УДК 517
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-2-88-99

СПЕЦИФИКА ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Власова Е.А., Попов В.С., Пугачев О.В.
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, Российская Федерация

Аннотация. В работе отмечена особая роль курсовой работы в формировании творческих и исследовательских компетенций будущего специалиста, способности к самоорганизации и саморазвитию. Обозначена особенность курсовой работы по функциональному анализу, заключающаяся в применении общих абстрактных принципов в конкретных и прикладных случаях. Приведены примеры тем и описание задач курсовых работ по функциональному анализу. Указана роль интегрированного междисциплинарного курсового проекта в учебном процессе. В статье представлены темы и перечень заданий для междисциплинарного курсового проекта по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям.

Ключевые слова: функциональный анализ, интегральные уравнения, методы вычислений, курсовая работа, междисциплинарный курсовой проект.

SPECIFICS OF TERM PAPERS IN THE SUBJECT ‘FUNCTIONAL ANALYSIS’

E. Vlasova, V. Popov, O. Pugachev
Bauman Moscow State Technical University,
ul. 2-ya Baumanskaya 5, 105005 Moscow, Russian Federation

Abstract. We discuss the special role of students’ term papers in the formation of creative and research skills of future specialists and development of their ability of self-organization and self-development. We determine the features of the term paper in Functional Analysis. The most important feature consists in applying general abstract principles to specific cases and applications. The paper provides examples of topics of tasks of term papers on Functional Analysis. The role of the integrated interdisciplinary course in the educational process is specified. The topics and the list of tasks for interdisciplinary term projects on methods of calculation, functional analysis and integral equations are presented.

Key words: functional analysis, integral equations, methods of computation, term paper, interdisciplinary term project.

Введение

Основная задача высшего образования заключается в формировании творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Для решения этой задачи необходима правильная организация самостоятельной работы студентов, которая должна стать основой образовательного процесса [1]. Учебно-воспитательный процесс в вузе должен строиться так, чтобы развивать умение учиться, формировать у студента способность к саморазвитию, творческому применению полученных знаний, способам адаптации к профессиональной деятельности в современном мире. Неотъемлемой частью самостоятельной работы студента в ходе обучения в высшем учебном заведении является курсовая работа или проект. Этот вид учебной деятельности способствует формированию познавательных, творческих, исследовательских и общепрофессиональных компетенций. Студент получает навыки находить нужную информацию из различных источников, творчески её обрабатывать и применять при решении различных практических задач.

Курсовая работа (проект) является завершающим шагом в освоении какой-либо дисциплины или группы дисциплин. При выполнении работы у студента есть возможность применить полученные во время занятий знания, а также получить новые с помощью самостоятельного изучения темы. При выполнении курсовой работы студент должен научиться искать необходимые для исследования материалы, проводить анализ, систематизацию, классификацию, интерпретацию полученной информации, выстраивать логику рассуждений, формулировать выводы, адекватные полученным результатам. Студент учится оформлять отчёты о проделанной работе, получает опыт выступления перед комиссией при защите.

Особенности курсовой работы по функциональному анализу и интегральным уравнениям

Функциональный анализ стал необходимым элементом серьёзного математического образования, и преподавание его основ включено в учебные планы математических, физических и многих инженерных специальностей классических и технических университетов [2]. Функциональный анализ имеет множество приложений в различных областях математики, его методы проникают в смежные технические дисциплины. Для успешного освоения дисциплины «Функциональный анализ» требуется интеграция знаний, полученных при изучении различных дисциплин математического цикла: математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных уравнений, кратных интегралов и рядов. Курсовая работа по функциональному анализу должна продемонстрировать работу общих абстрактных принципов в конкретных и прикладных случаях.

Тематика курсовых работ разрабатывается ведущими преподавателями в соответствии с основным содержанием учебной дисциплины. Задания для курсовых работ должны иметь прикладной характер. Выполняя курсовую работу, студент должен познакомиться с приложениями функционального анализа в смежных областях математики и математической физике. Предполагается, что в каждом случае студент должен основательно изучить определённый теоретический материал, подробно и грамотно изложить его, а затем самостоятельно разобрать несколько практических примеров и решить ряд прикладных задач по данной теме. Преподаватель, консультирующий студента, составляет подробный план работы, включающий постановку задачи, этапы и сроки её решения, необходимый теоретический материал, различные типы рассматриваемых в работе задач и примеров. При этом в плане приводятся ссылки (с указанием страниц или параграфов) на основные литературные источники, дополнительную литературу, рассчитанную на более глубокое знакомство с материалом, различные Интернет-ресурсы. Рекомендуемый подробный план поможет студенту в организации самостоятельной работы над выбранной темой курсовой работы.

