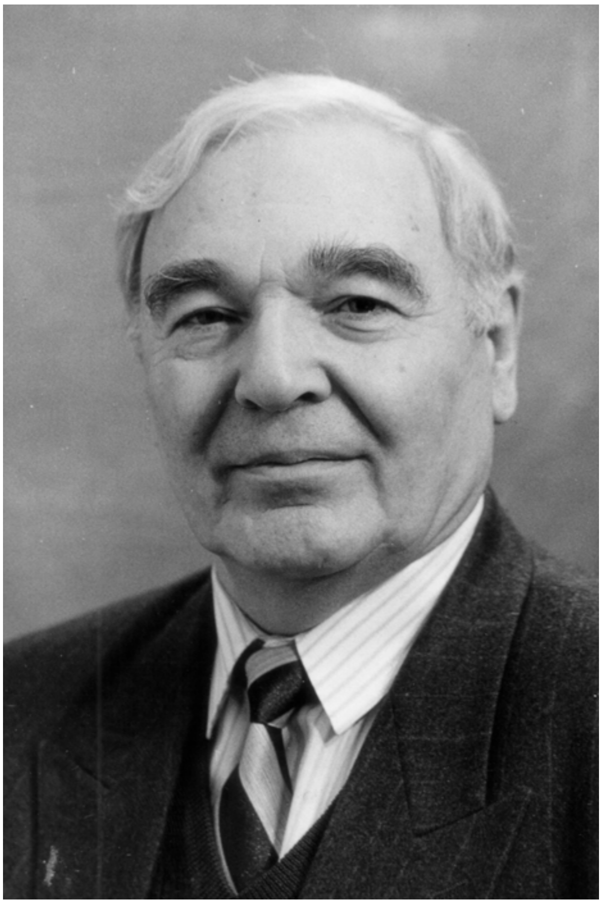
ФИЗИКА

В память о Юрии Ивановиче Яламове в Московском государственном университете на кафедре теоретической физики 20.04.2013 состоялся семинар. В настоящем разделе публикуются работы, представленные на семинаре.



ЮРИЙ ИВАНОВИЧ ЯЛАМОВ
(20.04.1932 – 02.02.2009)

Юрий Иванович Яламов – Заслуженный деятель науки Российской Федерации, действительный член Российской Академии естественных наук, Международной Академии наук высшей школы, Нью-Йоркской Академии наук, Международной Академии информатизации и ряда других общественных академий награжден серебряной медалью имени Нобелевского лауреата академика П.Л. Капицы, заведующий кафедрой теоретической физики (1976 – 2009), проректор университета по научно-исследовательской работе и международному сотрудничеству (в течение 18 лет) физико-математических наук, профессор (Вестник МГОУ. Сер. «Физика - Математика». 2012. № 2).

УДК.533.72.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВИХРЕВЫХ ДВИЖЕНИЙ ГАЗОПОДОБНОГО ОБЛАКА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОЛЕ С НАЧАЛЬНОЙ СКОРОСТЬЮ, ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПОЛЮ

А.Н. Голов, М.Н. Зудина, А.А. Перов, А.И. Шутов

Московский Государственный Областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Рассмотрено выражение плотности потока вещества в нестационарной газоподобной системе многих частиц с учётом непотенциального слагаемого. Получены аналитические выражения компонент вихря плотности потока вещества. Дан анализ и графическое представление полученных формул.
Ключевые слова: кинетика, вихревые движения, газоподобная среда.

1. Данной работа является продолжением и развитием исследований, результаты которых опубликованы в [1, 2]. Целью данной работы является теоретическое исследование закономерностей вихревых движений в нестационарных газоподобных системах большого числа частиц N в потенциальном внешнем поле. Подобные явления широко распространены в природе, а также происходят в ряде технических процессов, ввиду чего их исследование имеет как теоретический, так и практический интерес. Ранее эти явления преимущественно рассматривались в феноменологической теории сплошных сред [3 – 6 и др.], большей частью для несжимаемых (а иногда и невязких) жидкостей. Теоретическое рассмотрение вихревых течений в газах также, обычно, исходит из уравнений динамики сплошной среды, не углубляясь в её молекулярную структуру [5 и др.]. Поэтому остаётся актуальным исследование таких движений на основе микроскопической теории (см. [7, 8] и др.).

