

ФИЗИКА

УДК 533.72.

КИНЕТИКА ВИХРЕВЫХ ДВИЖЕНИЙ ГАЗОПОДОБНОЙ СРЕДЫ
В ПОСТОЯННОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОЛЕ

А.Н. Голов, М.Н. Зудина

Московский государственный областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Рассмотрено выражение плотности потока вещества в нестационарной газоподобной системе многих частиц с учётом непотенциального слагаемого. Получены аналитические выражения компонент вихря плотности потока. Дан анализ и графическое представление полученных формул.

Ключевые слова: кинетика, вихревые движения, газоподобная среда.

1. Постановка задачи.

Целью данной работы является теоретическое исследование и описание закономерностей вихревых движений в нестационарных газоподобных системах большого числа частиц N в потенциальном внешнем поле. Подобные явления широко распространены в природе, а также происходят в ряде технических процессов. Для анализа вихревых движений была выбрана микроскопическая модель однородных бесструктурных слабо взаимодействующих частиц массой m в однородном постоянном поле, рассмотренная в [1, 2, 3]. Система принята неограниченной (т. е., физически достаточно большой, чтобы не рассматривать граничные условия), и свободно расширяется в вакууме. OZ выбрано в направлении действия силы поля f , которая принята одной и той же для всех частиц. В указанных работах показано, что, зная статистическую функцию распределения системы, можем описать её, в рамках кинетической теории [4], квазинепрерывной средой с плотностью:

$$\rho = Nm \left(\frac{\beta}{\pi} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\beta \left[r^2 + \left(z - \frac{ft^2}{2m} \right)^2 \right] \right\}, \quad (1)$$

где $\beta = bw/u$, $r^2 = x^2 + y^2$. Здесь и далее обозначено: $w = 1 - c^2/4ab$; $u = 1 + ct/am + bt^2/am^2$, a, b, c – константы задачи. Эти константы определяются из дополнительных (например, граничных) условий, но для получения общих формул их численные значения не обязательны. Компоненты плотности потока вещества в плоскости, ортогональной полю (ниже $\alpha = 1, 2$; $x_1 \equiv x, x_2 \equiv y$):

$$j_\alpha = \frac{kx_\alpha}{2aum} \rho; \quad (k = c + 2bt/m). \quad (2)$$

Плотность потока в направлении поля:

$$j_3 = \left[\frac{k(z - ft^2 / 2m)}{2au} + ft \right] \frac{\rho}{m}. \quad (3)$$

Легко усмотреть, что потоки плотности (2) пропорциональны градиенту плотности (1). При $f = 0$ к такому же виду приводится и j_3 . Т. о., в отсутствие внешнего поля вектор \mathbf{j} – потенциальный, и поле течений среды – безвихревое. При наличии внешнего поля выражение (3) содержит дополнительно конвективный член, пропорциональный плотности и не являющийся потенциальным. Вследствие этого следует ожидать появления вихревых течений среды. В слабых полях конвективный член может быть пренебрежимо мал. Но, когда f не мало, в некоторые промежутки времени и в некоторых областях пространства этот дополнительный поток превосходит потенциальный (см. рис. 2). Указанные потоки могут быть коллинеарны или антиколлинеарны.

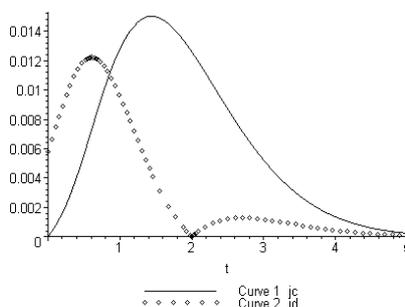


Рис.1. Сравнение конвективного тока j_c (в составе выражения (3)) с модулем диффузионного тока $|j_d|$ (в обоих случаях принято: $a = 1, b = 1, c = 1, f = 1, m = 1, N = 1, x = 0, y = 0, z = 2$, так что значения аргумента и функций даны в условном масштабе)

Заметим, что в начале развития феноменологической теории переноса рассматривались только потоки, пропорциональные градиентам. Включение в теорию переноса конвективных потоков произошло уже на следующем этапе [5], и исходило из макроскопического рассмотрения среды в движущейся системе отсчёта. В гидродинамике и газодинамике, напротив, обычно пренебрегают неконвективной (диффузионной) частью потока вещества.

2. Аналитические выражения для вихря плотности потока вещества.

Предварительный анализ выражений (1) – (3) показал, что они удовлетворяют уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad (4)$$

Заметим, что конвективный и диффузионный потоки по отдельности не удовлетворяют этому уравнению.

