

8. Яламов, Ю.И., Голов А.Н. Ограниченные распределения в статистической теории газодисперсных систем. ДАН, 2005, Т. 401, № 3, с. 333-336.
9. Гуров, К.П. Основания кинетической теории. М.: «Наука», 1966. 351 с.
10. Прохоров, Ю.В., Розанов Ю.А. // Теория вероятностей. М.: «Наука», 1973. 494 с.
11. Голов, А.Н. Нахождение полей плотности, образуемых диспергированием протяжённых тел в вакууме. ВИНТИ № 121 - В2002, М., МПУ, 7 с., 2002.
12. Яламов Ю.И., Голов А.Н. Эволюция облака, созданного быстрым распылением широкой пластины в вакууме. //Труды Центра фундаментальных научных исследований МГОУ, № 1, с. 15 – 26, М., МГОУ, 2005.

STATISTICAL THEORY OF THE EVOLUTION OF THE GAS-DISPERSED CLOUD IN THE PERIODICAL FIELD

A. Golov

*Moscow region state university
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia*

Abstract. Statistical functions of distribution for the gas-like system of the dispersed particles in the periodical field were found from Liouville – Gibbs equation. The kinetic description of the evolution of the system for a special case was given. The main physical laws of the evolution of the system were revealed and their dependence from the task parameters was explored.

Key words: dispersed system periodical field, kinetic of the evolution

УДК: 539.1

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ РЕЛЯТИВИСТСКОГО АНТИПРОТОНА В НЕЛИНЕЙНОМ ЯДЕРНОМ ПОЛЕ

А.С. Рабинович, М.А. Крамской

*Московский государственный университет приборостроения и информатики
107996, Москва, Стромынка, 20*

Аннотация. В статье исследуются орбитальные движения релятивистского нуклона и антинуклона в нелинейном поле массивного ядра. Данная задача приводится к системе нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиальной координаты и полярного угла частицы. Проводятся численные исследования этой системы уравнений. Показывается, что в случае движения вокруг ядер антипротонов могут возникать периодические орбиты. Исследуются условия их существования в релятивистском случае.

Ключевые слова: ядерное поле, потенциал Юкавы, нуклоны, антипротоны, периодические орбиты.

Как известно, в отличие от электромагнитных сил, ядерные силы имеют конечный радиус действия $R_s \sim 10^{-15}$ м, то есть являются короткодействующими. Описание короткодействующего характера ядерных сил и предсказание правильного значения массы переносчика ядерного взаимодействия – пиона стало возможным с появлением первой реалистической теории ядерных сил, предложенной в 1935 г. Х. Юкавой.

Уравнение Юкавы для описания ядерного поля в инерциальной системе отсчета может быть представлено в следующем виде [1,2]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \left(\frac{m_\pi c}{\hbar} \right)^2 \varphi = -4\pi \left(\frac{G}{m_p} \right)^2 \rho_0(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где φ – потенциал ядерных сил, отнесенный к массе покоя протона; t – время; $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор, m_π – масса покоя нейтрального пиона, m_p – масса покоя протона, ρ_0 – плотность массы покоя нуклонного источника, G – константа ядерного взаимодействия.

Как следует из экспериментальных данных [1,2], ядерному полю φ соответствует следующая безразмерная величина

$$\frac{G^2}{\hbar c} = 0,080. \quad (2)$$

Теория Юкавы достигла немалых успехов в описании ядерных сил. Однако, как показали экспериментальные исследования, эта теория может быть справедливой только при сравнительно небольших значениях ядерного потенциала [1,2], ввиду линейности уравнения Юкавы. При достаточно больших значениях ядерного потенциала линейная теория Юкавы перестает отвечать экспериментальным данным и должна быть заменена некоторым нелинейным обобщением.

