

МАТЕМАТИКА

УДК 517.55

ОБОБЩЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОБОБЩЕНИЯ
ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ, АССОЦИИРОВАННОГО С БИКРУГОМ

А.В. Нелаев

Московский государственный областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Автор продолжает начатое исследование обобщенно-аналитических свойств обобщения интеграла типа Коши, ассоциированного с бикругом.

Ключевые слова: Интеграл Коши, бикруг.

1. Введение. В статье продолжено начатое в работе [1] исследование свойств функций, определяемых обобщением интеграла типа Коши, ассоциированного с бикругом-интегралом:

$$\tilde{F}_1(z_1, z_2) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_0^1 d\tau \int_{T^2} \frac{\varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - u_1)(\zeta_2 - z_2)}. \quad (1)$$

В отличие от работы [1], где изучение обобщенно-аналитических свойств интеграла (1) велось в области $U^{++} = \{(z_1, z_2) \in C^2 : |z_1| > 1, |z_2| < 1\}$, здесь областью исследования является область $U^{--} = \{(z_1, z_2) \in C^2 : |z_1| > 1, |z_2| > 1\}$, т.е. идейной направленностью настоящей статьи является завершение обхода тех областей (частей) пространства C^2 , на которые, в ходе изучения интеграла (1), это пространство было разбито в [1].

Поясним, что в (1) $u_1 = \tau^{\delta_1} z_1 + (1 - \tau^{\delta_1}) z_1^0$, константа δ_1 - вещественная, с условием $\delta_1 > 0$; константа z_1^0 комплексная: $|z_1^0| < 1$; параметр τ - вещественный ($0 \leq \tau \leq 1$), а ζ_1 и ζ_2 - комплексные, определенные на остоле $T^2 = \{(\zeta_1, \zeta_2) \in C^2 : |\zeta_1| = 1, |\zeta_2| = 1\}$; плотность $\varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2)$ - непрерывная по совокупности переменных функции, удовлетворяющая условию Гельдера

$$|\varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) - \varphi(\tau, \zeta_1^0, \zeta_2^0)| < A_1 \cdot |\zeta_1 - \zeta_1^0|^{\alpha_1} + A_2 \cdot |\zeta_2 - \zeta_2^0|^{\alpha_2}, \quad (2)$$

причем константы A_k ($A_k > 0$) и α_k ($0 < \alpha_k \leq 1$) не зависят от τ .

В работе [1] было установлено, что функции, определяемые интегралом (1), голоморфны в бикруге $U^2 = \{(z_1, z_2) \in C^2 : |z_1| < 1, |z_2| < 1\}$ и в области

$U^{+-} = \{(z_1, z_2) \in C^2 : |z_1| < 1, |z_2| > 1\}$, а в области U^{--} представляют собой непрерывные, неголоморфные, вообще говоря, но любое число раз дифференцируемые (в вещественном смысле) функции, обладающие определенными обобщенно-аналитическими свойствами.

2. Вскрытие обобщенно-аналитических свойств интеграла (1) в области U^{--} предва-
рим выводом для этого интеграла формулы перехода от кратного интегрирования к по-
вторному в этой области.

Пусть (z_1, z_2) - произвольная точка области U^{--} . Тогда, в зависимости от значений параметра τ , величина $|u_1|$ может быть как больше, так и меньше единицы. Так, при $\tau = 0$ получаем $|u_1| = |z_1^0| < 1$, а при $\tau = 1$ имеем $|u_1| = |z_1| > 1$. Отсюда, на основании теоремы Больцано-Коши, заключаем, что в интервале $(0,1)$ существует хотя бы одно такое значение τ , при котором $|u_1| = 1$. Решим этот вопрос конструктивно. Рассматривая равенство $|u_1| = 1$ как уравнение относительно τ (временное считаем значение z_1 фиксированным) и учитывая, что

$$|u_1|^2 \equiv u_1 \bar{u}_1 = (\tau^{\delta_1} z_1 + (1 - \tau^{\delta_1}) z_1^0) \left(\tau^{\delta_1} \bar{z}_1 + (1 - \tau^{\delta_1}) \bar{z}_1^0 \right),$$

получаем:

$$(\tau^{\delta_1} (z_1 - z_1^0) + z_1^0) \left(\tau^{\delta_1} (\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0) + \bar{z}_1^0 \right) = 1,$$

или, что то же самое,

$$(z_1 - z_1^0) \left(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 \right) \tau^{2\delta_1} + \left((z_1 - z_1^0) \bar{z}_1^0 + \left(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 \right) z_1^0 \right) \tau^{\delta_1} + z_1^0 \bar{z}_1^0 - 1 = 0.$$

