## РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

УДК 533.682

### М.А. Кудров, Г.Ю. Толкачев, К.А. Зудов, А.А. Рыжов

Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ)

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ ГОРНОГО РЕЛЬЕФА

Работа выполнена в соответствии с договором № 02.С25.31.0017 между ОАО «РСК «МиГ» и Министерством образования и науки РФ об условиях предоставления и использования субсидии на реализацию комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства, выполняемого с участием ФГАОУ ВПО «МФТИ (ГУ)».

Аннотация: Проведено численное моделирование обтекания рельефа в области горного аэродрома. Поставлена и решена краевая задача для расчета вихревого течения в районе горного рельефа. Ключевые слова: горный аэродром, поле завихренности.

### M. Kudrov, G.Tolkachev, K. Zudov, A. Ryzhov

Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

# ONE APPROACH TO THE SIMULATION OF THE PHYSICAL PROCESSES OF THE ATMOSPHERE IN MOUNTAINOUS TERRAIN

*Abstract*. The numerical simulation of the flow in the mountainous airfield is conducted. The boundary value problem of investigating eddy flow near the mountainous relief is set.

Keywords: mountainous airfield, vorticity field.

#### 1. Постановка задачи расчета

В настоящей работе численно решалась краевая задача для системы уравнений Рейнольдса (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes) для сжимаемого газа (совершенный газ) с двухпараметрической SST моделью турбулентности для замыкания системы уравнений [1]. Пограничный слой считался полностью турбулентным. Набегающий поток задан граничным условием типа Inlet [2]. Данное условие является условием первого рода, или граничным условием типа Дирихле. Для конкретной задачи ему соответствует задание трех компонент скорости, гладко спадающих до нуля в соответствии с данными по профилю ветра, статической температура и уровня турбулентных пульсаций. На выходной границе условие соответствует неотражающему, для чего вычисляются инварианты Римана [3]. Моделирование произведено в пакете программ ANSYS CFX.

Система уравнений Рейнольдса совместно с гипотезой Буссинеска относительно напряжений Рейнольдса, замкнутая двухпараметрической дифференциальной моделью турбулентности SST, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \zeta} = S$$

Здесь Q — вектор консервативных зависимых переменных задачи. E, G, F — векторы потоков в криволинейной системе координат, S — вектор источников.

Компоненты векторов зависимых переменных и потоков имеют следующий вид:

$$Q_{c} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho (e + q^{2}) \end{pmatrix}, S_{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, E_{c} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^{2} + p + \frac{2}{3}\rho q^{2} + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u \omega + \tau_{xz} \\ \rho u H + \frac{5}{3}\rho u q^{2} + I_{x} \end{pmatrix},$$

$$G_{c} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho v \omega + \tau_{yz} \end{pmatrix}, F_{c} = \begin{pmatrix} \rho \omega \\ \rho \omega \\ \rho \omega v + \tau_{xz} \\ \rho \omega v + \tau_{yz} \\ \rho \omega v + \tau_{yz} \\ \rho \omega v + \tau_{yz} \\ \rho \omega w + \tau_{zz} \\ \rho \omega w + \tau_{zz} \\ \rho \omega v + \tau_{zz} \\ \rho \omega w + \tau_{zz} \\ \rho \omega w$$

Здесь р – плотность;  $\vec{V}=u\vec{i}+\upsilon\vec{j}+\omega\vec{k}$  ( $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные орты декартовой системы координат) – вектор скорости потока, а  $V=\sqrt{u^2+\upsilon^2+\omega^2}$  - модуль вектора скорости; р – давление;  $e=c_vT+\frac{V^2}{2}$  –

полная энергия на единицу массы газа;  $H = e + \frac{p}{\rho} = c_p T + \frac{V^2}{2}$  — полная

энтальпия единицы массы газа для случая идеального газа;  $c_v$  и  $c_p$  – удельные теплоемкости при постоянном объёме и давлении, соответственно;  $\mathbf{q} = \sqrt{k}$  - параметр турбулентности, определяющий масштаб скорости ( $\mathbf{k}$  – кинетическая энергия турбулентности).  $\mathbf{\tau}$  – это симметричный тензор вязких и турбулентных напряжений, линейно связанный с тензором скоростей деформаций s:  $\mathbf{\tau}$  = - ( $\mathbf{\mu}$  +  $\mathbf{\mu}_t$ )s, а сам тензор s имеет вид:

$$s = \begin{pmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}div\vec{V} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}div\vec{V} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} & 2\frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{2}{3}div\vec{V} \end{pmatrix}.$$

Вектор теплового потока  ${\rm I}={\rm I}_x\vec{i}+{\rm I}_y\vec{j}+{\rm I}_z\vec{k}$  вычисляется по формуле:

$$I = -(\lambda + \lambda_t) \nabla T + \tau \vec{V}.$$

 $\mu$  и  $\lambda$  — это коэффициенты молекулярной вязкости (динамической) и теплопроводности, а  $\mu_t$  и  $\lambda_t$  — соответствующие турбулентные аналогии.