Одно из таких нелинейных обобщений было предложено в работах [3-5]. В них обобщение уравнения Юкавы искалось в виде

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \left(\frac{m_\pi c}{\hbar} \right)^2 \varphi = -4\pi \left(\frac{G}{m_p} \right)^2 \rho_0(\mathbf{r}, t) f(\varphi), \quad (3)$$

где $f(\varphi)$ – некоторая неизвестная функция ядерного потенциала. Ее нахождение было основано на следующем принципе, касающемся физического смысла скалярного потенциала φ . Согласно ему, в нелинейной теории ядерных сил, так же как и в теории Юкавы, величина $m_p \varphi$ должна представлять собой потенциальную энергию протона.

Как было показано в [3-5], этому принципу отвечает только функция $f(\varphi)$ следующего вида:

$$f(\varphi) = \exp(\varphi / c^2). \quad (4)$$

Будем рассматривать движение нуклонов и антинуклонов вокруг массивных ядер в рамках квазиклассического приближения. В этом случае для тензора энергии-импульса вещества и ядерного поля с потенциалом φ в [3-5] было получено следующее выражение:

$$T^{ik} = c^2 \rho_0 e^{\varphi/c^2} \frac{dx^i}{ds} \frac{dx^k}{ds} + \frac{1}{\lambda} \left[\left(g^{in} g^{kl} - \frac{1}{2} g^{ik} g^{nl} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x^n} \frac{\partial \varphi}{\partial x^l} + \frac{g^{ik}}{2} \left(\frac{m_\pi c \varphi}{\hbar} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где ρ_0 - плотность массы частицы в состоянии покоя при $\varphi = 0$, $\lambda = 4\pi G^2 / m_p^2$, $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$, g_{ik} - метрический тензор, $i, k = 0, 1, 2, 3$, x^i - пространственно-временные координаты, а потенциал φ в инерциальной системе отсчета описывается уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^n \partial x_n} + \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} \varphi = -4\pi \left(\frac{G}{m_p} \right)^2 \rho_0(\mathbf{r}, t) \exp(\varphi/c^2). \quad (6)$$

Используя уравнение (3) для ядерного потенциала вместе с формулой (4) и соответствующий им тензор энергии-импульса, в работах [3-5] были найдены динамические уравнения для ядерного вещества.

При отсутствии электрического заряда вещества они имеют следующий вид в инерциальной системе отсчета:

$$c^2 \frac{d^2 x^k}{ds^2} + \frac{d\varphi}{ds} \frac{dx^k}{ds} - \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} = 0 \quad k = 0, 1, 2, 3, \quad (7)$$

где $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ - пространственно - временной интервал геометрии Минковского с координатами $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$.

Для стационарного поля вне ядра, когда $\rho_0 = 0$, для уравнения (6) имеет место решение Юкавы [1,2]:

$$\varphi = -\frac{A_0}{r} \exp(-\mu r), \quad \mu = \frac{m_\pi c}{\hbar}, \quad (8)$$

где A_0 - некоторая константа и r - радиальная координата.

Рассмотрим теперь движение нуклона или антинуклона при совместном действии ядерного и электромагнитного полей. Как показано в [3-5], это движение можно описать следующими уравнениями:

$$m_0 \exp(\varphi/c^2) \left(c^2 \frac{d^2 x^k}{ds^2} + \frac{d\varphi}{ds} \frac{dx^k}{ds} - \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right) = q F_n^k \frac{dx^n}{ds}, \quad (9)$$

где F_n^k - тензор напряженности электромагнитного поля, m_0 , q - соответственно масса покоя и заряд нуклона.

Следует отметить, что уравнения (9): 1) ковариантны по отношению к выбору инерциальных систем отсчета; 2) согласованы с формулой (4) и 3) в случае нерелятивистских скоростей и при $|\varphi/c^2| \ll 1$ дают при $k=1,2,3$ классические уравнения движения. Кроме того, уравнения (9) являются непротиворечивыми, так как первое из них ($k=0$) является следствием трех остальных. Это вытекает из тривиального тождества, получаемого умножением (9) на dx_k/ds и суммированием по k [3,5]. Поэтому при их решении достаточно удовлетворить только трем из них при $k=1,2,3$.

