

УДК.533.72.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭВОЛЮЦИИ ГАЗОПОДОБНОГО ОБЛАКА В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А.Н. Голов

Московский государственный областной университет
105005, Москва, ул. Радио, 10а

Аннотация. Исходя из уравнения Лиувилля – Гиббса получены статистические функции распределения системы дисперсных частиц в периодическом поле. Дано кинетическое описание эволюции системы для частного случая. Выявлены основные закономерности эволюции системы и их зависимость от параметров задачи.

Ключевые слова: Слова дисперсная система, периодическое поле, кинетика эволюции.

1. Постановка задачи.

Целью данной работы является выяснение и теоретическое описание закономерностей, управляющих эволюцией системы большого числа частиц N в периодическом внешнем поле в вакууме. Этим подход, изложенный, в частности, в [1 – 4], распространяется на случай переменных полей. В исходных положениях предлагаемая теория применима как к частицам атомарного масштаба, так и к дисперсным частицам, достаточно многочисленным и мелким, чтобы имели значение хаотичность их движения и статистические закономерности. Мы называем систему газоподобной, когда частицы предполагаются не взаимодействующими иначе, как через упругие столкновения. Это приближение приемлемо и тогда, когда между частицами действуют короткодействующие силы, но система достаточно разрежена. Мы примем, что объем системы V весьма велик, и геометрические ограничения на движение частиц несущественны. Практически это приемлемо, когда концентрация частиц достаточно быстро убывает к границе системы. Тогда можно пренебречь и собственным объемом частиц $NV_0 \ll V$ (V_0 – объем одной частицы). Далее, распространяя интегралы по фазовым переменным на неограниченные области, предполагаем, что численная ошибка будет мала, когда подинтегральная функция достаточно быстро убывает к границам области интегрирования. Частицы полагаем нелетучими, бесструктурными, считая, что их внутренние степени свободы не возбуждаются. Примерами подобной модели являются: облако дипольных дисперсных частиц в неоднородном переменном электрическом поле, свободный газ в акустическом поле и др. Пусть на все однородные частицы действуют периодические силы, имеющие вид:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{A} \cdot \sin(\omega t) . \quad (1)$$

Добавление постоянной начальной фазы в (1) не имеет принципиального значения. Далее рассмотрим тот случай, когда амплитуда силы не зависит от координат (например, действующее на дипольные частицы электрическое поле с постоянным градиентом). Мы также будем рассматривать такие пространственные и временные масштабы,

в которых неоднородностью поля можно пренебречь. Диссипацией энергии вследствие излучения частиц также пренебрегаем. Пусть $\mathbf{f}_i = \mathbf{f}$ не зависит от номера частицы i . Выберем лабораторную систему отсчёта с началом в центре масс при $t = 0$. Систему координат выберем, направив OZ вдоль действующей силы \mathbf{f} , которая при таком выборе имеет только z -компоненту. Задача, очевидно, существенно нестационарная.

Для отыскания N -частичной функции распределения системы будем исходить из нестационарного уравнения Лиувилля – Гиббса (УЛГ) в форме Пригожина [5]:

$$\partial F_N / \partial t + \hat{L} F_N = 0, \quad (2)$$

где стационарный лиувиллиан в классическом варианте:

$$\hat{L} = \dot{q}_i \frac{\partial}{\partial q_i} + \ddot{q}_i \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} = \frac{p_i}{m} \frac{\partial}{\partial q_i} + \dot{p}_i \frac{\partial}{\partial p_i}$$

(подразумевается сумма по повторяющимся индексам i , как в тензорном анализе) и:

$$\dot{p}_i = f_i \quad (3)$$

для всех z -компонент. По OX и OY силы не действуют, и в плоскости XY имеем свободное расширение, для которого случая функция распределения известна ([5, 6] и др.). Новые закономерности получим для зависимости функции распределения от переменных $\{q_{i3}, p_{i3}\}$ ($q_{i3} = q_{iz}, p_{i3} = p_{iz}$). Предполагая статистическую независимость фазовых переменных, будем искать решение (2) в виде:

$$F_N(\{q_i, p_i\}) = F_{XY}(\{q_{i1}, p_{i1}, q_{i2}, p_{i2}\}) \cdot F_Z(\{q_{i3}, p_{i3}\}), \quad (4)$$

где индексы 1, 2 означают xy -компоненты, 3 – z -компоненты, причём $F_{XY}(\{q_{i1}, p_{i1}, q_{i2}, p_{i2}\})$ известно. Тогда для F_Z имеем уравнение того же вида (2), но с лиувиллианом, содержащим сумму по номерам частиц ($i = 1, \dots, N$).