Далее,

$$\tau^{2\delta_1} + \left(\frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \frac{\bar{z}_1^0}{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0} \right) \tau^{\delta_1} + \frac{|z_1^0|^2 - 1}{|z_1 - z_1^0|^2} = 0,$$

или, что то же,

$$(\tau^{\delta_1})^2 + 2 \left(\operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \right) \tau^{\delta_1} + \frac{|z_1^0|^2 - 1}{|z_1 - z_1^0|^2} = 0.$$

Решая полученное квадратное уравнение, заключаем, что в интервале $(0,1)$ существует единственное значение параметра τ : $\tau = \tau_0$, где

$$\tau_0 = \left[-\operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \sqrt{\left(\operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \right)^2 + \frac{1 - |z_0|^2}{|z_1 - z_1^0|^2}} \right]^{\frac{1}{\delta_1}}, \quad (3)$$

удовлетворяющее условию $|u_1|_{\tau=\tau_0} = 1$.

Пусть теперь (и далее) значение z_1 произвольное, удовлетворяющее условию $|z_1| > 1$. Конструкция правой части формулы (3) показывает, что в этом случае в области U^{--} функция $\tau_0, \tau_0 = \tau_0(z_1)$, является функцией непрерывной, не голоморфной, но любое число раз дифференцируемой в вещественном смысле.

Введем следующие обозначения:

$$\frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{T^2} \frac{\varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2) d\varsigma_1 d\varsigma_2}{(\varsigma_1 - u_1)(\varsigma_2 - z_2)} = \begin{cases} \Psi^{+-}(\tau, u_1, z_2), & \text{при } |u_1| < 1, \\ \Psi^{--}(\tau, u_1, z_2), & \text{при } |u_1| > 1, \end{cases}$$

а при $u_1 = u_1^0 \equiv u_1|_{\tau=\tau_0}$ будем понимать интеграл

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|\varsigma_1|=1} \frac{\varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2)}{\varsigma_1 - u_1^0} d\varsigma_1$$

как особый, в смысле главного значения по Коши (существование особого интеграла нам гарантирует наложенное на плотность $\varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2)$ условие Гельдера (2)).

Учитывая ограниченность особого интеграла и то обстоятельство, что (при фиксированном по произволу $z_1, |z_1| > 1$) лебегова мера множества $E = \{\tau \in (0;1): |u_1| = 1\}$ равна нулю, заключаем, что всюду в области U^{--} интеграл (1) выражается формулой:

$$\tilde{F}_1(z_1, z_2) = \int_0^{\tau_0} \Psi^{+-}(\tau, u_1, z_2) d\tau + \int_{\tau_0}^1 \Psi^{--}(\tau, u_1, z_2) d\tau. \quad (4)$$

Сделаем два замечания.

1) Интеграл (1) можно выразить по формуле (4) и в области U^{+-} , если доопределить (по непрерывности) τ_0 так: считать в U^{+-} $\tau_0 \equiv 1$.

2) Конструкция формулы (4) с учетом голоморфности функций $\Psi^{+-}(\tau, u_1, z_2)$ и $\Psi^{--}(\tau, u_1, z_2)$ по u_1 и z_2 показывает, что определяемые формулой (4) функции имеют тот же характер гладкости, что и отмеченный выше у функции $\tau_0(z_1)$.

Последнее обстоятельство означает, что к исследованию функций, определяемых интегралом (1), можно применять метод линейных дифференциальных операторов. Этим мы сейчас и займемся.

3. Обобщенные производные интеграла (1) в области U^{--} .

Установим обобщенную производную по z_1 , т.е. найдем дифференциальный оператор D_{z_1} вида

$$D_{z_1} = \alpha \frac{\partial}{\partial z_1} + \beta \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} + \gamma \frac{\partial}{\partial z_2} + \delta \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2},$$

(где α, β, γ и δ – требующие своего определения функции переменных $z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2$), действие которым на интеграл (1) в области U^{--} равносильно дифференцированию ядра этого интеграла по z_1 .

Задача, фактически, сводится к нахождению четырех «коэффициентов» α, β, γ и δ . Два из них (учитывая то обстоятельство, что в формуле (4) пределы интегрирования есть либо константы, либо функция $\tau_0 = \tau_0(z_1, \bar{z}_1)$) определяются сразу: $\gamma \equiv 0, \delta \equiv 0$.