В отличие от большого числа работ, посвящённых вихревым движениям жидкостей и газов в рамках механики сплошных сред, мы исходим из микроскопической неравновесной статистической теории, на основе которой разработанными методами можно дать кинетическое описание рассматриваемых процессов. Предлагаемая ниже модель применима, как к облакам атомарно-молекулярного состава, так и к системам более крупных дисперсных частиц, включая нестационарные системы с переменной плотностью. Рассмотрим микроскопическую модель облака однородных, бесструктурных, слабо взаимодействующих частиц массы m, образованного быстрым диспергированием исходной массы из малого источника в вакуум в однородном постоянном поле, так что на все частицы действует одна и та же сила $\mathbf{f}$. Такой силой, например, может быть сила тяжести в приближении однородного поля, или сила, действующая на дипольные частицы со стороны неоднородного постоянного электрического поля. Система принята неограниченной (т. е., физически достаточно большой, чтобы не рассматривать граничные условия). Обобщая модель, рассмотренную в [1], мы допускаем, что источник облака имел постоянную начальную скорость $\boldsymbol{v}_0$, вследствие чего имеется унаследованная от этого массовая скорость облака (что эквивалентно рассмотрению процесса в движущейся системе отсчёта). В отличие от модели, рассмотренной в [**2**], здесь мы рассмотрим случай, когда действующая сила **f** ортогональна $\boldsymbol{v}_0$.

Многочастичную функцию распределения находим из решения уравнения Лиувилля – Гиббса методом интегралов однородного лиувиллиана [4]. Она является обобщением на данный случай формул, приведённых в [9 - 11] и имеет вид:

$$F_N = \frac{1}{Z}\cdot\prod_{i=1}^{N} f_{ix}\cdot f_{iy}\cdot f_{iz}\,, \tag{1}$$

где Z – статистический интеграл, определяемый нормировкой, и

$$f_{ix} = \exp\left[-a\left(p_x - p_0\right)^2 - b\left(q_x - p_x t/m\right)^2 + c\left(p_x - p_0\right)\cdot\left(q_x - p_x t/m\right)\right]; \tag{2}$$

$$f_{iy} = \exp\left[-ap_y^2 - b\left(qy_y - p_y t/m\right)^2 + cp_y\cdot\left(q_y - p_y t/m\right)\right]; \tag{3}$$

$$f_{iz} = \exp\left[-a\left(p_z - ft\right)^2 - b\left(q_z - p_z t/m + ft^2/2m\right)^2 + c\left(p_z - ft\right)\cdot\left(q_z - p_z t/m + ft^2/2m\right)\right], \tag{4}$$

где *q, p* – фазовые переменные *i*-й частицы (индекс *i* опущен); *t* – время; $p_0 = mv_0$; *a, b, c* – константы задачи, вводимые из соображений размерности, приняты одни и те же для всех однородных частиц и подлежат определению из дополнительных условий. OZ выбрано в направлении действия силы поля $\boldsymbol{f}$, OX по направлению скорости $\boldsymbol{v}_0$ (в ЛСО).

2. Известно ([12, 13] и др.), что, зная статистическую функцию распределения системы, можем описать эту систему, в рамках кинетической теории квазинепрерывной средой с некоторой эффективной плотностью ρ (*x, y, z, t*). Используя (1 – 4), находим эффективную плотность среды:

$$\rho = Nm\left(\beta/\pi\right)^{3/2}\cdot\exp\left[-\beta\left(x - v_0 t\right)^2 - \beta y^2 - \beta\left(z - ft^2/2m\right)\right], \tag{5}$$

где *x, y, z* – координаты в физическом пространстве, и обозначено: β = *bw/u,* причём:

$$u = 1 + \frac{ct}{am} + \frac{bt^2}{am^2};\ w = 1 - \frac{c^2}{4ab}\ .$$

Формула (3) есть обобщение соответствующей формулы, использованной в [1].