2. Общий вид функции распределения и её нормировка.

Для решения данного уравнения воспользуемся методом интегралов однородного лиувиллиана (интолов), изложенным в [1]. Для данного случая таковыми интолами являются следующие выражения:

$$I_{1k} = p_k - \frac{A}{\omega} \cdot (1 - \cos(\omega t)); \quad (5)$$

$$I_{2k} = q_k - \frac{p_k t}{m} - \frac{A}{m\omega^2} \cdot [\omega t \cdot \cos(\omega t) - \sin(\omega t)]. \quad (6)$$

Интолы (5) и (6) удовлетворяют нестационарному УЛГ вида (2), как и любой функционал интолов. Учитывая требования инвариантности решения, соответствующие

свойствам исходного уравнения и симметрии задачи, а также соображения простоты, ищем решение (2) в виде функционала квадратичной формы интолов:

$$H_t = a \cdot I_{1k} \cdot I_{1k} + b \cdot I_{2k} \cdot I_{2k} - c \cdot I_{1k} \cdot I_{2k} \equiv \sum_{k=1}^N H_k, \quad (7)$$

где a, b, c – константы задачи, определяемые из дополнительных соображений. Возможно включение в (7) линейных по интолам членов, но это не принципиально, и приводит только к сдвигу нуля отсчёта на константу и переходу в движущуюся ИСО. В классе квазиигббсовых решений нормированной функцией $F_Z(H_t(\{q_{i3}, p_{i3}\}))$ удовлетворяющей уравнению вида (2) является

$$F_Z(H_t(\{q_{i3}, p_{i3}\})) = \frac{1}{Z_3^N} \cdot \exp(-H_t), \quad (8)$$

где статистический интеграл $Z = Z_3^N$ не зависит от фазовых переменных, но в общем случае может зависеть от макропараметров и времени. Из условия нормировки, имеем:

$$Z_3 = \int_{\Omega} \exp(-H_k) \cdot dp_{3k} dq_{3k}, \quad (9)$$

где интеграл берётся по заданной области Ω на фазовой плоскости p_3, q_3 . Показатель экспоненты в (9) для принятой квадратичной формы (7) приводится к виду:

$$H_k = k_1 p_{k3}^2 + k_2 p_{k3} + k_3 p_{k3} q_{k3} + k_4 q_{k3} + k_5 q_{k3}^2 + k_6. \quad (10)$$

Здесь (и далее):

$$k_1 = a + ct / am + bt^2 / am^2;$$

$$k_2 = \frac{A \cdot \cos(\omega t)}{m^2 \omega} 2bt^2 - \frac{A \cdot \{cm\omega \cdot [1 - 2\cos(\omega t)] + 2b \cdot \sin(\omega t)\}}{m^2 \omega^2} t - \frac{A \cdot \{2am\omega \cdot [1 - \cos(\omega t)] + c \cdot \sin(\omega t)\}}{m\omega^2};$$

$$k_3 = -(c + 2bt / m);$$

$$k_4 = -\frac{A \cdot \cos(\omega t)}{m\omega} 2bt + \frac{A \cdot \{cm\omega \cdot [1 - \cos(\omega t)] + 2b \cdot \sin(\omega t)\}}{m\omega^2};$$

$$k_5 = b;$$

$$k_6 = \frac{A^2 \cdot \cos^2(\omega t)}{m^2 \omega^2} bt^2 - \frac{A^2 \cdot \cos(\omega t) \cdot \{cm\omega \cdot [1 - \cos(\omega t)] + 2b \cdot \sin(\omega t)\}}{m^2 \omega^3} t - \frac{A^2 \cdot \cos(\omega t) \cdot \{am\omega \cdot [2 - \cos(\omega t)] + c \cdot \sin(\omega t)\}}{m\omega^3} + \frac{A^2 \cdot \sin(\omega t) \cdot (cm\omega + b \cdot \sin(\omega t))}{m^2 \omega^4} + \frac{A^2 a}{\omega^2}$$