Для своевременного выполнения курсовой работы и стимулирования её качественного выполнения используется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения [3; 4]. Пример реализации этой системы при выполнении курсовой работы представлен в таблице 1.

Таблица 1.

Шкала оценки выполнения курсовой работы в баллах

№	Этап выполнения курсовой работы	Баллы по итогам модуля	
		Минимум	Максимум
1	Выбор и согласование с руководителем темы курсовой работы, сбор и анализ первичных материалов	15	25
2	Точная постановка математической задачи и выбор пути ее решения	15	25
3	Решение задачи, его теоретическое обоснование. Анализ полученных результатов	15	25
4	Выводы и общее оформление курсовой работы, презентация. Защита курсовой работы	15	25
	Итого	60	100

Приведём примеры тем и заданий курсовых работ по дисциплине «Функциональный анализ».

Пример 1. Тема «Упругая мембрана».

Пусть мембрана с закреплённым краем занимает ограниченную область $\Omega \subset R^2$ (задана конкретная область – прямоугольник, круг, сектор и т.п.), функция $u(x, y)$, $(x, y) \in \Omega$ – отклонение мембраны от плоского положения. Потенциальная энергия мембраны пропорциональна следующему интегралу:

$$E(u) = \iint\limits_{\Omega} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right) dxdy.$$

Обозначим через $C_0^1(\Omega)$ пространство непрерывно дифференцируемых функций в области Ω, обращающихся в 0 на её границе $\partial\Omega$.

1) Доказать, что функция

$$(u,v)=\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dxdy,$$

определённая на $C_0^1(\Omega)\times C_0^1(\Omega)$, удовлетворяет всем аксиомам скалярного произведения.

2) Доказать, что евклидово пространство $C_0^1(\Omega)$ с данным скалярным произведением не является полным.

3) Доказать неравенство Фридрихса:

$$\iint\limits_{\Omega}u^2\left(x,y\right)dxdy\le m(\Omega)E(u).$$

4) Пусть $W_0^{1,2}(\Omega)$ – пополнение евклидова пространства $C_0^1(\Omega)$. Доказать, что элементами пространства $W_0^{1,2}(\Omega)$ являются функции, принадлежащие $L_2(\Omega)$, и их частные производные тоже принадлежат $L_2(\Omega)$.

5) Пусть функция $u(x, y)$ является решением задачи

$$\begin{cases}-\Delta u=\lambda u,\ (x,y)\in\Omega,\\ \quad u=0,\ (x,y)\in\partial\Omega.\end{cases}$$

Доказать, что для любой функции $v\in W_0^{1,2}(\Omega)$ верно равенство

$$(u,v)=\lambda\iint\limits_{\Omega}uv\,dxdy. \qquad (1)$$

6) Доказать, что функция $u\in W_0^{1,2}(\Omega)$ является решением уравнения (1) для любой функции $v\in W_0^{1,2}(\Omega)$ тогда и только тогда, когда u является решением однородного уравнения $u = \lambda Ku$, где K – некоторый линейный вполне непрерывный самосопряженный строго положительный оператор, действующий в пространстве в $W_0^{1,2}(\Omega)$.

Пример 2. Тема «Колебания струны».

Обозначим через Y пространство дважды непрерывно дифференцируемых функций f на отрезке $[0; l]$, таких, что $f(0) = f(l) = 0$. Колебания струны длины l с закреплёнными концами описываются уравнениями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}, 0 < x < l, \\ y(0,t) = y\,(l,\, t) = 0, \end{cases} \quad t \geq 0.$$

Пусть в начальный момент $t = 0$ струна имела положение $y(x, 0) = y_0(x)$ и нулевые скорости.

