ТЕХНОЛОГИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ

УДК 37.016:51

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ И ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Д.В. Жарков

Московский государственный областной университет (МГОУ)
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. В данной статье были выделены основные методы решения текстовых задач с параметрами. Показано, какими методами решения учащийся может овладеть в зависимости от его уровня подготовки и профиля школы. Автор считает необходимым подчеркнуть, что ни в коем случае нельзя «выдёргивать» отдельные методы и на специально подобранных примерах показывать преимущества использования того или иного метода. Очень важно, чтобы учащийся воспринимал задачи этих двух классов как нечто неделимое и взаимодополняющее друг друга. Подобное совмещение представляется нам особенно важным, поскольку иначе теряется та основа, которая была заложена нашими предками-математиками.
Ключевые слова: исторический метод, простейший вариант научно-исследовательской задачи, графический метод, аналитический метод, инверсия, метод перехода от общего к частному.

В самом начале данной статьи, мы хотим сказать несколько слов о способе изложения материала данной статьи. По нашему мнению, было бы некорректно «выдёргивать» отдельные методы и на специально подобранных примерах показывать преимущества использования того или иного метода. Мы считаем, что целесообразнее дать обзор литературы по применению различных методов решения к задачам с параметрами и текстовым задачам с параметрами, в целом не отделяя их друг от друга, делая редкие исключения в силу необходимости. Мы убеждены в том, что школьник должен иметь право выбора использования того или иного метода при решении соответствующих задач. Мы полностью разделяем точку зрения Голубева В.И, который говорит: «... цель любого читателя, в первую очередь, состоит в овладении всеми методами решения» [1, с. 71].

Метод первый – исторический. Как писал великий французский учёный Анри Пуанкаре, «Всякое обучение становится ярче от каждого соприкосновения с историей изучаемого предмета», поэтому и мы начнём с одного из важнейших методов - исторического. Однако, прежде чем начать, сделаем небольшое замечание: среди всех известных нам источников [1-15], имеющих отношение к текстовым задачам с параметрами или просто к «задачам с параметрами», нигде не проведено никаких исторических ссылок или параллелей. Итак, исторический метод, в основе своей, предполагает построение ряда событий. К прошлому относят уже закончившиеся процессы, к настоящему – продолжающиеся, к будущему – ещё не начавшиеся. Естественно, что между прошлым, настоящим и будущим существует определённая преемственность. Её учёт является основным достоинством исторического метода. Новое рождается на основе уже достигнутого. Нижеследующая задача имеет непосредственное отношение к древневавилонскому периоду, где уже существовала шестидесятеричная система счисления (данные в задаче представлены в шестидесятеричной системе счисления).

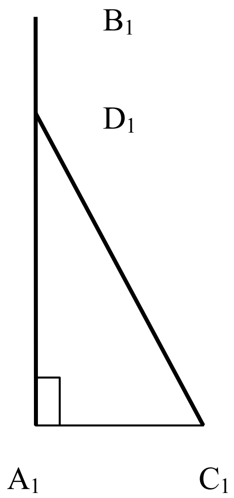
Задача 1 [16, с. 62-63]; [17, с. 103]. «Балка длины 0;30 (приставлена к стене). Её верхний конец опустился на 0;6. Как далеко отодвинется её нижний конец?»

Р е ш е н и е:

Реализуя преемственность между прошлым, настоящим и будущим вариантами решения, разложим их решение по шагам с переводом на современную числовую и перспективную буквенную символику.

Первый вариант решения.

Дано: $A_1B_1=C_1D_1=l$, $D_1B_1=m$, $A_1C_1=x$.



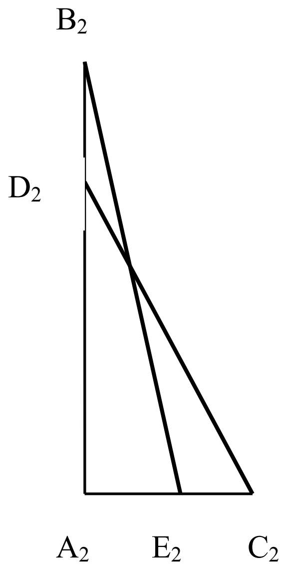
Вавилонский текст	**Современная символика**	**Общий вид**
1) Ты 0;30 умножь на 0;30, ты видишь 0;15	1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	1) $l\cdot l=l^2$
2) 0;6 отними от 0;30, ты видишь 0;24	2) $\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$	2) $l-m$
3) 0;24 умножь на 0;24, ты видишь 0;9,36	3) $\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$	3) $(l-m)\cdot(l-m)=$ $=(l-m)^2$
4) 0;9,36 от 0;15 отними. Ты видишь 0;5,24	4) $\frac{1}{4}-\frac{4}{25}=\frac{9}{100}$	4) $l^2-(l-m)^2=x^2$

