ФУДК 532.5+539.3+532.517+532.546

Черняев А.П.
Московский физико–технический институт (технический университет)

О НАУЧНОМ НАСЛЕДИИ О.В. ГОЛУБЕВОЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ «ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПЛЕНКАХ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ НА КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ» И СОВРЕМЕННОМ СОСТОЯНИИ НАУКИ

Аннотация. Статья посвящена 100–летию со дня рождения О.В. Голубевой, заведующей кафедрой теоретической физики МОПИ–МГОУ в 1955–1975 гг. Статья содержит обзор научной деятельности О.В. Голубевой и оценку значимости полученных ею результатов для современной науки и техники. В области механики сплошных сред она изучала движения жидкости в пленках переменной толщины, расположенных на криволинейных поверхностях. Поскольку решения точно удовлетворяли уравнениям, то они описывали как гидродинамические задачи, так и двумерные задачи фильтрации, теплопроводности, электростатики, диффузии и т. д. в неоднородных средах. Это открывает широкое применение теории этих уравнений в разнообразных задачах, выдвигаемых современной практикой.

Ключевые слова: жидкость, течение, слой, поверхность, фильтрация, пласт, потенциал

A. Chernyaev
Moscow Institute of Physics and Technology (State University) (Moscow, Russia)

ON THE SCIENTIFIC HERITAGE OF PROFESSOR OLGA V. GOLUBEVA IN THE DIRECTION OF “FLUID MOVEMENT IN FILMS OF VARIABLE THICKNESS ON CURVED SURFACES” AND THE STATE-OF-THE-ART OF THIS SCIENCE

Abstract. The paper presented is devoted to the 100th anniversary of Professor Olga Golubeva, who headed the Chair of the Theoretical Physics Department at the Moscow Regional Teachers Training Institute (at present, Moscow State Regional University, MSRU). The paper comprises a review of her research activity and its impact on modern science and technology. In the field of continuum mechanics, she studied the motion of fluids in films of variable thickness located on curved surfaces. Since the solutions exactly satisfy the equations, they described hydrodynamic problems as well as two–dimensional problems of filtration, thermal conductivity, electrostatics, diffusion, etc. in inhomogeneous media. This enables a broad application of her theory in a variety of tasks challenged by modern practice.

Keywords: fluid, flow, stratum, surface, filtration, reservoir, potential.

В настоящее время наиболее известной работой профессора Ольги Владимировны Голубевой является ее знаменитый учебник «Курс механики сплошных сред» 1972 г. [1]. Между тем, вклад Ольги Владимировны в науку и образование велик и его трудно переоценить. У нее было очень много научных результатов и очень много учеников, защитивших под ее руководством кандидатские и докторские диссертации.

Я стал учеником Ольги Владимировны, когда пришел на ее научный семинар в ИПМ (Институт проблем механики), который работал под руководством академика Пелагеи Яковлевны Кочиной и профессора Ольги Владимировны Голубевой, и сразу включился в научную деятельность Ольги Владимировны.

Одним из важных аспектов педагогической деятельности Ольги Владимировны была жесточайшая критика результатов своих учеников, но это было на фоне воспитания своим личным примером.

Значительное место в научном творчестве Ольги Владимировны Голубевой занимали задачи подземной гидродинамики напорной фильтрации жидкости к совершенным скважинам, расположенным в горизонтальных пластах. Имеется в виду, что задана линия равного потенциала (граница области питания), заданы круговые линии равного потенциала (или границы эксплуатационных и нагнетательных скважин), вдоль которых расход жидкости не равен нулю, заданы значения потенциалов на границе области питания и границах скважины [2]. По указанным данным требуется определить количество жидкости, протекающее через границу скважины (дебит скважины на единицу мощности пласта). Такая задача решается построением комплексного потенциала, удовлетворяющего граничным условиям.

