

УДК 537.312.8

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-4-43-55

РАСЧЁТ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ И ПОСТОЯННОЙ ХОЛЛА ДЛЯ ТОНКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛЁНКИ

Савенко О.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14, Российская Федерация

Аннотация. Рассмотрена кинетическая задача о нахождении высокочастотной электропроводности и постоянной Холла для тонкой металлической плёнки в поперечном стационарном магнитном поле и в продольном переменном электрическом поле. Предполагается диффузное отражение электронов от верхней и нижней границ плёнки. На соотношение между толщиной плёнки и длиной свободного пробега электронов ограничений не накладывается. Исследованы зависимости электропроводности и постоянной Холла от безразмерных параметров: частоты электрического поля, индукции магнитного поля и толщины плёнки. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: функция распределения, уравнение Больцмана, электропроводность, постоянная Холла, тонкая пленка.

CALCULATION OF HIGH-FREQUENCY CONDUCTIVITY AND HALL CONSTANT OF A THIN METAL FILM

O.Savenko

P.G. Demidov Yaroslavl State University
ul. Sovetskaya 14, 150000 Yaroslavl, Russia

Abstract. We consider the kinetic problem on high-frequency conductivity and Hall constant of a thin metal film placed in a transverse stationary magnetic field and a longitudinal alternative electric field. The electron reflection from the upper and lower film boundaries is assumed to be diffusive. The relationship between the film thickness and the electron mean free path is arbitrary. The dependences of the conductivity and Hall constant on such dimensionless parameters as the electric field frequency, magnetic field induction and film thickness are investigated. The obtained results are compared with the experimental data.

Keywords: distribution function, Boltzmann equation, conductivity, Hall constant, thin film.

ВВЕДЕНИЕ

Исследования свойств тонких проводящих плёнок стимулированы бурным развитием нанотехнологий. Особый интерес уделяется проводящим плёнкам

толщиной 1–10 нм (сверхтонкие плёнки) в силу специфичности их свойств. Такие плёнки широко используются в микроэлектронике, в СВЧ-электронике [7], нанофотонике, оптоэлектронике, в производстве солнечных элементов [2] и т.д. Поликристаллические плёнки могут применяться при создании высокоёмкостных конденсаторов с малой площадью обкладок [13]. Современные интегральные схемы содержат несколько миллиардов транзисторов, поэтому требования к качеству, параметрам и свойствам тонких плёнок являются довольно высокими [1].

Нанотехнологии позволяют создавать материалы с характерным линейным размером порядка нанометров, тогда как длина свободного пробега носителей заряда в металлах варьируется в пределах 10–100 нм, а в полупроводниках – в интервале 10–1000 нм [3; 10], таким образом, практически реализуется ситуация, когда длина свободного пробега носителей заряда сравнима или больше толщины плёнки. Из эксперимента следует, что для плёнок серебра, золота, меди наблюдается резкая зависимость электропроводности и оптических характеристик, в частности коэффициента отражения, от толщины пленки при её увеличении в диапазоне от 5 до 40 нм [4]. Для удешевления и развития тонкоплёночных технологий является актуальным теоретическое моделирование плёнок с заданными электрическими и оптическими свойствами. Если толщина плёнки много больше длины волны де Бройля, которая в типичных металлах составляет величину порядка межатомного расстояния (~0,3 нм), а в полупроводниках принимает значение ~10 нм [3, 10], то квантовыми эффектами в подобных задачах можно пренебречь.

Ещё в XIX веке Фарадеем было установлено, что электропроводность тонких плёнок может быть много меньше электропроводности массивных металлов. Данное явление было теоретически проанализировано Фуксом [15] и Зондгеймером [17; 18]. В работах [17; 18] впервые рассмотрено влияние магнитного поля на статическую проводимость тонкой металлической плёнки [17; 18] и тонкой цилиндрической проволоки [18].

В настоящей работе проводится исследование высокочастотной электропроводности тонкой металлической плёнки, находящейся в поперечном магнитном поле и в продольном переменном электрическом поле. Предполагаем, что толщина плёнки меньше глубины скин-слоя, что позволяет пренебречь скин-эффектом. Отметим, что скин-эффект учитывался в работе [6] для случая тонкой цилиндрической проволоки. Будем считать, что электрическое и магнитное поле однородны.

Постановка задачи

Рассмотрим тонкий металлический слой толщины a , находящийся в поперечном магнитном поле напряжённости \mathbf{H} . К этому слою приложено однородное периодическое во времени электрическое поле напряжённости \mathbf{E} , параллельное плоскости плёнки и меняющееся по закону:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где ω – частота переменного напряжения, приложенного к слою.