Обратимся к движению нуклона или антинуклона в поле покоящегося ядра в плоскости $x^3=0$.

Тогда после выбора полярных координат:

$$x^1 = r \cos \theta, \quad x^2 = r \sin \theta, \quad x^3 = 0$$

и несложных вычислений уравнения движения (9) приобретают вид:

$$m_0 \exp(\varphi/c^2) \left[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{A_0 \exp(-\mu r)}{c^2} \frac{(1+\mu r)(\dot{r}^2 + c^2)}{r^2} \right] = \frac{Zqe_0}{r^2} \sqrt{1 + (\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2)/c^2}, \quad (10)$$

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} + \frac{A_0 \exp(-\mu r)\dot{r}}{c^2} \frac{\dot{\theta}(1+\mu r)}{r} = 0, \quad (11)$$

где e_0 - элементарный заряд, Z - число протонов в ядре, $\dot{r} \equiv dr/d\tau$, $\dot{\theta} \equiv d\theta/d\tau$ и τ - собственное время для движущейся частицы: $d\tau = ds/c$.

Уравнение (11) имеет первый интеграл:

$$\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}} = -\frac{\dot{r}}{r} \left[2 + \frac{A_0 \exp(-\mu r)}{c^2} \frac{(1+\mu r)}{r} \right],$$

$$\int \frac{d\dot{\theta}}{\dot{\theta}} = \ln|\dot{\theta}| = -\int \left[\frac{2}{r} + \frac{A_0(1+\mu r)}{c^2 r^2} \exp(-\mu r) \right] dr, \quad (12)$$

откуда

$$\dot{\theta} = \frac{D}{r^2} \exp \left[\frac{A_0}{c^2} \int_r^\infty \frac{(1+\mu r)}{r^2} \exp(-\mu r) dr \right] = \frac{D}{r^2} \exp(\beta/c^2), \quad (13)$$

где $D = \text{const}$ и $\beta = A_0 \int_r^\infty \frac{(1+\mu r)}{r^2} \exp(-\mu r) dr$.

Переходя к функции $r = r(\theta)$ и полагая

$$\sigma = \frac{1}{r}, \quad (14)$$

получаем, используя (13):

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\theta} \dot{\theta} = -D\sigma'(\theta) \exp(\beta(\theta)/c^2), \quad (15)$$

$$\ddot{r} = -D^2\sigma^2(\theta) \exp(\beta(\theta)/c^2) \frac{d}{d\theta} (\sigma'(\theta) \exp(\beta(\theta)/c^2)). \quad (16)$$

После подстановки (13) – (16) в уравнение (10) оно примет вид:

$$\begin{aligned} \sigma'' + \sigma - \frac{A_0}{D^2} (1 + \mu/\sigma) \exp(-\mu/\sigma - 2\beta/c^2) + \\ + \frac{Zqe_0}{D^2 m_0} \exp(-(\varphi + 2\beta)/c^2) \sqrt{1 + \frac{D^2 \exp(2\beta/c^2)}{c^2} (\sigma'^2 + \sigma^2)} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\sigma = \sigma(\theta)$, $\sigma' \equiv d\sigma/d\theta$, $\sigma'' \equiv d^2\sigma/d\theta^2$ и $\varphi = -A_0\sigma \exp(-\mu/\sigma)$.

Перейдем к безразмерной форме данного уравнения, полагая

$$U = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{r_\pi}{r}, \quad r_\pi = \frac{1}{\mu} = \frac{\hbar}{m_\pi c}, \quad a = \frac{A_0}{\mu D^2}, \quad b = \frac{Zqe_0}{\mu m_0 D^2}, \quad d = \frac{\mu A_0}{c^2}, \quad (18)$$

где r_π - комптоновский радиус нейтрального пиона. Тогда получим следующее уравнение относительно функции $U = U(\theta)$:

$$\begin{aligned} U'' + U + b \exp(-d[U \exp(-1/U) + 2H(u)]) \times \\ \times \sqrt{1 + (d/a)(U'^2 + U^2)} \exp(2dH(u)) = \quad , \\ = a(1 + 1/U) \exp(-1/U - 2dH(u)), \end{aligned} \quad (19)$$