5) 0;5,24 что имеет квад- 5) $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}$ 5) $x=\sqrt{l^2-(l-m)^2}$

ратным корнем?
0;18 квадратный корень.
На 0;18 на земле она удалилась

Проведём исследование данной задачи в общем виде. Подкоренное выражение должно быть больше или равно нулю. Следовательно, $l^2-(l-m)^2\geq 0$. Далее раскрываем скобки и приводим подобные члены, имеем: $m(2l-m)\geq 0$. Решая данное неравенство методом интервалов, получаем: $m\in[0;2l]$. Заметим, что при $m=0$ или $m=2l$ задача имеет тривиальный характер, так как $x=0$. Это означает, что нижний конец балки никуда не сдвигается, а остаётся на месте.

Второй вариант решения.
Дано: $A_2B_2=y$, $D_2B_2=m$, $A_2E_2=z$, $E_2C_2=x$, $B_2E_2=D_2C_2=l$.



По условию задачи составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} y^2+z^2=l^2 \\ (y-m)^2+(z+x)^2=l^2 \end{cases} \Rightarrow y^2+z^2=(y-m)^2+(z+x)^2$$

$y^2-2my+m^2+z^2+2xz+x^2=y^2+z^2$, $x^2+2zx+(m^2-2my)=0$, $x_{1,2}=-z\pm\sqrt{z^2-m^2+2my}$.

Учитывая, что $z^2=l^2-y^2$, получаем: $x_{1,2}=-\sqrt{l^2-y^2}\pm\sqrt{l^2-(y-m)^2}$.

Очевидно, что $x_1<0$. Рассмотрим случай с $x_2=-\sqrt{l^2-y^2}+\sqrt{l^2-(y-m)^2}$.

По условию задачи $x_2\geq 0$, $\sqrt{l^2-(y-m)^2}-\sqrt{l^2-y^2}\geq 0$, $\sqrt{l^2-(y-m)^2}\geq\sqrt{l^2-y^2}$

Данное неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} l^2 - y^2 \ge 0 \\ l^2 - (y-m)^2 \ge l^2 - m^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l \in [y;\infty) \\ l^2 \le 2my \end{cases}$$. При $l=y$ имеем: $y \in [0;2m]$.

Итак, мы получили три варианта решения задачи. Данная задача является примером **простейшей научно-исследовательской задачи.** Желательно, чтобы учитель начал своё занятие с урока-практикума: ведь ещё К.Д. Ушинский писал: «Учение есть труд и должно остаться трудом, но трудом, полным мысли, так чтобы самый интерес учения зависел от серьёзной мысли, а не от каких-нибудь не идущих к делу прикрас» [18]. Тем самым, он предостерегал учителей от игнорирования интересов подростков и призывал объективно подходить к решению требований учебного процесса: строить преподавание на совмещении непосредственного интереса и серьёзной учебной работы. Решая практические задачи, подобные данной, учитель реализует это завещание К.Д. Ушинского.

Применение исторического метода на уроках математики не только позволяет осваивать учащимся важный культурно-исторический пласт истории человечества, связанный с поиском решения задач, но и вносит разнообразие в их мыслительную деятельность. Отметим, что совместное использование исторического и абстрактного методов при решении текстовых задач – важный внутренний (связанный с предметом), а не внешний (связанный с отметками, поощрениями и т. п.) стимул к поиску решения задач и изучению математики.

Метод второй – графический метод. Любая задача с параметром – это задача с двумя компонентами: переменной (аргументом) и параметром. Графический метод представляет искомые решения в виде геометрического места точек на координатной плоскости, где в качестве одной из координат выступает переменная, а в качестве другой – параметр. Следовательно, решением задачи является упорядоченный набор пар координат точек евклидова пространства. Данный метод широко используется и находит практическое применение в учебной и методической литературе [1-15] (см., например, [3]). Так книга [3] посвящена решению задач с параметрами, которые для многих школьников традиционно являются задачами повышенной трудности. При этом в гл. 6 «Графические методы. Метод сечений» В.С. Высоцкий разделяет метод сечений и координатно-графический метод, вполне оправдано отмечая, что «Такое разнесение методов сделано для того, чтобы у школьников, которые впервые знакомятся с графическими методами, не возникло путаницы из-за их смешения» [3, с.107].