Используя (10) и (11) и выполнив интегрирование в (9), находим:

$$Z_3 = \frac{2\pi}{\sqrt{4ab - c^2}}. \quad (12)$$

Эта формула имеет тот же вид, что и для случая свободного расширения, рассмотренного в [6, 7], и даёт то же значение, если мы принимаем константы a , b , c в (7) одними и теми же для всех k . Отметим, что здесь мы, как обычно, интегрировали по фазовым переменным в бесконечных пределах и не рассматривали пространственных ограничений, а также ограничений на значения импульса, вызванных релятивистскими или иными соображениями. В случае наличия таких ограничений выражение Z иное, чем выше, и может зависеть от времени. Различные варианты статистических распределений с ограниченными спектрами значений фазовых переменных приведены в [8]. Таким образом, нормированная функция (8) определена после подстановки выражений (11) и (12); тогда определена и полная функция распределения (4) (подробная формула не приводится ввиду её громоздкости). Заметим, что выполняется предельный переход найденного распределения к функции для случая свободного расширения при $A \rightarrow 0$.

3. Частные распределения, наивероятнейшие и средние значения.

Поскольку эволюция системы в плоскости XU известна ([1, 2] и др.), здесь подробно рассмотрим только её движение и соответствующие распределения по OZ , причём для газоподобной системы достаточно рассмотреть 1-частичные распределения вида (8):

$$F_1(q_3, p_3) = \frac{1}{Z_3} \cdot \exp\left[-(k_1 p_3^2 + k_2 p_3 + k_3 p_3 q_3 + k_4 q_3 + k_5 q_3^2 + k_6)\right], \quad (13)$$

(далее индекс 3 опускаем). Частные распределения по импульсам и координатам найдём интегрированием (13) (с найденным Z_3) по сопряжённой фазовой переменной. Для неограниченных значений q получим, произведя подстановки (11), следующее нестационарное распределение по импульсу:

$$F(p) = \sqrt{aw / \pi} \cdot \exp\left[-aw \cdot (p - p_m^2)\right], \quad (14)$$

где обозначено $w = 1 - c^2 / (4ab)$, и наивероятнейший импульс:

$$p_m = (A / \omega) \cdot [1 - \cos(\omega t)]. \quad (15)$$

Итак, имеем распределение максвелловского типа с постоянной дисперсией и периодически движущимся центром, причём $p_m \geq 0$. Очевидно, что среднее значение $\langle p \rangle = p_m$. Среднее значение кинетической энергии на 1 частицу (для движения по OZ):

$$\left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle = \frac{1}{4amw} + \frac{A^2}{2m\omega^2} \cdot [1 - \cos(\omega t)]^2. \quad (16)$$

Второй член справа в (16) выражается через квадрат среднего импульса (15) и всегда ≥ 0 . При отсутствии внешней силы этот член аннулируется, что позволяет интерпретировать 1-й член, определяющий дисперсию распределения, как среднюю энергию хаотического теплового движения, так что можем приравнять:

$$\frac{1}{2amw} = \theta, \quad (17)$$

что даёт условие для определения константы a . Зависимость распределения (14) от времени для разных p показана на рис.1.

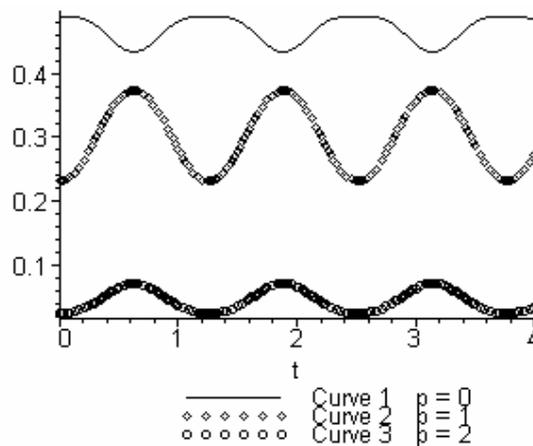


Рис.1. Зависимость нестационарного распределения по импульсу (14) от времени для $p=0, 1, 2$ (При построении принято: $A=1, L=3, m=1, \omega=5, a=1, b=1/(3 \cdot L^2), c=1/3 \cdot 3^{1/2}/L, w=3/4$)

