruction of initial external disturbances at $z > 0,8$ (а); gas dynamic values s – curve (1), T (2), p (3), surface friction coefficient c_f (4) on the plate in the laminar and turbulent currents (б).

Источник: [14].

Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при $z = 0,8$, когда величина p_+ становится меньше p_∞ . Здесь p_+ – величина давления на пластине, медленно меняющаяся с ростом числа Re . При выполнении указанного условия ($Re \sim 10^6$) из-за нелинейной неустойчивости происходит взрывной переход от ламинарного характера течения к турбулентному.

Набегающие волны здесь разрушаются образующимися с собственной частотой интенсивными пульсациями. Образуются характерные для переходного периода пространственные турбулентные пятна различного размера. Появление структур в продольных и поперечных сечениях картины течения показано далее.

2.1. Картина течения в продольном центральном сечении расчётного поля

На рис. 3 приведены мгновенные картины распределения параметров течения в продольном центральном сечении расчётного поля (плотности, давления и нормальной компоненты скорости).

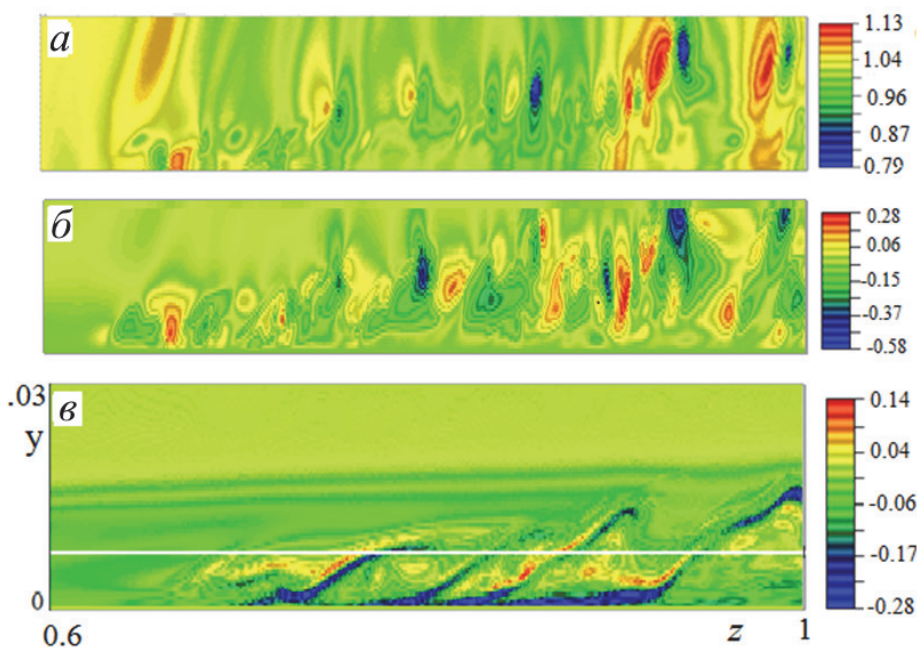


Рис. 3 / Fig. 3. Картины течения газа внутри пограничного слоя: поле давления (а); нормальная компонента скорости (б); квазипериодические выбросы вязкой жидкости из пристенной области – «бёрсты» (в) / Gas flow patterns inside the boundary layer: pressure field (a); normal velocity component (b); quasiperiodic emissions of viscous liquid from the wall area – “bursts” (v)

Источник: [9].

Результаты представлены в момент, когда на участке $z > 0,65$ установилось развитое турбулентное течение. На рис. 3а (поле давления) видно, как на внешней границе пограничного слоя в результате воздействия на него пульсаций давления образуются вихри разных знаков, которые способствуют обмену газом из вязкого слоя с внешним потоком и обратному обмену. Нелинейный механизм образования вихрей на сдвиговых слоях в сверхзвуковых

течениях (неустойчивость Кельвина – Гельмгольца), представлен в [10]. На рис. 3б приведено поведение пульсаций компоненты скорости v , нормальной к поверхности пластины, диапазон изменения которых находится в пределах $-0,6 \div 0,3$. То есть происходит непрерывное движение газа к пластине и от неё. Максимальное значение v принимает на внешней границе пограничного слоя в вершинах бёрстов – квазипериодических выбросов вязкой жидкости из пристенной области. В результате выбросов газа во внешнем поле образуются наклонные волны малой интенсивности. На рис. 3в представлена более подробная картина образования бёрстов (поле поперечной компоненты вихря), начиная с $z > 0,65$, когда проявляется неустойчивость вязкого подслоя.