Задача 2 [3, задача 4, с. 111-112]. При каких a прямая $y=(3a-7)x+2a-5$:

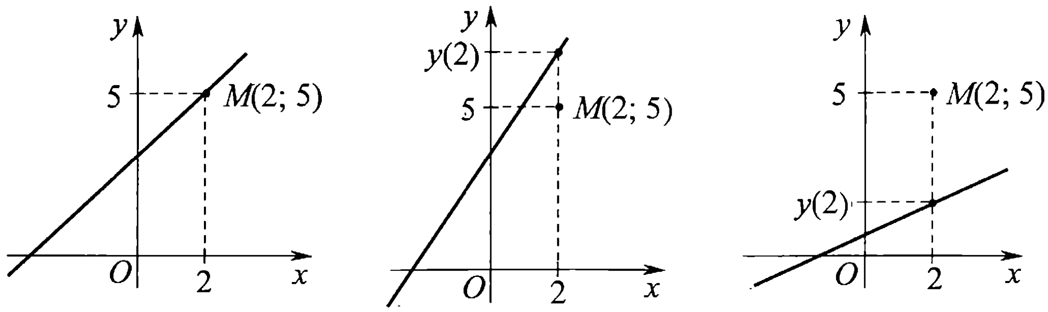
а) проходит через точку М (2;5);

б) проходит выше точки М;

в) проходит ниже точки М.

Р е ш е н и е: а) Прямая $y=(3a-7)x+2a-5$ проходит через точку М(2;5), если координаты точки М удовлетворяют уравнению этой прямой (рис.13). Имеем $5=(3a-7)\cdot 2+2a-5$. Отсюда находим $a=3$. б) Прямая $y=(3a-7)x+2a-5$ проходит выше точки М(2;5), если ордината y прямой при $x=2$ будет больше, чем 5 (рис.14). Имеем $y(2)=(3a-7)\cdot 2+2a-5>5$, $a>3$. в) Аналогично, прямая $y=(3a-7)x+2a-5$ проходит ниже точки М(2;5), если $y(2)<5$ (рис. 15). Имеем $y(2)=(3a-7)\cdot 2+2a-5<5$, $a<3$.

Ответ: при $a=3$ прямая проходит через точку М; при $a>3$ прямая проходит выше точки М; при $a<3$ проходит ниже точки М.



На наш взгляд, одним из отличительных достоинств этой *книги* является привнесение в неё элементов неформального стиля общения с читателем, например: « ...Фраза, которая должна всё время крутиться в голове, должна быть такой: «Я ищу такое число a, что для любого числа b система ... имеет решение»» [3, с.165]. Однако, отметим, что упущением является тот факт, что название гл. 5: «Задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трёхчлена» не содержит текстовые задачи с параметром.

Пирютко О.Н. в своей книге [19] также предлагает использовать графический метод как основной метод для решения текстовых задач. Среди них мы обнаружили пять текстовых задач с параметрами, которые встречаются вперемежку с «обычными» текстовыми задачами, т.е. носят характер «точечных включений». Предлагаем одну из них в качестве примера.

Задача 3 [19, задача 35, с. 76-77].

Три мотоциклиста проезжают с постоянными, но различными скоростями один и тот же участок AB дороги. Сначала пункт A проехал первый мотоциклист, а 5 с спустя в том же направлении – второй и третий. Через некоторое время первого мотоциклиста обогнал третий, а через 10 с – второй. За какое время (в секундах) первый проходит весь путь (AB), если второй проехал это расстояние за 1 мин, а третий – за 40 с?

