

## CONFINED BY PORES OF POLYMER FILMS

S. Pasechnik, D. Semerenko, D. Shmeliova, A. Chopik

*Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Science  
20, Stromynka st., Moscow, 107966, Russia*

*Abstract.* The paper describes a method of detection orientational structure of liquid crystals inside a pore of porous film. Measurement of electric capacity of composite material (porous film is filled with liquid crystals) in dependence on temperature is main principle of this method. Porous polyethylene terephthalate films (track membranes) were used in experiments because of fabrication of different pores radius and orientation is easy. The porous films with different pores radius 75, 170, 210, 300 and 425nm were investigated. New type of liquid crystal cell was used in experiments. Surfaces of the porous films were covered by conducting electrodes. Results of a theoretical calculation based on the experimental data shown that escaped radial structure of liquid crystal formed in pores of polyethylene terephthalate films.

*Key words:* polymer porous films, liquid crystals, orientational LC structure, dielectric measurements

УДК 519.677.2

## О ПОСТАНОВКЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ ДВУМЕРНЫХ МИКРОПОЛЕЙ

В.П. Трифоненков, М.А. Петрова

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
115409, Москва, Каширское ш., 31*

*Аннотация.* Рассматривается математическая модель схемы исследования двумерного микрополя пучком электронов. Получены соотношения, учитывающие интегральную зависимость параметров пучка от распределения напряженности поля вдоль его траектории. На их основе рассматривается постановка обратной задачи нахождения гармонической функции, описывающей распределение магнитного (или электрического) поля.

*Ключевые слова:* обратная задача, микрополе, гармоническая функция.

Для исследования магнитных и электрических микрополей широко применяются электронно-оптические методы [1]. Естественным развитием традиционных аналоговых методов является разработка методов вычислительной диагностики, учитывающих интегральную зависимость регистрируемых параметров электронного пучка от распределения напряженности поля вдоль его траектории [2].

**1. Схема исследования двумерного поля и соответствующая ей математическая модель.**

Схема исследования микрополя электронным зондом микроскопа приведена на рис.1, где изображены: электронная пушка – 1, сфокусированный пучок электронов (зонд) – 2, источник исследуемого поля (магнитная головка) – 3, детектор отклонений пучка электронов – 4.

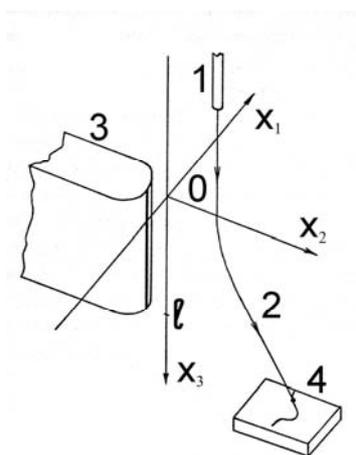


Рис.1. Схема исследования микрополя

Преобразуем систему уравнений движения электрона к виду, удобному для постановки и исследования обратной задачи. На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца  $\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}, \vec{H}]$  [3]. В случае, когда магнитное поле двумерно и, следовательно, может быть описано векторным потенциалом следующего вида:  $\vec{H} = rot \vec{A}$ , где  $\vec{A} = \{0, 0, \psi(x_1, x_2)\}$ , система уравнений движения электрона принимает следующий вид ( $\lambda = \frac{e}{mc}$ ):

$$\begin{cases} \frac{dv_i}{dt} = \lambda v_3 \frac{\partial \psi}{\partial x_i}, & (i = 1, 2); \\ \frac{dv_3}{dt} = -\lambda(v_1 \frac{\partial \psi}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial \psi}{\partial x_2}); \\ \frac{dx_i}{dt} = v_i, & (i = 1, 2, 3). \end{cases} \quad (1.1)$$

Очевидными следствиями этой системы являются соотношения:

$$\frac{d}{dt}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{d}{dt}(v_3 + \lambda \psi) = 0 . \quad (1.3)$$

Интеграл системы уравнений движения, следующий из (1.2), соответствует сохранению энергии электрона, а (1.3) – сохранению проекции обобщенного импульса на ось  $Ox_3$ . Характерной особенностью движения электрона в рамках рассматриваемой схемы исследования полей является выполнение условия  $v_3 > 0$ . В этом случае  $x_3(t)$  – монотонная функция, и можно рассматривать координаты и компоненты скорости электрона как функции от координаты  $x_3$  (а не от времени  $t$ ). Переходя от производных по  $t$  к производным по  $x_3$  в системе (1.1) и заменяя третье уравнение системы на (1.3), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dv_i}{dx_3} = \lambda \frac{\partial \psi}{\partial x_i}, & (i=1, 2); \\ \frac{d}{dx_3}(v_3 + \lambda \psi) = 0; \\ \frac{dx_i}{dx_3} = \frac{v_i}{v_3}, & (i=1, 2). \end{cases} \quad (1.4)$$

Учитывая, что абсолютная величина скорости электрона неизменна (1.2) и равна некоторому значению  $v_0$ , можно получить для  $v_3$  выражение  $v_3 = \sqrt{v_0^2 - v_1^2 - v_2^2}$  и исключить  $v_3$  из системы (1.4). Окончательно, система уравнений, описывающая движение проекции электрона вдоль проекции его траектории на плоскость  $x_1Ox_2$  в зависимости от координаты  $x_3$  имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dv_i}{dx_3} = \lambda \frac{\partial \psi}{\partial x_i}; \\ \frac{dx_i}{dx_3} = \frac{v_i}{\sqrt{v_0^2 - v_1^2 - v_2^2}}; \end{cases} \quad (i=1, 2) . \quad (1.5)$$

Соотношение

$$\frac{d}{dx_3}(\sqrt{v_0^2 - v_1^2 - v_2^2} + \lambda \psi) = 0 \quad (1.6)$$

является следствием системы (1.5). Движение электрона рассматривается при  $x_3 \in [0, l]$ . Начальные условия для системы (1.5):

$$v_1(0) = 0; v_2(0) = 0; x_1(0) = x_1^{(0)}; x_2(0) = x_2^{(0)} . \quad (1.7)$$

Пусть  $\{v_1(x_3), v_2(x_3), x_1(x_3), x_2(x_3)\}$  – решение системы (1.5) с начальными условиями (1.7). Введем в рассмотрение следующие три функции от переменных  $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}$  – координат начальной точки траектории электрона:

$$\begin{aligned} \sigma_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) &= x_i(l), \quad (i=1, 2); \\ \sigma_3(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) &= \frac{1}{\lambda}(\sqrt{v_0^2 - v_1^2(l) - v_2^2(l)} - v_0). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Из (1.6) следует соотношение, связывающее значения  $\psi$  в начальной и конечной точках траектории, которое с учетом введенных обозначений принимает вид

$$\psi(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) - \psi(\sigma_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}), \sigma_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})) = \sigma_3(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}). \quad (1.9)$$

Функции  $\sigma_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)})$  ( $i=1, 2, 3$ ) считаются известными (их значения вычисляются по регистрируемым при исследовании поля величинам).

В рассматриваемой задаче источники магнитного поля находятся вне области двумерного поля, исследуемой с помощью электронного зонда. Тогда в исследуемой области выполняется соотношение  $\text{rot } \vec{H} = \vec{0}$ , из которого следует гармоничность функции  $\psi(x_1, x_2)$  в этой области. Пусть проекция исследуемой области на плоскость  $x_1 O x_2$  имеет вид  $G = \{(x_1, x_2) \in R^2 : -\infty < x_1 < \infty, x_2 > 0\}$ ,  $\bar{G}$  – объединение  $G$  и ее границы (рис. 2). Таким образом, в рамках рассматриваемой постановки задачи  $\Delta \psi(\vec{R}) = 0$  в  $G$ , где  $\vec{R} = (x_1, x_2)$ .

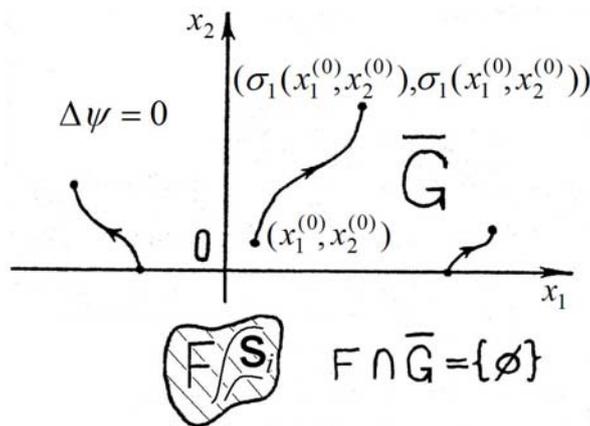


Рис.2. Проекция области  $G$

Предположим, что  $\psi(\vec{R})$  является суммой потенциалов

$$\psi(\vec{R}) = \psi_0(\vec{R}) + \psi_2(\vec{R}) + \psi_3(\vec{R}), \quad (1.10)$$

которые представляют собой различные частные случаи логарифмического потенциала [4]: потенциал площади -

$$\psi_0(\vec{R}) = \int_F \rho(\vec{R}') \ln \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'|} d\vec{R}' \quad (1.11)$$

потенциал простого слоя -

$$\psi_1(\vec{R}) = \int_{S_1} \mu(\vec{R}') \ln \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'|} dS_{\vec{R}'} \quad (1.12)$$

и потенциал двойного слоя -

$$\psi_2(\vec{R}) = \int_{S_2} \eta(\vec{R}') \frac{\partial}{\partial \vec{n}} \ln \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'|} dS_{\vec{R}'}, \quad (1.13)$$

где  $\rho(\vec{R})$  – финитная функция, носитель которой лежит в некоторой ограниченной области  $F$ , такой, что  $\vec{F}$  содержится в полуплоскости  $x_2 < 0$ ;  $\mu(\vec{R})$ ,  $\eta(\vec{R})$  – функции, определенные на некоторых линиях  $S_1$ ,  $S_2$  в области  $F$ . Функции  $\psi_k(\vec{R})$  ( $k = 0, 1, 2$ ) являются гармоническими вне области  $\vec{F}$ , и, следовательно, в области  $G$ .

## 2. Постановка обратной задачи диагностики двумерного поля.

Можно предложить такую постановку задачи определения компоненты  $\psi(\vec{R})$  векторного потенциала (а следовательно, и двумерного поля  $\vec{H} = \text{rot } \vec{A}$ ) в области  $G$ .

Пусть выполнены следующие условия.

- 1) Функция  $\psi(\vec{R})$  в системе (1.5) удовлетворяет условиям (1.10 – 1.13).
- 2) На  $\vec{G}$  заданы функции  $\sigma_i(\vec{R})$  ( $i = 1, 2, 3$ ), которые определяются соотношениями (1.8) с помощью решений системы (1.5) с начальными условиями (1.7).
- 3)  $\sigma_2(\vec{R}) > 0$  на  $\vec{G}$ .

Требуется найти неизвестную функцию  $\psi(\vec{R})$ ,  $\vec{R} \in G$ .

Также получена подобная рассмотренной выше постановка задачи определения скалярного потенциала  $\varphi(\vec{R})$  (и, следовательно, двумерного поля  $\vec{E} = -\nabla \varphi$ ) в области  $G$ .

Для обратной задачи диагностики двумерного поля в данной постановке доказана единственность ее решения, а также построены алгоритмы вычисления распределения напряженности поля с использованием метода регуляризации [5; 6].

## ЛИТЕРАТУРА

5. Rau, E.I., Spivak G.V. Scanning electron microscopy of two-dimensional magnetic stray fields. // Scanning, v. 3, 1980. P. 27-34.

6. Антонюк, В.А., Рау Э.И., Савин Д.О., Трифоненков В.П., Ягола А.Г. Восстановление пространственного распределения двумерных микрополей методами реконструктивной вычислительной томографии. // Изв. АН СССР, сер. физ., 1987, т.51, №3. С. 475-479.
7. Ландау, Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 2. Теория поля. // М.: Физматлит, 2006. 534 с.
8. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики. // М.: Наука, 1981. 512 с.
9. Тихонов, А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. // М.: Наука, 1990. 232 с.
10. Леонов, А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач. // М.: Книжный дом «Либроком», 2010. 336 с.

### **ABOUT DEFINITION OF INVERSE PROBLEM OF TWO-DIMENSIONAL MICROFIELD DISTRIBUTION DIAGNOSIS**

**V. Trifonenkov, M. Petrova**

*National Research Nuclear University «MEPhI»  
31, Kashirskoe shosse, Moscow, 115409, Russia*

*Abstract.* The mathematical model of probing of a two-dimensional micro-field by electron beam is investigated. Some relations for electron beam parameters that depend on the distribution of the field along its trajectory are obtained. The definition of inverse problem of evaluation of harmonic function describing distribution of magnetic (or electrical) field is considered.

*Key words:* inverse problem, microfield, harmonic function.

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**