Кроме того, принимая во внимание, что при действии на голоморфные выражения оператор D_{z_1} должен вырождаться в обычную производную по z_1 , получаем третий коэффициент: $\alpha \equiv 1$. Итак, будем искать оператор в виде

$$D_{z_1} = \frac{\partial}{\partial z_1} + \beta \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1}, \quad (5)$$

т.е. поставленная задача свелась к нахождению одного коэффициента β ($\beta = \beta(z_1, \bar{z}_1)$).

При этом будем руководствоваться следующими, вытекающими из конструкции правой части формулы (4), соображениями.

Во-первых, внутренние интегралы в ней (по ζ_1 и ζ_2) после замены комплексных параметров ζ_1 и ζ_2 на вещественные параметры t_1 и t_2 по формулам $\zeta_1 = e^{it_1}$, $\zeta_2 = e^{it_2}$, обращаются в интегралы с постоянными пределами интегрирования. Следовательно, при действии на них оператором D_{z_1} - согласно обобщению на операторы такого вида правила Лейбница

$$D_{z_1} \left\{ \int_a^b f(z_1, z_2, t) dt \right\} = \int_a^b D_{z_1} [f(z_1, z_2, t)] dt + D_{z_1}(b) f(z_1, z_2, b) - D_{z_1}(a) f(z_1, z_2, a)$$

(где, вообще говоря, a и b – функции: $a = a(z_1, \bar{z}_1)$, $b = b(z_1, \bar{z}_1)$) и с учетом свойства $D_{z_1}(const) \equiv 0$, оператор пройдет за знаки интегралов без образования дополнительных слагаемых. Важно отметить, что голоморфность по z_1 ядра $\frac{1}{(\zeta_1 - u_1)(\zeta_2 - z_2)}$ указывает на

то, что действие оператором D_{z_1} на подынтегральную функцию фактически означает дифференцирование ядра интеграла (1) по z_1 .

Заметим теперь, что если бы наш оператор D_{z_1} проходил в правой части формулы (4) без образования дополнительных слагаемых еще и за знак внешнего интеграла (по τ), то это и был бы искомый оператор. Вновь обращаясь к обобщению правила Лейбница заключаем, что для выполнения последнего условия достаточно потребовать выполнения тождества

$$D_{z_1}(\tau_0) \equiv 0. \quad (6)$$

Перейдем к вычислительной стороне вопроса. Согласно основным свойствам линейных дифференциальных операторов рассматриваемого вида, имеем:

$$\begin{aligned} D_{z_1}(\tau_0) &= D_{z_1} \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \frac{\bar{z}_1^0}{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \frac{\bar{z}_1^0}{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0} \right)^2 + \frac{1 - |z_1^0|^2}{|z_1 - z_1^0|^2}} \right\}^{\frac{1}{\delta_1}} = \\ &= \frac{1}{\delta_1} \{ \dots \}^{\frac{1}{\delta_1} - 1} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_1^0}{(z_1 - z_1^0)^2} + \frac{\bar{z}_1^0 \cdot \beta}{(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0)^2} \right) - \frac{1}{2A} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \frac{\bar{z}_1^0}{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0} \right) \left(\frac{z_1^0}{(z_1 - z_1^0)^2} + \frac{\bar{z}_1^0 \cdot \beta}{(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0)^2} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{(1 - |z_1^0|^2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 + (z_1 - z_1^0)\beta)}{(z_1 - z_1^0)^2 \cdot (\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0)^2} \right] \right], \end{aligned}$$

где, для сокращения письма, обозначено

$$A = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} + \frac{\bar{z}_1^0}{\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0} \right)^2 + \frac{1 - |z_1^0|^2}{|z_1 - z_1^0|^2}}.$$

Приравнявая полученное выражение к нулю и рассматривая образуемое равенство как уравнение относительно β , получаем:

$$\begin{aligned} A \cdot \left[z_1^0 \cdot \left(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 \right)^2 + \bar{z}_1^0 (z_1 - z_1^0)^2 \cdot \beta \right] - \left(\operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \right) \left[z_1^0 \cdot \left(\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 \right)^2 + \bar{z}_1^0 \cdot (z_1 - z_1^0)^2 \cdot \beta \right] - \\ - (1 - |z_1^0|^2) \cdot \left[\bar{z}_1 - \bar{z}_1^0 + (z_1 - z_1^0) \cdot \beta \right] = 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\beta = -\frac{\overline{z_1 - z_1^0}}{z_1 - z_1^0} \cdot \frac{\left\{ A - \operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \right\} \cdot z_1^0 \left(\overline{z_1 - z_1^0} \right) + |z_1^0|^2 - 1}{\left\{ A - \operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \right\} \cdot \overline{z_1^0} (z_1 - z_1^0) + |z_1^0|^2 - 1},$$