Р е ш е н и е:

$$\frac{p}{z}=\frac{40}{t};\ \ \frac{x}{p}=\frac{t+10}{60};\ \ \frac{z}{x}=\frac{5+t}{15+t}.$$

Далее выполним почленное умножение этих равенств, получим

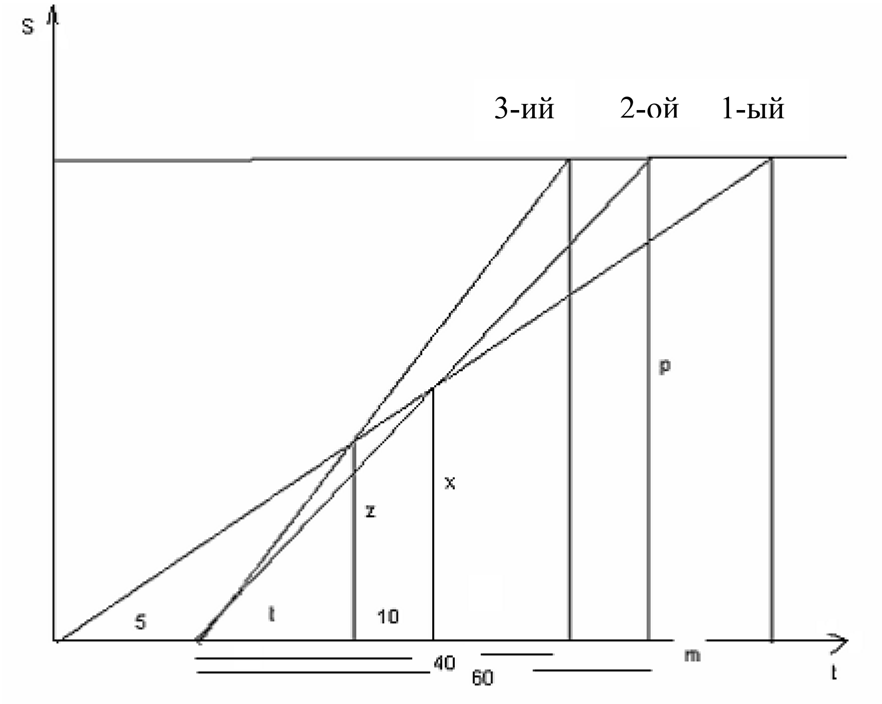
$$\frac{2}{t}\frac{t+10}{3}\frac{5+t}{15+t}=1\Rightarrow t=5,\ \ \frac{20}{65+m}=\frac{z}{p}=\frac{1}{4}\Rightarrow 65+m=80$$

Ответ: 80 с.

Заметим, что графический метод применяется и при решении «обычных» текстовых задач на вычисление компонентов смеси, например:

Задача 4 [20, задача 7, с.13].

При растворении в кислоте 2,33 г смеси железа и цинка было получено 896 мл водорода. Какова масса каждого из металлов содержалась в смеси?



Однако задачи такого уровня трудности выходят за рамки программ общеобразовательных школ и предлагаются лишь участникам олимпиады по химии: «материал предназначен для учителей химии при подготовке участников Всероссийской олимпиады школьников по химии 2 и 3-го этапов» [20, с. 2]. Вообще говоря, эта задача решается шестью способами, в том числе и графическим (см. [20, с. 17]).

Восполнение некоторых теоретических знаний, касающихся использования и применения графического метода удачно сделано в книге Абатуровой В.С. [21]. В ней (см. например, с.47-50) «предлагается строгое доказательство теоретических положений о графике линейной функции, графике линейного уравнения с двумя неизвестными, графическом способе решения систем линейных уравнений и неравенств с двумя неизвестными и их приложениях» [21, с. 6]. Изучив теоретический материал данной книги, ещё раз убеждаешься в справедливости высокой оценки, данной научным редактором книги Кусраевым А.Г.: «Он [курс] ориентирует школьника на проникновение в суть явлений, на постижение глубинных причин процессов, происходящих в природе и обществе, нацеливает на поиск истины и скрытого порядка в окружающем хаосе, воспитывает объективное и строгое отношение к себе и к окружающим» (с. 5). К сожалению, тираж данного пособия всего сто экземпляров (!), а отсутствие изложения данного материала в других книгах является упущением. Вообще говоря, использование графического метода при решении текстовых задач с параметрами трудоёмко и весьма затруднительно для не вполне подготовленного учащегося. Это связано с тем, что даже при решении «обычных» текстовых задач необходимо владеть многими из разделов школьного курса геометрии, а именно: уметь использовать подобие треугольников, уметь комбинировать алгебраический и геометрический методы.

