4. Физика: Учеб. для 11 кл. с углубл. изучением физики [Текст] / А.Т. Глазунов, О.Ф. Кабардин, А.Н. Малинин и др.; Под ред. А.А. Пинского, О.Ф. Кабардина. – М.: Просвещение, 2005. – 448 с.
5. *Эйнштейн, А*. Собрание научных трудов: в 4 томах [Текст] / А. Эйнштейн. М.: Наука, 1965. – 700 с.
6. *Логунов, А.А*. Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы [Текст] / А.А. Логунов. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
7. *Малинин, А.Н*. Методические вопросы теории относительности [Текст] / А.Н. Малинин. – Липецк: Изд-во ЛГПИ, 2000. – 267 с.
8. *Кун, Т*. Структура научных революций [Текст] / Т. Кун. – М.: Прогресс, 1977. – 300с.

CONCEPT OF INTRINSIC KINETIC ENERGY SYSTEM OF PARTICLES IN RELATIVISTIC MECHANICS

I. Gordeyev, A. Malinin

Lipetsk State Pedagogical University
398020, Lipetsk, Lenina, 42

Abstract. The article introduces the concept of intrinsic relativistic kinetic energy. Its fundamental significance in kinetics of nuclear reaction and the process of elementary particles collisions were shown. The necessity of introduction of this concept in teaching the basics of the theory of relativity in theoretical physics courses in both classical and pedagogical universities was methodically substantiated.

Key words: inherent kinetic energy, relativistic mechanics, Minkovski's world postulate, nuclear reaction, collision process of elementary particles.

УДК 37.016:51

ЗАДАЧА О ПОГОНЕ

М.В.Самоявчева, Л.И. Федоров

Государственный университет управления
109542, Москва, Рязанский пр., 99

Аннотация. На примере задачи о погоне проводится сравнение двух дополняющих друг друга подходов к изучению данной темы, направленных на повышение познавательной активности учащихся при изучении динамических систем: - с использованием дифференциальных уравнений и с применение имитационной модели. Графические иллюстрации выполнены в среде MathCad и NetLOGO.

Ключевые слова: задача о погоне, динамическая система, дифференциальные уравнения, имитационная модель.

Задача состоит в определении траектории, по которой движется догоняющий (хищник, пиратское судно, полицейский и т.п.), если преследуемый (жертва, торговое судно, нарушитель и пр.) движется по заданной кривой, причем направление движения догоняющего всегда направлено на преследуемого.

Пусть $P = (x, y)$ – точка на кривой, соответствующей траектории догоняющего, а Q = (ξ,η) –точка на траектории преследуемого, последняя пусть задана уравнением

$$f(\xi,\eta) = 0\,. \tag{1}$$

По условию задачи тангенс наклона касательной к кривой догоняющего

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\eta - y}{\xi - x}\quad. \tag{2}$$

Относительно соотношения скоростей предположим, что скорость по величине догоняющего в k раз больше преследуемого

$$\frac{ds}{dt} = k\frac{d\sigma}{dt}\ , \tag{3}$$

где ds и $d\sigma$ - элементы кривых соответственно догоняющего и преследователя.

Тогда имеем

$$dx^2 + dy^2 = k(d\xi^2 + d\eta^2)\ , \tag{4}$$

которое можно преобразовать к виду

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = k^2\left[\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2\right]\ . \tag{5}$$

Из соотношений (1) и (2), дифференцированием по x получим еще два уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = 0\ , \tag{6}$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}(\xi - x) + \frac{dy}{dx}\frac{d\xi}{dx} \ . \qquad (7)$$

Имея соотношения выражения для производных $\frac{d\xi}{dx}$ и $\frac{d\eta}{dx}$ как функции от x, y, первой и второй производной y по x, используя (5), получим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка для определения траектории догоняющего.