Находя частные производные по координатам от (2) и (3), по стандартным формулам получим проекции вихря плотности потока вещества:

$$\mathbf{rot}_x \mathbf{j} = -\frac{2\beta y \cdot ft}{m} \rho; \quad (5)$$

$$\mathbf{rot}_y \mathbf{j} = \frac{2\beta x \cdot ft}{m} \rho; \quad (6)$$

$$\mathbf{rot}_z \mathbf{j} = 0. \quad (7)$$

Из найденных выражений обнаруживаются основные свойства вихря потока. 1) Этот вихрь лежит в плоскости, ортогональной направлению поля. 2) Его проекции – нечётные функции координат x , y и равны нулю на OZ при любом t ; выражение (5) аннулируется и меняет знак на плоскости $y = 0$, а выражение (6) – на плоскости $x = 0$. 3) В начальный момент вихревые течения отсутствуют. 4) При $t \rightarrow \infty$ вихревые течения асимптотически аннулируются. Совместно с предыдущим это приводит к существованию максимума вихревых движений при некотором конечном $t > 0$. 5) При $x, y \rightarrow \pm \infty$ вихревые течения также асимптотически аннулируются. Совместно со свойством 2 это приводит к существованию экстремума вихревых движений при некоторых конечных $x, y > 0$. 6) В отсутствие внешнего поля все проекции $\mathbf{rot} \mathbf{j}$ равны нулю, вихревые течения не возникают. Приведём ещё выражение для модуля вектора вихря:

$$|\mathbf{rot} \mathbf{j}| = \frac{2\beta ft r}{m} \cdot \rho.$$

Таким образом, для данной модели теория описывает возникновение, развитие и затухание вихревых движений среды в ходе её эволюции. Выражения (5) и (6) имеют максимумы при

$$z = \frac{ft^2}{2m}. \quad (8)$$

Выражение (5) имеет максимум при $x = 0$ и экстремумы при

$$y = \pm \frac{1}{\sqrt{2\beta}}. \quad (9)$$

Аналогичные экстремумы имеет и выражение (6). Т. о., максимум вихря плотности потока движется вдоль OZ по закону (8) и расположен в плоскости XY на окружности с радиусом, растущим со временем пропорционально $u^{1/2}$. Экстремальные значения функций (5) и (6) убывают со временем. Зависимость функций (5) и (6) от времени такова, что они имеют экстремум (максимум) при конечном $t > 0$, причём значения t , со-

ответствующие экстремуму, зависят от координат точки. Следует отметить, что выражения (5) и (6) определены локально. Интегралы от них по объёму, как и средние по неограниченному объёму значения, равны нулю вследствие нечётности подинтегральных функций при симметричных пределах интегрирования.

3. Графическое представление найденных выражений.

На рис. 2 – 5 представлены зависимости проекции вихря (5) от времени и координат (для проекции (6) зависимости аналогичны). Графики построены на ЭВМ для формулы (5) при выборе $a = 1, b = 1, c = 1, f = 1, m = 1, N = 1$, что означает лишь выбор масштабов и не влияет на ход кривых.

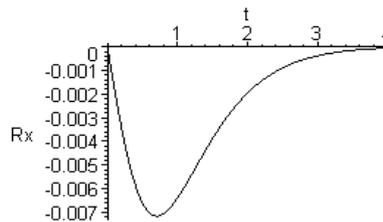


Рис. 2. Зависимость $\text{rot}_x \mathbf{j}$ от времени в т. $[x=1, y=1, z=1]$

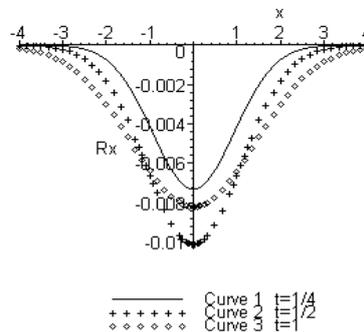


Рис. 3. Профиль $\text{rot}_x \mathbf{j}$ по OX в моменты времени $t=1/4, 1/2, 1$. $[y=1, z=1]$

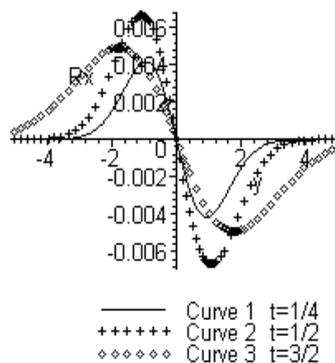


Рис. 4. Профиль $\text{rot}_x \mathbf{j}$ по OY в моменты времени $t=1/4, 1/2, 3/2$. $[x=1, z=1]$