Компоненты вектора плотности потока вещества:

$$j_x = \left[k\left(x - v_0 t\right)/2amu + v_0\right]\cdot\rho; \tag{6}$$

$$j_y = ky\cdot\rho/2amu; \tag{7}$$

$$j_z = \left[k\cdot\left(z - ft^2/2m\right)/2amu + ft/m\right]\cdot\rho. \tag{8}$$

(Здесь и далее $k = c + 2bt/m$) Выражения (5) – (8) удовлетворяют принципу соответствия, при $f \to 0$ и $v_0 \to 0$ они переходят в формулы, полученные в [1, 2]. Легко увидеть, что выражение (7) пропорционально градиенту плотности (3) (с зависящим от времени коэффициентом). При $f = 0$ и $v_0 = 0$ к такому же виду приводятся (6) и (8). Т. о., в отсутствие внешнего поля и начального движения системы вектор **j** – потенциальный, и поле течений среды – безвихревое. При наличии внешнего поля и начальной скорости выражения (6) и (8) содержат дополнительно конвективный член, пропорциональный плотности и не являющийся потенциальным. Вследствие этого и возникают вихревые течения среды. Отметим, что в z-проекции (8) вектора плотности потока вещества непотенциальное слагаемое проявляется и растёт, только начиная с момента «включения» поля или вхождения частицы в поле ($t = 0$). В x-проекции (6) такое слагаемое присутствует и имеет конечное значение уже в начальный момент.

В гидродинамике и газодинамике обычно пренебрегают неконвективной (диффузионной) частью потока вещества. В начале же развития феноменологической теории переноса рассматривались только потоки, пропорциональные градиентам. Включение в теорию переноса конвективных потоков произошло уже на следующем этапе [13 – 15], и исходило из макроскопического рассмотрения среды в движущейся системе отсчёта. В данном подходе мы получаем и те, и другие потоки. Притом исследование показывает, что в разные моменты времени и в разных областях системы преимущественное значение может иметь как тот, так и другой [1]. Проверка показывает, что уравнение непрерывности выполняется именно для полного вектора плотности потока с компонентами (6) – (8). т. е.:

$$\operatorname{div}\mathbf{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0.$$

3. Находя частные производные по координатам от (6) – (8), по стандартным формулам получим проекции вихря плотности потока вещества:

$$\mathbf{rot}_x\mathbf{j} = -2\beta f t y \cdot \rho / m; \tag{9}$$

$$\mathbf{rot}_y\mathbf{j} = -2\beta \cdot \left[m v_0 z - f t \left(x - v_0 t / 2 \right) \right] \cdot \rho / m; \tag{10}$$

$$\mathbf{rot}_z\mathbf{j} = 2\beta v_0 y \cdot \rho. \tag{11}$$

В частном случае, при $v_0 = 0$ и $f = 0$, формулы (9) – (11) переходят в соответствующие формулы, приведённые в [1, 2]. Отметим, что в отличие от задачи с соосными векторами **f** и $\mathbf{v}_0$ [2], здесь нет постоянной осевой симметрии вихревого движения, так что имеем все три ненулевых проекции вихря. Объёмное вихревое движение в среде образуется сложением двух ортогональных плоских вихрей. Вихрь, вызванный начальным движением источника, существует уже при t = 0 и его вектор расположен в плоскости YZ. Вихрь, вызванный движением частиц под действием поля, возникает в момент «включения» поля и его вектор расположен в плоскости XY. Оба эти вихря пространственно неоднородны и сложным образом зависят от времени. Т. о., для данной модели теория описывает возникновение, развитие и затухание вихревых движений среды в ходе её эволюции. Их эволюция происходит в результате перераспределения импульса вследствие как хаотического, так и направленного движения частиц, и их упругих столкновений. Известно, что плоское вращательное движение создаёт вихрь, ортогональный плоскости вращения. Не следует смешивать рассматриваемый случай с этим явлением. Данный случай не является и вполне обратным к указанному примеру, т. к. не приводит к «закручиванию» системы в целом вокруг направления движения. Полученные формулы описывают локальное и мгновенное распределение плотности вихревых движений, образующее сложную пространственно-временную картину. Проекции вихря меняют знак при отражении координат, что особенно наглядно видно из формул (9) и (11). Это описывает пару локальных вихрей противоположного направления. Полный момент импульса системы не изменяется.