Распределение по координатам найдём интегрированием (13) по импульсу.

$$F(q) = \sqrt{\frac{bw}{\pi u}} \cdot \exp\left[-\frac{bw \cdot (q - q_m)^2}{u}\right]. \quad (18)$$

Здесь функция времени

$$u = 1 + ct / am + bt^2 / am^2, \quad (19)$$

и наивероятнейшая координата

$$q_m = \left(A / m\omega^2\right) \cdot [\omega t - \sin(\omega t)]. \quad (20)$$

Из (20) видно, что максимум распределения движется по сложному закону, описывающему дрейф со скоростью $v_m = A / m\omega$ и периодическое смещение с амплитудой $A / m\omega^2$. Дисперсия распределения зависит от времени пропорционально функции (19):

$$\langle q^2 \rangle - \langle q \rangle^2 = u / (2bw) , \quad (21)$$

То есть, распределение со временем «расплывается», причём это расплывание не зависит от действия поля.

4. Кинетическое описание. Начальное и текущее состояния.

Зная функцию распределения (13) и используя известную процедуру введения кинетических операторов ([9] и др.) перейдём к описанию системы частиц в представлении квазинепрерывной среды. Найдём эффективную плотность облака дисперсных частиц:

$$\rho = Nm \cdot f(x, y) \cdot \sqrt{\frac{bw}{\pi u}} \cdot \exp\left[-\frac{bw \cdot (z - z_m)^2}{u}\right]. \quad (22)$$

Здесь $f(x, y)$ – известная функция, описывающая свободное расширение в плоскости XY, которая может быть получена из выражения, аналогичного (18), с предельным переходом $A \rightarrow 0$, и обозначено $q \rightarrow z$, $q_m \rightarrow z_m$.

$$f(x, y) = \frac{bw}{\pi u} \cdot \exp\left[-\frac{bw \cdot (x^2 + y^2)}{u}\right]. \quad (23)$$

Плотность потока дисперсных частиц:

$$j_z = -N \cdot f(x, y) \cdot \frac{\sqrt{bw} \cdot (k_2 + k_3 z) \cdot \exp\left[-bw \cdot (z - z_m)^2 / u\right]}{2au \cdot \sqrt{\pi u}}. \quad (24)$$

Плотность кинетической энергии движения облака дисперсных частиц по OZ:

$$\rho_E = \left[1 + \frac{(k_2 + k_3 z)^2}{2au}\right] \cdot \frac{\rho}{4aum^2}. \quad (25)$$

Плотность (22) нормирована на полную массу. Интегральное выражение кинетической энергии движения облака по OZ, находимое из (25):

$$E = N \left(\frac{1}{4amw} + \frac{p_m^2}{2m} \right), \quad (26)$$

складывается из энергии хаотического движения и энергии периодического движения.

Ниже рассмотрен пример, когда дисперсные частицы начально распределены в виде плоского широкого облака толщиной $2L$ и достаточно большой ширины S , чтобы можно было пренебречь краевыми эффектами в плоскости XY . Далее система неограниченно расширяется в вакууме, находясь под действием периодического внешнего поля. При этом распределение вида (13) рассматривается как совместное распределение в расширенном фазовом пространстве [10 – 12], где производится замена $dq \rightarrow dq_0 \cdot dq_t$ ($q=q_0+q_t$), и подлежит дополнительной нормировке, сводимой к делению на $2LS$.

Из выражений (22), (24) и (25) находим выражения соответствующих величин в начальном и текущем состоянии (ниже обозначено $q_3 \equiv z$, $q_m \equiv z_m$, $q_t \equiv z_t$).

$$\langle \rho | = Nm / 2LS ; \quad (27)$$

$$|\rho\rangle = \frac{Nm}{4LS} \cdot \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{bw}{u} \cdot (L+z_t-z_m) \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{bw}{u} \cdot (L-z_t+z_m) \right] \right\} \cdot f(x_t, y_t) , \quad (28)$$

