

УДК 538.975

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-39-57

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ Н-ВОЛНЫ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ НАНОСЛОЕМ, РАСПОЛОЖЕННЫМ МЕЖДУ ДВУМЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ

Савенко О. В., Кузнецова И. А.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14, Российская Федерация

Аннотация

Цель: теоретическое моделирование оптических характеристик полупроводникового нанослоя, расположенного между двумя диэлектрическими средами.

Процедура и методы. Используется квантовая теория явлений переноса, заключающаяся в нахождении матричных элементов оператора плотности решением уравнения Лиувилля. Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера.

Результаты. Получены аналитические выражения для оптических коэффициентов как функций толщины нанослоя, частоты и угла падения электромагнитной волны, диэлектрических проницаемостей сред, химического потенциала и параметров шероховатости поверхностей. Проведён анализ зависимостей оптических коэффициентов от вышеуказанных параметров для предельных случаев вырожденного и невырожденного электронного газа. Показано, что при полном внутреннем отражении амплитуды осцилляций зависимостей коэффициентов отражения и поглощения от толщины становятся сравнимы.

Практическая значимость результатов заключается в их использовании для создания слоистых наноструктур, нанопокровов с заданными оптическими характеристиками.

Ключевые слова: нанослой, оптические коэффициенты, уравнение Лиувилля, длина волны де Бройля, модель Соффера

INTERACTION OF AN ELECTROMAGNETIC H-WAVE WITH A SEMICONDUCTOR NANOLAYER SANDWICHED BETWEEN TWO DIELECTRIC MEDIA

O. Savenko, I. Kuznetsova

P.G. Demidov Yaroslavl State University
ul. Sovetskaya 14, Yaroslavl 150000, Russian Federation

Abstract

Aim. The purpose of the paper is to theoretically simulate optical characteristics of a semiconductor nanolayer sandwiched between two dielectric media.

Methodology. The quantum theory of transport phenomena is used, which consists in finding the density operator matrix elements by solving the Liouville equation. The surface scattering of charge carriers is taken into account through the Soffer boundary conditions.

Results. Analytical expressions are derived for the optical coefficients as functions of the nanolayer thickness, the electromagnetic wave frequency and incidence angle, the media dielectric constants, the chemical potential, and the surface roughness parameters. The dependences of optical coefficients on the above parameters are analyzed for the limiting cases of a degenerate and nondegenerate electron gas. It is shown that for total internal reflection, the oscillation amplitudes of the dependences of reflection and absorption coefficients on the thickness become comparable.

Research implications. The obtained results can be used for producing layered nanostructures and nanocoatings with specified optical characteristics.

Keywords: nanolayer, optical coefficients, Liouville equation, de Broglie wavelength, Soffer model

Введение

В последнее десятилетие слоистые наноструктуры находят всё большее применение в различных областях нанoeлектроники и солнечной энергетики. Активно ведутся разработки по использованию многослойных покрытий для улучшения параметров оптических приборов и увеличения энергоэффективности солнечных элементов [2; 6; 17]. Наблюдается тенденция к уменьшению характерного размера наноструктур. Современные технологии достигли такого уровня развития, что позволяют создавать нанослои толщиной порядка атомарной. В этом случае для адекватного теоретического описания оптических характеристик необходимо рассматривать систему носителей заряда как квантовую. Отметим, что при толщинах порядка длины волны де Бройля носителей заряда на явления переноса существенным образом оказывает влияние шероховатость поверхности. Таким образом, широкий интерес у исследователей вызывает теоретическое изучение явлений переноса в нанослоях с учётом квантования энергетического спектра носителей заряда и поверхностного рассеяния.

В настоящее время достаточно хорошо изучен вопрос об учёте поверхностного рассеяния носителей заряда для решения задач об электропроводности и взаимодействии электромагнитного излучения с тонким проводящим слоем в квазиклассическом приближении. Опубликовано большое количество работ по данной тематике [3; 9; 10; 13; 15; 22]. Теоретическое изучение явлений переноса с учётом квантования энергетического спектра носителей заряда проводятся с середины XX века. В работах [8; 11; 18] обосновываются причины и условия возникновения квантового размерного эффекта и рассматриваются возможные физические явления (туннельный эффект, гальваномагнитные эффекты в слабом и сильном магнитном полях и т. д.).

