

УДК 533.7

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-48-55

ОЦЕНКА СТЕПЕНИ НЕРАВНОВЕСНОСТИ ГАЗА В СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОТОКАХ

Красавин Е. Э.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4, Российская Федерация*

Аннотация

Целью данной работы являлась оценка применимости моделей первого приближения для описания обтекания поверхностей большой кривизны (острых кромок).

Процедура и методы. В работе использованы методы молекулярно-кинетической теории газов. Для численного решения интегрально-дифференциальных уравнений применялось модельное кинетическое уравнение многоатомных газов.

Результаты. Рассчитана максимальная степень неравновесности газовой среды в задаче о профиле плоской ударной волны и в задаче обтекания тонкой пластины для двухатомного газа в интервале чисел Маха от 2-х до 8-ми. Получено почти двукратное превышение степени неравновесности в области носика пластины по сравнению с неравновесностью на профиле плоской ударной волны.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные результаты подтверждают известное положение о физической неадекватности моделей первого приближения, в частности модели Навье – Стокса – Фурье (НСФ), при описании обтеканий острых кромок. Результаты могут быть использованы для разработки моделей течения, ориентированных на решение указанной задачи.

Ключевые слова: молекулярно-кинетическая теория газов, модельное кинетическое уравнение, динамическая неравновесность, острая кромка, ударная волна

Благодарности. Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации, номер темы FSFF-2023-0008.

ASSESSMENT DEGREE OF DISEQUILIBRIUM GASE IN SUPERSONIC FLOWS

E. Krasavin

*Moscow Aviation Institute (National Research University)
ulitsa Volokolamskoe shosse 4, Moscow 125993, Russian Federation*

Abstract

Aim. The purpose of this work was to assess the applicability of first approximation models for describing the flow around surfaces of high curvature (sharp edges).

Methodology. The work used methods of molecular kinetic theory of gases. To numerically solve integral-differential equations, a model kinetic equation of polyatomic gases was used.

Results. The maximum degree of gas disequilibrium medium was calculated in the problem on profile of flat shock wave and in the problem of flow around a thin plate for a diatomic gas in the range of Mach numbers from 2 to 8. An almost twofold increase in the degree of disequilibrium in the region of the plate nose was obtained compared with nonequilibrium on the profile of a plane shock wave.

Research implications. The results obtained confirm the well-known position about the physical inadequacy of first-approximation models, in particular the Navier – Stokes – Fourier (NSF) model, when describing flows around sharp edges. Results can be used to develop flow models aimed at solving this problem.

Keywords: molecular kinetic theory of gases, model kinetic equation, dynamic nonequilibrium, sharp edge, shock wave.

Acknowledgments. This work was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, project No. FSFF-2023-0008.

Введение

Актуальной задачей современной газовой динамики является разработка методов описания неравновесных течений. Решение современных задач производится в большом диапазоне чисел Маха и Кнудсена, поэтому количественная оценка степени неравновесности позволяет определить область применимости гидродинамических моделей.

Расчет газодинамических параметров в окрестности поверхности большой кривизны на сверхзвуковых режимах течения является актуальной задачей на сегодняшний день. Такую поверхность можно рассматривать как острую кромку с размером затупления пренебрежимо малым по сравнению с размером обтекаемого тела. В окрестности острой кромки возникает высоконеравновесное течение газа, что характерно при больших числах Маха. В таком случае происходит высоко градиентное изменение энергии как внутренних, так и поступательных степеней свободы молекул. По данной причине появляется немонотонность в распределении параметров газа в окрестности острой передней кромки [1].

В гиперзвуковой ударной волне возможен перехлест функции распределения пар молекул в одноатомном газе, как показано в работе [2] на основе аналитических методов. Стоит отметить, что если рассмотреть обтекание пластины многоатомным газом, то учёт вращательного движения молекул приводит к уменьшению температуры в возмущённой области и нормального импульса на поверхности пластины [3]. Если рассматривать фронт ударной волны при обтекании газовой смесью, то важно учитывать компоненты с малой концентрацией, как показано в работе [4].

Возникновение ударной волны сопровождается значительным увеличением градиентов газодинамических параметров, что указывает на поступательную (динамическую) неравновесность [5]. Одной из особенностей обтекания острой кромки является появление сильно сжатой области по длине и ширине

пластины, когда ударная волна максимально приближается к носовой части летательного аппарата и локализуется в окрестности одной точки [6; 7].

Возмущённая область вблизи острой кромки порядка длины свободного пробега молекулы, поэтому наиболее важно проанализировать картину обтекания в окрестности острой кромки. Определение газодинамических параметров в этой области становится особенно затруднительным, если расчёт производится при больших числах Маха. В работе [8], например, приводятся расчётные данные для чисел Маха 23.

