

THE VORTEX MOTION OF THE GAS-LIKED CLOUDS
WITH A INITIAL VELOCITY IN THE CONSTANT HOMOGENEOUS FIELD

A. Golov, M. Zudina

Moscow State Regional University
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia

Abstract. The formula of the density of the matter flow in the non-stationary gas-liked system of many particles with regard for the non-potential term is considered. The analytical formulae of the components of the curl of the density of the matter flow are obtained. The analysis and graphical presentation of the obtained formulae are performed.

Key words: kinetics, vortex motion, gas-liked medium.

УДК 533.9.01

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ВЕРХНЕЙ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ
С УЧЕТОМ ДАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

А.С. Рабинович, С.Ю. Абакумов

Московский государственный университет приборостроения и информатики
107996, Москва, ул. Стромынка, 20

Аннотация. В статье проводится исследование областей E и F ионосферы Земли. Ввиду того, что хорошо известная модель стандартной атмосферы становится неудовлетворительной на высотах, превышающих 150 км от поверхности Земли, предлагается новая модель верхней ионосферы. В ней учитываются сильные электрические поля в ионосфере Земли, которые описываются в рамках нелинейного обобщения уравнений Максвелла на основе теории Янга-Миллса с $SU(2)$ симметрией. Показывается, что предложенная нелинейная модель находится в хорошем согласии с экспериментальными данными для областей E и F ионосферы.

Ключевые слова: области E и F ионосферы Земли, равновесное состояние ионосферы, нелинейная модель верхней ионосферы, сильные электрические поля, распределение плотности в верхней ионосфере.

Целью данной работы является описание распределения плотности в слоях E и F ионосферы. Нижняя граница слоя E располагается на высоте 90 – 100 км, а верхняя на высоте 130 – 140 км. Выше этого слоя располагается слой F, простирающийся до высот более 1000 км [1]. Для исследования рассматриваемых слоев применим математическую модель, описывающую их равновесное состояние под действием давления и гравитационных и электрических сил [2]:

$$\frac{dp}{dr} + g \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \rho - \Theta E = 0, \quad (1)$$

где $p = p(r)$ - давление в атмосфере на расстоянии r от центра Земли, r_0 - радиус Земли, $\rho = \rho(r)$ - плотность атмосферы в зависимости от радиуса r при заданной широте и долготе, g - ускорение свободного падения около поверхности Земли, $E = E(r)$ - напряженность электрического поля на расстоянии r от центра Земли и $\Theta = \Theta(r)$ - плотность заряда, которая может быть определена по формуле:

$$\Theta = \chi\rho, \quad (2)$$

где χ - коэффициент пропорциональности между плотностью заряда и плотностью массы. Отметим, что упомянутый коэффициент имеет собственное значение для каждого слоя.

Давление определяется из уравнения Клапейрона:

$$p = \frac{R_0 T}{\mu} \rho, \quad (3)$$

где R_0 - универсальная газовая постоянная, T - температура в градусах Кельвина и μ - молярная масса.

Следует отметить, что уравнение (1) без последнего слагаемого, учитывающего действие электрической силы, представляет собой широко распространенную модель стандартной атмосферы, которая описывает ее равновесное состояние под действием давления и гравитационной силы.

Численные расчеты, проведенные на основании модели стандартной атмосферы, показали, что она достаточно хорошо описывает атмосферу Земли только до высот около 150 км. На больших высотах наблюдаются существенные отличия от эмпирических данных.

Ионосфера характеризуется высокой степенью ионизации. Как показали ее исследования, она представляет собой квазинейтральную плазму, в которой число отрицательно заряженных частиц лишь примерно равно числу частиц положительно [3]. Поэтому электрические поля в сильно ионизированной ионосфере должны играть существенную роль. На это также указывают проводившиеся ракетные исследования атмосферы, которые выявили существование в ней сильных электрических полей [4]. Ниже приведем еще ряд как косвенных, так и прямых свидетельств, подтверждающих существование в ионосфере Земли больших объемных зарядов и значительных электрических полей.

1) Измерения напряженности электростатических полей вблизи поверхности Земли показывают, что как значения этой напряженности, усредненной за значительные интервалы времени, так и мгновенные ее значения могут испытывать заметные изменения во время полярных сияний. Данный факт подтверждает предположение, что в высоких слоях атмосферы существуют большие разности потенциалов и большие объемные заряды. Кроме того, все основные теории полярных сияний (Биркеланда и Штермера, Чепмэна, Ферраро и Мартина, Альфвена) либо постулируют, либо предполагают существование сильных электрических полей в ионосфере [5].