Вопрос об учёте поверхностного рассеяния для решения квантовых задач пока ещё слабо изучен. Авторы некоторых работ использовали различные методы, позволяющие учесть шероховатость поверхности. В работах [14; 20; 21] был применён метод функций Грина, в котором задача о нахождении волновых функций в квантовой яме сводилась к определению функции Грина решением уравнения Дайсона. В других источниках [12; 19] производился непосредственный расчёт

вероятности перехода носителя заряда в результате процессов рассеяния с учётом различных корреляционных функций, описывающих профиль неровности поверхности. В работе [16] был отмечен недостаток вышеописанных способов учёта неровности поверхности: с увеличением шероховатости поверхности амплитуда осцилляций зависимостей проводимости от толщины не уменьшается. Это противоречит рассуждениям, приведённым в работе [8], согласно которым квантовый размерный эффект должен проявляться в образцах с относительно гладкой поверхностью. В работах [4; 16] использован метод решения, согласно которому поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера [23], накладываемые на уравнение Лиувилля.

Задачи о взаимодействии электромагнитного излучения с проводящим нанослоем с учётом квантования энергетического спектра носителей заряда и поверхностного рассеяния пока ещё не рассматривались в известной научной литературе. В некоторых работах производился учёт эффекта размерного квантования для решения задач о взаимодействии электромагнитного излучения с металлической плёнкой [7; 24]. Авторы этих работ ограничивались случаем гладкой поверхности и не использовался строгий математический расчёт, основанный на решении квантового уравнения Лиувилля.

Отметим, что ситуация, когда можно было бы использовать модель нанослоя в вакууме или среде с единичной диэлектрической проницаемостью, практически не реализуется на практике. Чаще всего используются слоистые наноструктуры на основе гетеропереходов или представляющие собой нанослои, покрытые защитными диэлектрическими слоями.

В настоящей работе решена задача о взаимодействии электромагнитной Н-волны с полупроводниковым нанослоем, расположенным между двумя диэлектрическими средами. Считается, что среды являются немагнитными. Диапазон частот электромагнитного излучения ограничен сверху частотой плазменного резонанса. Электромагнитная волна является слабой, поэтому эффекты, связанные с квантовой природой электромагнитного излучения, не учитываются. В этом случае поведение электромагнитной волны может быть описано уравнениями Максвелла. Задача решается методом, аналогичным описанному в работах [4; 16], согласно которому поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера.

1. Постановка задачи

Рассмотрим нанослой, изготовленный из примесного полупроводника n - или p -типа проводимости и расположенный между двумя диэлектрическими средами с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 (рис. 1). На нанослой со стороны первой среды падает плоская монохроматическая электромагнитная волна. Рассматривается случай Н-волны, т. е. предполагается, что вектор напряжённости магнитного поля лежит в плоскости падения.

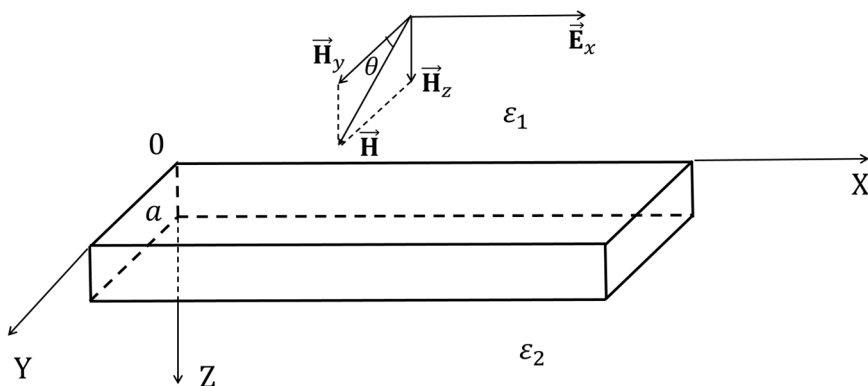


Рис. 1 / Fig 1. Полупроводниковый нанослой в поле плоской монохроматической электромагнитной волны / Semiconductor nanolayer in the field of a plane monochromatic electromagnetic wave.

Источник: составлено авторами

Компоненты векторов напряжённостей электрического и магнитного поля изменяются следующим образом:

$$\begin{cases} E_x(y, z, t) = E_{0x}(z) \exp(-i\omega t + ik_y y); \\ H_y(y, z, t) = H_{0y}(z) \exp(-i\omega t + ik_y y); \\ H_z(y, z, t) = H_{0z}(z) \exp(-i\omega t + ik_y y); \end{cases} \quad (1)$$

где ω – частота электромагнитной волны.

Поведение электромагнитной волны в полупроводниковом нанослое описывается системой уравнений Максвелла [5]:

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \\ \text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{cases} \quad (2)$$

Учитывая (1) и используя (2), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{0x}}{\partial z} = ik H_{0y}; \\ \frac{\partial H_{0y}}{\partial z} - ik(1 - \sin^2 \theta) E_{0x} = -\frac{4\pi}{c} j. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь k – модуль волнового вектора, θ – угол падения электромагнитной волны, c – скорость света в вакууме, j – плотность тока, индуцируемого электромагнитной волной.

Система (3) определяет связь между компонентами напряжённости электрического и магнитного полей и плотностью тока в нанослое. Решение задачи сводится к нахождению плотности тока, которая позволит с помощью системы (3) определить поверхностные импедансы и оптические коэффициенты.

В настоящей работе предполагается, что толщина полупроводникового нанослоя сравнима или меньше длины волны де Бройля носителей заряда. Газ свободных носителей необходимо рассматривать как квазидвумерный газ, заключённый в прямоугольную потенциальную яму с бесконечно высокими стенками.

Энергетический спектр носителей заряда будет представлять собой систему из чередующихся энергетических подзон. В случае сферической зонной структуры выражение для полной энергии электрона (дырки) имеет следующий вид:

$$\varepsilon_l = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) + \varepsilon_{zl}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{zl} = (\pi\hbar l)^2 / (2ma^2)$ – собственное значение энергии носителя заряда на l -й подзоне, m – эффективная масса электрона (дырки), $\hbar$ – постоянная Планка, a – толщина слоя.

Согласно квантовой теории явлений переноса, система носителей заряда характеризуется оператором плотности [1]:

$$\hat{\rho}(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = \sum_l W_l |\psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t)\rangle \langle \psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t)|, \quad (5)$$

где ψ_l – волновая функция системы носителей заряда, W_l – статистический вес, характеризующий вероятность того, что система носителей находится в состоянии ψ_l , $\mathbf{k}_{\parallel}$ – продольная компонента волнового вектора.

В случае малого отклонения системы носителей заряда от равновесного состояния, оператор плотности можно представить как сумму равновесного оператора $\hat{\rho}^{(0)}$ и неравновесной поправки $\hat{\rho}^{(1)}$, умноженной на осциллирующий множитель:

$$\hat{\rho}(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = \hat{\rho}^{(0)} + \hat{\rho}^{(1)}(z, \mathbf{k}_{\parallel}) \exp(-i\omega t); \quad (6)$$

$$\hat{\rho}^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp((\hat{H}_0 - \mu)/k_0 T)}; \quad (7)$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан равновесной системы, μ – химический потенциал, k_0 – постоянная Больцмана, T – температура.

Оператор плотности подчиняется уравнению Лиувилля:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]; \quad (8)$$

где $\hat{H}$ – гамильтониан системы, $\hbar$ – постоянная Планка.