Заметим, что, в сходных задачах, наличия поля или начального движения недостаточно для образования вихрей. Например, в модели с одномерным движением, когда плотность не зависит от координат, ортогональных оси движения, вихри не возникают. Для их образования требуются ещё определённые геометрические свойства модели. Но и одних этих свойств недостаточно. Неоднородное распределение плотности в сферически симметричном облаке не приводит к образованию вихря без нарушения сферической симметрии внешним полем или начальным движением. Т. о., для образования вихрей необходимо: 1) наличие внешнего поля или начального движения системы; 2) наличие конвективного члена в векторе **j**; и 3) неоднородность плотности с зависимостью от не менее, чем двух координат.

Из найденных выражений (9 – 11) следует: 1) в момент $t = 0$ отсутствует x-проекция вихря, вихрь плотности потока расположен в плоскости YZ, ортогональной начальной скорости, вихревые течения вызваны только начальным движением; 2) выражения (9) и (11) аннулируются при $y = 0$ для любого $t > 0$; 3) для больших t выражение (11) убывает со временем быстрее, чем (9) и (10) и вихревое движение сосредоточивается преимущественно в плоскости XY; 4) при $t \to \infty$ вихревые течения асимптотически аннулируются (совместно с предыдущим это приводит к существованию экстремума вихревых движений при конечном $t > 0$); 5) на бесконечности вихревые течения также асимптотически аннулируются (совместно с предыдущим это означает наличие экстремумов проекций вихря при конечных x, y, z); 6) при разнонаправленных векторах $\mathbf{f}$ и $\mathbf{v}_0$ направление $\mathbf{rot\,j}$ изменяется со временем.

Отметим, что в гидродинамике обычно рассматриваются вихри поля скоростей, что эквивалентно полю плотности потока только для несжимаемой среды постоянной плотности. В газах, сжимаемость которых существенна, вихри скорости, вообще, не совпадают с вихрями плотности потока. Приблизительное совпадение может быть только в специальных случаях движения потока газа с постоянной плотностью. Ввиду этого, следует с осторожностью относисья к сопоставлению полученных выше результатов с известными формулами гидродинамики.

4. Каждое из трёх выражений (9) – (11) есть функция четырёх переменных, вследствие чего графическое представление этих функций требует объема, превышающего допустимый размер статьи. Поэтому далее мы ограничимся графическим представлением результатов, используя квадрат модуля вихря, образуемый из его проекций (8) – (10):

$$R = \sqrt{(\mathbf{rot\,j})^2}\,, \tag{12}$$

где квадрат вектора понимается в смысле скалярного произведения. Эта функция также зависит от четырёх переменных. На рисунках ниже представлены профили этой функции на плоскостях $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$. Для каждого из этих случаев представлены:

начальный профиль (при t = 0) и профиль по истечении достаточного для определённых выводов времени. Для удобства и унификации графического представления во всех случаях выбран условный масштаб, в котором [a=1, b=1, c=1, N=1, m=1, v_0=1, f=1]; время дано также в соответствующих условных единицах.

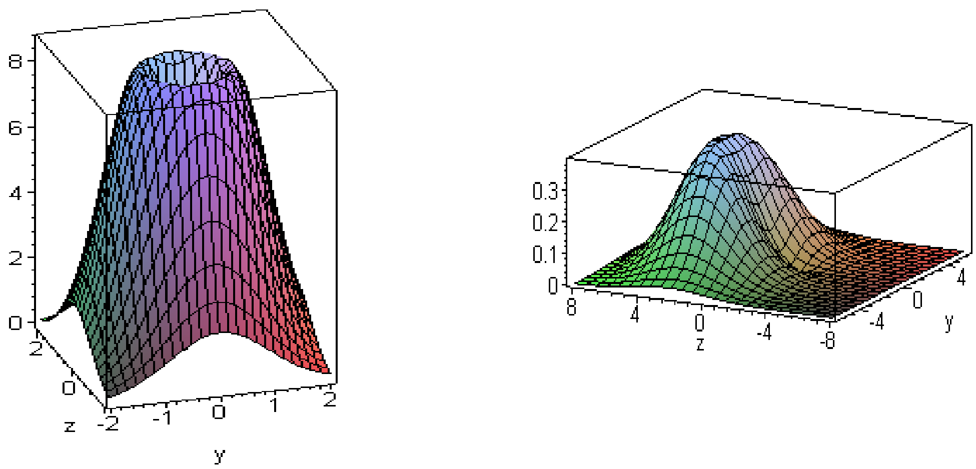


Рис. 1. x = 0. а) t = 0 б) t = 2
Начальное осесимметричное распределение модуля вихря разрушается и эволюционирует к горбу в форме полумесяца, двигаясь вдоль OZ.