2) Согласно результатам бортовых измерений, космические аппараты, движущиеся как на низких, так и на высоких околоземных орбитах, могут заряжаться до потенциа-

лов порядка 1 – 10 кВ [6]. При размере космического аппарата порядка нескольких метров, находим, что внутри него напряженность электрического поля может достигать величин порядка нескольких кВ/м.

С другой стороны, космический аппарат должен заряжаться до тех пор, пока его собственное электрическое поле не станет равным по величине и противоположным по направлению внешнему электрическому полю около него. Поэтому из результатов бортовых измерений в космических аппаратах следует, что электрическое поле в атмосфере может достигать величин порядка нескольких кВ/м.

3) Об этом же говорят и исследования, проведенные на орбитальной станции «Мир», располагавшейся в области F ионосферы на высоте около 390 км. Они показывали, что на данной высоте напряженность электрического поля может достигать значений до 10 кВ/м [7].

Согласно классической формуле электростатики, напряженность электрического поля $E = E(r)$, создаваемого сферической областью радиуса r с зарядом $q(r)$, распределенного с плотностью $\Theta(r)$, равна:

$$E = \frac{q(r)}{r^2}, \quad q(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \Theta(r) dr. \quad (4)$$

Расчеты, проведенные для верхней ионосферы с применением формулы (4), показали существенное расхождение с эмпирическими данными. Причиной этого расхождения может являться линейность классического уравнения электрического поля, которая может нарушаться при достаточно больших зарядах.

Принимая во внимание, что в ионосфере скапливаются большие электрические заряды, мы будем применять более сложную, нелинейную модель электрического поля. Модель такого типа была предложена в работе [8] на основе точного стационарного сферически-симметричного решения уравнений Янга-Миллса с $SU(2)$ симметрией, которое затем было обобщено в работе [9] на нестационарный случай и подробно исследовано в монографии [10]. Как известно, уравнения Янга-Миллса с $SU(2)$ симметрией играют важную роль в описании электрослабых взаимодействий и представляют собой нелинейное обобщение уравнений электромагнитной теории Максвелла [11]. В найденном решении уравнений Янга-Миллса электрическое поле E на расстоянии r от центра заряженного сферического источника описывается формулой:

$$E = \frac{q_{\text{эфф}}(r)}{r^2}, \quad (5)$$

где $q_{\text{эфф}}(r)$ - эффективный заряд сферической области радиуса r , включающий не только заряды источника, но и заряженные кванты поля Янга-Миллса. Он определяется по формуле

$$q_{\text{эфф}}(r) = K \sin\left(\frac{q(r)}{K}\right), \quad (6)$$

где $q(r)$ - заряд источника поля внутри сферической области радиуса r , вычисляемый по формуле (4), и K - некоторая константа. В статье [8] и монографии [10] рассмотрено

применение формул (5) и (6) к объяснению явления шаровой молнии и получена связь между константой K и максимальным диаметром шаровой молнии. Выбор для него известного из наблюдений значения ~ 100 см приводит к следующей оценке константы K :

$$K \sim 10^7 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^{16} \text{ ед. СГСЭ}. \quad (7)$$

Как видно из (6), при $|q/K| \ll 1$ величины $q_{\text{эфф}}$ и q будут практически совпадающими. Поэтому находим из оценки (7), что формула (6) может отклоняться от классического выражения для электрического поля только при весьма больших значениях заряда q . Отметим также, что, как следует из формул (5)-(7), напряженность электрического поля в ионосфере может достигать величин порядка нескольких кВ/м. Этот вывод как раз находится в согласии с экспериментальными данными, приведенными в работах [6, 7], о которых говорилось выше.