Метод третий – Инверсия. Инверсия – понятие многозначное. Оно используется при описании геометрических преобразований. В частности в книге [22, с. 517] даётся такое определение инверсии: «Пусть на плоскости дана окружность S с центром O и радиусом R. *Инверсией относительно окружности* S называют преобразование, переводящее произвольную точку A, отличную от O, в точку A^*, лежащую на луче OA на расстоянии $OA^*=R^2/OA$ от точки O».
А.В. Хуторской в [23], говоря о креативных методах обучения, в частности, упоминает придумывание, агглютинацию (учащимся предлагается соединить несовместимые в реальности качества, физические свойства объекта), «мозговой штурм» и, наконец, инверсию. *Метод инверсии или метод обращений (по Хуторскому)* применяется как принципиально противоположная альтернатива решения. Например, прочность изделия пытаются увеличить через увеличение его массы, а эффективным оказывается обратное решение — изготовление полого изделия. Или объект исследуется с внешней стороны, а решение проблемы происходит при рассмотрении его изнутри. Например, К. Э. Циолковский «придумал пушку, но пушку летающую, с тонкими стенками и пускающую вместо ядер газы...» [23, с. 322-336].

В нашем случае, **инверсия** – это перестановка определённых фраз или слов в тексте задачи таким образом, что при составлении соответствующей математической модели задачи, обнаруживаются схожие алгебраические выражения в числителе или знаменателе дробей (см. ниже задача 5). Этот метод, в большей степени, используется при решении задач «на движение» и «на сплавы». Задача 5 (см. ниже) составлена на основании аналогичных задач, использованных в [24, с.84, №№ 515-516].
Задача 5. Дорога между посёлками А и В сначала имеет *подъём*, а потом *спуск.* Велосипедист, двигаясь на спуске со скоростью на a км/ч большей, чем на подъёме, затрачивает на путь *от А до В* ровно t ч, а на *обратный путь от В до А* – половину этого времени. Найти скорости велосипедиста на подъёме и на спуске, если расстояние между посёлками b км.

Р е ш е н и е:
В таких задачах используют следующие обозначения:
1) Пусть x км/ч – скорость велосипедиста на подъёме, тогда по условию $(x+a)$ км/ч – его скорость на спуске.
2) Пусть y км – длина подъёма, тогда по условию $(b-y)$ км – длина спуска.
3) Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x}+\dfrac{b-y}{x+a}=t \\ \dfrac{b-y}{x}+\dfrac{y}{x+a}=\dfrac{t}{2} \end{cases}.$$

Метод инверсии помогает учащемуся выделить в предложении опорные слова или словосочетания, значимые для понимания смысла написанного текста задачи (см. фразы, выделенные в тексте курсивом). Инверсия является одним из важнейших средств **интонационно– стилистического выделения слов и их сочетаний.** Она состоит в постановке выделяемых слов на синтаксически необычное для них место. Задача автора задачи - произвести воздействие на читателя, вызвать у него определённое зрительное восприятие.

Обращаем внимание на то, что уравнения содержат по две похожие дроби, у которых поменялись местами числители.

4) $\begin{cases} y(x+a)+x(b-y)=t(x+a)x \\ 2(b-y)(x+a)+2xy=tx(x+a) \end{cases}$; $\begin{cases} yx+ay+xb-xy=tx(x+a) \\ 2xb-2xy+2ab-2ay+2xy=tx(x+a) \end{cases}$;

$\begin{cases} ay+bx=tx(x+a) \\ 2xb+2ab-2ay=tx(x+a) \end{cases}$; $ay+bx=2xb+2ab-2ay; 3ay=2ab+xb, y=\dfrac{2ab+xb}{3a}$

Подставляем y в первое уравнение системы:

$\dfrac{a(2ab+xb)}{3a}+bx=tx(x+a)$; $2ab+xb+3bx=3tx^2+3atx$; $(3t)x^2+(3at-4b)x-2ab=0$;

$D=9a^2t^2-24atb+16b^2+24abt=9a^2t^2+16b^2$

$x_{1,2}=\dfrac{4b-3at\pm\sqrt{9a^2t^2+16b^2}}{6t}$.

Очевидно, что $x_2=\dfrac{4b-3at-\sqrt{9a^2t^2+16b^2}}{6t}<0$ (не подходит). Следовательно,

$x=\dfrac{4b-3at+\sqrt{9a^2t^2+16b^2}}{6t}$; $x+a=\dfrac{4b+3at+\sqrt{9t^2a^2+16b^2}}{6t}$.

Текст задачи 6 (см. ниже) составлен на основе задачи в [25, с.42]. Также используем метод инверсии.

Задача 6. От двух однородных кусков сплава с различным процентным содержанием меди, имеющих массу m и n кг соответственно, *отрезано* по куску *одинаковой* массы. Каждый из отрезанных кусков *был сплавлен с остатком другого куска,* после чего *процентное содержание* меди в обоих получившихся слитках *стало одинаковым*. Определить массу каждого отрезанного куска.