Однако в общем случае построение указанного комплексного потенциала представляет весьма сложную задачу. Поэтому такая задача решается приближенно: строится комплексный потенциал, удовлетворяющий только условию на границе области питания. Особыми точками этого комплексного потенциала являются внутри области питания стоки (или источники), расположенные в центрах скважин, которые они моделируют. Мощности стоков (определяющие дебиты скважин) и аддитивная постоянная определяются из граничных условий, причем границы скважин считаются уже приближенно линиями равного потенциала. В [2] указывается, каков физический смысл сделанного допущения и на примерах, для которых известно точное решение, количественно оценивается ошибка в определении дебитов, которая получается при приближенном решении. Указанное упрощенное решение задачи о фильтрации жидкости к скважинам, однако, не всегда может быть осуществлено, ибо если граница области питания является не простейшей кривой, то не удается даже в упрощенном виде построить комплексный потенциал. Поэтому в [2] рассматривается вопрос, каково влияние вида границы области питания на дебит скважины, и в связи с этим решается вопрос, насколько допустимо грубо моделировать границы области питания простейшими кривыми. В работе [2] установлена допустимость различных предположений при расчете работы скважин в природных условиях.

Для иллюстрации сказанного приведем фрагмент работы [2] о сравнении точного и приближенного значений дебитов скважин при прямолинейном контуре питания (рис. 1).

$$\omega = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{z-a}{z+a} \qquad (1)$$

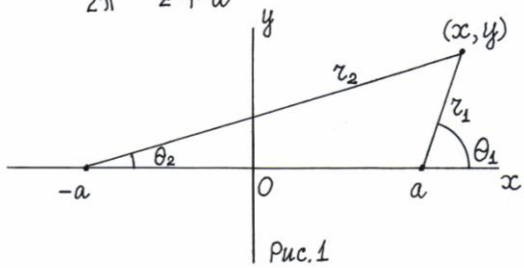

Рис. 1

$$z-a = r_1 e^{i\theta_1};\ z+a = r_2 e^{i\theta_2},\ \varphi = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + C_1 \qquad (2)$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = A,\ \left(x + a\frac{A+1}{A+2}\right)^2 + y^2 = \frac{4Aa^2}{(A-1)^2},\ A \neq 1 \qquad (3)$$

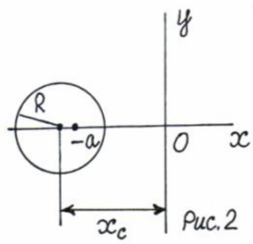

Рис. 2

$$x_c = a\frac{A+1}{A-1},\ A>1 \qquad (4)$$

$$\omega_{пр} = \frac{Q_{пр}}{2\pi} \ln \frac{z-x_c}{z+x_c} + C_1$$

$$\varphi_1 = \frac{Q_{пр}}{2\pi} \ln \frac{2x_c}{R} + C_1$$

$$Q_{пр} = \frac{2\pi(\varphi_1 - \varphi_0)}{\ln 2k} \qquad (5)$$

$$k = \frac{x_c}{R} = \frac{A+1}{2\sqrt{A}} \quad \sqrt{A} = k + \sqrt{k^2-1} \quad Q = \frac{2\pi(\varphi_1-\varphi_0)}{\ln\sqrt{A}} \qquad (6)$$

$$Q/Q_{пр} = \ln(2k)/\ln(k+\sqrt{k^2-1}) > 1 \qquad (7)$$

Если расположить в точках действительной оси *a* и –a источник и сток равной мощности Q, то комплексный потенциал, описывающий течение, будет иметь вид (1), откуда потенциал течения определится формулой (2). Тогда линии равного потенциала задаются формулами (3). При A>1 линиями равного потенциала будут окружности, центры которых расположены на отрицательной части оси *x*, и определяются (4), рис. 2. Отсюда ясно, что центры окружностей равного потенциала смещены влево от стока, расположенного в точке –a. Т. о., формула (2) дает точное решение задачи о притоке жидкости к скважине, которая моделируется окружностью с центром в (4) и радиуса R со значением потенциала φ_1 (так на практике задается забойное давление) и прямолинейным контуром питания – осью ординат со значением потенциала $\varphi_0 = C_1$. Записав формулы для комплексного потенциала и потенциала течения аналогичного (1), но с источником в точке (4) и стоком в симметричной относительно оси ординат точке и мощностью Q_{np}, найдем приближенную формулу определения дебита круговой скважины при прямолинейном контуре питания (5). Сравнив ее с точной формулой (6), которая следует из (2) и (3), получим формулу сравнения точного и приближенного дебитов (7), откуда следует, что приближенная формула вычисления дебита скважины (5) дает заниженный по сравнению с точной формулой (6) результат.