Принимая во внимание выражения (4), (5) и (6), запишем уравнение (1) при $r_1 \leq r \leq r_2$, где r_1 и r_2 определяют границы одного из рассматриваемых слоев E или F ионосферы, в виде

$$\frac{dp(r)}{dr} + g \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \rho(r) - \frac{\chi \rho(r) K}{r^2} \sin \left(\frac{4\pi\chi}{K} \int_{r_1}^r \rho(r) r^2 dr \right) = 0. \quad (8)$$

Нижняя и верхняя границы r_1 и r_2 каждого из слоев E и F ионосферы должны отвечать следующим условиям:

$$\delta(r_1) = 0, \quad \delta(r_2) = 2\pi, \quad (9)$$

где $\delta(r)$ - аргумент синуса в уравнении (8). Тогда над поверхностью $r = r_1$ электрическая сила, действующая на ионы, будет направлена вверх, а под ней – вниз, что разделяет слой E или F и располагающийся ниже него слой. Аналогично, при выполнении (9) под поверхностью $r = r_2$ на ионы будут действовать электрическая сила, направленная вниз, а над ней – вверх, что разделяет слой E или F и располагающийся выше него слой.

Введем функцию:

$$u(r) = \int_{r_1}^r \rho(r) r^2 dr, \quad (10)$$

и параметр:

$$a = \frac{R_0 T}{\mu}, \quad (11)$$

и выполним переход от переменной r к безразмерной переменной x :

$$x = r / r_0 \quad (12)$$

Ввиду формул (10), (11) и (12), уравнение (8) принимает вид:

$$u''(x) - \frac{u'(x)}{x} \left[2 - \frac{x^2 a'(x) + gr_0}{xa(x)} + \frac{\chi K}{r_0 xa(x)} \sin\left(\frac{4\pi\chi}{K} u(x)\right) \right] = 0. \quad (13)$$

Используя формулы (10) и (12), запишем для функции $u(x)$ условия на нижней границе рассматриваемого сферического слоя $r = r_1$:

$$\begin{aligned} u(x_1) &= 0, \quad x_1 = r_1 / r_0, \\ u'(x_1) &= r_0^3 \rho(r_1) x_1^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Для решения нелинейного дифференциального уравнения второго порядка (13) с условиями (14) и описания распределения плотности в областях E и F ионосферы был разработан комплекс компьютерных программ. В его состав вошли метод Рунге-Кутты четвертого порядка и блок нелинейного программирования для определения параметров модели K , χ , r_1 , обеспечивающих наилучшее согласие с эмпирическими данными.

Следует отметить, что значения функции $a(x)$, входящей в уравнение (13), определялись по эмпирическим значениям температуры и молярной массы внутри ионосферы. Данные по молярной массе были получены из эмпирической модели MSIS-E-90, а данные по температуре – из эмпирической модели IRI-2007, созданных на основе многолетних исследований атмосферы космическими аппаратами в рамках программ НАСА [12]

При помощи разработанного комплекса программ была проведена большая серия расчетов для 1 июня 2000 г., 12.0 час. (UTC), географической широты 55° и географической долготы 45° . Они позволили определить значение параметра χ для области E, равное 17.8 ед. СГСЭ, и для области F, равное 750 ед. СГСЭ. Полученное значение параметра K равно $2.8 \cdot 10^{16}$ ед. СГСЭ. Следует заметить, что вычисленное значение параметра K соответствует его оценке (7). Было также установлено, что для рассмотренного случая нижняя граница области E находится на высоте 90 км, а верхняя граница на высоте 124 км. Область F для рассмотренного случая имеет нижнюю границу на высоте 124 км.

В табл. 1 и на рис. 1 приведено распределение плотности массы ионосферы по высоте над поверхностью Земли по предложенной нелинейной модели, модели стандартной атмосферы и эмпирической модели MSIS-E-90 [12].

Необходимо отметить, что значения, полученные по предложенной нелинейной модели, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными, что может служить важным аргументом в ее пользу.