2.2. Закон подобия частоты образования бёрстов

Численное исследование процесса перехода ламинарного течения в турбулентное требует подтверждения основных положений, полученных ранее в эксперименте. В частности, в эксперименте [11; 12] при изучении квазипериодических выбросов жидкости из пристенной области течения получен закон подобия средней периодичности бёрстов: $TU_\infty/\delta = 6 \pm 2$, где T – средний период бёрстов, δ – толщина турбулентного течения, U_∞ – скорость набегающего потока. Этот закон подобия получен для дозвуковых течений.

В настоящей работе при обтекании плоской пластины сверхзвуковым потоком газа ($M = 2$) получается картина течения, представленная на рис. 3в. Видно, что при $z \approx 0,65$ начинается нелинейный переход ламинарного течения в турбулентное.

Для получения закона подобия в реальном нестационарном течении проведены расчёты, описывающие картины образования бёрстов для двух моментов времени (рис. 4), взятых через 1600 временных шагов. В результате получены данные, которые позволяют сформулировать закон подобия. На рис. 4 светлые линии 1 и 2 соответствуют положению бёрста в момент t_1 и t_2 , где $T = t_2 - t_1 = 1600 \times 1,7 \times 10^{-9} \text{ с} = 2,72 \times 10^{-6} \text{ с}$. Тогда расчёты показывают: $TU_\infty/\delta = 2,72 \times 10^{-6} \times 660 / 30 \times 10^{-5} = 5,98$. Скорость бёрста для данного варианта задачи находится из отношения пути (отмечены на рис. 4б тёмными линиями), пройденного бёрстом, ко времени T : $v_b = 100 \times 10^{-5} / 2,72 \times 10^{-6} = 370 \text{ м/с}$. То есть, так как плотность на пластине меньше R_∞ , то скорость бёрста больше 330 м/с.

Таким образом, закон подобия выполняется и при сверхзвуковом обтекании пластины. Это объясняется тем, что образование бёрстов начинаются на пластине в вязком дозвуковом подслое. Картина их образования в поперечных сечениях (в турбулентной части течения) приведена на рис. 5. На рис. 5а и 5б видны головка бёрста и его «ноги». При движении по потоку бёрст всплывает от поверхности. Когда головка бёрста начинает взаимодействовать с внешней границей турбулентного пограничного слоя, она распадается на ряд вихрей, которые опускаются ниже в турбулентную область, захватывая газ из внешнего потока.

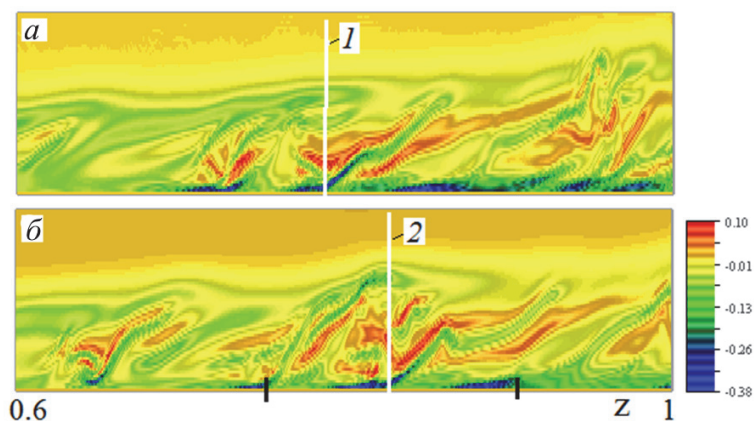


Рис. 4 / Fig. 4. Поведение бёрстов (поперечные компоненты вихря) в продольном сечении для двух моментов времени t_1 (а) и t_2 (б). Светлые вертикальные прямые соответствуют расположению бёрста в данный момент / The behavior of the bursts (transverse components of the vortex) in the longitudinal section for two time points t_1 (a) and t_2 (б). The light vertical lines correspond to the location of the burst at the moment

Источник: Жаров В. А., Тутазак Р. Я. Динамика пограничного слоя в сжимаемом газе. Численное моделирование // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 2. С. 99.