Р е ш е н и е:

1) Пусть p и q – содержание меди в первом и во втором кусках соответственно, а буквой μ обозначим массу каждого отрезанного куска.

2) в части, отрезанной от первого куска, содержится $\mu\bullet p$ кг меди, а
в части, отрезанной от второго куска, содержится $\mu\bullet q$ кг меди.

3) в остатке первого куска содержится $(m-\mu)\bullet p$ кг меди, а
в остатке второго куска содержится $(n-\mu)\bullet q$ кг меди.

4) После того, как куски снова сплавили, в первом и во втором кусках оказалось соответственно $(m-\mu)\bullet p+\mu\bullet q$ и $(n-\mu)\bullet q+\mu\bullet p$ кг меди.

5) Так как по условию после сплавления массы получившихся кусков будут вновь равны m и n кг соответственно и концентрации меди сравняются, то

$$\frac{(m-\mu)\cdot p+\mu\cdot q}{m}=\frac{(n-\mu)\cdot q+\mu\cdot p}{n}.$$

6) Решая это уравнение, получаем: $mn\bullet(p-q)=\mu(p-q)\bullet(m+n)$.

7) В условии задачи сказано, что первоначальные концентрации p и q различны, поэтому разность $(p-q)\neq 0$, на неё можно разделить обе части уравнения. Далее находим $\mu=\dfrac{m\cdot n}{m+n}$.

Очевидно, что вышеперечисленные задачи (№5, №6) требуют глубокого понимания сути процесса, свободного владения различными математическими методами. Именно поэтому одной из важнейших задач современной школы (центров образования) является привитие учащимся умения, позволяющего активно включаться в исследовательскую деятельность. Можно сказать, что задачи с параметрами являются прообразом важных научно-исследовательских задач. Необходимой частью решения подобных задач является исследование характера и конечного результата процесса в зависимости от значений параметров, причем часто оказывается, что решение зависит не от каждого параметра в отдельности, а от некоторого их характерного комплекса.

Метод четвёртый – аналитический. Это один из самых распространённых и широко применяемых методов, который встречается практически в каждом пособии. Чаще всего его используют наравне с графическим методом, например в пособии [1]. Оно посвящено методам решения задач повышенной сложности по алгебре и началам анализа. Основная часть задач, рассмотренных в книге, взята из вариантов вступительных экзаменов на различные факультеты вузов, предъявляющих высокие требования к знаниям по математике (МГУ имени М.В. Ломоносова, МФТИ и др.). Основной акцент в этой книге сделан на изложение малоизвестных эффективных технологий решения нестандартных задач, таких, например, как метод трех точек, метод замены множителей, метод минимакса. В частности, прямо указываются методы, использующиеся для решения задач с параметрами: «На примере задачи вступительных экзаменов в Московском институте радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА) мы детально разбираем шесть различных путей ее решения: решение первое — методом интервалов; решение второе — графическое в плоскости (x; *a*); решение третье — методом нестандартных преобразований неравенств с модулем; решение четвертое — графическое в плоскости (x; y); решение пятое — относительно параметра; решение шестое — по правилу минимакса» [1, с. 71]. Отметим, что описаны малоизвестные технические приемы, используемые при решении задач для обеспечения высокого темпа продвижения к ответу. Главная цель книги состоит в снятии комплекса страха у абитуриентов и учителей при попытках овладения идеями и методами решения нестандартных задач. Материал книги составляет часть многочисленных лекций автора для школьников и преподавателей в различных регионах страны. Тем не менее, автор также отмечает, что «... цель любого читателя, в первую очередь, состоит в овладении всеми методами решения. При этом под овладением мы понимаем *способность воспроизводить демонстрируемые решения* [курсив автора – *Ж. Д.*] с любой степенью подробности любому желающему и без неоправданных пауз в период демонстрации. Очевидно, что владение информацией является необходимым условием для изложения ее в любой аудитории» [1, с. 71]. Очевидно, что автор, осознавая в полной мере те трудности, с которыми придётся столкнуться учащимся при решении соответствующих задач, рассчитывает на аудиторию, способную использовать в процессе обучения только репродуктивный метод. В послесловии автор настаивает на том, что «Еще раз предупреждаем читателя, чтобы он ни в коей мере после ознакомления со всеми решениями не устанавливал между методами какой-либо иерархии по эффективности их применения, поскольку, как известно, эффективность выбранного пути решения зависит от постановки задачи» [1, с. 89].