Таблица 1

Распределение плотности (г/см^3) в верхней ионосфере по различным моделям

Высота, км	Плотность по экспериментальным данным	Плотность по предложенной нелинейной модели	Плотность по модели стандартной атмосферы
90	$3.293 \cdot 10^{-9}$	$3.211 \cdot 10^{-9}$	$3.346 \cdot 10^{-9}$
100	$3.735 \cdot 10^{-10}$	$3.566 \cdot 10^{-10}$	$3.719 \cdot 10^{-10}$
120	$1.798 \cdot 10^{-11}$	$1.756 \cdot 10^{-11}$	$1.828 \cdot 10^{-11}$
140	$3.299 \cdot 10^{-12}$	$3.290 \cdot 10^{-12}$	$3.332 \cdot 10^{-12}$
160	$1.220 \cdot 10^{-12}$	$1.225 \cdot 10^{-12}$	$1.194 \cdot 10^{-12}$
180	$5.869 \cdot 10^{-13}$	$5.897 \cdot 10^{-13}$	$5.600 \cdot 10^{-13}$
200	$3.232 \cdot 10^{-13}$	$3.241 \cdot 10^{-13}$	$3.018 \cdot 10^{-13}$
220	$1.929 \cdot 10^{-13}$	$1.931 \cdot 10^{-13}$	$1.769 \cdot 10^{-13}$
240	$1.215 \cdot 10^{-13}$	$1.213 \cdot 10^{-13}$	$1.096 \cdot 10^{-13}$
260	$7.941 \cdot 10^{-14}$	$7.925 \cdot 10^{-14}$	$7.074 \cdot 10^{-14}$
280	$5.343 \cdot 10^{-14}$	$5.330 \cdot 10^{-14}$	$4.703 \cdot 10^{-14}$
300	$3.683 \cdot 10^{-14}$	$3.668 \cdot 10^{-14}$	$3.203 \cdot 10^{-14}$
320	$2.583 \cdot 10^{-14}$	$2.573 \cdot 10^{-14}$	$2.225 \cdot 10^{-14}$
340	$1.840 \cdot 10^{-14}$	$1.835 \cdot 10^{-14}$	$1.571 \cdot 10^{-14}$
360	$1.330 \cdot 10^{-14}$	$1.326 \cdot 10^{-14}$	$1.125 \cdot 10^{-14}$
380	$9.721 \cdot 10^{-15}$	$9.700 \cdot 10^{-15}$	$8.160 \cdot 10^{-15}$
400	$7.177 \cdot 10^{-15}$	$7.170 \cdot 10^{-15}$	$5.981 \cdot 10^{-15}$
450	$3.497 \cdot 10^{-15}$	$3.495 \cdot 10^{-15}$	$2.857 \cdot 10^{-15}$
500	$1.776 \cdot 10^{-15}$	$1.777 \cdot 10^{-15}$	$1.424 \cdot 10^{-15}$
550	$9.304 \cdot 10^{-16}$	$9.312 \cdot 10^{-16}$	$7.330 \cdot 10^{-16}$
600	$4.990 \cdot 10^{-16}$	$4.999 \cdot 10^{-16}$	$3.865 \cdot 10^{-16}$
650	$2.730 \cdot 10^{-16}$	$2.736 \cdot 10^{-16}$	$2.080 \cdot 10^{-16}$
700	$1.520 \cdot 10^{-16}$	$1.524 \cdot 10^{-16}$	$1.140 \cdot 10^{-16}$
750	$8.608 \cdot 10^{-17}$	$8.641 \cdot 10^{-17}$	$6.364 \cdot 10^{-17}$
800	$4.965 \cdot 10^{-17}$	$4.988 \cdot 10^{-17}$	$3.621 \cdot 10^{-17}$
850	$2.924 \cdot 10^{-17}$	$2.939 \cdot 10^{-17}$	$2.105 \cdot 10^{-17}$
900	$1.764 \cdot 10^{-17}$	$1.774 \cdot 10^{-17}$	$1.256 \cdot 10^{-17}$
950	$1.095 \cdot 10^{-17}$	$1.102 \cdot 10^{-17}$	$7.720 \cdot 10^{-18}$
1000	$7.032 \cdot 10^{-18}$	$7.079 \cdot 10^{-18}$	$4.914 \cdot 10^{-18}$

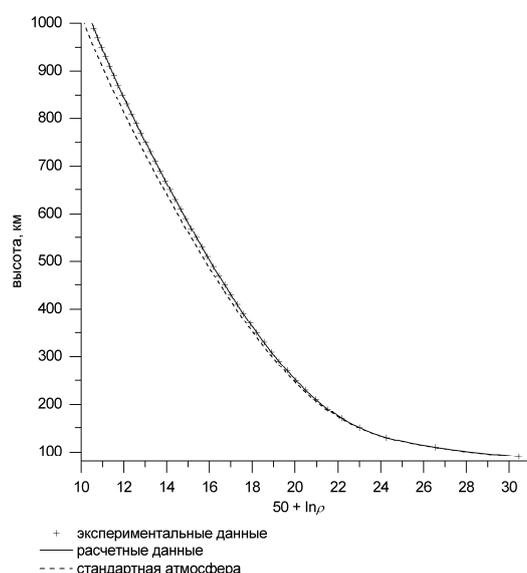


Рис. 1. Распределение плотности (г/см^3) в верхней ионосфере по различным моделям