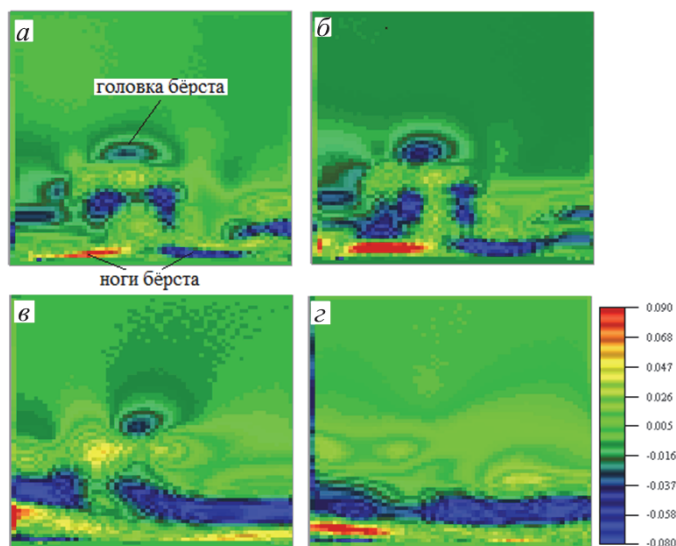


Рис. 5 / Fig. 5. Развитие бёрстов в поперечном направлении: (а), (б) – рост бёрста по координате z ; (в), (г) – погружение бёрста в турбулентную область при взаимодействии его с внешней границей турбулентного пограничного слоя / The development of bursts in the transverse direction: (a), (б) – the growth of the burst along the z coordinate; (в), (г) – the immersion of the burst into a turbulent region when interacting with the outer boundary of the turbulent boundary layer

Источник: Жаров В. А., Тутазак Р. Я. Динамика пограничного слоя в сжимаемом газе. Численное моделирование // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 2. С. 100.

В работе [9] показано, что при обтекании плоской пластины сверхзвуковым вязким потоком газа на последней стадии перехода в потоке реализуются нестационарные силы, вызывающие микроотрывы газа от поверхности пластины. Данный сценарий образования бёрстов напоминает схему образования вихрей в невязком потоке газа. Опишем процесс образования сил, способствующих отрыву невязкого газа от обтекаемой поверхности.

2.3. Силы, вызывающие отрыв идеального газа в нестационарных и пространственных течениях

Отрыв потока газа от обтекаемой поверхности происходит под действием сил, возникающих в области течения. Это – вязкие силы в реальном потоке газа (рис. 6а) и силы инерции в невязком потоке (рис. 6б, 6в, 6г). Теория отрыва нестационарного потока идеального газа при обтекании выпуклого угла построена в работе [15], где найдены значения углов, при котором происходит отрыв потока для данного числа Маха набегающего потока. Теоретические и численные исследования по отрывному обтеканию сверхзвуковым потоком идеального газа V-образного крыла в режиме больших углов атаки ($M = 2 \dots 4$) как при угле скольжения, так и без него, приведены в работах [15; 16]. Здесь для крыла с углом раскрытия между консолями 90° аналитически получены условия отрыва потока идеального газа от наветренной поверхности консоли.