где $b > 0$ для протона, $b = 0$ для нейтрона, $b < 0$ для антипротона и

$$H(u) = \int_{1/U}^{\infty} \frac{(1+s)}{s^2} e^{-s} ds. \quad (20)$$

Для уравнения (19) было проведено большое число численных расчетов методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Оно показало, что протоны и нейтроны могут двигаться по периодическим орбитам только вокруг очень легких ядер. В то же время су-

существует широкий класс начальных условий для антипротонов, при которых становится возможным их периодическое движение вокруг средних и тяжелых ядер.

Для антипротонов численные расчеты их периодических орбит вокруг средних и тяжелых ядер проводились при различных отвечающих им значениях параметров a, b, d и различных допустимых начальных значениях $U(0) = U_0$. При этом полагалось $U'(0) = 0$, что может быть обеспечено в рассматриваемых периодических орбитах выбором начала отсчета полярного угла. Необходимо отметить, что изучались только те варианты, при которых значения $U = r_\pi / r \leq 0,3$. Тогда антипротон может обращаться на безопасном расстоянии от некоторого среднего или тяжелого ядра, при котором не может произойти его аннигиляция с протоном этого ядра.

Ниже приведены графики периодических орбит антипротонов при трех значениях параметра U_0 из рассматриваемого диапазона $0 < U_0 \leq 0,3$. На них представлена зависимость безразмерного радиуса орбиты $r/r_\pi = 1/U$ от полярного угла θ .

1) Случай $U_0 = 0,1$.

На рис.1 изображен график, отражающий в данном случае зависимость радиальной координаты антипротона от полярного угла при $a = 0,2$, $b = 0,15$ и $d = 0,3$.

2) Случай $U_0 = 0,2$.

На рис.2 изображен график, отражающий зависимость радиальной координаты антипротона от полярного угла при $a = 1,3$, $b = 0,1$ и $d = 0,6$.

3) Случай $U_0 = 0,3$.

На рис.3 изображен график, отражающий зависимость радиальной координаты антипротона от полярного угла при $a = 0,5$, $b = 0,2$ и $d = 0,3$.

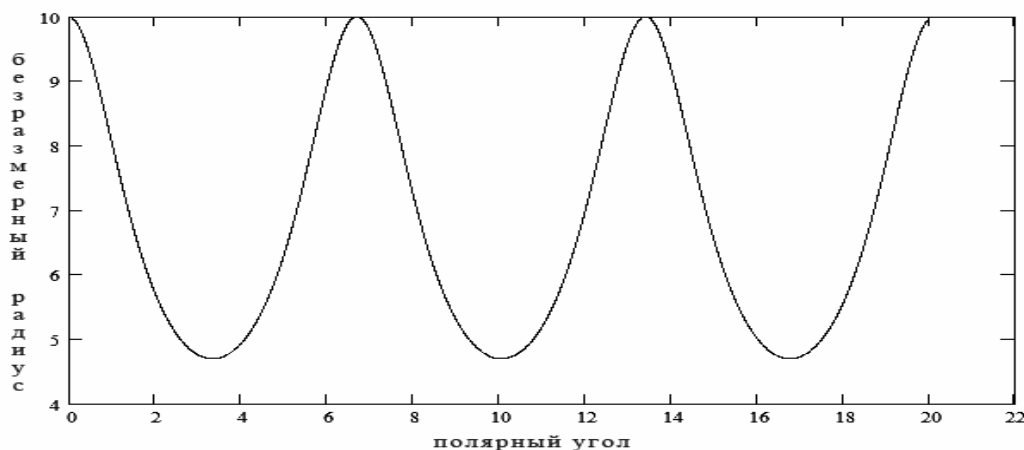


Рис.1. График радиальной координаты антипротона в зависимости от полярного угла для случая 1