Отметим и пособие [8], в котором на многочисленных примерах показано применение аналитического метода. Кроме того, мы полностью разделяем мысли автора Е.А. Поляковой, сказанные в предисловии: «Опыт показывает, что после решения определённого количества специально подобранных задач конкретного типа целесообразно предложить учащимся самим попытаться *выработать алгоритм (схему) решения задач рассмотренного типа* [курсив автора – *Ж. Д.*]. Наиболее сильные ученики легко справляются с этой по-настоящему исследовательской проблемой. Для всех учеников полученная схема служит руководством, оберегающим их от ошибок при решении задач» [8, с.3] Нам эти слова представляются очень важными, тем более что при объяснении темы: «Линейные уравнения и уравнения, приводимые к линейным» Полякова использовала текстовую задачу с параметром. Пусть даже она была единственной (!) во всём пособии.

Метод пятый – метод перехода от общего к частному. При решении какой-либо задачи мы получаем некое условие, которое верно при всех значениях переменной. Найдя какое-либо «удобное» значение, мы получаем различные случаи решения одной общей задачи, при этом получая из неё различные следствия (частные задачи). Иллюстрируем эти мысли на следующем примере. Текст задачи 7 был основан на [26, с. 817, № 13.013].

Задача 7. За год число мальчиков в школе увеличилось на *a %*, число девочек уменьшилось на *b %*, при этом общее число учащихся осталось прежним. Кого было больше в прошлом году в школе – мальчиков или девочек? На сколько процентов?

Р е ш е н и е:

1) Пусть год назад в школе было m мальчиков и d – девочек.

2) Стало: $m+0,01am$ – мальчиков, $d-0,01bd$ – девочек.

3) Далее, читая по тексту задачи: «При этом общее число учащихся осталось прежним». Следовательно, $m+0,01am+d-0,01bd=m+d$. Решая уравнение, получаем: $d = \frac{a}{b}m$.

4) Проводим исследование.

4.1) Если $\frac{a}{b} = 1$, то число девочек равно числу мальчиков *(m=d).*

4.2) Если $\frac{a}{b} > 1$, то девочек в школе было больше на $\frac{a}{b}m - m = m(\frac{a}{b} - 1)$.

4.3) Если $\frac{a}{b} < 1$, то девочек в школе стало меньше на $m - \frac{a}{b}m = m(1 - \frac{a}{b})$.

Достоинство этой задачи в том, что учащиеся комплексно повторяют и осознают «на новом витке» два важнейших понятия – правильной и неправильной обыкновенной дроби, а также действий над дробями и основного свойства дроби. В процессе дополнительной работы над задачей школьники учатся с поверхности явлений, связей проникать в их сущность, учатся такой деятельности, которая необходима при изучении любого другого школьного предмета, важна и в жизни. Она приносит большое удовлетворение ученикам и служит развитию их интереса, вкуса к процессу познания. Процесс исследования помогает учащимся не только осмыслить задачу, формирует умения обобщать, систематизировать, сравнивать, развивает наблюдательность, но и повторить и закрепить в памяти элементы теоретического знания.

Примечание. Учитель может использовать такие приёмы как решение задачи другим методом; решение задачи с изменённым условием (см. выше случаи 4.1; 4.2; 4.3), оставив условие прежним; составление обратных задач; сравнение задач и их решений; составление по этому решению другой задачи; постановка вопросов, помогающих осмыслить взаимосвязь между величинами, входящими в задачу.