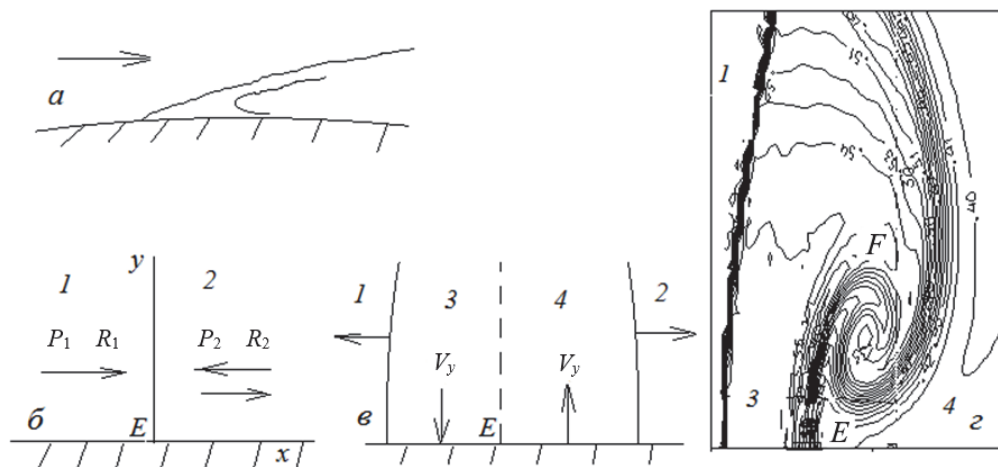


Рис. 6 / Fig. 6. Схемы отрыва потока газа от обтекаемой поверхности /

Diagrams of the separation of the gas flow from the streamlined surface

Источник: [15].

В данной работе приводится обобщённая схема течения, по которой происходит отрыв потока газа в идеальном газе. Задача решается в двумерной постановке в автомодельных переменных. Видно, что при столкновении потоков (рис. 6б) образуются области 3 и 4, где производная нормальной

скорости к поверхности V_y (рис. 6в) может при определённых условиях иметь разные знаки. В этом случае в области 3 давление растёт, а в области 4 – падает. Реализуется отрыв газа в точке E , так как появляется сила, закручивающая контактный разрыв. Образуется вихрь F , который всплывает над поверхностью (рис. 6г) вместе с газом. Данная схема отрыва потока газа от поверхности реализуется и в стационарном пространственном сверхзвуковом обтекании крыла. На рис. 7а и 7б для начальных параметров задачи $M = 3$, $\alpha = -35^\circ$, $\beta = 13^\circ$ представлены результаты обтекания V-крыла, когда на наветренной стороне консоли при столкновении потоков газа происходит отрыв в виде всплытия вихревой особенности Ферри (точка S'). Здесь представлены общая картина течения (рис. 7а) и фрагменты поля изэнтроп (рис. 7б). Распределение газодинамических функций по поверхности консоли в поперечном направлении, совпадающее с экспериментальными данными [16], представлено на рис. 7в, где вертикальной линией отмечена граница отрыва. Видно, что в области отрыва реализуется локальный максимум давления P (кривая 1), плотность ρ (2) и энтропия S (3) меняются скачком, а поперечная скорость u (4) = 0.

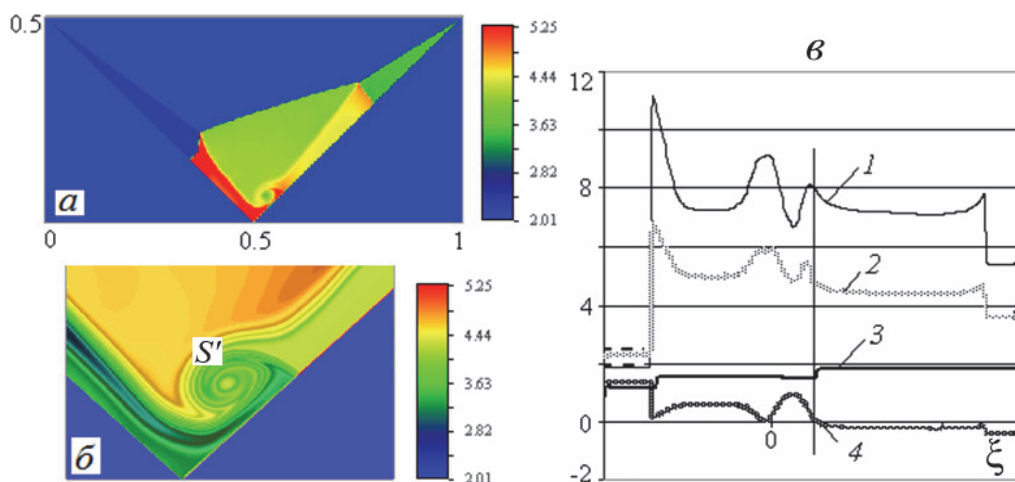


Рис. 7 / Fig. 7. Обтекание V-крыла с образованием отрыва в виде всплытия вихревой особенности Ферри (точка S'), при столкновении потоков газа на наветренной стороне консоли /

Flow around a V-wing with the formation of separation in the form of the ascent of the Ferry vortex singularity (point S'), when gas flows collide on the windward side of the console

Источник: [15].