В работах Ольги Владимировны Голубевой в области двумерных задач механики сплошных сред изучались стационарные движения жидкости в пленках переменной толщины, расположенных на криволинейных поверхностях задаваемых, уравнениями [3]. Интерес изучения таких уравнений определялся тем, что они описывают как гидродинамические задачи, так и двумерные задачи фильтрации, теплопроводности, электростатики, диффузии и т. д. в неоднородных средах. Это открывает широкое применение теории этих уравнений в разнообразных задачах, выдвигаемых практикой. Указанные уравнения имеют достаточно сложный вид, и их интеграция при заданных граничных условиях представляет собой сложную проблему, однако выбор на поверхности изотермической координатной сети значительно упрощает первоначальные уравнения. На этих упрощенных уравнениях [3], в основном, и сосредоточились силы Ольги Владимировны и ее учеников.

К вопросам нестационарных двумерных потенциальных течений идеальной несжимаемой жидкости, что также в значительной степени интересовало Ольгу Владимировну Голубеву, относится изучение движения особых точек, находящихся в поле скоростей, ими создаваемых [4]. Эти вопросы могут представить интерес в метеорологии [5]. Изучаемые в [4] течения характерны существованием функции тока, которая удовлетворяет определенному уравнению [6]. В [4] изучаются течения, являющиеся суммами подвижных и неподвижных особых точек, которые представлены своими функциями тока. Интегралы уравнений движения этих особых точек играют существенную роль в рассматриваемом процессе и поэтому детально изучаются [4]. В качестве особых точек рассматриваются вихреисточники, и на этом основании делаются выводы о течениях источников, стоков и вихрей.

При изучении практически важного и очень сложного для теоретического решения вопроса о продвижении границы раздела двух несмешивающихся жидкостей различной вязкости Ольгой Владимировной Голубевой были указаны два последовательных приближенных метода решения этой задачи в общем виде [7].

В первом приближении при решении этого вопроса предполагается, что физические свойства жидкостей идентичны (система одножидкостная). Физическими условиями на поверхности раздела жидкостей различной вязкости являются условия непрерывности давления и нормальных скоростей. Однако вопрос о продвижении границы раздела жидкостей значительно упрощается, если непрерывность нормальных скоростей заменить равенством векторов скоростей на границе раздела жидкостей. Это условие означает, что на границе раздела жидкостей отсутствует преломление линий тока. В случае течений со стационарными линиями тока это условие равносильно гипотезе жестких трубок тока. Задачу о продвижении границы раздела жидкостей при условиях непрерывности давления и нормальных скоростей можно интерпретировать как второе приближение рассматриваемого вопроса.

Для рассмотрения течений при жестких трубках тока (второе приближение) Ольга Владимировна Голубева считает, что задача уже решена в первом приближении, т. е. найдены линии тока первого приближения и граница раздела жидкостей, как одна из них. Далее предполагаем, что граница раздела двух жидкостей, удовлетворяет условию сохраняемости трубок тока. Построению второго приближения в более простом случае, когда интегрирование заменяется обращением функции тока и потенциала скорости посвящена работа [8].

Физические процессы, протекающие в движущихся средах, которые можно моделировать как сплошные, характеризуются Ольгой Владимировной Голубевой некоторым скалярным полем [9]. Этим полем может быть потенциал скорости при изучении течений идеальной жидкости, приведенное давление при изучении фильтрационных течений, температурное поле при изучении распространения тепла, потенциал при изучении электрических полей и т. д. Характерными свойствами неподвижной среды являются ее однородность или неоднородность. Неподвижная среда может быть изотропной или анизотропной. Наконец, внешняя неподвижная среда может изменять свои свойства в зависимости от величины скорости. При теоретическом изучении динамических процессов, протекающих в движущихся сплошных средах, при заданных граничных условиях необходимо знание законов, связывающее указанное выше скалярное поле с векторным полем скоростей.

В работе [10] Ольга Владимировна Голубева приводит уравнения, описывающие диффузию компоненты однофазной смеси, фильтрующейся в грунтах, при этом используя общепринятые в этих вопросах характеристики. Также разобраны некоторые частные случаи уравнения диффузии.