Если толщина плёнки много больше длины свободного пробега электронов ($a \gg \lambda$), для решения данной задачи можно воспользоваться классической электродинамикой, т.е. применим локальный закон Ома:

$$\mathbf{j} = \Sigma(\omega)\mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\Sigma(\omega) = \sigma_0 / (1 - i\tau\omega),$$

где $\Sigma(\omega)$ – проводимость Друде, $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ – статическая проводимость, e и m – соответственно элементарный заряд и масса электрона, n – концентрация электронов, τ – время релаксации.

В случае, когда толщина плёнки сравнима с длиной свободного пробега электронов или меньше её ($a \leq \lambda$), макроскопическая электродинамика становится неприменимой, и для решения задачи необходимо применять кинетический метод.

Электрическое поле (1) действует на электроны проводимости в плёнке и вызывает отклонение их функции распределения от равновесной функции Ферми-Дирака:

$$f(\mathbf{v}, z, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}, z, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}, z) \cdot \exp(-i\omega t), \quad (3)$$

где $\varepsilon = m\mathbf{v}^2/2$ – кинетическая энергия электрона, \mathbf{v} – скорость электрона.

Равновесную функцию распределения электронов можно представить в виде ступенчатой аппроксимации:

$$f_0(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_F; \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon_F, \end{cases} \quad (4)$$

где $\varepsilon_F = m\mathbf{v}_F^2/2$ – энергия Ферми, \mathbf{v}_F – скорость Ферми.

Функцию f_1 можно найти из уравнения Больцмана в приближении времени релаксации и в линейном по внешнему полю приближении [18]:

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{\mathbf{v}}{v_z} f_1 - \frac{eH}{mcv_z} \left(v_y \frac{\partial f_1}{\partial v_x} - v_x \frac{\partial f_1}{\partial v_y} \right) = \frac{e}{mv_z} \left(E_x \frac{\partial f_0}{\partial v_x} + E_y \frac{\partial f_0}{\partial v_y} \right), \quad (5)$$

где $\nu = \tau^{-1} - i\omega$ – комплексная частота рассеяния.

Будем считать, что электроны отражаются от верхней и нижней границ плёнки диффузно, т.е. неравновесная поправка f_1 к функции распределения отражённых от верхней и нижней границ плёнки электронов равна нулю:

$$\begin{cases} f_1^+(\mathbf{v}, 0) = 0, & v_z > 0; \\ f_1^-(\mathbf{v}, a) = 0, & v_z < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Задача сводится к отысканию функции распределения электронов, у которых проекция скорости на ось Z положительна ($f_1^+(\mathbf{v}, z)$) и у которых проекция скорости на ось Z отрицательна ($f_1^-(\mathbf{v}, z)$).

Зная функцию распределения электронов, можно рассчитать ток, плотность которого определяется следующим образом:

$$\mathbf{j} = -2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v. \quad (7)$$

Используя выражение (7), можно найти проводимость и постоянную Холла для плёнки.

Математические расчёты

Уравнение Больцмана (5) можно решить способом, аналогичным [18]. Для этого представим функцию f_1 в следующем виде:

$$f_1(\mathbf{v}, z) = [\nu_x c_1(\nu_z, z) + \nu_y c_2(\nu_z, z)] \frac{\partial f_0}{\partial \nu}, \quad (8)$$

где $c_1(\nu_z, z)$ и $c_2(\nu_z, z)$ – некоторые функции от z -й компоненты скорости и координаты z .

После подстановки (8) в уравнение (5), получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \nu_x \frac{\partial c_1(\nu_z, z)}{\partial z} + \nu_y \frac{\partial c_2(\nu_z, z)}{\partial z} + \frac{\nu}{\nu_z} [\nu_x c_1(\nu_z, z) + \nu_y c_2(\nu_z, z)] - \\ - \frac{eH}{m\nu_z} [\nu_y c_1(\nu_z, z) - \nu_x c_2(\nu_z, z)] = \frac{e}{m\nu\nu_z} (E_x \nu_x + E_y \nu_y). \end{aligned} \quad (9)$$

Приравнявая коэффициенты при ν_x и ν_y , получим систему дифференциальных уравнений на функции $c_1(\nu_z, z)$ и $c_2(\nu_z, z)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial c_1(\nu_z, z)}{\partial z} + \frac{eH}{m\nu_z} c_2(\nu_z, z) + \frac{\nu}{\nu_z} c_1(\nu_z, z) = \frac{eE_x}{m\nu\nu_z}; \\ \frac{\partial c_2(\nu_z, z)}{\partial z} - \frac{eH}{m\nu_z} c_1(\nu_z, z) + \frac{\nu}{\nu_z} c_2(\nu_z, z) = \frac{eE_y}{m\nu\nu_z}. \end{cases} \quad (10)$$

Плоскость плёнки можно представить как комплексную плоскость, роль действительной оси которой играет ось X , а роль мнимой оси – ось Y . Введём новые переменные:

$$g(\nu_z, z) = c_1(\nu_z, z) - ic_2(\nu_z, z) \quad (11)$$

$$F = E_x - iE_y,$$

где F – комплексная напряжённость электрического поля.

Система (10) сведётся к одному уравнению

$$\frac{\partial g(\nu_z, z)}{\partial z} + \frac{ieH}{m\nu_z} g(\nu_z, z) + \frac{\nu}{\nu_z} g(\nu_z, z) = \frac{eF}{m\nu\nu_z}, \quad (12)$$

общее решение которого определяет функцию $g(\nu_z, z)$:

$$g(v_z, z) = \frac{eF}{m\nu v \left(1 + \frac{ieH}{vmc}\right)} \left\{ 1 + \psi(v_z) \exp \left[-\frac{zv}{v_z} \left(1 + \frac{ieH}{vmc}\right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Здесь $\psi(v_z)$ – постоянная интегрирования, зависящая только от v_z . Функцию $\psi(v_z)$ можно найти из граничных условий (6):

$$\begin{cases} \psi^+(v_z) = -1, & v_z > 0; \\ \psi^-(v_z) = -\exp \left[\frac{av}{v_z} \left(1 + \frac{ieH}{vmc}\right) \right], & v_z < 0. \end{cases} \quad (14)$$

Для нахождения плотности тока по формуле (7) удобно воспользоваться сферической системой координат в пространстве скоростей $\mathbf{v} = (v, \theta, \gamma)$, где v – модуль скорости, θ и γ – соответственно полярный и азимутальный углы в пространстве скоростей).

Подставив функцию f_1 (8) в выражение (7), получим проекции плотности тока на ось X и Y :

$$j_x = -2\pi e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi v^4 \sin^3 \theta \cdot c_1 \frac{\partial f_0}{\partial v} dv d\theta, \quad (15)$$

$$j_y = -2\pi e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi v^4 \sin^3 \theta \cdot c_2 \frac{\partial f_0}{\partial v} dv d\theta. \quad (16)$$

Введём новое обозначение $J = j_x - ij_y$, которое будем называть комплексным током, тогда (15) и (16) можно свести к одному выражению:

$$J = -2\pi e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi v^4 \sin^3 \theta \cdot g(v_z, z) \frac{\partial f_0}{\partial v} dv d\theta. \quad (17)$$

В экспериментальных условиях обычно находят усреднённый по толщине плёнки ток:

$$\begin{aligned} \bar{J} &= \frac{1}{a} \int_0^a J dz = -\frac{2\pi e}{a} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi v^4 \sin^3 \theta \cdot g(v_z, z) \frac{\partial f_0}{\partial v} dv d\theta dz = \\ &= -\frac{2\pi e}{a} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int_0^\infty \int_0^\pi v^4 \frac{\partial f_0}{\partial v} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta \cdot g^+(v_z, z) d\theta + \right. \\ &\quad \left. + \int_{\pi/2}^\pi \sin^3 \theta \cdot g^-(v_z, z) d\theta \right\} dv dz. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя функцию $g(v_z, z)$ в (18) и проведя необходимые вычисления, получим выражение для комплексного тока, усреднённого по толщине плёнки:

$$\bar{J} = \frac{\sigma_0 x_0 F}{\varphi(s)}, \sigma_0 = \frac{ne^2 \tau}{m}, \quad (19)$$

$$\frac{1}{\varphi(s)} = \frac{1}{s} \left\{ 1 - \frac{3}{8s} + \frac{3}{2s} \int_1^\infty \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \exp(-st) dt \right\}, \quad (20)$$

$$t = \frac{1}{\cos \theta}, s = z_0 + i\beta,$$

$$\beta = a \frac{eH}{m\nu_{FC}}, z_0 = \frac{a\nu}{\nu_F} = \frac{a}{\nu_F \tau} - i \frac{a\omega}{\nu_F} = x_0 - iy_0.$$

Используя выражение (19), найдём проводимость и постоянную Холла для плёнки:

$$\sigma = \frac{j_x}{E_x} = \frac{\sigma_0 x_0}{E_x} \frac{E_x \operatorname{Re}(\varphi(s)) - E_y \operatorname{Im}(\varphi(s))}{|\varphi(s)|^2}, \quad (21)$$

$$A_H = \frac{E_y}{Hj_x} = -\frac{E_y A_{H,0}}{\beta} \frac{|\varphi(s)|^2}{E_x \operatorname{Re}(\varphi(s)) - E_y \operatorname{Im}(\varphi(s))}. \quad (22)$$

Здесь $A_{H,0} = -1/(enc)$ – постоянная Холла в классическом случае.

Предполагая, что ток вдоль оси Y не течёт ($j_y = \operatorname{Im}(\bar{J}) = 0$), найдём связь между x - и y -компонентами напряжённости электрического поля:

$$E_y \operatorname{Re}(\varphi(s)) + E_x \operatorname{Im}(\varphi(s)) = 0. \quad (23)$$

Используя (23) и подставляя выражение (20) для функции $\varphi(s)$ в (21) и (22), получим окончательное выражение для проводимости и постоянной Холла тонкой металлической плёнки:

$$\sigma(x_0, y_0, \beta) = \sigma_0 \Sigma(x_0, y_0, \beta), \quad (24)$$

$$A_H(x_0, y_0, \beta) = A_{H,0} R_H(x_0, y_0, \beta), \quad (25)$$

$$\Sigma(x_0, y_0, \beta) = x_0 \frac{\left(z_0 - \frac{3}{8}(1-4a) \right)^2 + \left(\beta - \frac{3}{2}b \right)^2}{z_0(z_0^2 + \beta^2) - 3b\beta z_0 + \frac{3}{8}(1-4a)(\beta^2 - z_0^2)}, \quad (26)$$

$$R_H(x_0, y_0, \beta) = \frac{1}{\beta} \frac{\frac{3}{2}b(z_0^2 - \beta^2) - \frac{3}{4}\beta z_0(1-4a) + \beta(z_0^2 + \beta^2)}{\left(z_0 - \frac{3}{8}(1-4a) \right)^2 + \left(\beta - \frac{3}{2}b \right)^2}, \quad (27)$$

$$a = \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \cdot \exp(-z_0 t) \cdot \cos(\beta t) dt,$$

$$b = \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \cdot \exp(-z_0 t) \cdot \sin(\beta t) dt.$$

Предельные случаи

1. Рассмотрим статический случай ($y = 0$). Выражения (20), (26) и (27) будут иметь тот же вид, если переменную z_0 заменить на x_0 . В этом статическом пределе полученные выражения согласуются с результатами работ [5; 18].

2. Рассмотрим другой предельный случай, когда магнитное поле отсутствует ($\beta = 0$). Выражение (26) примет следующий вид:

$$\Sigma(x_0, y_0) = \frac{x_0}{z_0} \left(1 - \frac{3}{8z_0} + \frac{3}{2z_0} \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{t^3} - \frac{1}{t^5} \right) \cdot \exp(-z_0 t) dt \right). \quad (28)$$

Таким образом, безразмерная проводимость $\Sigma(x_0, y_0)$ (28) в отсутствии магнитного поля совпадает с результатом работы [12] при нулевых значениях коэффициентов зеркальности верхней и нижней границ плёнки.

3. В предельном случае $|z_0| \gg 1$ в выражениях (26) и (27) доминируют слагаемые с наибольшей степенью z_0 , а экспоненциальными членами можно пренебречь. В результате получим классический результат [9]:

$$\Sigma = \frac{x_0}{z_0}, \quad \sigma = \sigma_0 \frac{x_0}{z_0} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}, \quad (29)$$

$$R_H = 1, \quad A_H = A_{H,0} = -\frac{1}{\text{enc}}. \quad (30)$$

Анализ полученных результатов

На рис. 1а, 1б, изображены частотные зависимости модуля (рис. 1а) и аргумента (рис. 1б) безразмерной проводимости тонкой металлической плёнки (формула (26)) при значении безразмерной индукции магнитного поля $\beta = 0$ (сплошные кривые) и $\beta = 5$ (пунктирные кривые) и при различных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x_0 . Из графиков видно, что зависимости модуля проводимости с увеличением безразмерной частоты электрического поля y_0 монотонно уменьшаются, а при больших значениях y_0 все кривые сливаются. Это объясняется тем, что электронный газ, не успевая откликнуться на высокочастотные колебания вектора напряжённости электрического поля, ведёт себя, в какой-то мере, как совокупность связанных зарядов, которые не вносят вклад в проводимость. Аргумент проводимости с увеличением частоты электрического поля монотонно возрастает и стремится к $\pi/2$, т.е. проводимость становится чисто мнимой величиной. Из графиков также видно, что в области

относительно низких частот ($y_0 < 1$ для модуля проводимости и $y_0 < 3$ для аргумента проводимости) при включении магнитного поля модуль и аргумент проводимости становятся больше, чем в отсутствии магнитного поля.

На рис. 2а, 2б, 3а и 3б построены частотные зависимости модуля (а) и аргумента (б) безразмерной постоянной Холла (формула (27)) тонкой металлической плёнки при значении безразмерной индукции внешнего магнитного поля $\beta = 0,1$ (рис. 2) и $\beta = 2$ (рис. 3). На этих рисунках наблюдаются осцилляции, которые усиливаются с уменьшением толщины плёнки и увеличением длины свободного пробега электронов (уменьшением x_0). С увеличением частоты электрического поля эти осцилляции постепенно затухают. При совпадении безразмерной частоты электрического поля и безразмерной индукции внешнего магнитного поля значения модуля безразмерной постоянной Холла становятся близкими для всех значений x_0 , и наблюдается резкое возрастание аргумента безразмерной постоянной Холла ($y_0 = 0,1$ и $\beta = 0,1$ на рис. 2; $y_0 = 2$ и $\beta = 2$ на рис. 3) при малых значениях x_0 .

На рис. 4а и 4б построены зависимости модуля и аргумента безразмерной проводимости (формула (26)) от безразмерной индукции магнитного поля β при различных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x_0 . Значения безразмерной частоты электрического поля $y_0 = 0$ и $y_0 = 0,5$ (рис. 4а), а также $y_0 = 0,3$ и $y_0 = 0,5$ (рис. 4б). На этих рисунках наблюдаются осцилляции модуля и аргумента проводимости, которые затухают с увеличением безразмерной индукции магнитного поля β и безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x_0 . В случае нестационарного электрического поля (пунктирные кривые на рис. 4а) осцилляции модуля безразмерной проводимости исчезающе малы. Из рис. 4б видно, что осцилляции аргумента проводимости начинаются, когда безразмерная индукция магнитного поля становится больше безразмерной частоты электрического поля.

На рис. 5 приведено сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей тангенса угла Холла от индукции магнитного поля для четырёх пленок золота различной толщины: 185 нм, 150 нм, 93 нм и 69 нм при температуре 50 К. Экспериментальные данные взяты из работы [16], а теоретические кривые рассчитаны по формулам (24) – (27). Удельное сопротивление золота и длина свободного пробега электронов при температуре 50 К были рассчитаны по формуле Блоха-Грюнайзена [11]: $\rho_{273\text{K}} = 2,2 \cdot 10^{-7}$ Ом · см, $\lambda = 386$ нм, полагая, что температура Дебая для золота равна 165 К, а удельное сопротивление при температуре 273 К: $\rho_{273\text{K}} = 2,04 \cdot 10^{-6}$ Ом · см [11]. Наблюдается различие в поведении теоретических и экспериментальных зависимостей, которое усиливается с увеличением индукции магнитного поля и уменьшением толщины пленки. Расхождение теоретических и экспериментальных зависимостей можно объяснить тем, что исследуемые в работе [16] сплошные плёнки имеют зернистую структуру, т.е. присутствует дополнительное рассеяние электронов на границах зёрен, которое приводит к уменьшению проводимости с уменьшением толщины пленки.

На рис. 6 представлено сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей проводимости от частоты падающей электромагнитной волны для

трёх пленок золота различной толщины (9 нм, 5 нм и 3 нм) при комнатной температуре. Экспериментальные данные (сплошные кривые 1 – 3) были получены из работы [14]. Авторы данной работы измеряли коэффициент отражения пленки золота при различных частотах падающей электромагнитной волны, затем рассчитывали оптическую проводимость пленки для каждой частоты. Также построены теоретические зависимости (пунктирные кривые 4 – 6), рассчитанные по формулам (24) и (26). Расчётные данные для золота [8]: удельная электропроводность при температуре 300 К без учета размерных эффектов: $\sigma_{300\text{К}} = 4,35 \cdot 10^5 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, концентрация электронов: $n = 5,8 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, длина свободного пробега электронов при температуре 300 К: $\lambda = 37 \text{ нм}$. Различие между теоретическими и экспериментальными кривыми увеличивается с уменьшением толщины плёнки. Для плёнки толщиной 3 нм различие в поведении теоретических и экспериментальных зависимостях становится существенным, что объясняется тем, что при толщинах плёнки меньших 4 нм [14] плёнка становится островковой.

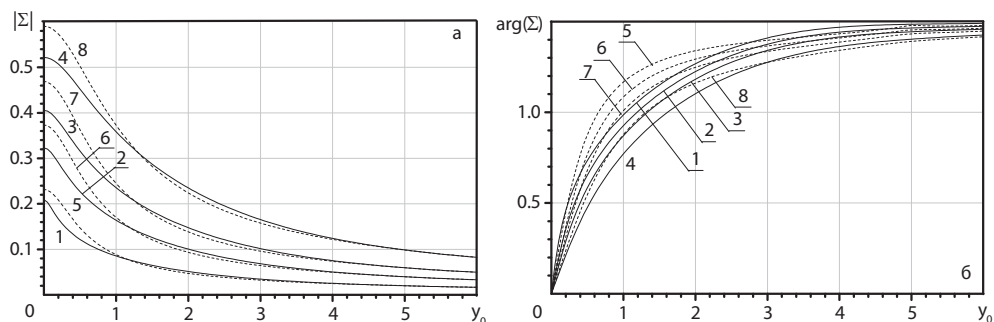


Рис. 1. Зависимости модуля (а) и аргумента (б) безразмерной проводимости Σ от безразмерной частоты электрического поля y_0 при значении безразмерной индукции внешнего магнитного поля $\beta = 0$ (сплошные кривые 1 – 4) и $\beta = 5$ (пунктирные кривые 5 – 8): 1, 5 – $x_0 = 0,1$; 2, 6 – $x_0 = 0,2$; 3, 7 – $x_0 = 0,3$; 4, 8 – $x_0 = 0,5$.

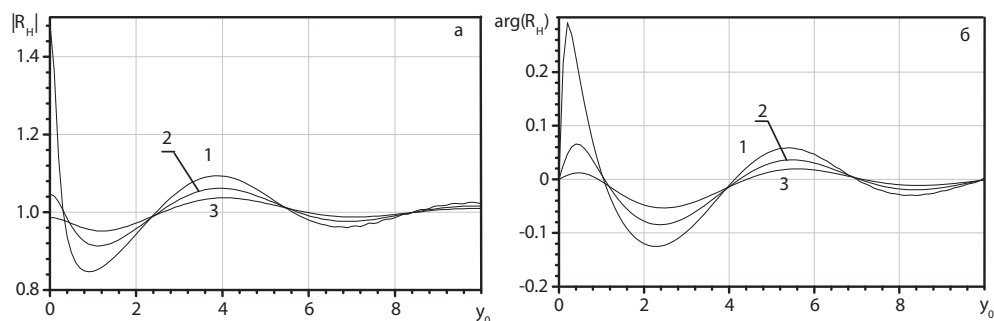


Рис. 2. Зависимости модуля (а) и аргумента (б) безразмерной постоянной Холла R_H от безразмерной частоты электрического поля y_0 при значении безразмерной индукции внешнего магнитного поля $\beta = 0,1$: 1 – $x_0 = 0,1$; 2 – $x_0 = 0,5$; 3 – $x_0 = 1$.

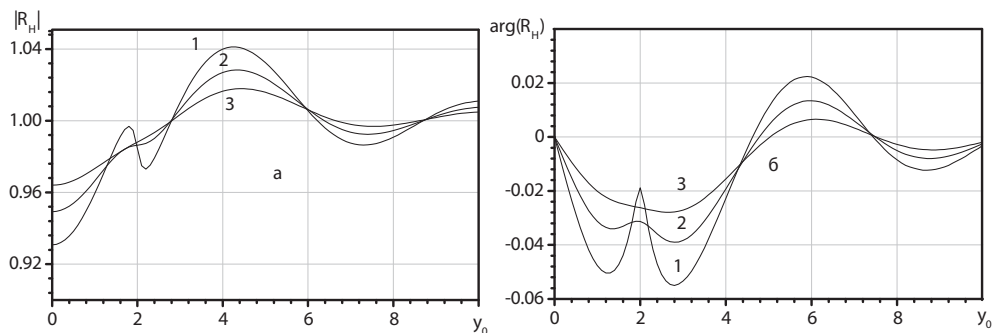


Рис. 3. Зависимости модуля (а) и аргумента (б) безразмерной постоянной Холла R_H от безразмерной частоты электрического поля y_0 при значении безразмерной индукции внешнего магнитного поля $\beta = 2$: 1 – $x_0 = 0,1$; 2 – $x_0 = 0,5$; 3 – $x_0 = 1$.

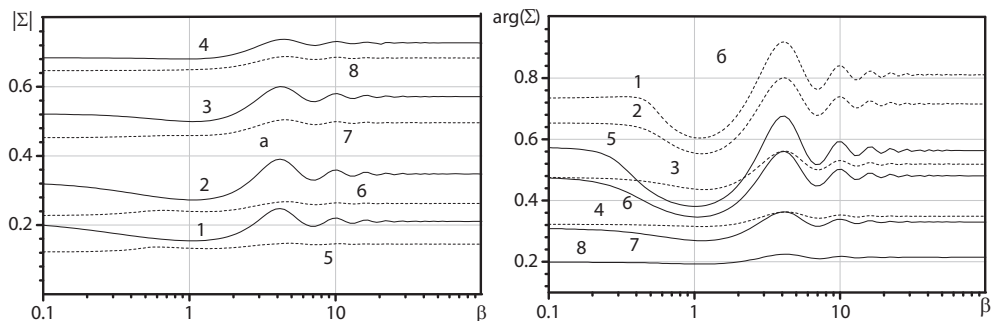


Рис. 4. Зависимости модуля (а) и аргумента (б) безразмерной проводимости Σ от безразмерной индукции магнитного поля β :

- а) сплошные кривые – $y_0 = 0$; пунктирные кривые – $y_0 = 0,5$;
 б) сплошные кривые – $y_0 = 0,3$; пунктирные кривые – $y_0 = 0,5$;
 1, 5 – $x_0 = 0,1$; 2, 6 – $x_0 = 0,2$; 3, 7 – $x_0 = 0,5$; 4, 8 – $x_0 = 1$.

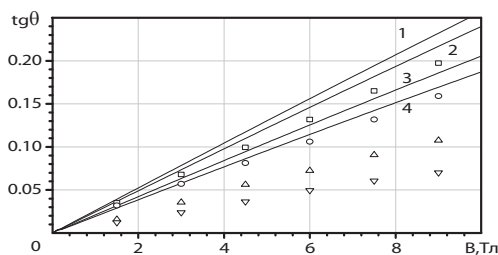


Рис. 5. Зависимости угла Холла от индукции магнитного поля для четырёх плёнок золота различной толщины. Сплошные кривые – теоретические зависимости, рассчитанные по формулам (24) – (27): 1, 2, 3, 4 – 185 нм, 150 нм, 93 нм, 69 нм соответственно. Точками обозначены экспериментальные данные работы [16]: \square – 185 нм; \circ – 150 нм; \triangle – 93 нм; ∇ – 69 нм.

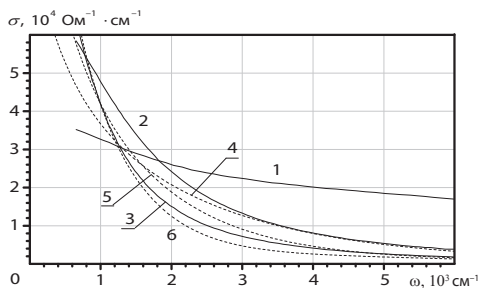


Рис. 6. Зависимости проводимости от частоты электрического поля для трех пленок золота различной толщины. Сплошные кривые (1-3) – экспериментальные данные работы [14]; пунктирные кривые (4–6) – теоретические зависимости, рассчитанные по формулам (24) и (26): 1, 4 – 3 нм; 2, 5 – 5 нм; 3, 6 – 9 нм.

Заключение

Полученные результаты показали, что поверхностные эффекты оказывают существенное влияние на электрические свойства тонкой металлической плёнки, толщина которой сопоставима или меньше длины свободного пробега электронов. Показано, что зависимости высокочастотной проводимости и постоянной Холла от таких параметров, как индукция магнитного поля, частота электрического поля и толщина плёнки ведут себя нетривиальным образом; в частности, обнаружены осцилляции зависимостей проводимости от индукции магнитного поля и постоянной Холла от частоты электрического поля.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Абелес Ф. Оптические свойства металлических плёнок. Физика тонких плёнок / Под ред. М.К. Франкомба и Р.У. Гофмана. М.: Мир, 1973. Т. 2. 392 с.
2. Андреев В.М. и др. Концентраторные модули нового поколения на основе каскадных солнечных элементов: конструкция, оптические и температурные свойства // Журнал технической физики. 2014. Т. 84. Вып. 11. С. 72–79.
3. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978. 616 с.
4. Антонец И.В. и др. Проводящие и отражающие свойства тонких металлических плёнок // Журнал технической физики. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 102–106.
5. Гришин и др. Кратные осцилляции Зондгеймера в пластинах вольфрама с атомно чистыми поверхностями // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1979. Т. 76. № 4. С. 1325–1341.
6. Завитаев Э.В. и др. Скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла // Физика твёрдого тела. 2012. Т. 54. Вып. 6. С. 1041–1047.
7. Касаткин Л.В., Чайка В.Е. Полупроводниковые устройства диапазона миллиметровых волн. / Под ред. В.П. Тараненко, С.П. Ракитина. Севастополь: Вебер, 2006. 319 с.
8. Кикоин И.К. Таблицы физических величин. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. Т. 8. 656 с.
10. Лифшиц И.М. и др. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971. 415 с.
11. Малков М.П. и др. Справочник по физико-техническим основам криогеники. М.: Энергоатомиздат, 1985. 432 с.
12. Уткин А.И., Юшканов А.А. Влияние коэффициентов зеркальности на взаимодей-

- ствие Н-волны с тонкой металлической пленкой // *Оптика и спектроскопия*. 2014. Т. 117. № 4. С. 650–654.
13. Учайкин В.В. и др. Эффекты памяти и нелинейного транспорта в процессах зарядки-разрядки суперконденсатора // *Журнал технической физики*. 2016. Т. 86. Вып. 2. С. 95–104.
 14. Brandt T. et al. Temperature- and frequency-dependent optical properties of ultrathin Au films // *Phys. rev. B*. 2008. Vol. 78. 205409.
 15. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1938. Vol. 34. pp. 100–108.
 16. Munoz R.C. et al. Size effects under a strong magnetic field: Hall effect induced by electron-surface scattering on thin gold films deposited onto mica substrates under high vacuum // *Phys. rev. lett.* 2006. Vol. 96. 206803.
 17. Sondheimer E.H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films // *Phys. Rev.* 1950. Vol. 80. pp. 401–406.
 18. Sondheimer E.H. The mean free path of electrons in metals // *Advances in Physics*. 2001. Vol. 50. no. 6. pp. 499–537.

REFERENCES

1. Abelès F. Optical properties of metallic films. In: *Physics of thin films*. Ed. by M.H. Francombe, R.W. Hoffman. New York, London, Acad. Press, 1971. pp. 151–204.
2. Andreev V.M. i dr. Kонтраторные модули нового поколения на основе каскадных солнечных элементов: конструкция, оптические и температурные свойства [Concentrator modules of the new generation of cascading solar cells: design, optical and thermal properties] // *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki [J. Tech. Phys.]*. 2014. Vol. 84. no. 11. pp. 72–79.
3. Ansel'm A.I. *Vvedenie v teoriyu poluprovodnikov [Introduction to the theory of semiconductors]*. M., Nauka, 1978. 616 p.
4. Antonets I.V. i dr. Provodyashchie i otrazhayushchie svoystva tonkikh metallicheskih ple-nok [Conductive and reflective properties of thin metallic films] // *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki [J. Tech. Phys.]*. 2004. Vol. 74. no. 11. pp. 102–106.
5. Kratnye ostsillyatsii Zondgeimera v plastinakh vol'frama s atomno chistymi poverkhnostyami [Multiple oscillations of Sondheimer in plates of tungsten with an atomic clean surfaces] / Grishin A.M., Lutsishin P.P., Ostroukhov Yu.S., Panchenko O.A. // *Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki [J. Exp. Theor. Phys.]*. 1979. Vol. 76. no. 4. pp. 1325–1341.
6. Skin-effekt v tonkoi tsilindricheskoi provoloke iz metalla [Skin effect in thin cylindrical wire of metal] / Zavitaev E.V. et al. // *Fizika tverdogo tela [Phys. Solid State]*. 2012. Vol. 54. no. 6. pp. 1041–1047.
7. Kasatkin L.V., Chaika V.E. *Poluprovodnikovye ustroystva diapazona millimetrovykh voln [Semiconductor devices of the millimeter wave]*. Sevastopol, Veber, 2006. 319 p.
8. Kikoin I.K. *Tablitsy fizicheskikh velichin [Tables of physical quantities]*. M., Atomizdat, 1976. 1008 p.
9. Landau L.D., Lifshits E.M. *Electrodynamics of continuous media*. Oxford, Pergamon Press, 1960.
10. Lifshits I.M. et al. *Electronic theory of metals*. New York, Springer, 1973.
11. *Spravochnik po fiziko-tekhnicheskim osnovam kriogeniki [Handbook of physical-technical fundamentals of cryogenics]* // Malkov M.P. et al. M., Energoatomizdat, 1985. 432 p.
12. Utkin A.I., Yushkanov A.A. Vliyaniye koeffitsientov zerkal'nosti na vzaimodeystvie N-volny s tonkoi metallicheskoj plenкой [Effect of reflectivity coefficients on the interaction of the N-wave with a thin metal film] // *Optika i spektroskopiya [Opt. Spectrosc.]*. 2014. Vol. 117. no. 4. pp. 650–654.

13. Uchaikin V.V. et al. Effekty pamyati i nelineinogo transporta v protsessakh zaryadki-razryadki superkondensatora [Memory effects and nonlinear transport processes of charge-discharge of supercapacitor] // Zhurnal tekhnicheskoi fiziki [J. Tech. Phys.]. 2016. Vol. 86. no. 2. pp. 95–104.
14. Brandt T. et al. Temperature- and frequency-dependent optical properties of ultrathin Au films // Phys. Rev. B. 2008. Vol. 78. 205409.
15. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // Proc. Camb. Phil. Soc. 1938. Vol. 34. pp. 100–108.
16. Munoz R.C. et al. Size effects under a strong magnetic field: Hall effect induced by electron-surface scattering on thin gold films deposited onto mica substrates under high vacuum // Phys. rev. lett. 2006. Vol. 96. 206803.
17. Sondheimer E.H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films // Phys. Rev. 1950. Vol. 80. pp. 401–406.
18. Sondheimer E.H. The mean free path of electrons in metals // Advances in Physics. 2001. Vol. 50. no. 6. pp. 499–537.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Савенко Олег Владиславович – аспирант кафедры микроэлектроники и общей физики, Ярославский государственный университета им. П.Г. Демидова;
e-mail: cryak92@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Oleg Savenko – post-graduate student of the department of microelectronics and general physics at P.G. Demidov Yaroslavl State University;
e-mail: cryak92@mail.ru;

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Савенко О.В. Расчёт высокочастотной электропроводности и постоянной Холла для тонкой металлической пленки // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 4. С. 43–55.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-4-43-55.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

Savenko O.V. Calculation of high-frequency conductivity and Hall constant of a thin metal film // Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics & Mathematics. 2016. no. 4. pp. 43–55.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-4-43-55.