где z_m см. (20), $f(x_t, y_t)$ – безразмерная функция, известная из решения задачи о свободном расширении системы, $\operatorname{erf}(x)$ – интеграл вероятностей. Интеграл от (28) по объёму равен полной массе дисперсной фазы. Плотность потока массы в начальном состоянии (при $t=0$) равна нулю. Но существуют ненулевые значения плотности потока в данном направлении, которые могут быть использованы при наложении граничных условий. Плотность потока массы в текущем состоянии приводится к сумме конвективного и неконвективного потоков:

$$|j_z\rangle = |\rho\rangle \cdot v_{mz} + \frac{k_3}{4abwm} \cdot \frac{\partial |\rho\rangle}{\partial z_t} , \quad (29)$$

где z -компонента градиента находится из (28), а массовая скорость конвективного потока дисперсной фазы, представляемой квазинепрерывной средой (см. (15)):

$$v_{mz} = A \cdot [1 - \cos(\omega t)] / (m\omega) . \quad (30)$$

Структура формулы (29) позволяет ввести эффективную массовую скорость, выражаемую сложной функцией координат и времени, которая будет содержать периодическую и дрейфовую составляющие. Начальная плотность кинетической энергии движения дисперсной фазы по OZ :

$$\langle \rho_E | = \langle \rho | / (4am^2w) , \quad (31)$$

то есть, сводится к энергии хаотического движения. Текущая плотность этой энергии:

$$|\rho_E\rangle = \left(\frac{mv_{mz}^2}{2} + \frac{1}{4amw} \right) \cdot \left| \frac{\rho}{m} \right\rangle - \frac{k_3 \cdot N}{32a^2mLSu^{3/2}\sqrt{\pi bw}} \cdot f(x_t, y_t) \cdot$$

$$\left\{ \left[4ap_{mz} + k_3 \cdot (z_m - z_t + L) \right] \cdot \exp \left[-\frac{bw(L + z_m - z_t)}{u} \right] - \left[4ap_{mz} + k_3 \cdot (z_m - z_t - L) \right] \cdot \exp \left[-\frac{bw(L - z_m + z_t)}{u} \right] \right\}. \quad (32)$$

Интегральное выражение начальной энергии, связанной с движением по OZ:

$$\langle E \rangle = N / (4amw), \quad (33)$$

где величина $\theta = 1/(2amw)$ играет роль модуля распределения (см. (14) и (17)). Интегральная энергия в текущем состоянии, полученная интегрированием (32) по бесконечному объёму, та же, что была получена выше (см. (26), также (15) и (16)). Но кинетическое рассмотрение позволяет найти распределение плотности энергии в пространстве и её зависимость от времени (32). Среднее за период значение энергии (26):

$$\langle E \rangle_T = N \cdot (1 / 4amw + 3A^2 / 4m\omega^2). \quad (34)$$

Отсюда видно, что энергия облака в поле периодических сил в среднем выше. Когда частицы облака и волновое поле составляют замкнутую систему, энергия поля в среднем уменьшается. В пределе отсутствия внешнего переменного поля ($A \rightarrow 0$) все полученные выше формулы переходят в аналогичные, полученные для такого случая в [12].

5. Графическое представление результатов и основные закономерности процесса.

Полученные выше формулы (28), (29) и (32) содержат сложные зависимости величин, описывающих эволюцию системы от z и t . Поведение этих величин также зависит от параметров A , L , S , m , ω . Константы задачи a , b , c (и выражаемая через них w) могут быть найдены из граничных условий и выражения (14). Но отыскание этих констант составляет отдельную объёмистую задачу и в данной статье не рассматривается. Для простоты можно принять $a=1$, $b=1$, $c=1$ (тогда $w=3/4$), что означает просто выбор специальной системы единиц. Но такой простой выбор приводит к ограничениям на значение возможной начальной толщины слоя. Чтобы избежать этого, мы сохраним выбор $a=1$, $w=3/4$, а остальные константы доопределим из дополнительных соображений.