В современных условиях изобилия информации и её источников общение становится главным механизмом обучения. Педагогическое общение занимает одно из приоритетных мест. При этом критерием эффективности педагогического общения является, в конце концов, качество обученности и воспитанности учащихся и их способность к образовательно-воспитательному самодвижению.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голубев В.И.* Решение сложных и нестандартных задач по математике.- М: ИЛЕКСА, 2007. - 252 с.
2. *Амелькин В.В., Рабцевич В.Л.*, Задачи с параметрами: Справочное пособие по математике. – 2-е изд. – Мн.: ООО «Асар», 2002. – 464 с.
3. *Высоцкий В. С.* Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. М.: Научный мир, 2011. - 316 с.
4. *Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С.* Задачи с параметрами. - 3-е изд., доп. и перераб. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2005. – 328 с.
5. *Иванов С. О.* Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ: задание С5 / С. О. Иванов, Е. А. Война, А. С. Ковалевская, Л. С. Ольховая; под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. — Ростов-на-Дону: Легион-М, 2011. — 48с. — (Готовимся к ЕГЭ).
6. *Козко А.И., Чирский В.Г.* Задачи с параметром и другие сложные задачи. – М.: МЦНМО, 2007.
7. *Субханкулова С.А.* Задачи с параметрами.— 2010.— 208 с. (Серия «Математика: элективный курс»).
8. *Полякова Е.А.* Уравнения и неравенства в профильном 11 классе. Методические рекомендации и поурочное планирование. – М.: Илекса, 2010. – 96 с. (Серия «Математика: элективный курс»).
9. *Севрюков, П. Ф.* Школа решения задач с параметрами: учебно-методическое пособие / П. Ф. Севрюков, А. Н. Смоляков. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Илекса; Народное образование; Ставрополь: Сервисшкола, 2009. - 212 с.
10. *Ястребинецкий Г.А.* Уравнения и неравенства, содержащие параметры. – М., Просвещение, 1972.
11. *Родионов Е.М.* Справочник по математике для поступающих в вузы. Решение задач с параметрами. - М.: МЦ "Аспект", 1992. - 144с.
12. *Натяганов В.Л., Лужина Л.М.* Методы решения задач с параметрами: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГУ, 2003. - 368 с.
13. *Ефимов Е.А., Коломиец Л.В.* Задачи с параметрами. Учебное пособие для факультета довузовской подготовки СГАУ. - Самара, 2006. - 64с.
14. *Прокофьев А.А.* Задачи с параметрами: пособие по математике для учащихся старших классов – М.: МИЭТ, 2004. – 258 с.

15. *Крамор В.* С.Задачи с параметрами и методы их решения / В. С. Крамор. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2007. — 416 с: ил. — (Школьный курс математики).
16. *Андронов И.К.* Трилогия предмета и метода математики, ч.1. М.- 2004
17. *Ван дер Варден Б.Л.* Пробуждающаяся наука. М. – 1959
18. *Ушинский К.Д.* Сочинения. – Т.5. – с.27
19. *Пирютко О.Н.* Графический метод решения текстовых задач: пособие для подготовки к централизованному тестированию. – Минск: Новое знание, 2010. – 128с.
20. *Шишкин Е.А.* Решение задач на вычисление компонентов в смеси: Методика обучения/ Е.А. Шишкин. – М.: Чистые пруды, 2008. – 32с. – (Библиотечка «Первое сентября», серия «Химия». Вып.19).
21. *Абатурова В.С.* Математическое моделирование школьникам 1. Линейные модели: Учебное пособие / Институт прикладной математики и информатики. – Владикавказ: Владикавказский научный центр РАН и РСО-А, 2007.- 112с.
22. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии: Учебное пособие. – 6-е изд., стер. – М.: МЦНМО, 2007. – 640 с.
23. *Хуторской А.В.* Современная дидактика. СПб.: Питер, 2001
24. *Шевкин А.В.* Текстовые задачи по математике: 5-6. – М.: ИЛЕКСА, 2009. – 106 с.
25. *Лурье М.В.* Задачи на составление уравнений. Техника решения. Учебное пособие. 2-е изд., стер. – М.: Издательство УНЦ ДО, 2004. – 124с. – (Серия «В помощь поступающим в вузы»).
26. Полный сборник решений задач для поступающих в вузы. Группа А / Под ред. М.И. Сканави. – М.: ООО «Издательство «Мир и Образование»» Мн.: ООО «Харвест», 2003. – 912 с.

BASICAL SOLUTION METHODS OF EXERCISES WITH PARAMETERS AND PROBLEM SOLVING EXERCISES WITH PARAMETERS

D. Zharkov

[2]*Moscow Region State University*
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia

Abstract: this article was devoted to the basic methods of the solution of problem solving exercises with parameters. It is shown that the range of methods, which student is able to acquire, depend on his level of training and profile of the school. The author considers it necessary to emphasize that in no event it is impossible "to pull out" of certain methods and specially selected examples to show the advantages of using this or that method. It is very important that the student took the tasks of these two classes as something indivisible and mutually reinforcing. Such a combination seems to us particularly important because it loses is the Foundation that was laid by our ancestors-mathematicians.

Key words: the historical method, the simplest version of the research objectives, a GUI method, an analytical method, the inversion, method of transition from the general to the particular.