ЛИТЕРАТУРА

1. Брюнелли, Б.Е., Намгаладзе, А.А. Физика ионосферы. – М.: Наука, 1988.
2. Седов, Л.И. Механика сплошной среды, т. 1. – СПб.: Лань, 2004.
3. Ерухимов, Л.М. Ионосфера Земли как космическая плазменная лаборатория // Соросовский образовательный журнал. – 1998. - № 4. - С. 71-77.
4. Rakov, V.A., Uman, M.A. Lightning: Physics and Effects // Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
5. Имянитов, И.М. Измерение электростатических полей в верхних слоях земной атмосферы // Успехи физических наук. – 1957. - Т. 63. - С. 267-282.
6. Вавилов, С.А., Колесников, Е.К. Некоторые вопросы динамики сильно заряженных тел в космическом пространстве // Динамические процессы в газах и твердых телах и газах. Физическая механика, вып. 4, под ред. Б.В. Филиппова. – Ленинград: ЛГУ, 1980, С. 168-180.
7. Пушкин, Н.М., Медников, Б.А., Машков, А.С., Лапишинова, О.В. Измерение фоновых электростатических и переменных электрических полей на внешней поверхности модуля «Квант» орбитальной станции «Мир» // Космические исследования. – 1994. - Т. 32. - № 3. - С. 140-142.
8. Рабинович, А.С. О нелинейной электродинамике с уравнениями Янга-Миллса // Вестник РУДН, сер. Физика. – 2005. - № 13. - С. 68-77.
9. Rabinowitch, A.S. Yang-Mills Fields of Nonstationary Spherical Objects with Big Charges // Russian Journal of Mathematical Physics. – 2008. - Vol. 15. - No. 3. - P. 389-394.
10. Rabinowitch, A.S. Nonlinear Physical Fields and Anomalous Phenomena. – New York: Nova Science Publishers, 2009.

11. Райдер, Л. Квантовая теория поля. – М.: Мир, 1987.
12. <http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/>.

INVESTIGATION OF A NONLINEAR MODEL OF THE EARTH UPPER IONOSPHERE WITH REGARD TO DATA DERIVED FROM ARTIFICIAL SATELLITES

A. Rabinowitch, S. Abakumov

*Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Science
20, Stromynka, Moscow, 107996, Russia*

Abstract. In the paper an investigation of the regions E and F of the Earth ionosphere is carried out. Since the well-known model of the standard atmosphere becomes unsatisfactory when altitudes are higher than 150 km, a new model of the upper ionosphere is proposed. In it strong electric fields in the Earth atmosphere are taken into account and described by means of the Yang-Mills nonlinear generalization with $SU(2)$ symmetry of the Maxwell equations. It is shown that the proposed nonlinear model is in good agreement with experimental data for the ionospheric regions E and F.

Key words: regions E and F of the Earth ionosphere, equilibrium state of the ionosphere, nonlinear model of the upper ionosphere, strong electric fields, density distribution in the upper ionosphere.

УДК 533.9.01

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА ВЫСОТАХ ОТ 1000 ДО 2000 КМ

С.Ю. Абакумов

*Московский государственный университет приборостроения и информатики
107996, Москва, ул. Стромынка, 20*

Аннотация. В статье проводится моделирование атмосферы Земли в области высот от 1000 до 2000 км, учитывающее влияние сильного электрического поля в рамках нелинейной теории Янга-Миллса с $SU(2)$ симметрией. Применение такого подхода для слоев E и F ионосферы в области высот от 90 до 1000 км показало хорошее согласие с эмпирическими данными. В то же время модель стандартной атмосферы на высотах свыше 150 км дает существенные отклонения от эмпирических данных, увеличивающиеся с высотой.

Ключевые слова: сильные электрические поля, плотность атмосферы, нелинейная модель атмосферы Земли, теория Янга-Миллса.

В работе [5] на основании нелинейной математической модели, представляющей собой обобщение модели стандартной атмосферы [6], проведено исследование ионосферы Земли до высоты 1000 км.

Результаты, полученные по этой модели, находятся в согласии с эмпирическими данными, в то время как данные, полученные по стандартной модели, на высотах свыше 150 км становятся неудовлетворительными. Будем применять предложенную в [5]