Стационарные динамические процессы, протекающие в неоднородных средах, рассмотренные в [11], например фильтрация жидкости, поток тепла и т. д., в распространенных ситуациях описываются векторным уравнением первого порядка и равенством дивергенции скорости нулю. Здесь коэффициент первого уравнения – симметричный тензор второго ранга– характеризует анизотропию среды (а также неоднородность и другие свойства среды). Предполагается, что среда остается неизменной при изменении направления скорости на противоположное. Предполагается также существование ортогональных главных направлений. Подробно разбирается двумерный случай.

В области научных интересов Ольги Владимировны Голубевой всегда были различные фундаментальные вопросы теории динамических процессов в анизотропных средах [12; 13]. Двумерные линейные стационарные динамические процессы, такие как фильтрация, теплопроводность, явления в электрических и магнитных полях, в предельном случае течения идеальной жидкости описываются вектором скорости и некоторым скаляром, которые связаны между собой уравнениями, содержащими симметричный тензор второго ранга, характеризующий среду, где протекает процесс. В двумерном случае существует функция тока и уравнения процессов на плоскости записываются в виде линейной системы, обобщающей систему Коши-Римана [2; 3]. Эти уравнения инвариантны относительно конформных преобразований, что очень удобно для построений аналогичных процессов на различных поверхностях и плоскостях в изотермических координатах. Изучены случаи возможных упрощений полученной системы.

Приведенные в [12; 13] решения задач о процессах в кусочно-однородных и анизотропных средах представляют собой соответствующие теоремы. Значение их и интерес заключаются в том, что в сочетании с конформными преобразованиями они позволяют решать широкий круг практически важных задач.

Очень большой научный интерес Ольга Владимировна испытывала к, так называемым формулам перехода динамических процессов [1; 14–16]. Это научное направление возникло потому, что построение потенциальных течений идеальной жидкости в пленках переменной толщины в каждом конкретном случае функциональной зависимости этой толщины представляет значительные трудности. Однако можно указать пленки, обладающие различными законами, течения в которых связаны так, что, зная течения в одной пленке, можно построить аналогичные течения в другой пленке [1, с. 204]. Такой переход может быть осуществлен различным образом. Совокупность таких переходов можно назвать методами перехода, а соответствующие формулы – формулами перехода. Значение последних заключается в том, что можно указать серию слоев, построение течений в которых нуждается в нахождении решений только одного уравнения. Для обобщенных систем Коши-Римана эта теория разработана в [1]. Там же приведены множественные конкретные примеры этой теории. Далее О.В. Голубева обобщала эти формулы перехода для более общих уравнений линейных стационарных динамических процессов [16], описывающих соответственно фильтрационные, тепловые, электростатические магнитные и другие поля. Двумерные дифференциальные уравнения их в изотермических переменных при процессах в анизотропных средах, отвечающих симметричному тензору коэффициентов, будут иметь довольно общий вид

[14]. Построение решений, имеющих физический смысл, этих достаточно общих уравнений благодаря, полученным О.В. Голубевой формулам перехода, аналогично построению соответствующих решений для обобщенных систем Коши-Римана. Интересны также своеобразные алгебраические свойства полученных формул перехода [15].

Поскольку многие физические процессы, такие как линейная фильтрация, теплопроводность, электрическое поле, поток постоянного тока и т. д., при стационарности процесса описываются векторным полем скоростей и скалярным полем, которые, в свою очередь, связаны линейными уравнениями связи скорости и градиента скалярного поля с коэффициентом пропорциональности, являющимся тензором, характеризующим анизотропные и неоднородные свойства среды, а поле скоростей безвихревое, то в [17] рассматриваются динамические процессы, описываемые квазианалитическими функциями. Они рассматриваются в двумерном случае. Приводится каноническая форма двумерных уравнений. Основными особыми точками, при помощи которых решаются те или иные краевые задачи, являются источник-сток, вихри, мультиполи в конечных точках и бесконечно удаленной точке.