или, учитывая, что $A - \operatorname{Re} \frac{z_1^0}{z_1 - z_1^0} \equiv \tau_0$,

$$\beta = -\frac{\overline{z_1 - z_1^0}}{z_1 - z_1^0} \cdot \frac{\tau_0 \cdot z_1^0 \left(\overline{z_1 - z_1^0} \right) + |z_1^0|^2 - 1}{\tau_0 \cdot \overline{z_1^0} (z_1 - z_1^0) + |z_1^0|^2 - 1}.$$

Подставляя найденное для β выражение в (5), получаем явный вид обобщенной производной D_{z_1} интеграла (1):

$$D_{z_1} = \frac{\partial}{\partial z_1} - \frac{\overline{z_1 - z_1^0}}{z_1 - z_1^0} \cdot \frac{\tau_0 \cdot z_1^0 \left(\overline{z_1 - z_1^0} \right) + |z_1^0|^2 - 1}{\tau_0 \cdot \overline{z_1^0} (z_1 - z_1^0) + |z_1^0|^2 - 1} \cdot \frac{\partial}{\partial \overline{z_1}}. \quad (7)$$

Таким образом, в области U^{--} имеем:

$$D_{z_1} [\tilde{F}_1(z_1, z_2)] = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_0^{\tau_0} d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{\delta_1}} \frac{\tau^{\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - u_1)^2 (\zeta_2 - z_2)} + \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\tau_0}^1 d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{\delta_1}} \frac{\tau^{\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - u_1)^2 (\zeta_2 - z_2)}. \quad (8)$$

Далее, учитывая, что в правой части формулы (8) пределы интегрирования остались те же самые, что и в формуле (4), заключаем, что оператор D_{z_1} можно аналогичным образом применять к формуле (8) повторно и, вообще, любое число раз. При этом индукцией по n устанавливается следующая общая формула:

$$D_{z_1}^{(n)} [\tilde{F}_1(z_1, z_2)] = \frac{n!}{(2\pi i)^2} \int_0^{\tau_0} d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{n\delta_1}} \frac{\tau^{n\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - u_1)^{n+1} (\zeta_2 - z_2)} + \\ + \frac{n!}{(2\pi i)^2} \int_{\tau_0}^1 d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{n\delta_1}} \frac{\tau^{n\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - u_1)^{n+1} (\zeta_2 - z_2)}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

(подчеркнем, что в первом слагаемом из правой части формулы (9) $|u_1| < 1$, а во втором $|u_1| > 1$).

Итак, оказывается справедливой следующая теорема.

Теорема. В области U^{--} интеграл (1) можно любое число раз «дифференцировать» обобщенной производной D_{z_1} и эта операция равносильна дифференцированию по z_1 соответствующее число раз ядра интеграла.

Вопрос о дифференцировании в области U^{--} ядра интеграла (1) по z_2 решается просто: Конструкция правой части формулы (4) показывает, что в области U^{--} интеграл (1) является голоморфным по переменному z_2 , т.е. операция обычного дифференцирования интеграла (1) по z_2 равносильна дифференцированию по z_2 ядра интеграла. Этот факт можно сформулировать и следующим образом: в области U^{--} обобщенная производная D_{z_2} интеграла (1) совпадает с формальной производной $\frac{\partial}{\partial z_2}$: $D_{z_2} = \frac{\partial}{\partial z_2}$.

С учетом этого, для области U^{--} получаем общую формулу:

$$D_{z_1}^{(n)} D_{z_2}^{(m)} [\tilde{F}_1(z_1, z_2)] = \frac{n!m!}{(2\pi i)^2} \int_0^{\tau_0} d\tau \int_{\tau^2}^{\tau_0} \frac{\tau^{n\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2) d\varsigma_1 d\varsigma_2}{(\varsigma_1 - u_1)^{n+1} (\varsigma_2 - z_2)^{m+1}} +$$

$$+ \frac{n!m!}{(2\pi i)^2} \int_{\tau_0}^1 d\tau \int_{\tau^2}^{\tau_0} \frac{\tau^{n\delta_1} \cdot \varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2) d\varsigma_1 d\varsigma_2}{(\varsigma_1 - u_1)^{n+1} (\varsigma_2 - z_2)^{m+1}}, \quad m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

4. Отметим, что материал п.п. 2 и 3 несложно переносится на интеграл

$$\tilde{F}_2(z_1, z_2) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_0^1 d\tau \int_{\tau^2}^1 \frac{\varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2) d\varsigma_1 d\varsigma_2}{(\varsigma_1 - z_1)(\varsigma_2 - u_2)},$$

где $u_2 = \tau^{\delta_2} z_2 + (1 - \tau^{\delta_2}) z_2^0$, $\delta_2 > 0$, $|z_2^0| < 1$.

В области U^{--} этот интеграл выражается по формуле:

$$\tilde{F}_2(z_1, z_2) = \int_0^{\tau_1} \tilde{\Psi}^{+-}(\tau, z_1, u_2) d\tau + \int_{\tau_1}^1 \tilde{\Psi}^{--}(\tau, z_1, u_2) d\tau,$$

где

$$\tau_1 = \left[-\operatorname{Re} \frac{z_2^0}{z_2 - z_2^0} + \sqrt{\left(\operatorname{Re} \frac{z_2^0}{z_2 - z_2^0} \right)^2 + \frac{1 - |z_2^0|^2}{|z_2 - z_2^0|^2}} \right]^{\frac{1}{\delta_2}}, \quad \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{\tau^2}^1 \frac{\varphi(\tau, \varsigma_1, \varsigma_2) d\varsigma_1 d\varsigma_2}{(\varsigma_1 - z_1)(\varsigma_2 - u_2)} = \begin{cases} \tilde{\Psi}^{+-}(\tau, z_1, u_2), & \text{при } |u_2| < 1, \\ \tilde{\Psi}^{--}(\tau, z_1, u_2), & \text{при } |u_2| > 1. \end{cases}$$

Обобщенные производные этого интеграла имеют вид

$$D_{z_1} = \frac{\partial}{\partial z_1}, \quad D_{z_2} = \frac{\partial}{\partial z_2} - \frac{\overline{z_2 - z_2^0}}{z_2 - z_2^0} \cdot \frac{\tau_1 \cdot z_2^0 \left(\overline{z_2 - z_2^0} \right) + |z_2^0|^2 - 1}{\tau_1 \cdot \overline{z_2^0} (z_2 - z_2^0) + |z_2^0|^2 - 1} \cdot \frac{\partial}{\partial \overline{z_2}},$$

а аналогом формулы (10) является

$$D_{z_1}^{(n)} D_{z_2}^{(m)} [\tilde{F}_2(z_1, z_2)] = \frac{n!m!}{(2\pi i)^2} \int_0^{\tau_1} d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{m\delta_2}} \frac{\tau^{m\delta_2} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - z_1)^{n+1} (\zeta_2 - u_2)^{m+1}} + \\ + \frac{n!m!}{(2\pi i)^2} \int_{\tau_1}^1 d\tau \int_{\tau^2}^{\tau^{m\delta_2}} \frac{\tau^{m\delta_2} \cdot \varphi(\tau, \zeta_1, \zeta_2) d\zeta_1 d\zeta_2}{(\zeta_1 - z_1)^{n+1} (\zeta_2 - u_2)^{m+1}}, \quad m, n = 0, 1, 2, \dots$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Нелаев, А.В. Обобщение интеграла типа Коши, ассоциированного с бикругом [Текст] // Вестник МГОУ. – Серия «физика-математика». – М.: изд. МГОУ. – 2010, №1. – С. 3-16.

INVESTIGATION INTE THE GENERALIZED ANALITICAL PROPERTIES OF GENERALIZATION OF THE CAUCHY'S INTEGRAL TYPE ASSOCIATED WITH BICIRCLE

A. Nelayev

Moscow region state university
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia

Abstract. The author continues his investigation of generalized analytical properties of generalization of the Cauchy's integral type associated with bicircle.

Keywords: Cauchy's integral, bicircle.

УДК 512.662.1

АНАЛОГ СИМПЛИЦИАЛЬНЫХ ГРАНЕЙ В A_∞ -СЛУЧАЕ

М.В. Ладоскин

Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева (Саранск)
430007, Республика Мордовия, г Саранск, ул. Студенческая 11 а

Аннотация. В предлагаемой работе рассматривается вопрос построения аналога Δ -множества в A_∞ -случае. Предъявляется конструкция высших граней, доказывается теорема об их существовании на гомологиях, а также рассматривается вопрос о действии дифференциала на таком объекте. При доказательстве теорем используется техника SDR-ситуаций, сами доказательства конструктивны.

Ключевые слова. Симплициальный объект, гомотопическая устойчивость, SDR-ситуация, высшие грани.

В последнее время в алгебраической топологии актуальным является процесс создания аналогов алгебраических структур, которые были бы устойчивы при переходе к гомотопическому случаю. Первые работы в этом направлении относятся к 70-м годам прошлого века (Дж. Мэй, Т. Кадеишвили, В. Смирнов) и касались построения аналога