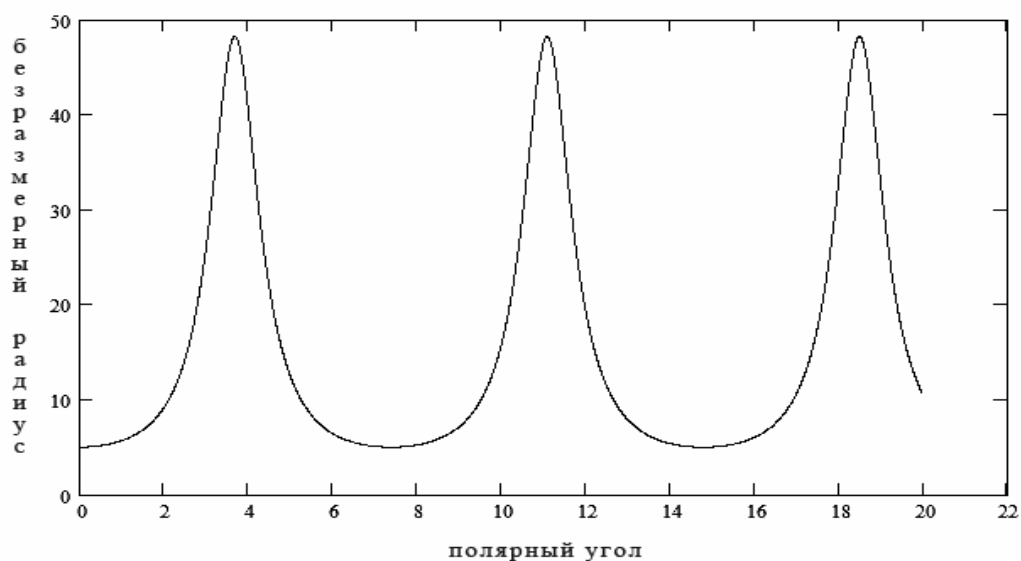


Рис.2. График радиальной координаты антипротона в зависимости от полярного угла для случая 2

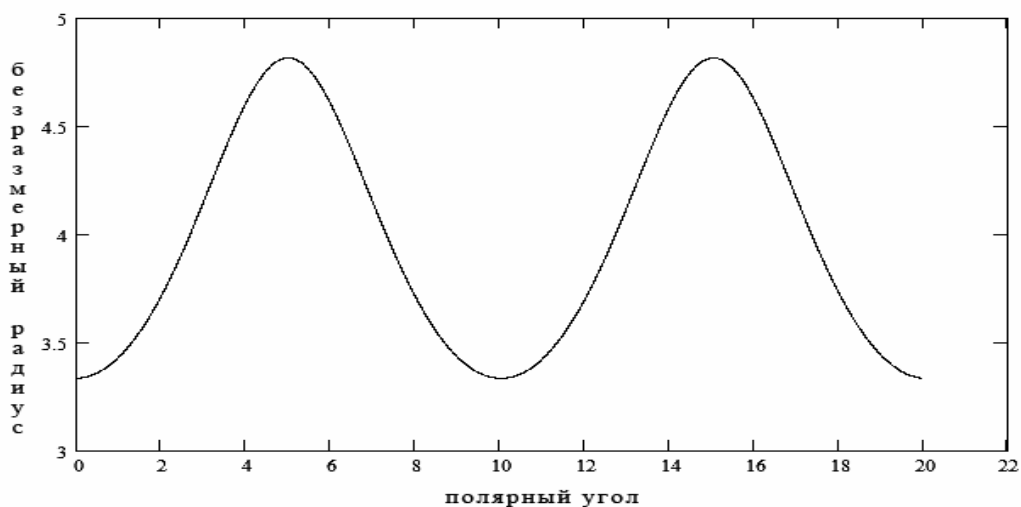


Рис.3. График радиальной координаты антипротона в зависимости от полярного угла для случая 3

В приведенных ниже таблицах указываются диапазоны значений параметра a при различных значениях параметров b и d , при которых возникают периодические орбиты антипротонов для каждого из вышеупомянутых трех случаев.