В случае малого отклонения от состояния равновесия, оператор $\hat{H}$ можно представить в виде суммы равновесного оператора $\hat{H}_0$ и неравновесной поправки $\hat{V}$. Тогда уравнение для диагональных матричных элементов оператора плотности в базисе собственных состояний $\rho_{ll}(f_l)$ имеет вид [1]:

$$\frac{\partial f_l}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n (V_{ln}(t)\rho_{nl} - \rho_{ln}V_{nl}(t)). \quad (9)$$

В выражении (9) роль диагональных элементов матрицы плотности ρ_{ll} играет функция распределения носителей заряда на l -й подзоне f_l . Для этой функции справедливо разложение, аналогичное (6) – (7):

$$f_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = f_l^{(0)} + f_l^{(1)}(z, \mathbf{k}_{\parallel}) \exp(-i\omega t); \quad (10)$$

$$f_l^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp((\varepsilon_l - \mu)/k_0 T)}. \quad (11)$$

Отметим, что правое слагаемое в (9) содержит матричные элементы потенциала рассеяния носителей заряда $\hat{V}$, это слагаемое является аналогом интеграла столкновений в квазиклассической теории. В работе [16] показано, что правое слагаемое можно представить через время релаксации τ :

$$-\frac{i}{\hbar} \sum_n (V_{ln}(t) \rho_{nl} - \rho_{ln} V_{nl}(t)) = -\frac{f_l - f_l^{(0)}}{\tau}. \quad (12)$$

Левое слагаемое содержит информацию об изменении функции f_l в результате действия внешних полей. Её вывод аналогичен работе [16], только добавляется слагаемое, возникающее в результате дифференцирования функции f_l (10) по времени:

$$\frac{\partial f_l}{\partial t} = -i\omega f_l + v_{zl} \frac{\partial f_l}{\partial z} + \frac{e\mathbf{E}}{\hbar} \frac{\partial f_l}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}}, \quad (13)$$

где e – заряд электрона (дырки).

Подставляя (12) и (13) в выражение (9) и учитывая разложение (10), получим окончательное уравнение, которое будет использовано для решения задачи:

$$\nu f_l^{(1)} + v_{zl} \frac{\partial f_l^{(1)}}{\partial z} + \frac{e\mathbf{E}}{\hbar} \frac{\partial f_l^{(0)}}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} = 0, \quad (14)$$

где $\nu = \tau^{-1} - i\omega$ – комплексная частота рассеяния. v_{zl} – перпендикулярная компонента скорости движения носителя заряда на l -й подзоне.

В качестве граничных условий используется модель Соффера, учитывающая зависимость коэффициентов зеркальности границ $q_{1,2}$ от параметров шероховатости $g_{1,2}$ и угла между вектором скорости носителя заряда и нормалью к поверхности ϑ :

$$\begin{cases} f_l^{(1)+} = q_1(g_1, \vartheta) f_l^{(1)-} & \text{при } z = 0; \\ f_l^{(1)-} = q_2(g_2, \vartheta) f_l^{(1)+} & \text{при } z = a; \end{cases} \quad (15)$$

$$q_{1,2}(g_{1,2}, \vartheta) = \exp\left(-(4\pi g_{1,2} \cos \vartheta)^2\right); \quad (16)$$

$$g_{1,2} = g_{s1,2}/\lambda_B; \quad (17)$$

где $f_l^{(1)\pm}$ – соответственно функции распределения электронов (дырок) у которых z -компонента волнового вектора положительна и отрицательна, $g_{s1,2}$ – соответственно среднеквадратичная высота поверхностного рельефа верхней и нижней поверхности, λ_B – длина волны де Бройля носителей заряда.

Найденная функция распределения позволяет рассчитать плотность тока, индуцируемого электромагнитной волной, и интегральную проводимость по формулам [4; 16]:

$$j_x = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 v_1 \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_x (f_l^{(1)+} + f_l^{(1)-}) dv_x dv_y; \quad (18)$$

$$\sigma_a = \int_0^a \frac{j_x}{E_x} dz; \quad (19)$$

где v_1 – поперечная компонента скорости носителя заряда на первом энергетическом уровне.