Если рассмотреть тела более сложной геометрии, например тонкий острый клин, то в окрестности носика наблюдается резкое изменение газодинамических параметров [9], сопровождающееся высоким разогревом поверхности. Также при решении ряда практических задач необходимо учитывать изменения формы кромки вследствие высокотемпературной эрозии.

Кинетические модели, описывающие течение на молекулярном уровне, имеют удвоенную по сравнению с гидродинамическими моделями размерность, что для практических задач сложно реализуемо. Применимость кинетических моделей в высоконервновесной области также обусловлена очень мелкими сетками, что сопровождается значительным увеличением необходимых вычислительных ресурсов [10; 11].

Определение степени неравновесности течения

Под степенью неравновесности будем понимать определённую на единичном отрезке величину [12]:

$$W = \frac{\gamma - 1}{\sqrt{6 - 2\gamma}} \sqrt{\frac{p_{\alpha\beta} p_{\alpha\beta} + \frac{9}{4}(5 - 3\gamma)(\gamma - 1)(\rho R(T_t - T_r))^2}{\rho}}$$

В этом выражении повторяющиеся греческие индексы подразумевают нотацию Эйнштейна;

γ – показатель адиабаты;

T_t – поступательная температура молекул;

T_r – вращательная температура молекул;

ρ – плотность газа;

R – удельная газовая постоянная;

$p = \rho RT$ – термодинамическое давление;

$T = \frac{3}{2}(\gamma - 1)T_t + \frac{5 - 3\gamma}{2}T_r$ – термодинамическая температура;

$p_{ij} = P_{ij} - p$ – неравновесное напряжение (компонент девиатора напряжений);

P_{ij} – компонент тензора напряжений.

Определённая таким образом степень неравновесности имеет простой физический смысл, наиболее наглядный на примере одноатомного газа, в котором множитель $5 - 3\gamma$ обращается в ноль. В этом случае дробь содержит два инварианта тензора напряжений: его свёртку и квадрат его девиатора.

Множитель перед дробью выбран так, чтобы в теоретическом пределе степень неравновесности равнялась единице.

Теоретический предел неравновесного состояния имеет место в том случае, если вся энергия теплового движения молекул сосредоточена на одной поступательной степени свободы.

Серийные расчёты

Расчёты проводились на базе модельного кинетического уравнения многоатомных газов [13]. Задача о профиле плоской ударной волны решалась с использованием программного пакета [14]

Обтекание тонкой пластины, установленной под нулевым углом атаки, рассчитывалась программным пакетом [15].

Рассматривались течения двухатомного газа в интервале чисел Маха $M_\infty=2 \dots 8$. Параметр поступательно-вращательной релаксации принимался постоянным и составлял $Z=5$. При решении задачи обтекания пластины температура поверхности принималась равной 0.1 от температуры торможения потока.

Расчёты показали, что в плоской ударной волне максимальное значение степени неравновесности достигается примерно на середине профиля скорости. В задаче обтекания тонкой пластины максимум неравновесности наблюдается на носике пластины.

Ниже приводится график зависимости максимального значения степени неравновесности от числа Маха. Сплошная линия соответствует задаче об обтекании пластины, пунктирная – плоской ударной волне.

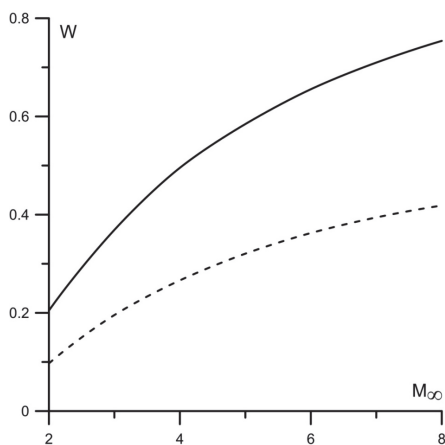


Рис. 1 / Fig. 1. Зависимость максимального значения степени неравновесности от числа Маха. Сплошная линия соответствует задаче об обтекании пластины [15], пунктирная – плоской ударной волне [14] / Dependence of the maximum value of the degree of nonequilibrium on the Mach number. The solid line corresponds to the problem of flow past a plate [15], the dotted line corresponds to a plane shock wave [14]

Источник: составлено автором.

Обсуждение результатов. Заключение

Проведённые расчёты показывают, что течение в области носика тонкой пластины (острой кромки) существенно более неравновесно, чем в плоской ударной волне. Максимальные степени неравновесности отличаются примерно вдвое.