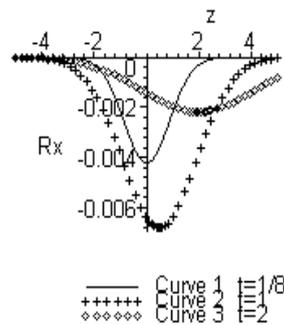


Рис. 5. Профиль rot_{xj} по OZ в моменты времени $t = 1/8, 1, 2$. [$y=1, z=1$]

Полученные графические представления согласуются с анализом формул, данным в п. 2. Асимптотическое затухание вихревых движений со временем есть результат убывания плотности (1) вследствие расширения системы. Это же расширение является причиной «расплывания» профилей, представленных на рис. 3, 4 и 5. Дрейф профиля, представленного на рис. 5 по OZ вызван действием поля.

4. Обсуждение.

Полученные результаты представляют материал для микроскопического обоснования к описанию вихревых движений, рассматриваемых в феноменологической теории сплошных сред. Физической причиной возникновения вихревых движений, как показано в [1 – 3], является перераспределение энергии частиц, получаемой от поля, хаотическим движением в системе многих частиц, находящейся при конечной температуре. Полями, производящими данный эффект, могут быть однородное гравитационное поле, поле сил Архимеда, неоднородное электрическое поле, действующее на дипольные частицы и другие. Предлагаемое описание вихревых явлений согласуется с опытными данными. Подобные явления часто наблюдаются в природе в восходящих и нисходящих потоках воздуха, где «маркерами» являются снежинки, пылинки, частицы дыма, семена растений и прочее. Возможны приложения полученных результатов к описанию движений в газоподобных облаках, возникающих при выхлопе в вакуум, при быстром испарении капель и др. Возможно также приложение аналогичного подхода к газодисперсным средам, что может быть применено к явлению смерчей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голов, А.Н., Харитонов А.П.// Эволюция плоского газоподобного облака в потенциальном поле. ВИНТИ. 2008, 21 с. № 621 – В2008.
2. Голов, А. Н., Харитонов А. П. Эволюция газоподобной системы многих дисперсных частиц в потенциальном поле. //Вестник МГОУ. Серия «Физика-математика», №3–4, 2008, с. 12 – 21.
3. Яламов, Ю. И., Голов А. Н. «Статистическая и кинетическая теория нестационарных газоподобных и газодисперсных систем»/ изд. МГОУ. 2011, 230 с.

4. Гуров, К. П. Основания кинетической теории. М.: «Наука», 1966. 351 с.
5. Де Грот, С. Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: «Мир», 1964.

THE KINETICS OF THE VORTEX MOTION OF THE GAS-LIKED MEDIUM IN THE CONSTANT POTENTIAL FIELD

A. Golov, M. Zudina

*Moscow Region State University
10a Radio st., Moscow, 105005, Russia*

Abstract. The formula of the density of the matter flow in the non-stationary gas-liked system of many particles with regard for the non-potential term is considered. The analytical formulae of the components of the curl of the matter flow are obtained. The analysis and graphical presentation of the obtained formulae are performed.

Key words: kinetics, vortex motion, gas-liked medium.

УДК 533.72

К ТЕОРИИ ФОТООРИЕНТАЦИИ И ФОТОАНИЗОТРОПИИ ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ И УДАРНОМ СЖАТИИ ДИЭЛЕКТРИКОВ

А.Н. Голов, М.М. Кузнецов, Л.В. Смотрова

*Московский государственный областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а*

Аннотация. Предложена модель, описывающая фотоориентацию и фотоанизотропию в поляризуемых конденсированных средах. Для случая нестационарной поляризации среды проведено усреднение по фазе быстро меняющихся микроскопических величин. Зависимость от времени макроскопических характеристик среды предложено объяснить изменением концентрации диполей. Рассмотрено влияние нагрева образца в процессе освещения на рассматриваемые явления. Получены формулы для показателя преломления и характеристики двулучепреломления. В качестве примера рассмотрено также возможное применение теории к исследованию оптических свойств ударно сжатых конденсированных веществ.

Ключевые слова: нестационарная поляризация, фотоанизотропия, ударное сжатие.

В настоящий момент одной из новых и наиболее актуальных технологий производства ЖК-дисплеев является безнатирочная технология (т.н. фотоориентация) основанная на явления фотоиндуцированной анизотропии. Ее широкое распространение влечет за собой необходимость разработки теории данного явления, которая бы отвечала со-