В статье практического характера [18] рассматривается работа скважин в потоке грунтовых вод в различных ограниченных пластах. Изучаются вопросы чистоты и степени загрязнения и засоления скважин. Применение конформных и квазиконформных преобразований решает серию однотипных задач в изотропных и анизотропных слоях. На одной части границы по предположению находятся воды засоленного моря, а на другой – воды загрязненной реки. Свободный поток чистых подземных вод стекает в открытые бассейны, ограничивающие пласт, в котором работает эксплуатационная скважина. В статье вычисляются условия работы скважины без засоления и загрязнения. При нарушении этих условий устанавливается степень засоления и загрязнения скважины в зависимости от режима ее работы.

Эксплуатация подземных жидкостей играет важную роль в народном хозяйстве, обеспечивая промышленность и население водой, нефтью и газом.

Процессы загрязнения и заводнения этих жидкостей, благодаря воздействию человека на их естественное течение, привод к нежелательным последствиям, которые необходимо предвидеть, чтобы их предотвратить. В статье [19] исследуется вопрос продвижения границы раздела различных жидкостей в простейшей модели. Процесс предполагается двумерным, граница раздела жидкостей не размыта, и различием физических свойств соприкасающихся жидкостей О.В. Голубева пренебрегает.

Построенную теорию Ольга Владимировна постоянно пыталась применить к практическим задачам [20], где решается проблема расчета времени осушения поверхности затопленных земель дренажами и области промывки грунтов поверхностными водами. Поверхность земли может быть покрыта слоем воды в силу каких-либо естественных условий либо намеренно затоплена в целях промывки загрязненных или засоленных грунтов. Дренажные устройства, в качестве которых принимается система параллельных дренажных труб, расположенных в земле, осушают поверхность земли. Процесс представляет собой фильтрацию жидкости в грунте, и в работе принята модель, на основе которой можно произвести расчет процесса: грунт однороден и изотропен, процесс квазистационарен, подчиняется закону Дарси, плоскопараллельный, происходящий в вертикальной плоскости, перпендикулярной к системе параллельных дренажных труб. Отсюда, процесс описывается комплексным потенциалом в указанной плоскости. Квазистационарность процесса определяется тем, что напряжение особых точек синхронно меняется от времени, не влияя на вид действительной и мнимой частей комплексного потенциала, зависящих только от координат. Следовательно, геометрическая картина процесса остается неизменной и только меняется синхронно со временем поле скоростей, в котором время играет роль параметра. Моделируя поверхность грунта горизонтальной плоскостью, предположим, что дренирующие трубы расположены в плоскости параллельной поверхности грунта, их диаметры пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием труб до поверхности грунта, расстояние между соседними трубами одинаково и принято за единицу в безразмерных уравнениях.

Загрязнение подземных жидкостей представляет одну из важных проблем современности, модель которой, математическая постановка задачи и пути ее решения излагаются в статье [21]. Рассматривается напорная фильтрация при заданных граничных условиях и расположении скважин, для которых заданы давления на границах или их дебиты. Фильтрация представляет собой вытеснение одной жидкости другой жидкостью. Вязкости жидкостей различны, жидкости не смешиваются и граница их раздела некоторая поверхность. Физическими условиями на границе раздела должны предполагаться равенства давлений и нормальных скоростей фильтрации при подходе к границе с разных сторон. Примем гипотезу жестких трубок тока, при которой линии тока остаются неизменными при течении однородной жидкости и жидкостей с различной вязкостью, что влечет за собой равенство скоростей на границе раздела. Но это возможно только при равенстве вязкостей или пренебрежении различием вязкости жидкости, тогда продвижение границы раздела жидкостей представляет собой движение отдельных частиц. Сохраняя гипотезу жестких трубок тока, можно приближенно учесть различие вязкостей, если положить, что точки границы раздела жидкостей будут полусуммой точек границ, подсчитанных при движении однородных жидкостей различных вязкостей.

В итоге, на основании изложенного, можно заключить, что Ольга Владимировна Голубева не только выдающийся ученый-механик своего времени, но и основатель своей научной школы гидродинамики. Ее научные направления весьма актуальны, результаты содержательны, а методы исследования очень перспективны. Для нас, учеников Ольги Владимировны, она навсегда останется примером служения науке.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Голубева О.В. Курс механики сплошных сред: Учеб. Пособ. для педвузов. М.: Высшая школа, 1972. С. 368.
2. Голубева О.В. О моделировании работы скважин при напорной фильтрации жидкости в горизонтальных пластах // Ученые записки МОПИ им. Н.К. Крупской. Т. 99. Тр. каф. Физики. Вып. 5. М., 1961. С. 3–21.