Из теории скачков уплотнения, используемой в механике сплошной среды, известно, что прямой скачок (плоская ударная волна) более интенсивен, чем косые скачки. При обтекании тонкой пластины возникает косой скачок. При гиперзвуковых числах Маха скачок почти прижат к обтекаемой поверхности.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории газов ударная волна (скачок уплотнения) представляет собой высокоградиентную и, следовательно, высоко неравновесную область. При обтекании острой кромки на неравновесность течения оказывает влияние не только большие скорости потока, но и малые размеры обтекаемого объекта, т.е. острой кромки.

Модели первого приближения, например модель НСФ, теоретически обоснованы только в области слабо неравновесных течений. При расчёте профилей ударных волн модель НСФ даёт слишком малые возмущённые области. В ряде работ, в том числе приведённых во Введении, показано, что модель НСФ может давать даже качественно неверные результаты при описании обтекания поверхностей большой кривизны, интерпретируемых как острые кромки.

Результаты настоящей работы позволяют провести количественную оценку применимости моделей первого приближения.

Статья поступила в редакцию 21.11.2023 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов М. М., Липатов И. И., Никольский В. С. Асимптотический анализ эффектов поступательной неравновесности в гиперзвуковом течении около плоской поверхности с острой передней кромкой // Письма в Журнал технической физики. 2008. Т. 34. № 8. С. 21–28.
2. О максимуме эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в ударной волне / Кузнецов М. М., Кулешова Ю. Д., Смотрова Л. В., Решетникова Ю. Г. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 3. С. 84–95. DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-84-95.
3. Горелов С. Л., Ерофеев А. И. Расчет обтекания пластины потоком разреженного газа с учетом вращательных степеней свободы молекул // Ученые записки ЦАГИ. 1979. Т. 10. № 2. С. 59–64.
4. Распределение молекулярных скоростей во фронте ударной волны в газовых смесях / Генич А. П., Куликов С. В., Манелис Г. Б., Черешнев С. Л. // Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа. 1990. № 2. С. 144–150.
5. Куликов С. В., Терновая О. Н., Черешнев С. Л. Специфика поступательной неравновесности во фронте ударной волны в однокомпонентном газе // Химическая физика. 1993. Т. 12. № 3. С. 340–342.

6. Шершнева А. А., Кудрявцев А. Н., Бондарь Е. А. Численное моделирование сверхзвукового течения газа около плоской пластины на основе кинетических и континуальных моделей // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 6. С. 93–104.
7. Ерофеев А. И., Перепухов В. А. Расчет обтекания пластины бесконечного размаха потоком разреженного газа // Ученые записки ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 1. С. 102–106.
8. Егоров И. В., Ерофеев А. И. Сопоставление моделирования гиперзвукового обтекания плоской пластины на основе метода Монте-Карло и уравнений Навье – Стокса // Известия Российской Академии наук. Механика жидкости и газа. 1997. № 1. С. 135–144.
9. Кузнецов А. А., Лунев В. В. Нагрев тонкого острого клина в сверхзвуковом потоке // Известия Российской Академии наук. Механика жидкости и газа. 2021. № 1. С. 115–119. DOI: 10.31857/S0568528121010072.
10. Березко М. Э., Никитченко Ю. А. Численное решение задачи гиперзвукового обтекания тонкой пластины // Известия Российской Академии наук. Механика жидкости и газа. 2022. № 2. С. 87–95. DOI: 10.31857/S0568528122020025.
11. Aoki K., Kanba K., Takata Sh. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate // Physics of Fluids. 1997. Vol. 9. Iss. 4. P. 1144–1161. DOI: 10.1063/1.869204.
12. Никитченко Ю. А. Модели неравновесных течений. М.: Изд-во МАИ, 2013. 160 с.
13. Никитченко Ю. А. Модельное кинетическое уравнение многоатомных газов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57. № 11. С. 1882–1894. DOI: 10.7868/S0044466917110114.
14. Никитченко Ю. А., Красавин Е. Э., Зинина А. И. Программа расчета ударной волны с вычислением моментов высокого порядка с использованием модельного кинетического уравнения многоатомных газов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023683877, 2023 г.
15. Никитченко Ю. А., Березко М. Э. Программа расчета гиперзвукового обтекания тонкой пластины, установленной параллельно потоку. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022612341, 2022 г.