1) Доказать, что при каждом $t > 0$ для любого $y_0(x) \in Y$ выполнена оценка

$$\int_0^l y^2(x,t)\,dx \leq C(t)\int_0^l y_0^2(x)\,dx.$$

2) Доказать, что множество Y плотно в $L_0[0; l]$.

3) Продолжить линейный оператор $T_t : Y \to Y$, где $(T_t y_0)(x) = y(x, t)$ для любой функции $y_0(x) \in Y$, до непрерывного линейного оператора $\tilde{T}_t : L_2[0;l] \to L_2[0;l]$. Описать свойства оператора $\tilde{T}_t$.

4) Пользуясь оператором $\tilde{T}_t$, решить уравнение колебания струны длины 1 с начальным положением $y_0(x) = \min\{2x;\, 1 - x\}$.

Пример 3. Тема «Температура стержня».

Обозначим через Y пространство дважды непрерывно дифференцируемых функций f на отрезке $[0; l]$ таких, что $f(0) = f'(l) = 0$. Изменения температуры в стержне длины l с фиксированной температурой в левом конце и отсутствием теплообмена в правом конце описываются уравнениями

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y}{\partial t} = a\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}, 0 < x < l, \\ y(0,t) = y'_x\,(l,\, t) = 0, \end{cases} \quad t \geq 0.$$

Пусть в начальный момент $t = 0$ стержень имел распределение температур $y(x,0) = y_0(x)$.

1) Доказать, что при каждом $t > 0$ для любого $y_0(x) \in Y$ выполнена оценка

$$\int_0^l y^2(x,t)\,dx \leq C(t)\int_0^l y_0^2(x)\,dx.$$

2) Доказать, что множество Y плотно в $L_2[0; l]$.

3) Продолжить линейный оператор $T_t : Y \to Y$, где $(T_t y_0)(x) = y(x, t)$ для любой функции $y_0(x) \in Y$, до непрерывного линейного оператора $\tilde{T}_t : L_2[0;l] \to L_2[0;l]$. Описать свойства оператора $\tilde{T}_t$.

4) Пользуясь оператором $\tilde{T}_t$, решить уравнение теплопроводности в стержне длины 2 с начальным распределением температур $y_0(x) = |x - 1|$.

Междисциплинарные курсовые проекты по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям

Итогом изучения дисциплин «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы вычислений» и «Информатика» может служить междисциплинарный курсовой проект. Он поможет раскрыть практическую значимость изучения такой абстрактной науки, как функциональный анализ, тем самым закрепить полученные в ходе изучения дисциплины теоретические знания, послужить стимулом к получению новых знаний в этой области и их применению при решении прикладных задач. Многие приближённые и численные методы решения интегральных уравнений не излагаются в ходе изучения дисциплин «Функциональный анализ и интегральные уравнения» и «Методы вычислений». Однако, владение этими методами необходимо для дальнейшей профессиональной деятельности будущего инженера-математика. Освоить эти методы студент может, выполняя курсовой проект. В ходе работы над проектом студент изучает аналитические и численные методы решения какого-либо типа интегральных уравнений, используя при этом знания функционального анализа. Такой проект содержит теоретические исследования, описание алгоритмов выполнения практических заданий, расчеты, графики, таблицы значений и листинги программ, выводы и рекомендации, выработанные в результате проведённого анализа результатов исследования. Смысл такого вида самостоятельной работы заключается в непосредственном закреплении и комплексном применении приобретённых в ходе изучения различных дисциплин учебного плана знаний, умений и навыков, как в ходе дальнейшего углублённого освоения теории, так и при выполнении конкретных практических заданий. Курсовой проект по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям является одновременно научно-исследовательской и расчётно-практической работой.

Выполнение междисциплинарного курсового проекта по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям способствует формированию у студентов готовности к самостоятельной работе, способности самостоятельно приобретать, осмысливать, структурировать и использовать в профессиональной деятельности новые знания, умения и навыки, расширять и углублять своё научное мировоззрение. Работа над проектом развивает владение межпредметными связями, способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук, применять на практике полученные знания. Студент получает навыки подготовки и оформления технической документации и ведения отчётности по утверждённым формам, приобретает умение составлять отчёты, рефераты, библиографии и списки публикаций по теме.

Приведём примерный план выполнения курсового проекта по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям:

- Исследовать, изучить учебную и научную литературу по заданной теме, используя в том числе и Интернет-ресурсы. Коротко изложить в работе основные сведения по теме: определения понятий, основные утверждения, цели и задачи исследования.

• Провести необходимые теоретические исследования по вопросам, вынесенным на самостоятельное изучение в рамках программы дисциплин.

• Изложить алгоритмы аналитического и численного решения практических задач, поставленных в курсовом проекте.

• Решить предложенные задачи аналитически.

• Решить предложенные задачи, используя различные численные методы, составив программы для ЭВМ, реализующие соответствующие алгоритмы.

• Сравнить полученные разными методами решения с аналитическими решениями, сделать соответствующие выводы и рекомендации по использованию тех или иных численных методов при решении задач данного типа.

• Подготовить отчёт и презентацию.

В качестве примеров рассмотрим темы курсовых проектов и опишем перечень заданий, которые можно предложить студенту при выполнении междисциплинарного курсового проекта по методам вычислений, функциональному анализу и интегральным уравнениям.

Пример 4. Тема «Аналитические и численные методы решения интегральных уравнений Вольтерры второго рода».

1) Изложить вводные сведения об интегральных уравнениях Вольтерры второго рода и их приложениях.

2) Для уравнения

$$y(x) = \lambda Ay(x) + f(x), \tag{2}$$

где $Ay(x) = \int\limits_a^x K(x,s)y(s)ds$, функция $K(x, s)$ непрерывна в любой точке (x, s), для которой $a \le s \le x \le b$, функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, доказать, что при любом значении $\lambda \in R$ уравнение имеет единственное решение, непрерывное на отрезке $[a; b]$.

3) Доказать, что решение уравнения (2) может быть найдено как предел равномерно сходящейся последовательности приближений $\psi_n(x)$, определяемой рекуррентным соотношением $\psi_{n+1}(x) = \lambda A\psi_n(x) + f(x)$, где $\psi_0(x)$ – произвольная непрерывная функция на отрезке $[a; b]$.

4) Доказать, что (см. пункт 1)

$$A^n y(x) = \int\limits_a^x K_n(x,s)y(s)ds,$$

где $K_n(x,s) = \int\limits_a^x K(x,t)K_{n-1}(t,s)ds$ $(K_n(x, s))$ – повторные ядра).

5) Для повторных ядер доказать неравенство

$$|K_n(x,s)| \le \frac{M^n(x-s)^{n-1}}{(n-1)!}, a \le s \le x \le b, M = \sup_{a\le s\le x\le b} |K(x,s)|.$$

6) Доказать, что решение уравнения (2) при любом значении $\lambda \in R$ представимо в виде:

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^x R(x,s,\lambda) f(s)\,ds.$$

Для функции $R(x, s, \lambda)$ (резольвентного ядра) найти её аналитическую зависимость от $K(x, s)$ и λ.

7) Вычислить резольвентное ядро для

a) $K(x,s) = e^{x^2 - s^2}$, $\lambda = 2$;

b) $K(x, s) = -2 + 3(x - s)$, $\lambda = 1$;

c) $K(x, s) = \mathrm{ch}(x - s)$, $\lambda = 1$.

8) Найти решение уравнения (1) с точностью 10^{-2} по норме в $C[0;1]$, используя методы простой итерации и квадратур, при

a) $K(x,s) = e^{x^2 - s^2}$, $\lambda = 2$, $f(x) = 2 + 2x$;

b) $K(x, s) = -2 + 3(x - s)$, $\lambda = 1$, $f(x) = 1$.

Найти решение аналитически и сравнить полученные результаты.

Пример 5. Тема «Решение интегральных уравнений Фредгольма второго рода проекционными методами».

1) Изложить вводные сведения об интегральных уравнениях Фредгольма и их приложениях.

2) Описать метод наименьших квадратов решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

3) Найти точное решение уравнения

$$y(x) = \cos x + 4\pi x^2 + \int_{-\pi}^{\pi} x^2 s^2 y(s)\,ds.$$

Найти собственные значения и собственные функции интегрального оператора этого уравнения. Решить это уравнение с помощью метода наименьших квадратов, в качестве приближённого решения выбирая

a) $\tilde{y}(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 + C_5 x^4$;

b) $\tilde{y}(x) = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x$.

4) Описать проекционный метод Галеркина–Петрова приближённого решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

5) Найти точное решение уравнения

$$y(x) = 1 - 3x + \int_{-1}^{1} (x^2 s + x) y(s)\,ds$$

Решить это уравнение с помощью метода Галеркина–Петрова, выбирая базисные функции $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = x^2$, $\psi_1(x) = 1$, $\psi_2(x) = x$.

6) Описать метод Бубнова-Галеркина приближенного решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода.

7) Решить уравнение $y(x)=1-x(e^{x}-e^{-x})+\int\limits_{-1}^{1}x^2e^{xs}y(s)\,ds$ с помощью метода Бубнова–Галеркина, выбирая базисные функции $\varphi_1(x)=x$, $\varphi_2(x)=x^2$.

8) Найти точное решение уравнения

$$y(x)=-4(\ln 4-1)x+4\int\limits_{0}^{1}(x+s\ln(1+x))\,y(s)\,ds.$$

Решить это уравнение с помощью метода Бубнова–Галеркина. Приближенное решение искать в виде $y_n(x)=f(x)+\sum\limits_{k=1}^{n}C_kx^k$, причем $\|y_n-y_{n+1}\|_{L2[0;1]}<\varepsilon$, $\varepsilon=0{,}001$.

9) Решить уравнение $y(x)=1-x(e^{x}-e^{-x})+\int\limits_{-1}^{1}x^2e^{xs}y(s)\,ds$ с помощью метода Бубнова–Галеркина. Приближённое решение искать в виде:

$y_n(x)=f(x)+\sum\limits_{k=1}^{n}C_kx^k$, причём $\|y_n-y_{n+1}\|_{L_2[0;1]}<\varepsilon$, $\varepsilon=0{,}001$.

Пример 6. Тема «Решение интегральных уравнений Фредгольма второго рода для случая малого параметра»

Дано уравнение $y(x)=\lambda Ay(x)+f(x)$, где $Ay(x)=\int\limits_{a}^{b}K(x,s)y(s)\,ds$,

где функция $K(x, s)$ непрерывна на квадрате $[a; b]^2$, функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$, $M=\max\limits_{x,s\in[a;b]}|K(x,s)|$.

1) Доказать, что если $|\lambda|<(M(b-a))^{-1}$, то существует единственное непрерывное на отрезке $[a; b]$ решение данного уравнения, причём это решение может быть найдено как предел равномерно сходящейся последовательности приближений $\psi_n(x)$, определяемой рекуррентным соотношением $\psi_{n+1}(x)=\lambda A\psi_n(x)+f(x)$, где $\psi_0(x)$ – произвольная непрерывная функция на отрезке $[a; b]$.

2) Доказать, что собственные значения μ оператора A удовлетворяют неравенству $|\mu|\le M(b-a)$.

3) Доказать, что решения уравнения при $|\lambda|<(M(b-a))^{-1}$ выражаются в виде:

$$y(x)=f(x)+\lambda\int\limits_{a}^{b}R(x,s,\lambda)f(s)\,ds.$$

Для функции $R(x, s, \lambda)$ (резольвентного ядра) найти её аналитическую зависимость от $K(x, s)$ и λ.

4) Найти резольвенту для ядра $K(x, s)=xs+x^2s^2$, предварительно показав, что, если $K(x, s)=K_1(x, s)+K_2(x, s)$ и $K_1(x, s)\perp K_2(x, s)$, то есть

$$\int_a^b \hat{E}_1(x,t)\hat{E}_2(t,s)\,ds = 0,\ \int_a^b \hat{E}_2(x,t)\hat{E}_1(t,s)\,ds = 0$$

для любых $x, s \in [a; b]$, то $R(x, s, \lambda) = R_1(x, s, \lambda) + R_1(x, s, \lambda)$.

5) С помощью резольвенты найти точное решение уравнения

$$y(x) = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1}(xs + x^2s^2)\,y(s)\,ds + x^3. \tag{3}$$

6) Найти решение уравнения (3) с точностью 10^{-2} по норме $C[0; 1]$

a) методом последовательных приближений;

b) методом квадратур (используя формулу Симпсона).

Заключение

Курсовые работы по функциональному анализу и другим абстрактным математическим дисциплинам должны включаться в учебные планы подготовки математических, физических и многих инженерных специальностей классических и технических университетов. Именно выполняя курсовую работу, студент осознаёт практическую значимость таких дисциплин, востребованность в приложениях, закрепляя при этом теоретические основы, полученные в процессе учебы. Разрабатывая темы курсовых работ, необходимо теоретические исследования тесно увязывать с конкретными практическими и прикладными задачами.

Особое внимание необходимо уделять междисциплинарным курсовым проектам. Именно при выполнении такого вида самостоятельной работы формируется способность использовать фундаментальные и специальные знания, аналитические и численные методы, виртуальные модели для выполнения инновационных инженерных проектов с целью достижения новых результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова Е.А., Красновский Е.Е. Методические рекомендации к проведению аудиторной контролируемой самостоятельной работы студентов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. вып. 4. URL: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/677.html (дата обращения: 12.06.2017)
2. Власова Е.А. Особенности методического обеспечения дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» в техническом университете // Инженерный вестник (МГТУ им. Н.Э. Баумана). Электронный журнал. 2015. № 5. http://engbul.bmstu.ru/doc/770547.html (дата обращения: 12.06.2017)
3. Власова Е.А., Грибов А.Ф., Попов В.С., Латышев А.В. Принципы модульно-рейтинговой системы преподавания высшей математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2013. № 3. С. 93–99.
4. Власова Е.А., Грибов А.Ф., Попов В.С., Латышев А.В. Развитие мотивационных стимулов обучения в рамках модульно-рейтинговой системы организации учебного процесса // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2014. №1. С. 48–53.

REFERENCES

1. Vlasova E.A., Krasnovskii E.E. Methodical recommendations to carrying out a controlled classroom independent work of students. In: *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii.* [Engineering journal: science and innovation]. 2013, iss. 4. Available at: http://engjournal.ru/catalog/pedagogika/hidden/677.html (accessed 12.06.2017)
2. Vlasova E.A. The features of methodical maintenance of the discipline 'Functional analysis and integral equations' at a technical University. In: *Inzhenernyi vestnik (MGTU im. N.E. Baumana). Elektronnyi zhurnal.* [Engineering journal (Bauman MSTU). E-journal]. 2015, no. 5. Available at: http://engbul.bmstu.ru/doc/770547.html (accessed 12.06.2017)
3. Principles of module-rating system of teaching mathematics, Vlasova E.A., Gribov A.F., Popov V.S., Latyshev A.V. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics]. 2013, no. 3, pp. 93–99.
4. The development of motivational incentives for learning within module-rating system of organization of educational process, Vlasova E.A., Gribov A.F., Popov V.S., Latyshev A.V. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics]. 2014, no. 1, pp. 48–53.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Власова Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана;
e-mail: elena.a.vlasova@yandex.ru

Попов Владимир Семенович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана;
e-mail: vspopov@bk.ru

Пугачев Олег Всеволодович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана;
e-mail: opugachev@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Elena A. Vlasova – PhD in Physico-mathematical Sciences, associate professor of the Applied Mathematics Department at the Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: elena.a.vlasova@yandex.ru

Vladimir S. Popov – PhD in Physico-mathematical Sciences, associate professor of the Applied Mathematics Department at the Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: vspopov@bk.ru

Oleg Vs. Pugachev – Doctor in Physico-mathematical Sciences, professor of the Applied Mathematics Department at the Bauman Moscow State Technical University;
e-mail: opugachev@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Власова Е.А., Попов В.С., Пугачев О.В. Специфика выполнения курсовой работы по дисциплине «Функциональный анализ» // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2017. № 2. С. 88–99.
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-2-88-99.

CORRECT REFERENCE TO THE ARTICLE

E. Vlasova, V. Popov, O. Pugachev. Specifics of term papers in the subject 'Functional Analysis'. In: *Bulletin of Moscow Region State University*. Series: Physics and Mathematics. 2017, no. 2, pp. 88–99.
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-2-88-99.