Газ при моделировании считается совершенным, подчиняющимся уравнению состояния Клапейрона-Менделеева. Для вычисления динамического коэффициента вязкости использована формула Сазерленда:

$$\frac{\mu}{\mu_{\infty}} = \frac{1 + \frac{110.4}{T_{\infty}}}{\frac{T}{T_{\infty}} + \frac{110.4}{T_{\infty}}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\infty}}\right)^{\frac{3}{2}};$$

молекулярное и турбулентное числа Прандтля принимаются постоянными:

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = 0.7, Pr_t = \frac{c_p \mu_t}{\lambda_t} = 0.9.$$

Здесь знак  $(\infty)$  в нижнем индексе обозначает параметры невозмушенного потока.

В качестве граничных условий на стенке ставится условия прилипания, изотермичности поверхности и отсутствия турбулентных пульсаций на подстилающей поверхности. На входной границе задавались постоянная статическая температура, статическое давление, а также профиль ветра, примерно соответствующий экспериментальным данным. Аппроксимация эмпирических данных привела к логарифмической зависимости горизонтальной компоненты скорости, параллельной земли, от расстояния до поверхности. Зависимость имеет следующий вид:

$$U = \begin{cases} 0.9013 \ln(r_w + 1) + 2.4852 \ \text{m/c}, r_w < 200 \ \text{m}, \\ 7.3 \ \text{m/c}, r_w \ge 200 \ \text{m} \end{cases},$$

где  $r_{\rm w}$  – расстояние до поверхности земли в метрах.

#### 2. Результаты расчётов

Получено поле течения над рельефом. С гор, как и ожидалось, сходит вихрь, который, при данном направлении ветра, проходит над аэродромом. Модуль скорости в ядре вихря равен  $\sim$ 7,5 м/с. На рис.1 изображены поля скорости в различных сечениях. На рис.2 изображены поля завихренности в различных сечениях.

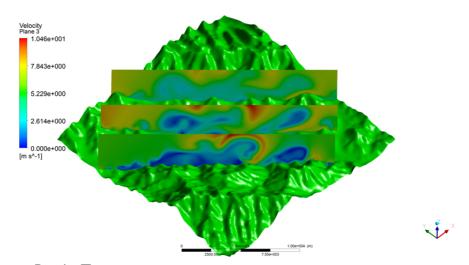


Рис.1 - Поля модуля скорости в различных сечениях

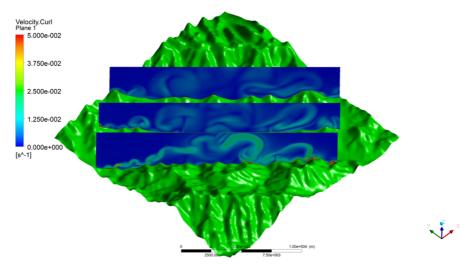


Рис.2 - Поля завихренности в различных сечениях

Для трехмерной визуализации вихревых структур (рис.3) выбраны изоповерхности параметра лямбда-2 [4], являющегося удобным инструментом визуализации вихрей, т.к. позволяет частично отсечь неоднородность пограничного слоя.

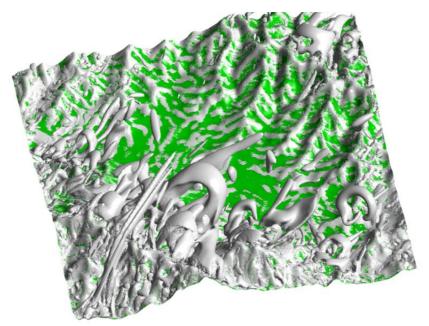


Рис.3 - 3D визуализация вихрей с использованием функции лямбда-2

Уравнение изоповерхности параметра лямбда-2 имеет следующий вид:

$$(\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) = const,$$

где  $\Omega_{ij}$  и  $S_{ij}$  — тензоры завихренности и скоростей деформации, соответственно.

На приведенных рисунках, визуализирующих вихревые структуры, образующиеся из-за отрыва пограничного слоя, видно, что их характерный размер (~1 км) существенно больше характерного размера летательных аппаратов (~20 м), поэтому вычисление приращений аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат, проводится упрощенным образом. То есть, проведением расчета обтекания аппарата однородным потоком с углом атаки, соответствующим углу наклона скорости в заданной точке в области над рельефом.

### 3. Краткие выводы

Проведен расчет поля скоростей и завихренности в окрестности горного аэродрома Лех Бакула Кушок Римпочи, Индия. Определено направление ветра, при котором наблюдаются вихри наибольшей интенсивности над взлетно-посадочной полосой аэродрома. Полученные данные могут быть использованы при оценке аэродинамических нагрузок на самолет, совершающий взлет/посадку на данный аэродром. Также полученные данные могут быть использованы на пилотажных стендах для отработки сценариев посадки в горной местности.

### ЛИТЕРАТУРА

- Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4 / Ed. by K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. — Begell House, Inc., 2003.
- 2. Toro E. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, A Practical Introduction, Springer, 2009.
- 3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. 736 с.
- 4. J. Jeong and F. Hussain. Copyright © 1995. Journal of Fluid Mechanics. On the Identification of a Vortex. 69-94. 285.