УДК 537.868:537.876.4

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПЛАЗМЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ТОНКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛЕНКЕ

А.В. Латышев, А.А. Юшканов

Московский государственный областной университет (МГОУ)
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Впервые показано, что для тонких металлических пленок, толщина которых не превосходит скин-слоя, задача описания поверхностных плазменных колебаний допускает аналитическое решение при произвольном соотношении между длиной свободного пробега электронов и толщиной пленки. Выведена зависимость частоты поверхностных плазменных колебаний от волнового вектора.
Ключевые слова: вырожденная плазма, металлическая пленка, поверхностные плазмоны, дисперсионное уравнение.

1. Введение

Электромагнитные свойства металлических пленок уже в течение длительного времени являются предметом пристального внимания [1], [2], [6], [14], [15]. В последнее время особый интерес привлекает к себе задача о поверхностных плазменных колебаниях [7]-[8], [10], [11], [16]-[18]. Это связано как с теоретическим интересом к этой проблеме, так и с многочисленными практическими приложениями. При этом большинство исследований основано на описании свойств пленок с использованием методов макроскопической электродинамики. Для тонких пленок такой подход неадекватен, так как для описания пленок толщиной порядка и менее длины свободного пробега электронов макроскопическая электродинамика не применима. Учет рассеивания электронов на поверхности требует кинетического рассмотрения. Это серьезно усложняет задачу.

В настоящей работе показывается, что для тонких пленок, толщина которых не превышает толщины скин-слоя, задача описания поверхностных плазменных колебаний допускает аналитическое решение при произвольном соотношении между длиной свободного пробега электронов и толщиной пленки.

Отметим, что большая часть наших рассуждений будет справедлива для более общего случая проводящей (в частности, и полупроводниковой) пленки.

2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкую металлическую пленку. Возьмем декартову систему координат с осью x, направленной перпендикулярно поверхности пленки. Ось z направим вдоль направления распространения поверхностной электромагнитной волны. Отметим, что в этом случае магнитное поле направлено вдоль оси y. При таком выборе системы координат векторы напряженностей электрического и магнитного полей имеют следующий вид:

$$\mathbf{E} = \{E_x(x,z,t), 0, E_z(x,z,t)\}, \quad \mathbf{H} = \{0, H_y(x,z,t), 0\}.$$

Начало координат поместим на нижней плоскости, ограничивающей пленку. Обозначим толщину пленки через *d*.

Вне пленки электромагнитное поле описывается уравнениями [3]:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \Delta\mathbf{E} = 0, \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \Delta\mathbf{H} = 0. \;.$$

Здесь c – скорость света, Δ – оператор Лапласа.

Решение этих уравнений, убывающее на бесконечности, имеет вид:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{E_1} e^{-i\omega t + \alpha x + ikz}, & x < 0, \\ \mathbf{E_2} e^{-i\omega t + \alpha(d-x) + ikz}, & x > d, \end{cases} \tag{1a}$$

$$\mathbf{H} = \begin{cases} \mathbf{H_1} e^{-i\omega t + \alpha x + ikz}, & x < 0, \\ \mathbf{H_2} e^{-i\omega t + \alpha(d-x) + ikz}, & x > d. \end{cases} \tag{1b}$$

Здесь ω – частота волны, k – волновое число, параметр затухания α связан с этими величинами соотношением:

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}, \tag{2}$$

$\mathbf{E_j}$ и $\mathbf{H_j}$ (j = 1, 2) – постоянные амплитуды.

Далее компоненты векторов напряженностей электрического и магнитного полей ищем в виде:

$$E_x(x,z,t) = E_x(x)e^{-i\omega t + ikz}, \qquad E_z(x,z,t) = E_z(x)e^{-i\omega t + ikz},$$

и

$$H_y(x,z,t) = H_y(x)e^{-i\omega t + ikz}.$$

Тогда поведение электрического и магнитного полей волны внутри пленки описывается следующей системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{dE_z}{dx} - ikE_x + \dfrac{i\omega}{c}H_y = 0, \\ \dfrac{i\omega}{c}E_x - ikH_y = \dfrac{4\pi}{c}j_x, \\ \dfrac{dH_y}{dx} + \dfrac{i\omega}{c}E_z = \dfrac{4\pi}{c}j_z. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь **j** – плотность тока.

Уравнения (3) справедливы и вне слоя при условии **j** = 0.

Импеданс на нижней поверхности слоя (пленки) определен следующим образом:

$$Z = \frac{E_z(-0)}{H_y(-0)}. \tag{4}$$

Мы рассматриваем в данной работе случай, когда z – компонента электрического имеет антисимметричную конфигурацию относительно середины пленки. Тогда [12] y - компонента магнитного поля и x - компонента электрического поля имеет симметричную конфигурацию относительно середины пленки. Таким образом,

$$H_y(0) = H_y(d), \quad E_x(0) = E_x(d), \quad E_z(0) = -E_y(d). \tag{5}$$

Требуется найти пространственную дисперсию поверхностного плазмона, т.е. найти зависимость частоты колебаний собственной моды системы (3) от величины волнового вектора $\omega = \omega(k)$.