В качестве примера рассмотрим случай, когда преследуемый движется по прямой с постоянной скоростью. Для определенности будем полагать, что прямая направлена вертикально и задается уравнением $\xi = a$. Соответственно составляющая скорости по горизонтальной оси равна нулю:

$$\frac{d\xi}{dx} = 0 \ .$$

Из уравнения (7) получим:

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{d^2 y}{dx^2}(\xi - x) \ , \qquad (8)$$

а когда подставим в (5), то получим:

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = k^2 \left[\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2\right](\xi - x)^2 \ . \qquad (9)$$

Обозначим $p = \frac{dy}{dx}$. Тогда уравнение (9) можно переписать в виде

$$\frac{kdp}{\sqrt{1 + p^2}} = \frac{dx}{a - x} \ . \qquad (10)$$

Интегрирование (10) дает:

$$k * arsh(p) = -\ln(a - x) \ , \qquad (11)$$

или, что то же:

$$k * \ln(p + \sqrt{p^2 + 1}) = -\ln(a - x) + C \ , \qquad (12)$$

где C – произвольная постоянная.

Избавляемся от логарифмов и получаем

$$p+\sqrt{1+p^2}=\frac{C}{(a-x)^{\frac{1}{k}}} . \tag{13}$$

Решение относительно p дает:

$$p=\frac{1}{2}\left(\frac{C}{(a-x)^{1/k}}-\frac{(a-x)^{1/k}}{C}\right) . \tag{14}$$

Следующим шагом является решение дифференциального уравнения:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2}\left(\frac{C}{(a-x)^{1/k}}-\frac{(a-x)^{1/k}}{C}\right) . \tag{15}$$

Интегрирование дает для $y(x)$ выражение:

$$y(x)=\frac{1}{2}\left[\frac{k(a-x)^{1+1/k}}{c(k+1)}+\frac{ck(a-x)^{1-1/k}}{(1-k)}\right]+c' , \tag{16}$$

где c' – произвольная постоянная (вторая) и $k \neq 1$.

Догоняющий начинает движение в начале координат (выбор системы координат) и его скорость направлена на преследуемого, значит производная dy/dx также равна нулю.

Из этих начальных условий определяем значения обеих произвольных постоянных.

$$c=a^{1/k} , \qquad c'=\frac{ka}{k^2-1} . \tag{17}$$

Окончательно получаем для нашего примера

$$y(x)=\frac{1}{2}\left[\frac{k(a-x)^{1+1/k}}{a^{1/k}(k+1)}+\frac{a^{1/k}k(a-x)^{1-1/k}}{(1-k)}\right]+\frac{ka}{k^2-1} . \tag{18}$$

Выражение внутри скобок можно несколько видоизменить, приведя слагаемые к общему знаменателю и вынося за скобки общий множитель:

$$y(x)=\frac{ka}{2(k^2-1)}\left[(k-1)\left(1-\frac{x}{a}\right)^{1+1/k}-(k+1)\left(1-\frac{x}{a}\right)^{1-1/k}\right]+\frac{ka}{k^2-1} . \tag{19}$$

Полученная кривая представлена на рис.1 соответствует k=6/5.

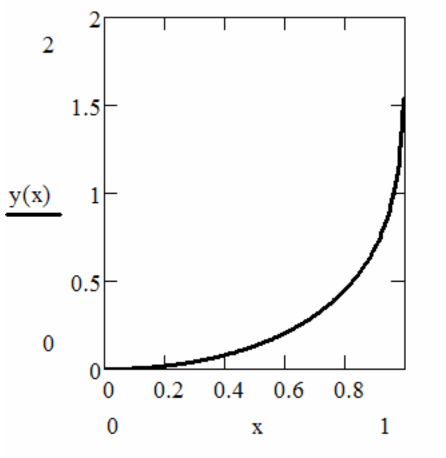

Рис.1. Траектория движения догоняющего

Интегрирование (15) при k = 1 дает

$$y(x) = \frac{ka}{2(k^2-1)}\left[(k-1)\left(1-\frac{x}{a}\right)^{1+1/k} - (k+1)\left(1-\frac{x}{a}\right)^{1-1/k}\right] + \frac{ka}{k^2-1}\ . \qquad (20\_$$