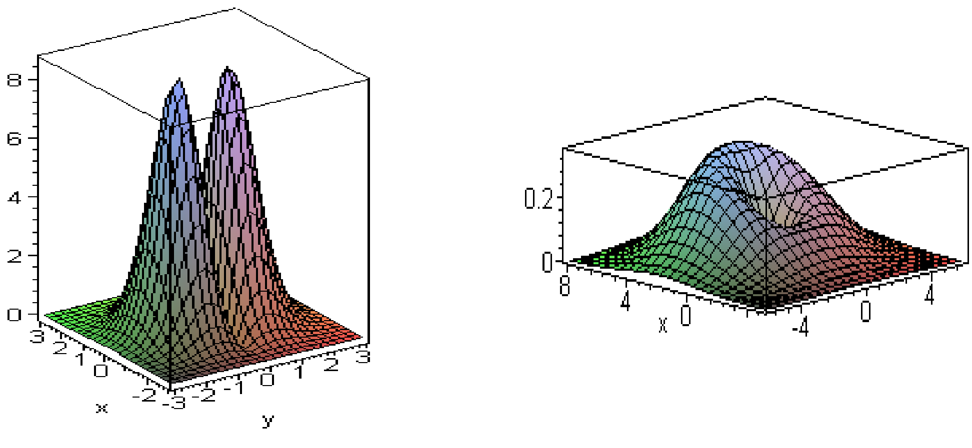


Рис. 2. z = 0. а) t = 0 б) t = 2
Начальное двугорбое распределение описывает пару противоположно закрученных вихрей, зеркально симметричных относительно оси y=0; затем оно разрушается, и формируется осесимметричное распределение, причём ось его (|| OZ) движется вдоль OX.

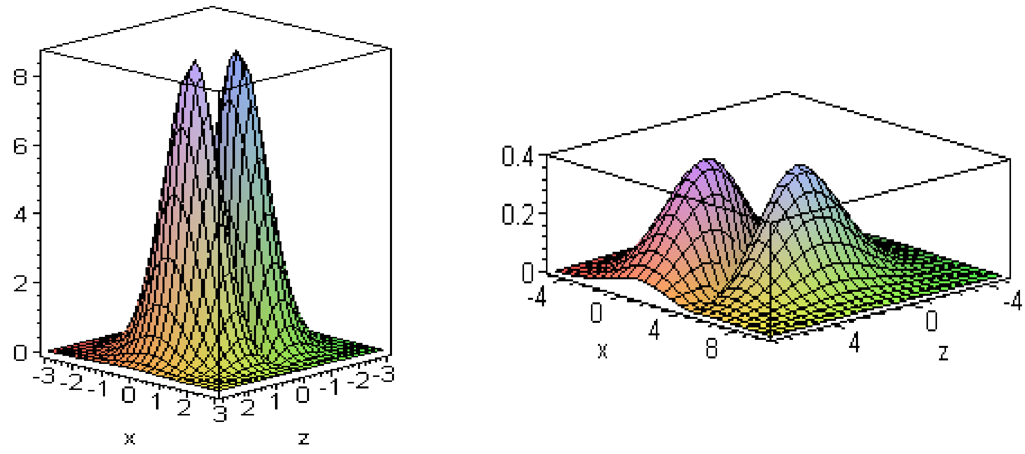


Рис. 3. $y = 0$. а) $t = 0$ б) $t = 2$

Начальное двугорбое распределение описывает пару противоположно закрученных вихрей, зеркально симметричных относительно оси z=0; затем они, расплываясь, ползут в сторону положительных X и Z, причём ось симметрии поворачивается по часовой стрелке.