3. Поверхностный плазмон

Рассмотрим случай, когда ширина слоя d меньше глубины скин-слоя δ. Отметим, что глубина скин-слоя существенно зависит от частоты излучения, монотонно уменьшаясь по мере роста последней. Наименьшее значение величина δ принимает в так называемом инфракрасном случае [16] $\delta_0 = c/\omega_p$, где ω_p - плазменная частота. Для типичных металлов [5] $\delta_0 \approx 10^{-5}$ см. Таким образом для пленок, толщина которых d меньше δ_0, наше предположение справедливо для любых частот.

Величины H_j и E_z мало меняются на расстояниях меньших глубины скин-слоя. Поэтому при выполнения данного предположения ($d < \delta_0$) эти поля будут мало меняться внутри слоя.

Рассмотрим первое из условий (5) $H_y(0) = H_y(d)$. В силу этого условия можно принять, что величина H_y постоянна внутри слоя. Изменение же величины z - проекции электрического поля E_z на толщине слоя можно определить из первого уравнения системы (3):

$$E_z(d) - E_z(0) = -\frac{i\omega}{c} dH_y + ik\int_0^d E_x dx \ .$$

Из второго уравнения системы (3) с учетом условия непротекания тока через границу пленки и непрерывности электрического и магнитного полей следует, что на границе пленки справедливо соотношение:

$$E_x(0) = E_x(d) = \frac{ck}{\omega} H_y. \tag{7}$$

Входящий в соотношение (6) интеграл пропорционален значению величины нормальной к поверхности составляющей электрического поля на поверхности, а, следовательно, - величине H_y. Поэтому естественно ввести коэффициент пропорциональности:

$$G = \frac{1}{E_x(0)} \int_0^d E_x(x) dx.$$

Для случая $kl << 1$ величину G можно вычислить из задачи о поведении слоя плазмы в переменной электрическом поле, перпендикулярном поверхности слоя [4].

С учетом (7) этот коэффициент перепишется в виде:

$$G = \frac{1}{H_y\left(\frac{ck}{\omega}\right)} \int_0^d E_x(x)dx. \tag{8}$$

Следовательно, выражение (6) с использованием (8) тогда можно записать как

$$E_z(d) - E_z(0) = ikdH_y(1 - \frac{ck}{\omega}G).$$

Учитывая антисимметричный характер z - проекции электрического поля в этом случае получаем:

$$E_z(0) = ik\frac{d}{2}H_y(1 - \frac{ck}{\omega}G). \tag{9}$$

Согласно (9) для импеданса (4) имеем:

$$Z = ik\frac{d}{2}(1 - \frac{ck}{\omega}G). \tag{10}$$

Из третьего уравнения системы (3) с учетом соотношений (1) получаем следующую связь между y - проекцией магнитного поля и z - проекцией электрического поля в непосредственной близости от нижней поверхности слоя вне его (когда $j_z = 0$):

$$\alpha H_y(0) = -\frac{i\omega}{c}E_z(0).$$

Отсюда получаем следующее выражение для поверхностного импеданса:

$$Z = \frac{i\alpha c}{\omega}. \tag{11}$$

Приравнивая выражение (10) и (11), получаем:

$$\frac{\alpha c}{\omega} = \frac{kd}{2}(1 - \frac{ck}{\omega}G). \tag{12}$$

Учитывая соотношение (2) выражение (11) можно преобразовать к виду

$$\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} = \frac{\omega kd}{2c}(1 - G\frac{ck}{\omega}). \tag{13}$$

Уравнение (13) является дисперсионным уравнением, из решения которого находится связь $\omega = \omega(k)$.

В общем случае функция *G*, введенная соотношением (8), является функцией двух переменных: $G = G(\omega, k)$. Поэтому дисперсионное уравнение (13) представляет собой сложное трансцендентное уравнение.

Рассмотрим далее случай низких частот, то есть частот существенно меньше частоты объемного плазменного резонанса металла. В этом случае $|G| << 1$. Тогда дисперсионное уравнение (13) можно преобразовать к следующему виду: $(ck)^2 - \omega^2 = \omega^2 k^2 d^2 / 4.$ Решение этого уравнения запишется как:

$$\omega(k) = \frac{ck}{\sqrt{1 + \left(k\frac{d}{2}\right)^2}}.$$

При малых значениях волнового вектора *k*, когда $kd << 1$, отсюда получаем:

$$\omega(k) = ck\left(1 - \frac{k^2 d^2}{8}\right).$$

4. Заключение

В настоящей работе выведено дисперсионное соотношение для поверхностного плазмона в случае антисимметричной конфигурации *z* - компоненты электрического поля, направленной вдоль распространения электромагнитной волны и симметричных *y* - компоненты магнитного поля и *x* - компоненты электрического поля (рис.1).