Диапазоны значений параметра a для случая 1

Таблица 1

b	$d=0,1$	$d=0,3$	$d=0,5$	$d=0,7$	$d=0,9$
0,045	0,0003 - 0,002	0,0007 - 0,006	0,0011 - 0,010	0,0016 - 0,014	0,0020 - 0,018
	0,0003 - 0,002	0,0007 - 0,007	0,0020 - 0,013	0,0020 - 0,018	0,0020 - 0,021
0,046	88,11 - 108,12	88,11 - 108,12	88,11 - 108,12	88,11 - 108,11	88,11 - 108,11
	0,0003 - 0,003	0,0008 - 0,011	0,002 - 0,018	0,0020 - 0,025	0,0020 - 0,029
0,047	66,08 - 106,12	66,08 - 106,12	66,08 - 106,12	66,08 - 106,11	66,08 - 106,11
	0,0003 - 0,012	0,0008 - 0,036	0,002 - 0,060	0,0020 - 0,084	0,003 - 0,096
0,049	22,02 - 102,12	22,02 - 102,12	22,02 - 102,12	22,02 - 102,11	22,02 - 102,11
0,050	0,0003 - 100,1	0,0009 - 100,1	0,0014 - 100,1	0,0019 - 100,1	0,0022 - 100,1
0,060	0,0005 - 80,09	0,0013 - 80,09	0,0021 - 80,09	0,0029 - 80,09	0,0033 - 80,09
0,070	0,0006 - 60,07	0,0018 - 60,07	0,0029 - 60,07	0,0041 - 60,07	0,0047 - 60,07
0,080	0,0008 - 40,04	0,0024 - 40,04	0,0040 - 40,04	0,0056 - 40,04	0,0064 - 40,04
0,090	0,0011 - 20,10	0,0033 - 20,10	0,0054 - 20,10	0,0076 - 20,10	0,0086 - 20,10
0,100	0,0015 - 8,30	0,0043 - 8,30	0,0072 - 8,30	0,010 - 8,30	0,012 - 8,30
0,110	0,0019 - 4,02	0,0057 - 4,02	0,0095 - 3,90	0,014 - 3,90	0,015 - 3,90
0,130	0,0033 - 1,53	0,010 - 1,52	0,017 - 1,50	0,024 - 1,50	0,026 - 1,50
0,150	0,0060 - 0,93	0,018 - 0,92	0,030 - 0,90	0,043 - 0,90	0,049 - 0,90
0,160	0,0085 - 0,74	0,026 - 0,73	0,050 - 0,70	0,063 - 0,70	0,069 - 0,70
0,180	0,022 - 0,35	0,075 - 0,30	0,150 - 0,30	-	-
0,190	0,080 - 0,12	0,120 - 0,122	-	-	-

Таблица 2

Диапазоны значений параметра a для случая 2

b	$d=0,1$	$d=0,3$	$d=0,5$	$d=0,7$	$d=0,9$
0,090	0,001 - 0,008	0,0029 - 0,024	0,0048 - 0,042	0,0066 - 0,06	0,0085 - 0,079
	0,001 - 0,009	0,003 - 0,028	0,0050 - 0,048	0,007 - 0,069	0,009 - 0,09
0,091	1,330 - 2,690	1,33 - 2,69	1,33 - 2,68	1,33 - 2,68	1,33 - 2,67
	0,002 - 0,015	0,004 - 0,047	0,006 - 0,083	0,008 - 0,12	0,01 - 0,17
0,094	0,880 - 2,610	0,88 - 2,61	0,79 - 2,60	0,74 - 2,59	0,74 - 2,58
	0,002 - 0,061	0,004 - 2,51	0,006 - 2,50	0,0090 - 2,49	0,020 - 2,48
0,098	0,240 - 2,52	-	-	-	-
0,100	0,002 - 2,47	0,004 - 2,46	0,006 - 2,46	0,0085 - 2,45	0,011 - 2,45
0,120	0,002 - 1,97	0,006 - 1,96	0,0095 - 1,96	0,0135 - 1,95	0,0173 - 1,94
0,140	0,003 - 1,47	0,009 - 1,46	0,0147 - 1,45	0,021 - 1,44	0,027 - 1,43
0,160	0,005 - 1,00	0,014 - 0,99	0,023 - 0,97	0,032 - 0,96	0,042 - 0,95
0,180	0,007 - 0,74	0,021 - 0,72	0,037 - 0,72	0,052 - 0,70	0,068 - 0,68
0,200	0,012 - 0,50	0,037 - 0,50	0,070 - 0,47	0,099 - 0,43	0,140 - 0,39
0,220	0,025 - 0,30	0,090 - 0,23	-	-	-
0,230	0,040 - 0,15	-	-	-	-