Введём безразмерную плотность – функцию, полученную делением (26) на исходную плотность пластины. Зависимость этой функции от x_t , y_t далее игнорируем (она может быть исключена интегрированием по этим переменным). Эта безразмерная плотность:

$$|\tilde{\rho}\rangle = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{bw}{u} \cdot (L + z_t - z_m) \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{bw}{u} \cdot (L - z_t + z_m) \right] \right\}. \quad (35)$$

Интеграл от (35) по неограниченной области изменения z_t при любом t равен $2L$. Но этот результат физически неудобен, т. к., интегрируя безразмерную функцию, получаем размерную величину. Вводя безразмерную координату $\tilde{z} = (bw)^{1/2} z_t$ и интегрируя (35) по этой переменной, получим (при любом t) безразмерное выражение $2(bw)^{1/2}L$. Потребуем нормировки (35) на единицу. Тогда:

$$b = 1/4L^2w; \quad c = \sqrt{1-w} / L\sqrt{w}. \quad (36)$$

При таком выборе констант площади графиков (35) нормированы при любых L и t . Для лучшей выразительности графика далее мы используем приведённую плотность

$$|\bar{\rho}\rangle = |\tilde{\rho}\rangle / \text{erf}(1/2), \quad (37)$$

которая равна единице в начальный момент при $z_t = 0$. Зависимость приведённой плотности (37) от z и t представлена на рис. 2.

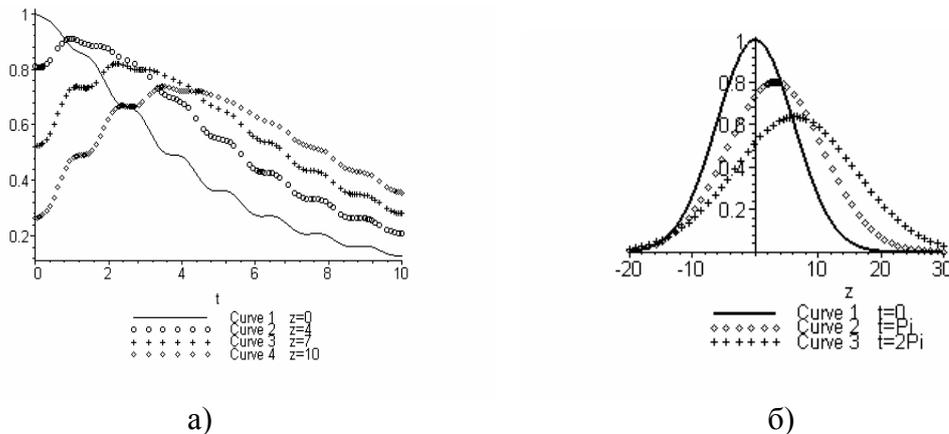


Рис. 2. Зависимость приведённой текущей плотности от времени при $z = 0, 4, 7, 10$ – (а), и профили приведённой текущей плотности в моменты $t = 0, \pi, 2\pi$ – (б), ($L=4, m=1, \omega=5, A=5$)

Анализ формулы (28) и соответствующих графиков выявляет следующие закономерности. Изменение плотности со временем в данной точке складывается из монотонного убывания её вследствие расширения системы и из периодического изменения под действием поля; при всех $z_t \geq L$ имеем прохождение максимумов плотности. Колебания плотности растут с амплитудой действующей силы и уменьшаются с увеличением её частоты. Увеличение частоты колебаний замедляет монотонное убывание плотности. Увеличение амплитуды колебаний ускоряет этот процесс. Профиль плотности облака монотонно расплывается со временем; максимум плотности, понижаясь, дрейфует в положительном направлении с периодическими временными замедлениями и остановками. Дисперсия плотности не зависит от периодической силы.

Для удобства анализа плотность потока (29) также поделим на исходную плотность пластины и исключим её зависимость от x_t, y_t . Константы задачи выберем, как выше. Приведение к начальному значению здесь невозможно, т. к.

$$|j_z\rangle(z=0, t=0) = 0.$$

Зависимость функции $|\tilde{j}_z\rangle(z,t)$, полученной из (29) указанным образом, от z и t представлена на рис. 3.