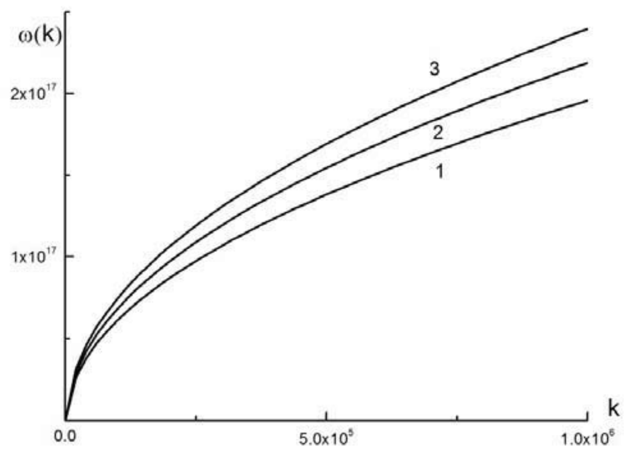

Рис. 1. Дисперсионное соотношение для поверхностного плазмона.
Кривые 1, 2, 3 отвечают значениям толщины слоя d = 10^{-6}, $0.5 \cdot 10^{-6}$, 10^{-7}.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Антонец И.В., Котов Л.Н., Некипелов С.В., Карпушов Е.Н.* Проводящие и отражающие свойства тонких металлических пленок// ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 102–106.

2. *Кондратенко А.Н.* Проникновение волн в плазму. М.: Атомиздат, 1979. 232 с.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 664 с.
4. *Латышев А.В., Юшканов А.А.* Плазма в слое металла во внешнем высокочастотном электрическом поле// ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 5. С. 29–37.
5. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика, М.: Физматлит, 2001. 536 с.
6. *Паредес–Хуарес А., Диас–Монхе С., Макаров М.Н., Перес–Родригес Ф.* Нелокальные эффекты в электродинамике металлических пластин// Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90. № 9. С. 687–692.
7. *Anttu N., Xu H.Q.* Light scattering and plasmon resonances in a metal film with subwavelength nano-holes// J. Phys.: Conference Series. V. 100. 2008. P. 1-4. 052037.
8. *Apostol M., Vaman G.* Plasmons and polaritons in a semi-infinite plasma and a plasma slab// arXiv:0904.2662v1 [physics.optics]. 2009. 20 P.
9. *Cade N. I., Ritman–Meer C. T., Richards D.* Strong coupling of localized plasmons and molecular excitons in nanostructured silver films// arXiv:0904.2674v1 [cond-mat.mes-hall]. 2009. 4 P.
10. *Chang R., Chiang H.P., Leung P.T., Tse W.S.* Nonlocal electrodynamic effects in the optical excitation of the surface plasmon resonance // Optics Communications. 2003. V. 225. P. 353–361.
11. *Economou E. N.* Surface Plasmons in Thin Films // Phys. Rev. 1969. V. 182. No. 2. P. 539–554.
12. *Fuchs R., Kliewer K.L., Pardee W.J.* Optical properties of an ionic crystal slab// Phys. Rev. 1966. V. 150. No. 2. P. 589–596.
13. *Inagaki T., Motosuga M., Arakawa E.T. and Goudonnet J.P.* Coupled surface plasmons in periodically corrugated thin silver films// Phys. Rev. B. 1985. Vol. 32. No. 10. P. 6238–6245.
14. *Jones W.E., Kliewer K.L., Fuchs R.* Nonlocal theory of the optical properties of thin metallic films// Phys. Rev. 1969. Vol. 178. No. 3. P. 1201–1203.
15. *Kliewer K.L., Fuchs R.* Optical properties of an electron gas: Further studies of a nonlocal. Description// Phys. Rev. 1969. Vol. 185. No. 3. P. 805– 913.
16. *Maaroof A.I., Gentle A., Smith G.B., Cortie M.B.* Bulk and surface plasmons in highly nanoporous gold films//J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. V. 40. P. 5675–5682.
17. *Pitarke J.M., Silkin V.M., Chulkov E.V. and Echenique P.M.* Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons// Rep. Prog. Phys. 2007. Vol. 70. P. 1–87.
18. *Raether H.* Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings. Springer. Berlin. 1988. 133 P. Published 1988 by Springer-Verlag in Berlin, New York.

SURFACE PLASMA OSCILLATIONS IN THIN METALLIC FILMS

A. Latyshev, A. Yushkanov

Moscow Region State University
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia

Abstract. For the first time it is shown, that for thin metal films, a thickness which does not surpass skin–layer, a problem of the description surface plasma fluctuations supposes the analytical decision at any parity between length of free run of electrons and thickness of a film. Dependence of frequency surface plasma fluctuations from a wave vector is deduced.

Key words: degenerate plasma, metallic films, surface plasmons, dispersion equation.