REFERENCES

1. Kuznetsov M. M., Lipatov I. I., Nikol'skiy V. S. [Asymptotic analysis of the translational nonequilibrium effects in a hypersonic flow past a flat surface with sharp leading edge]. In: *Pisma v Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics Letters], 2008, vol. 34, no. 8, pp. 21–28.
2. Kuznetsov M. M., Kuleshova Yu. D., Smotrova L. V., Reshetnikova Yu. G. [On the maximum effect of high translational nonequilibrium in the shock wave]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 3, pp. 84–95. DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-84-95.
3. Gorelov S. L., Yerofeyev A. I. [Calculation of a rarefied gas flow around a plate taking into account the rotational degrees of freedom of molecules]. In: *Uchenyye zapiski TSAGI* [Scientific notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1979, vol. 10, no. 2, pp. 59–64.
4. Genich A. P., Kulikov S. V., Manelis G. B., Chereshnev S. L. [Distribution of molecular velocities in the front of a shock wave in gas mixtures]. In: *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1990, no. 2, pp. 144–150.
5. Kulikov S. V., Ternovaya O. N., Chereshnev S. L. [Specificity of Translational Nonequilibrium in the Shock Wave Front Propagating through a Single-Component Gas].

- In: *Khimicheskaya fizika* [Soviet Journal of Chemical Physics], 1993, vol. 12, no. 3, pp. 340–342.
6. Shershnev A. A., Kudryavtsev A. N., Bondar' Ye. A. [Numerical Simulation of a Supersonic Gas Flow past a Flat Plate Based on Kinetic and Continuum Models]. In: *Vychislitel'nyye tekhnologii* [Computational Technologies], 2011, vol. 16, no. 6, pp. 93–104.
 7. Yerofeyev A. I., Perepukhov V. A. [Calculation of a rarefied gas flow around a plate of infinite span]. In: *Uchenyye zapiski TSAGI* [Scientific notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1976, vol. 7, no. 1, pp. 102–106
 8. Yegorov I. V., Yerofeyev A. I. [Comparison of modeling of hypersonic flow around a flat plate based on the Monte Carlo method and the Navier–Stokes equations]. In: *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1997, vol. 1, pp. 135–144.
 9. Kuznetsov A. A., Lunev V. V. [Heating of a sharp slender wedge in supersonic flow]. In: *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2021, no. 1, pp. 115–119. DOI: 10.31857/S0568528121010072.
 10. Berezko M. E., Nikitchenko Yu. A. [Numerical solution of the problem of hypersonic flow around a thin plate]. In: *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2022, no. 2, pp. 87–95. DOI: 10.31857/S0568528122020025.
 11. Aoki K., Kanba K., Takata Sh. Numerical analysis of a supersonic rarefied gas flow past a flat plate. In: *Physics of Fluids*, 1997, vol. 9, iss. 4, pp. 1144–11611. DOI: 10.1063/1.869204.
 12. Nikitchenko Yu. A. *Modeli neravnovesnykh techeniy* [Models of nonequilibrium flows]. Moscow, Moscow Aviation Institute Publ., 2013. 160 p.
 13. Nikitchenko Yu. A. [Model kinetic equation of polyatomic gases]. In: *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2017, vol. 57, no. 11, pp. 1882–1894. DOI: 10.7868/S0044466917110114.
 14. Nikitchenko Yu. A., Krasavin Ye. E., Zinina A. I. *Programma rascheta udarnoy volny s vychisleniyem momentov vysokogo poryadka s ispol'zovaniyem model'nogo kineticheskogo uravneniya mnogoatomnykh gazov. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2023683877* [Program for calculating a shock wave with the calculation of high-order moments using the model kinetic equation of polyatomic gases. Certificate of state registration of a computer program No. 2023683877], 2023.
 15. Nikitchenko Yu. A., Berezko M. E. *Programma rascheta giperzvukovogo obtekaniya tonkoy plastiny, ustanovlennoy parallel'no potoku. Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2022612341* [Program for calculating hypersonic flow around a thin plate installed parallel to the flow. Certificate of state registration of a computer program No. 2022612341], 2022.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Красавин Егор Эдуардович – аспирант кафедры «Аэродинамика, динамика и управление летательных аппаратов» Московского авиационного института (национального исследовательского университета);

e-mail: krasavin.ieghor@mail.ru

INFORMATION ABOUT AUTHOR

Egor E. Krasavin – Postgraduate Student, Department of Aerodynamics, dynamics and control of aircraft, Moscow Aviation Institute (National Research University)
e-mail: krasavin.ieghor@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Красавин Е. Э. Оценка степени неравновесности газа в сверхзвуковых потоках // Вестник Государственного университета просвещения. Серия: Физика-Математика. 2024. № 1. С. 48–55.

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-48-55.

FOR CITATION

Krasavin E. E. Assessment degree of disequilibrium gase in supersonic flows. In: *Bulletin of Federal State University of Education. Series: Physics and Mathematics*, 2024, no. 1, pp. 48–55.

DOI: 10.18384/2949-5067-2024-1-48-55