При k > 1 догоняющий настигнет преследуемого. Значение координаты x, очевидно, будет равно a, значение координаты y , при котором произойдет «долгожданная» встреча из (19) получается равной:

$$\frac{ka}{k^2-1}\ . \qquad (21)$$

При k = 3/2, 2, 3 координата точки перехвата равна соответственно 6a/5, 2a/3, 3a/8.

В более общем случае задача имеет очевидные сложности как при попытках численного решения, и тем более при попытках аналитического решения [1].

В связи с этим представляет интерес, как с прикладной, так и с дидактической стороны использование системы агентного моделирования на базе системы NetLOGO [2].

В среде NetLOGO преследователь и преследуемый изображаются элементарными объектами среды – агентами. В данной среде реализованы операции перемещения, в том числе и действие **movoto**, для задания движения в сторону другого объекта. Применение данного оператора фактически исключает необходимость численного дифференцирования.

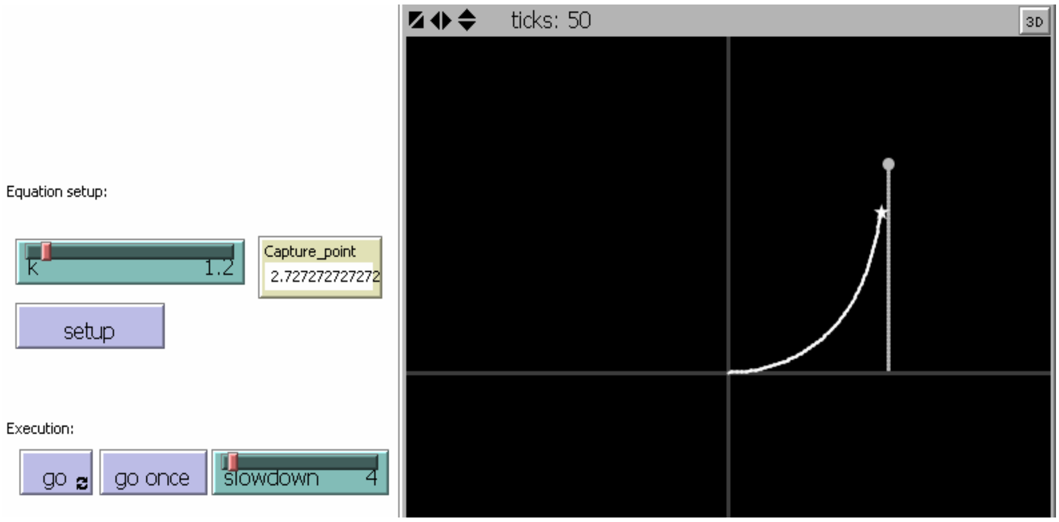

Рис. 2. Траектория преследования в задаче о погоне

Простота программирования, удобные средства визуализации и наличие управляющих элементов делает среду NetLOGO эффективным инструментом при изучении динамических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Понтрягин, Л.* Оптимизация и дифференциальные игры. «Вестник АН СССР», 1978, № 7, с. 10–17.
2. http://ccl.northwestern.edu/netlogo/

PURSUIT PROBLEM

M. Samoyavcheva, L. Fedorov

State University of Management
99, Ryzanskiy Prospekt, Moscow, 109542, Russia

Abstract: In the article for the problem of pursuit a comparison made of two approaches to the study of this topic, aimed at improving the cognitive activity of students in the study of dynamical systems: first with using differential equations and second with the use of a simulation model. Graphic illustrations are made in the environment MathCad and NetLOGO.

Key words: problem of pursuit, dynamical systems, differential equations, simulation model.

УДК 37.016:51

КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЗАДАЧ