УДК 533.9(075.8)
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ В СЛАБОМ СВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Маркеев Б.М.
Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация

Аннотация. В работе развивается квазилинейная гидродинамическая теория неизотермической $(T_e \gg T_i)$ столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Предполагается, что время квазилинейного рассмотрения не превосходит времени обмена энергией электронной компоненты с нейтралами и джоулевого нагрева. В этом смысле основное состояние системы является «квазиравновесным».

Используя усреднение по хаотическим фазам, обоснованы квазилинейные гидродинамические уравнения для неустойчивой слабоионизированной неизотермической плазмы, помещенной в СВЧ электрическое поле. Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. Получены уравнения для квазилинейных моментов в условиях, когда функция распределения электронов близка к максвелловской.

Ключевые слова: хаотические фазы, гидродинамические уравнения, СВЧ электрическое поле.

HYDRODYNAMIC QUASI-LINEAR THEORY OF COLLISIONAL PLASMA IN A WEAK MICROWAVE ELECTRIC FIELD

B. Markeev
Moscow State Region University,
ul. Radio 10A, 105005 Moscow, Russia

Abstract. We have developed a quasi-linear hydrodynamic theory of non-isothermal $(\mathrm{T_e} \gg \mathrm{T_i})$ collisional plasma placed in weak microwave electric field. It is assumed that the time of quasi-linear consideration does not exceed the time of the energy exchange of electronic components with the neutrals and Joule heating. In this sense the ground state of the system is ‘quasi-equilibrium’. Using the averaging over random phases, we have proved quasi-linear hydrodynamic equations for unsteady weakly ionized non-isothermal plasma placed in a microwave electric field. Collisions are taken into account through the Boltzmann collision integral. The equations are obtained for quasi-linear moments under conditions when the electron distribution function is close to Maxwellian.

Keywords: chaotic phases, hydrodynamic equations, microwave electric field

Различные частицы при своем тепловом движении имеют различные по величине и направлению скорости. В кинетической теории плазмы основным объектом исследования является функция распределения скоростей f. Функция распределения скоростей f показывает, какое среднее по времени и объему число частиц данного сорта лежит в данном единичном шестимерном объеме. Иными словами, функция распределения есть плотность частиц на единицу шестимерного пространства. Поэтому описание состояния с помощью функции распределения имеет статистический характер, а функция распределения есть среднее значение указанной плотности в шестимерном пространстве. Тепловое движение приводит к непрерывным случайным флуктуациям числа частиц в элементе шестимерного пространства. Функцию распределения при этом определяют следующим соотношением:

$$dn = f d\boldsymbol{r} dv$$

где dn – плотность частиц со скоростями в интервале скоростей от v до $v+dv$ и объеме $d\boldsymbol{r}$.

Реальное движение происходит в трехмерном пространстве, и скорость частицы определяется вектором **v**, для определения которого необходимо задать три составляющих этого вектора вдоль осей координат. Проще всего пользоваться декартовой системой координат, тогда этими составляющими будут проекции v_x, v_y, v_z. В трехмерном случае функция распределения представляет собой плотность частиц в данной точке шестимерного фазового пространства. Она определяется формулой:

$$dn = f dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

При решении уравнения Больцмана для малых возмущений парциальной функции распределения заряженных частиц по скоростям используем моментный метод. В моментном методе функция распределения α-ого сорта принимается в виде конечного разложения по полиномам Греда-Эрмита возле парциальной максвелловской функции распределения. При этом уравнение переноса можно получить, умножая левую и правую части кинетического уравнения на величины $\psi = 1, m_\alpha \boldsymbol{v}, (m_\alpha/2)(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}_\alpha)^2$. Правые части будут представлять собой среднее изменение импульса и энергии частиц сорта α при столкновениях. Кроме того, уравнения переноса помимо обычных гидродинамических параметров (парциальные числовые плотности частиц, гидродинамические скорости, давления) содержат парциальные тензор напряжений и вектор потока тепла. Для замыкания системы уравнений переноса в приближении тринадцати моментов, ее дополняют уравнениями парциального тензора напряжений и парциального вектора потока тепла для чего умножают кинетическое уравнение на $\psi = m_\alpha(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}_\alpha)_k(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}_\alpha)_l, (m_\alpha/2)(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}_\alpha)(\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}_\alpha)^2$. После интегрирования по скоростям приходим к уравнениям переноса для парциального потока вязкого импульса и парциального вектора теплового потока, которые замыкают систему. Особенностью плазмы, состоящей из легких электронов и тяжелых ионов и нейтралов, является то, что из-за малой доли передачи энергии при столкновениях электронов с нейтральными атомами, пропорциональной отношению масс этих частиц, время релаксации каждой компоненты плазмы в отдельности оказывается значительно меньше полного времени релаксации всей плазмы как целого. Благодаря этому в такой плазме устанавливается равновесное состояние каждой компоненты в отдельности и происходит медленная релаксация к общему тепловому равновесию. Это обстоятельство позволяет говорить о так называемой «квазиравновесной» плазме.

В работе развивается квазилинейная гидродинамическая теория неизотермической $(T_e \gg T_i)$ столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Предполагается, что время квазилинейного рассмотрения не превосходит времени обмена энергией электронной компоненты с нейтралами и джоулевого нагрева. В этом смысле основное состояние системы является «квазиравновесным».

При определенных значениях параметров ϑ_{en}/ω_0 и $(\omega_0 - \omega_{Le})/\omega_0$ и напряженностях внешнего СВЧ электрического поля выше пороговой в системе развивается столкновительная ионно-звуковая неустойчивость. Когда энергия ионно-звуковых колебаний превосходит энергию тепловых шумов, для адекватного описания состояния плазмы необходим учет взаимодействия между модами неустойчивых колебаний, а также их влияние на основное состояние плазмы.

В работе сформулированы гидродинамические квазилинейные уравнения для столкновительной плазмы, помещенной в слабое СВЧ электрическое поле. Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. Получены уравнения для квазилинейных моментов, в условиях, когда функция распределения электронов близка к максвелловской.

Рассмотрим пространственно изотропную плазму, помещенную в однородное электрическое СВЧ поле $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 sin\omega_0 t$ [1]. Скорость осцилляции электронов мала по сравнению с их тепловой скоростью, частота ω_0 близка к электронной ленгмюровской частоте ω_{Le} и значительно превосходит частоты столкновений заряженных частиц. Пусть в начальный момент плазма была слабоионизированной, неизотермической, а величина внешнего электрического поля превосходила пороговое значение. Для определенности рассмотрим слабоионизированную плазму, для которой имеет место соотношение:

$$\frac{m_i}{m_e}\frac{T_e}{i}b^2 \gg \lambda = \frac{\omega_0-\omega_{Le}}{\omega_0} \gg max\left\{\frac{m_i}{m_e}b^3, b\right\}. \tag{1}$$

В такой системе возникает столкновительная нераспадная ионно-звуковая неустойчивость с инкрементом

$$\gamma(x) = \frac{\vartheta_{in}}{2}\left\{1 - 2\frac{m_e}{m_i}\left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)^2 cos^2\theta\,\frac{x^2(\lambda-x^2)}{[(\lambda-x^2)^2+b^2]^2}\right\}, \tag{2}$$

где

$$x_i = \sqrt{\frac{3}{2}}k;\ \lambda = 1 - \frac{\omega_{Le}}{\omega_0};\, b = \frac{\vartheta_{en}}{\omega_0};\ r_{De} = (T_e/4\pi n_e l_e^2)^{1/2};$$

$$cos\theta = \frac{\vec{k}\vec{E}_0}{kE_0}.$$

$\vec{k}$ – волновой вектор нарастающих колебаний.

В условиях (1) максимальным инкрементом обладают колебания, распространяющиеся вдоль внешнего поля с длиной волны, определяемой соотношением:

$$x_{max}^2 = \lambda - \frac{b}{\sqrt{3}}.$$

Неравенство (1) обеспечивает возможность пренебрежения процессами обмена энергии между частицами плазмы и джоулевым нагревом электронов СВЧ полем. Ионно-звуковая диссипативная неустойчивость (2), обусловленная СВЧ электрическим полем, приводит к турбулизации системы. Задача состоит в исследовании такой системы. Поэтому для анализа квазилинейной релаксации ионно-звуковой неустойчивости при решении уравнения воспользуемся методом моментов. Проинтегрировав кинетическое уравнение по скорости, получим закон сохранения плотности в квазилинейных процессах.

Взяв первый и второй момент от кинетического уравнения, находим уравнение для импульса и изменения температуры электронов:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vartheta_{en}\right)(n_e\vec{u}_e)^{(n)} - \frac{l_e}{m_e} n_e \vec{E}_0 sin\omega_0 t + in_e v_{Te} *$$

$$* \sum_s \int d\vec{k} \frac{k^2}{4\pi} \vec{k} \frac{\left|\Phi_k^{(0)}\right|^2}{n_e T_e} J_{n-s}(a) J_{-s}(a) *$$

$$* \frac{\delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k)\left|\delta\varepsilon_i^{(0)}(\omega_k, k)\right|^2}{\left[1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k)\right]\left[1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_{-k}, -k)\right]} = 0. \qquad (3)$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial t} n_e T_e + 3\frac{m_e}{m_n}\vartheta_{en} n_e (T_e - T_n) - \frac{1}{2} m_e \vartheta_{en} v_E^2 - n_e T_e *$$

$$* \sum_s \int d\vec{k} \frac{k^2}{4\pi} \frac{\left|\Phi_k^{(0)}\right|^2}{n_e T_e} J_s^2(a) \frac{s\omega_0 + \omega_k}{\omega_{Le}^2} \left|\delta\varepsilon_e^{(s)}\right|^2 \left|\delta\varepsilon_e^{(s)}\right|^2$$

$$* \frac{[(s\omega_0 + \omega_k)\vartheta_{en} - i(kv_{Te})^2]}{\left|1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(\omega_k, k)\right|^2} = 0. \qquad (4)$$

Как известно, метод моментов подразумевает близость функции распределения к максвелловской. В нашем случае это обеспечивается условиями (1). Сходимость разложения, которым аппроксимируется функция распределения, обусловливается малым параметром $(\omega/kv_{Te} \ll 1)$. Кроме того, при выводе уравнений (3); (4) существенно использовалась малость столкновительного члена, который учитывался по теории возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ender A., Ender I., Bakaleinikov L., Flegontova E. Recurrence relations between kernels of the nonlinear Boltzmann collision integral // Europ. J. Mech.– B/Fluids 36. 2012. pp. 17–24.
2. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2008. 280с.

REFERENCES

1. Ender A., Ender I., Bakaleinikov L., Flegontova E. Recurrence relations between kernels of the nonlinear Boltzmann collision integral // Europ. J. Mech.– B/Fluids 36. 2012. pp. 17–24.
2. Frank-Kamenetskii D.A. Lektsii po fizike plazmy [Lectures on plasma physics]. Dolgoprudnyi: Izd. Intellekt, 2008. 280 p.

ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Маркеев Борис Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики, Московский государственный областной университет, ул. Радио, 10 А, Москва 105005, Россия;
e-mail: markeevb@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Markeev Boris Mikhajlovich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, of the Department of Computational Mathematics and Methodology of Teaching Informatics at the Moscow State Regional University;
e-mail: markeevb@gmail.com

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Маркеев Б. М. Гидродинамическая квазилинейная теория столкновительной плазмы в слабом СВЧ электрическом поле // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 2. С .85–90.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

B. Markeev Hydrodynamic quasi-linear theory of collisional plasma in a weak microwave electric field // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 2. pp. 85–90.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-2-85-90.