Выражается благодарность сотрудникам кафедры теоретической физики МГОУ за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Голов, А. Н., Зудина М. Н.* Кинетика вихревых движений газоподобной среды в постоянном потенциальном поле/ А. Н. Голов, М. Н. Зудина.//Вестник МГОУ. Серия «Физика-Математика», - 2012. - № 1, - с. 39 – 43.
2. *Голов, А. Н., Зудина М. Н.* Вихревые движения газоподобного облака с начальной скоростью в однородном постоянном поле.//Вестник МГОУ. Серия «Физика-Математика», № 3, 2012, с. 50 – 55.
3. *Вилля, Г.* Теория вихрей/Г. Вилля. - Л. – М.: ОНТИ, 1936 г. - 266 с.
4. *Гольдштик, М. А.*/М. А. Гольдштик. Вихревые потоки. – Новосибирск: Наука, 1981, - 366 с.
5. *Белоцерковский, О. М., Андрущенко, В. А., Шевелев, Ю. Д.* Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере/О. М.Белоцерковский, В. А. Андрущенко, Ю. Д. Шевелев. РФФИ. 2000 г.
6. *Алексеенко, С. В., Куйбин, П. А., Окулов, В. Л.* Введение в теорию концентрированных вихрей/С. В. Алексеенко, П. А. Куйбин, В. Л. Окулов. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003 г. - 504 с.
7. *Рудяк В.Я.* Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 1. Кинетическая теория. Новосибирск: Наука, 2004. 320 с.
8. *Рудяк В.Я.* Статистическая аэрогидромеханика гомогенных и гетерогенных сред. Т. 2. Гидромеханика. Новосибирск: Наука, 2005. 468 с
9. *Голов, А. Н., Яламов, Ю. И.* Статистическая и кинетическая теория нестационарных газоподобных и газодисперсных систем/ А. Н. Голов, Ю. И. Яламов. - М.: изд. МГОУ. 2011, - 230 с.

10. *Голов, А.Н., Харитонов, А.П.* Эволюция газоподобной системы многих дисперсных частиц в потенциальном поле/А. Н. Голов, А. П. Харитонов//Вестник МГОУ. Серия «Физика-математика», - 2008, - №3–4, - с. 12 – 21.
11. *Голов А.Н., Харитонов А.П.* Эволюция плоского газоподобного облака в потенциальном поле**.** ВИНИТИ**.** № 621 – В2008, 21 с., 2008.
12. *Гуров, К.П.* Основания кинетической теории/ К. П. Гуров. - М.: «Наука», 1966. - 351 с.
13. *Куни, Ф.М.* Статистическая физика и термодинамика/Ф. М. Куни. - М.:«Наука», 1981- 351с.
14. *Де Грот, С. Р. и Мазур, П.* Неравновесная термодинамика/ С. Р. Де Грот, П. Мазур. - М.: «Мир», 1964. - 510 с.
15. *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика./ т.т. 1, 2. «Мир», М. 1978.

THE KINETIC THEORY OF THE VORTEX MOTIONS OF THE GAS-LIKED CLOUDS WITH A INITIAL VELOCITY ORTHOGONAL A FIELD

A. Golov, M. Zudina, A. Perov, A. Shutov

Moscow Region State University
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia

Abstract. The formula of the density of the matter flow in the non-stationary gas-liked system of many particles with regard for the non-potential term is considered. The analytical formulae of the components of the curl of the density of the matter flow are obtained. The analysis and graphical presentation of the obtained formulae are performed.
Keywords: kinetics, vortex motion, gas-liked medium.

УДК 533

КИНЕТИКА ИЗМЕНЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ФОТОАНИЗОТРОПНЫХ ПЛЕНОК ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А.Н. Голов, Л.В. Смотрова, М.М. Кузнецов

Московский Государственный Областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Рассмотрена статистическая модель нестационарной поляризации диэлектрика, развивающая представления теории Ланжевена – Дебая и работ Майера – Мейера на нестационарные состояния. На её основе получены формулы для поляризации вещества, выражения диэлектрической проницаемости и показателя преломления. С использованием релаксационного приближения найдены кинетические кривые, описывающие изменение показателя преломления со временем при длительном воздействии на образец периодического электрического поля. Рассмотрен