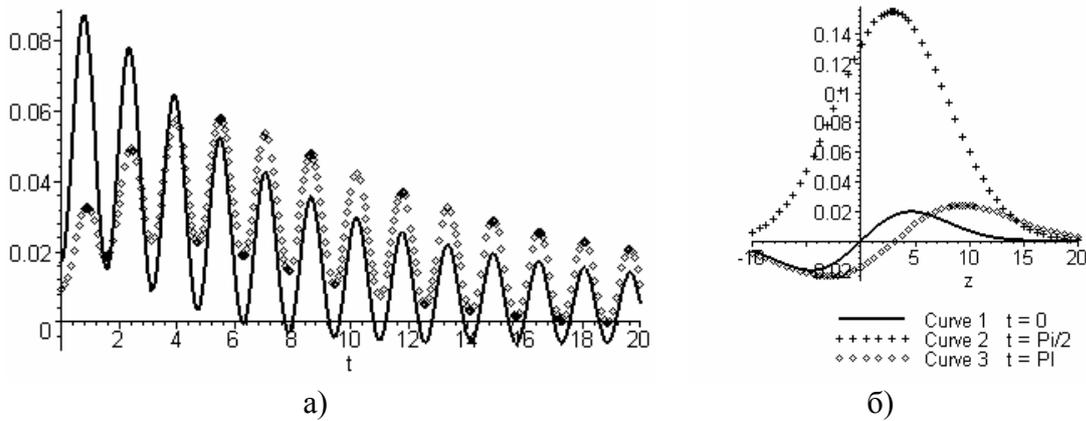


Рис.3. Зависимость текущей плотности потока от времени.
 Линия - $z=3$, пунктир - $z=9$ – (а).
 Профили текущей плотности потока в моменты $t = 0, \pi/2, \pi$ – (б)
 (принято: $A=2, L=3, \omega=4, m=1$)

Эти графики и общая формула (29) обнаруживают следующие закономерности. Изменение плотности потока со временем в данной точке складывается из аperiodического изменения, вследствие дрейфа и «расползания» массы, и из периодического изменения вследствие действия поля. Когда плотность потока знакопеременна, промежутки её положительных значений больше последующих промежутков отрицательных значений. Максимум профиля плотности потока дрейфует в положительном направлении с периодическими временными замедлениями и попятными движениями. Чередуются профили, соответствующие сосредоточенному движению вещества преимущественно в положительном направлении, и профили, показывающие его движение в разных направлениях в разных областях пространства. Увеличение частоты колебаний уменьшает амплитуду максимума плотности потока.

Для графического представления плотности энергии используем формулу (32), также поделив её на плотность пластины, исключив зависимость от x_i, y_i и подставив те же константы. Зависимость этой величины $|\tilde{\rho}_E\rangle(z,t)$ от z и t представлена на рис.4. Из приведённых графиков (и формулы (32)) видим, что плотность энергии – неотрицательная функция, изменение которой со временем также складывается из периодического и аperiodического изменения. Последнее немонотонно при $z>L$, так что функция проходит через абсолютный максимум при $t>0$. Профиль плотности энергии при $t=0$ симметричен; со временем профили с одним максимумом чередуются с «двугорбыми» профилями, причём максимум «одногогорбого» профиля дрейфует в положительном направлении. Увеличение частоты уменьшает амплитуду максимума плотности энергии.

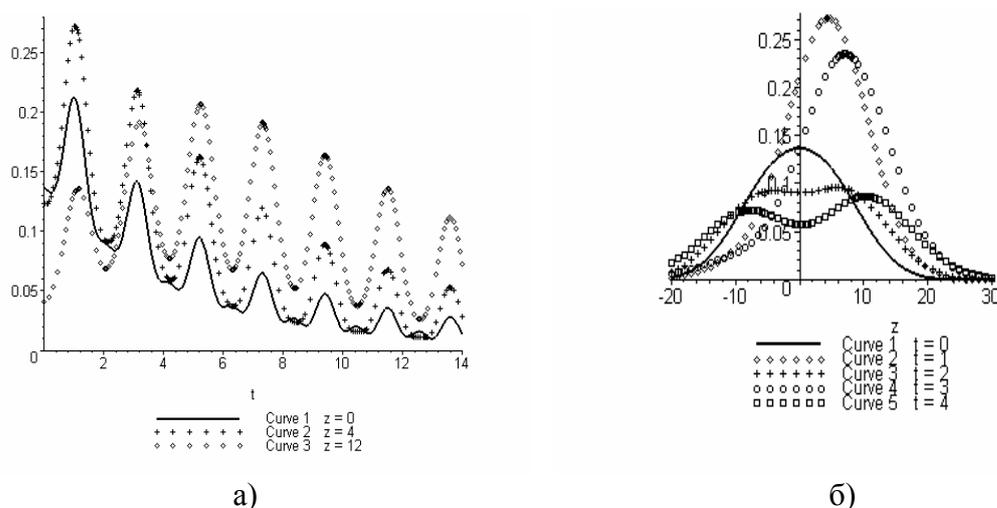


Рис. 4. Зависимость текущей плотности энергии от времени при $z = 0, 4, 12$ - (а)
 Профили плотности энергии в текущем состоянии при $t = 0, 1, 2, 3, 4$ - (б)
 (принято: $A=1, L=4, \omega=3, m=1$)