2.4. Механизм образования бёрста

Результаты работ [10; 14] позволяют в рамках полного нелинейного взаимодействия сформулировать условие, при котором в данной задаче происходит переход от ламинарного течения к турбулентному. На рис. 8

показано распределение параметров течения в случае, когда реализуется резонансное трёхволновое взаимодействие волн и появляется условие для образования бёрста.

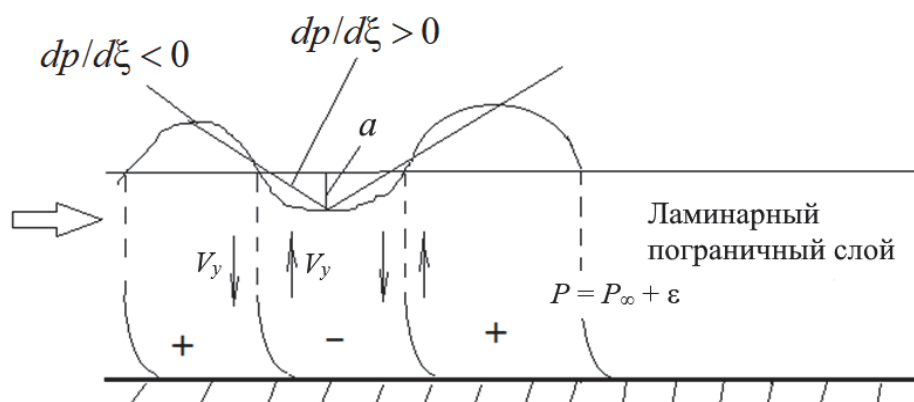


Рис. 8 / Fig. 8. Реализация резонансного трёхволнового взаимодействия волн; создание условия для образования бёрста / Realization of resonant three-wave interaction; burst creation condition is met

Источник: [9].

Вдоль пластины распространяется плоская гармоническая волна определённой длины, интенсивность которой определяется начальной амплитудой $\pm a$. При движении вдоль пластины и увеличении числа Рейнольдса вследствие линейной неустойчивости интенсивность волны увеличивается. Сначала на пластине устанавливается течение с ламинарным пограничным слоем, в котором давление равно $P = P_\infty + \epsilon$ (ϵ – малая величина, первоначально превышающая $\text{mod } a$). При наложении на течение внешней волны суммарная текущая величина давления, которое действует на вязкий подслой на пластине, равна $P_+ = P_\infty + \epsilon \pm a$. Поскольку $\text{mod } a$ растёт, при больших значениях Re возможны два случая: $P_+ > P_\infty$ или $P_+ < P_\infty$. В первом случае давление незначительно сжимает пограничный слой, толщина его уменьшается, и течение является устойчивым. Вследствие действия градиента давления по нормали к пластине появляется отрицательный градиент нормальной скорости. Во втором случае на вязкий подслой действует давление, меньшее, чем во внешнем потоке, и образуется положительный градиент нормальной скорости, который стремится оттеснить поток от пластины. В этом случае течение в вязком подслое неустойчиво, и возникают силы, аналогичные тем, которые вызывают отрыв невязкого потока газа от обтекаемой поверхности [15]. Применение теории невязкого отрыва здесь объясняется ничтожным влиянием вязких сил на поверхности пластины. И в то же время, действием интенсивных волн, усилившихся из-за линейной неустойчивости при увеличении числа Re . В соответствии с результатами работы [15] граница положительной и

отрицательной фаз (рис. 8) на поверхности пластины сворачивается в микровихрь (бёрст), который отрывается от поверхности вместе с потоком. Неустойчивость течения в вязком подслое приводит к его перестройке. Таким образом, имеем классическую задачу о распаде произвольного разрыва. В пространственном случае эта задача не имеет аналитического решения, однако использование данных численного эксперимента позволяет представить картину перехода при выполнении условия $\text{mod } a > \epsilon$.

2.5. Стохастизация течения и переход к турбулентности

По спектру можно проследить развитие процесса стохастизации. На рис. 9 представлен спектр пульсаций давления однородно нагретой пластины с указанием относительной величины частоты соответствующих составляющих: по горизонтали отложена частота в условных единицах, по вертикали – квадрат модуля амплитуды пульсаций давления. Длина реализации по времени в расчётах составляет порядка 100 расчётных шагов. Этот спектр подтверждает субгармонический-гармонический сценарий перехода. Действительно, если за основу взять частоту $f = 2,934$, то близкая к ней субгармоническая частота равна $f = 1,331$. Видны также кратные частоты. Сравнение спектра пульсаций давления на пластине в зависимости от температуры охлаждения показывает, что с изменением температуры пластины характер сценария развития пульсаций сохраняется (субгармонический-гармонический), но спектр частот становится уже.

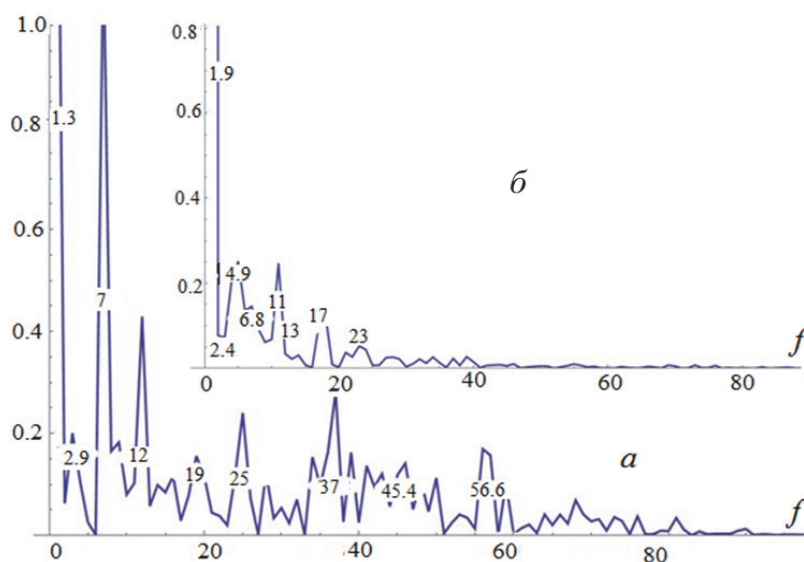


Рис. 9 / Fig. 9. Влияние температуры пластины на спектр пульсаций давления: температура пластины $T = 0,83T_w$ (a), охлаждённая часть пластины: $T = 0,5T_w$ (б) / The effect of plate temperature on the pressure pulsation spectrum: plate temperature $T = 0,83T_w$ (a), cooled part of the plate: $T = 0,5T_w$ (б)

Источник: Жаров В. А., Тугазаков Р. Я. Динамика пограничного слоя в сжимаемом газе. Численное моделирование // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2022. № 2. С. 102.

Анализ поведения величины плотности и давления в зависимости от температуры пластины (рис. 9) показывает, что из-за разности температуры в носовой ($T = 0,83T_w$) и кормовой ($T = 0,5T_w$) частях пластины перед носиком охлаждённой части пластины в дозвуковой области течения образуется тангенциальный разрыв, который в области сверхзвукового течения превращается в слабую ударную волну. Взаимодействие набегающего турбулентного потока с тангенциальным разрывом и ударной волной приводит к размыванию этих разрывов и, в то же время, частичному разрушению вихрей, бёрстов [15; 17].

Заключение

В нелинейной постановке построена модель ламинарно-турбулентного перехода сверхзвукового потока газа. Точность результатов подтверждается выполнением закона подобия частоты образования бёрстов и резонансного трёхволнового взаимодействия волн, полученных в работе. Аналитические и численные данные совпадают с экспериментальными результатами. Показано, что влияние температуры на теплоизолированную и охлаждённую части пластины соответствует изменению характера течения в пространстве и спектральном составе потока.

Статья поступила в редакцию 15.01.2024г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 134 с.
2. Kachanov Yu. S. On the resonant nature of the breakdown of a laminar boundary layer // Journal of Fluid Mechanics. 1987. Vol. 184. P. 43–74. DOI: 10.1017/S0022112087002805.
3. Жаров В. А. О волновой теории развитого турбулентного пограничного слоя // Ученые записки ЦАГИ. 1986. Т. XVII. № 5. С. 28–38.
4. Дорофеев Ф. Е. Эффект изменения знака подъёмной силы для степенных тел вращения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 2. С. 42–50. DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-42-50.
5. Late-Stage Transitional Boundary-Layer Structures. Direct Numerical Simulation and Experiment / Borodulin V. I., Gaponenko V. R., Kachanov Y. S., Meyer D. G. W., Rist U., Lian Q. X., Lee C. B. // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2002. Vol. 15. P. 317–337. DOI: 10.1007/s001620100054.
6. Репик Е. У., Соседко Ю. П. Турбулентный пограничный слой. Методика и результаты экспериментальных исследований. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 312 с.
7. Experiments on relative receptivity of three-dimensional supersonic boundary layer to controlled disturbances and its development / Kosinov A. D., Panina A. V., Kolosov G. L., Semionov N. V., Ermolaev Yu. G. // EUCASS Proceedings Series. 2013. Vol. 5: Progress in Flight Physics. P. 69–80. DOI: 10.1051/eucass/201305069.
8. Кудрявцев А. Н., Хотяновский Д. В. Прямое численное моделирование перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 5. С. 581–590.

9. Липатов И. И., Тугазаков Р. Я. Механизм образования бёрстинга при обтекании узкой пластины сверхзвуковым потоком газа // Прикладная механика и техническая физика. 2022. Т. 63. № 2 (372). С. 37–47 DOI: 10.15372/PMTF20220204.
10. Lipatov I. I., Tugazakov R. Ya. Generation of Coherent Structures in Supersonic Flow past a Finite-Span Flat Plate // Fluid Dynamics. 2015. Vol. 50. No 6. P. 793–799. DOI: 10.1134/S0015462815060095.
11. Kline S. J., Reynolds W. C., Shraub F. A., Runstadler P. W. The structure of turbulent boundary layers // Journal of Fluid Mechanics. 1967. Vol. 30. Iss. 4. P. 741–773. DOI: 10.1017/S0022112067001740.
12. Cantuwell D. J. Organized motion in turbulent flow // Annual Review of Fluid Mechanics. 1981. Vol. 13. P. 457–515. DOI: 10.1146/annurev.fl.13.010181.002325.
13. Ephraim L. R., Burstein S. Z. Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas // Journal of Computational Physics. 1967. Vol. 2. Iss. 2. P. 178–196. DOI: 10.1016/0021-9991(67)90033-2.
14. Tugazakov R. Ya. Three-dimensional Turbulent Supersonic Flow over a Plate // Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54. No. 5. P. 705–713. DOI: 10.1134/S0015462819050100.
15. Тугазаков Р. Я. К теории отрыва сверхзвукового потока невязкого газа в задачах газодинамики // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 118–124. DOI: 10.7868/S0568528116040137.
16. Остапенко Н. А., Симоненко А. М. V-образное крыло в сверхзвуковом потоке под углами атаки и скольжения // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 97–109.
17. Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Смотрова Л. В. Эффект высокоскоростной поступательной неравновесности в бимодальной ударной волне // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2012. № 2. С. 108–116.