Таблица 3

Диапазоны значений параметра a для случая 3

b	$d=0,1$	$d=0,3$	$d=0,5$	$d=0,7$	$d=0,9$
0,08	0,0007 - 0,001	0,0021 - 0,0041	0,0035 - 0,007	0,005 - 0,0099	0,006 - 0,012
0,10	0,0012 - 0,003	0,0035 - 0,0092	0,0058 - 0,015	0,0081 - 0,022	0,011 - 0,029
0,12	0,0018 - 0,007	0,0053 - 0,022	0,0090 - 0,04	0,013 - 0,058	0,017 - 0,079
0,13	0,0021 - 0,013	0,0064 - 0,043	0,011 - 0,081	0,016 - 0,13	0,020 - 1,00
0,14	0,0026 - 1,03	0,0077 - 1,02	0,013 - 1,01	0,019 - 0,99	0,024 - 0,98
0,16	0,0037 - 0,89	0,012 - 0,88	0,019 - 0,87	0,027 - 0,86	0,035 - 0,84
0,18	0,0052 - 0,76	0,016 - 0,74	0,027 - 0,73	0,039 - 0,71	0,052 - 0,69
0,20	0,0080 - 0,63	0,023 - 0,61	0,040 - 0,59	0,059 - 0,56	0,079 - 0,53
0,22	0,011 - 0,50	0,035 - 0,47	0,063 - 0,43	0,097 - 0,39	0,15 - 0,34
0,24	0,017 - 0,36	0,059 - 0,31	0,150 - 0,23	-	-
0,26	0,032 - 0,22	-	-	-	-

Из полученных результатов вытекает вывод о возможности существования массивных квази ядер, содержащих наряду с протонами и нейтронами также антипротоны. Такие квази ядра могут быть получены путем облучения средних и тяжелых ядер атомов антипротонами, энергия которых соответствует диапазону параметра a .

ЛИТЕРАТУРА

1. *Наумов, А.И.* Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Просвещение, 1984
2. *Ericson, T., Weise W.* Pions and Nuclei. – Oxford : Clarendon Press, 1988.
3. *Rabinowitch A.S.* International Journal of Theoretical Physics, Vol. 33, No 10, 1994, p. 2049-2056.
4. *Rabinowitch, A.S.* International Journal of Theoretical Physics, Vol. 36, No 2, 1997, p. 533-544.
5. *Rabinowitch, A.S.* Nonlinear Physical Fields and Anomalous Phenomena, New York, Nova Science Publishers, 2009.

PERIODIC ORBITS OF THE RELATIVISTIC ANTIPROTON IN A NONLINEAR NUCLEAR FIELD

A.S. Rabinowitch, M.A. Kramskoy

*Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Science
20, Stromynka, Moscow, 107966, Russia*

Abstract. In the paper orbital movements of a relativistic nucleon and antinucleon in the nonlinear field of a massive nucleus are studied. The problem is reduced to a system of nonlinear differential equations of the second order with respect to the radial coordinate and polar angle of the particle. Numerical computations for this system of equations are carried out. It is shown that periodic orbits can occur in the case of movements of antiprotons about nuclei. Conditions of their existence in the relativistic case are investigated.

Key words: nuclear field, Yukawa's potential, nucleons, antiprotons, periodic orbits.

УДК 537.533.9:537.226.4

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