Приведённые результаты получены аналитически, и общие формулы являются строгими для данной модели. Их совокупность описывает локально и мгновенно пространственно-временную эволюцию системы. Численные методы могут быть привлечены уже для получения из этих формул практически нужных таблиц и графиков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яламов, Ю.И., Голов А.Н. Статистикомеханические методы в теории неравновесных молекулярных и дисперсных систем. ВИНТИ, №2423-В92, М., МПУ, 280 с. 1992.
2. Голов, А.Н., Харитонов А.П. Эволюция газоподобной системы многих дисперсных частиц в потенциальном поле. //Вестник МГОУ. Серия «Физика-математика», №3-4, с. 12 – 21, 2008.
3. Голов, А.Н., Харитонов А.П. Эволюция плоского газоподобного облака в потенциальном поле. ВИНТИ. № 621 – В2008, 21 с., М., МГОУ, 2008.
4. Голов, А.Н. Эволюция газодисперсного облака с вязкой газовой фазой в поле потенциальных сил. Вестник МГОУ. Серия «Физика-математика», №1, 2010, с. 17 – 27.
5. Пригожин, И. Неравновесная статистическая механика. М.: «Мир», 1964, 314 с.
6. Голов, А. Н., Константиновский А.В. Статистикомеханическое решение задачи о свободном расширении системы невзаимодействующих частиц.//«Современные проблемы физики аэродисперсных систем», с.95-108, ВИНТИ, №4900-В91, М., МПУ, 1991.
7. Голов, А.Н., Константиновский А.В. Статистическая газодинамика и термодинамика свободно расширяющейся неравновесной системы невзаимодействующих частиц, 24 с., ВИНТИ, №2424-В92, М., МПУ, 1992.

8. Яламов, Ю.И., Голов А.Н. Ограниченные распределения в статистической теории газодисперсных систем. ДАН, 2005, Т. 401, № 3, с. 333-336.
9. Гуров, К.П. Основания кинетической теории. М.: «Наука», 1966. 351 с.
10. Прохоров, Ю.В., Розанов Ю.А. // Теория вероятностей. М.: «Наука», 1973. 494 с.
11. Голов, А.Н. Нахождение полей плотности, образуемых диспергированием протяжённых тел в вакууме. ВИНТИ № 121 - В2002, М., МПУ, 7 с., 2002.
12. Яламов Ю.И., Голов А.Н. Эволюция облака, созданного быстрым распылением широкой пластины в вакууме. //Труды Центра фундаментальных научных исследований МГОУ, № 1, с. 15 – 26, М., МГОУ, 2005.

STATISTICAL THEORY OF THE EVOLUTION OF THE GAS-DISPERSED CLOUD IN THE PERIODICAL FIELD

A. Golov

*Moscow region state university
10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia*

Abstract. Statistical functions of distribution for the gas-like system of the dispersed particles in the periodical field were found from Liouville – Gibbs equation. The kinetic description of the evolution of the system for a special case was given. The main physical laws of the evolution of the system were revealed and their dependence from the task parameters was explored.

Key words: dispersed system periodical field, kinetic of the evolution

УДК: 539.1

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОРБИТЫ РЕЛЯТИВИСТСКОГО АНТИПРОТОНА В НЕЛИНЕЙНОМ ЯДЕРНОМ ПОЛЕ

А.С. Рабинович, М.А. Крамской

*Московский государственный университет приборостроения и информатики
107996, Москва, Стромынка, 20*

Аннотация. В статье исследуются орбитальные движения релятивистского нуклона и антинуклона в нелинейном поле массивного ядра. Данная задача приводится к системе нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиальной координаты и полярного угла частицы. Проводятся численные исследования этой системы уравнений. Показывается, что в случае движения вокруг ядер антипротонов могут возникать периодические орбиты. Исследуются условия их существования в релятивистском случае.

Ключевые слова: ядерное поле, потенциал Юкавы, нуклоны, антипротоны, периодические орбиты.