REFERENCES

1. Gaponov S. A., Maslov A. A. *Razvitiye vozmushcheniy v szhimayemykh potokakh* [Development of disturbances in compressible flows]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1980. 134 p.
2. Kachanov Yu. S. On the resonant nature of the breakdown of a laminar boundary layer. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, vol. 184, pp. 43–74. DOI: 10.1017/S0022112087002805.
3. Zharov V. A. [On the wave theory of a developed turbulent boundary layer]. In: *Uchenyye zapiski TSAGI* [Scientific notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1986, vol. XVII, no. 5, pp. 28–38.
4. Dorofeyev F. Ye. [Effect of a change in the sign of the lifting force for power-law bodies of revolution]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2022, no. 2, pp. 42–50. DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-42-50.
5. Borodulin V. I., Gaponenko V. R., Kachanov Y. S., Meyer D. G. W., Rist U., Lian Q. X., Lee C. B. Late-Stage Transitional Boundary-Layer Structures. Direct Numerical Simulation and Experiment. In: *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2002, vol. 15, pp. 317–337. DOI: 10.1007/s001620100054.
6. Repik Ye. U., Sosedko Yu. P. *Turbulentnyy pogranichnyy sloy. Metodika i rezul'taty eksperimental'nykh issledovaniy* [Turbulent boundary layer. Methodology and results of experimental studies]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2007. 312 p.

7. Kosinov A. D., Panina A. V., Kolosov G. L., Semionov N. V., Ermolaev Yu. G. Experiments on relative receptivity of three-dimensional supersonic boundary layer to controlled disturbances and its development. In: *EUCASS Proceedings Series*, 2013, vol. 5: Progress in Flight Physics, pp. 69–80. DOI: 10.1051/eucass/201305069.
8. Kudryavtsev A. N., Khotyanovskiy D. V. [Direct numerical simulation of transition to turbulence in a supersonic boundary layer]. In: *Teplofizika i aeromekhanika* [Thermophysics and Aeromechanics], 2015, vol. 22, no. 5, pp. 581–590.
9. Lipatov I. I., Tugazakov R. Ya. [Mechanism of bursting formation in a supersonic gas flow past a narrow flat plate]. In: *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], 2022, vol. 63, no. 2 (372), pp. 37–47. DOI: 10.15372/PMTF20220204.
10. Lipatov I. I., Tugazakov R. Ya. Generation of Coherent Structures in Supersonic Flow past a Finite-Span Flat Plate. In: *Fluid Dynamics*, 2015, vol. 50, no 6, pp. 793–799. DOI: 10.1134/S0015462815060095.
11. Kline S. J., Reynolds W. C., Shraub F. A., Runstadler P. W. The structure of turbulent boundary layers. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, vol. 30, iss. 4, pp. 741–773. DOI: 10.1017/S0022112067001740.
12. Cantuwell D. J. Organized motion in turbulent flow. In: *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1981, vol. 13, pp. 457–515. DOI: 10.1146/annurev.fl.13.010181.002325.
13. Ephraim L. R., Burstein S. Z. Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas. In: *Journal of Computational Physics*, 1967, vol. 2, iss. 2, pp. 178–196. DOI: 10.1016/0021-9991(67)90033-2.
14. Tugazakov R. Ya. Three-dimensional Turbulent Supersonic Flow over a Plate. In: *Fluid Dynamics*, 2019, vol. 54, no. 5, pp. 705–713. DOI: 10.1134/S0015462819050100.
15. Tugazakov R. Ya. [To the theory of separation of a supersonic flow of inviscid gas in problems of gas dynamics]. In: *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2016, no. 5, pp. 118–124. DOI: 10.7868/S0568528116040137.
16. Ostapenko N. A., Simonenko A. M. [Supersonic flow around a v-shaped wing at incidence and yaw]. In: *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2004, no. 1, pp. 97–109.
17. Kuznetsov M. M., Kuleshova Yu. D., Smotrova L. V. [On the increase of the kinetic processes rates in tamm-mott-smith shock wave model]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 2, pp. 108–116.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Тугазаков Ренат Ямилович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского;
e-mail: renatsan@ya.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Renat Ya. Tugazakov – Dr. Sci. (Phys.–Math.), Leading researcher, Central Aerohydrodynamic Institute;

e-mail: renatsan@ya.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Тугазаков Р. Я. Численное и аналитическое исследование турбулизации сверхзвукового потока вязкого газа // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2024. № 1. С. 68–82.

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-68-82

FORCITATION

Tugazakov R. Ya. Numerical and analytical study of turbulence of supersonic viscous gas flow. In: *Bulletin of Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2024, no. 1, pp. 68–82.

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-68-82.