3. Голубева О.В. О работах в области механики сплошных сред коллектива кафедры теоретической физики МОПИ им. Н.К. Крупской // Ученые записки МОПИ им. Н.К. Крупской. Т. 200. Теоретическая физика. Вып. 7. М., 1968. С. 5–11.
4. Голубева О.В. Некоторые интегралы уравнений движения особых точек // Ученые записки МОПИ им. Н.К. Крупской, Т. 299. Гидромеханика. Вып. 1. М., 1971. С. 3–11.
5. Голубева О.В. К движению особых точек вблизи препятствий // Ученые записки МОПИ им. Н.К. Крупской, Т. 227, ч. 1, Вып. 9. М., 1970.
6. Голубева О.В. Некоторые задачи ламинарной фильтрации в неоднородных искривленных слоях переменной толщины // Прикладная математика и механика. Изд-во АН СССР. Т. 27, вып. 4.
7. Голубева О.В. Два приближенных решения задачи о продвижении границы раздела различных жидкостей // Сборник научных трудов. Гидромеханика. МОПИ им. Н.К. Крупской, Вып. 2. М., 1973. С. 3–9.
8. Голубева О.В. К вопросу о продвижении границы раздела жидкостей различной вязкости // Калининградский Университет, труды кафедры теоретической и экспериментальной физики, Вып. 3. 1970.
9. Голубева О.В. К вопросу об уравнениях динамических стационарных процессов сплошных сред // Гидромеханика. Сборник трудов. МОПИ им. Н.К. Крупской. Вып. 3. М., 1974. С. 12–17.
10. Голубева О.В. Уравнения диффузии в фильтрационных потоках // Гидромеханика. Сборник трудов. МОПИ им. Н.К. Крупской. Вып. 4. М., 1975. С. 5–7.
11. Голубева О.В. К вопросу о двумерных процессах в неоднородных средах // Гидромеханика. Сборник трудов. МОПИ им. Н.К. Крупской. Вып. 4. М., 1975. С. 8–10.
12. Голубева О.В. Двумерные динамические процессы в анизотропных средах // Прикладная математика и механика. 1980. Т. 41, Вып. 1. С. 166–171.
13. Голубева О.В. Теоремы о динамических процессах в анизотропных средах // Проблемы математики в физико-технических задачах: Междувед. сб. / М: МФТИ, 1987. С. 39–44.
14. Голубева О.В. Задачи фильтрации в анизотропных средах (Математика и проблемы водного хозяйства). Киев: Наукова Думка, 1986. С. 57–63.
15. Радыгин В.М., Голубева О.В. Применение функций комплексного переменного в задачах физики и техники. М.: Высшая школа, 1983. С. 160.
16. Голубева О.В. Формулы перехода динамических процессов // Некоторые проблемы математики в задачах физики и механики: Междувед. сб. / М: МФТИ, 1988. С. 37–41.
17. Голубева О.В., Хмельник М.И. Динамические процессы, описываемые квазианалитическими функциями // Теория гидродинамических моделей технических задач: Сб. науч. трудов / Свердл. пед. ин-т. Свердловск, 1988. С. 9–16.
18. Голубева О.В., Петров Н.П. Засоление и загрязнение скважин // Теория гидродинамических моделей технических задач: Сб. науч. трудов / Свердл. пед. ин-т. Свердловск, 1988. С. 16–22.

19. Голубева О.В. Уравнения границы раздела однородных подземных жидкостей и метод их интеграции // Проблемы современной математики в задачах физики и механики: Междувед. сб. / М: МФТИ, 1989. С. 63–66.
20. Голубева О.В. Расчет осушения поверхности затопленных земель дренажами // Некоторые проблемы математики в задачах физики, механики, экономики: Междувед. сб. / М. МФТИ, 1990. С. 46 – 54.
21. Голубева О.В. Модель продвижения границы раздела различных жидкостей при фильтрации // Задачи технической гидродинамики (Материалы совещания секции физики Московского общества испытателей природы по гидродинамике). М.: Наука, 1991. С. 51–55.