2. Математические расчёты

Решая уравнение (14) с учётом граничных условий (15) и подставляя полученные выражения для функций $f_l^{(1)\pm}$ в (18) и (19), получим выражение для интегральной проводимости:

$$\sigma_a = \frac{2\pi e^2 v_1 a}{v k_0 T} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left(\frac{2k_0 T}{m}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \ln \left(\exp \left(\frac{\mu - \varepsilon_{zl}}{k_0 T} \right) + 1 \right) (1 - \chi(\Omega_l)); \quad (20)$$

$$\chi(\Omega_l) = \frac{1}{2\Omega_l} (1 - e^{-\Omega_l}) \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1 q_2) e^{-\Omega_l}}{1 - q_1 q_2 e^{-2\Omega_l}}; \quad (21)$$

$$\Omega_l = av/v_{zl}. \quad (22)$$

В работе [25] при решении задач о взаимодействии электромагнитной Н-волны с тонкой металлической плёнкой между двумя диэлектрическими средами была получена связь между оптическими коэффициентами и интегральной проводимостью:

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_{12} - \sin^2 \theta} (\bar{p} + p_1 p_2) + \cos \theta (\bar{p} - p_1 p_2)}{\sqrt{\varepsilon_{12} - \sin^2 \theta} (1 + \bar{p}) + \cos \theta (1 - \bar{p})} \right|^2; \quad (23)$$

$$T = \cos \theta \operatorname{Re} \left(\sqrt{\varepsilon_{12} - \sin^2 \theta} \right) \left| \frac{p_2 - p_1}{\sqrt{\varepsilon_{12} - \sin^2 \theta} (1 + \bar{p}) + \cos \theta (1 - \bar{p})} \right|^2; \quad (24)$$

$$A = 1 - R - T; \quad (25)$$

$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}; \quad \varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad p_1 = -1; \quad p_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon_1} - B}{\sqrt{\varepsilon_1} + B}; \quad (26)$$

$$B = \frac{2\pi\sigma_a}{c \cos \theta}. \quad (27)$$

Подставляя выражение для интегральной проводимости (20), полученной с учётом квантования энергетического спектра носителей заряда, в (27), получим следующее выражение для функции B , которая входит в оптические коэффициенты:

$$B = \frac{4\pi^2 e^2 v_1 a}{v k_0 T c \cos \theta} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left(\frac{2k_0 T}{m}\right)^2 \sum_{l=1}^{\infty} \ln \left(\exp \left(\frac{\mu - \varepsilon_{zl}}{k_0 T} \right) + 1 \right) (1 - \chi(\Omega_l)). \quad (28)$$

Введём следующие безразмерные параметры:

$$u_{zl} = \frac{\varepsilon_{zl}}{k_0 T}; \quad u_{\mu} = \frac{\mu}{k_0 T}; \quad (29)$$

$$x_0 = \frac{a}{\lambda_{B0}}; \quad x_{\lambda} = \frac{\Lambda}{\lambda_{B0}}; \quad y_0 = \omega \tau_v; \quad (30)$$

$$z_0 = v \tau_v = \frac{\tau_v}{\tau} - i \omega \tau_v = \frac{v_{0v}}{v_0} - i y_0; \quad (31)$$

$$\rho = \frac{v_{0v}}{c}; \quad s = \omega_p \tau; \quad (32)$$

где Λ – длина свободного пробега носителей заряда с учётом объёмного рассеяния, τ_v – время свободного пробега носителей заряда в объёмном образце, ω_p – плазменная частота. Параметры x_0 и x_{λ} нормированы на длину волны де Бройля носителя заряда λ_{B0} , движущегося с характерной скоростью v_{0v} , имеющей смысл среднеквадратичной скорости движения носителя заряда без учёта квантования энергетического спектра [16]. При выводе выражения для параметра z_0 предполагалось, что длина свободного пробега Λ определяется рассеянием на тепловых колебаниях кристаллической решетки и примесях и не зависит от толщины. v_0 – среднеквадратичная скорость носителей заряда в нанослое, определяемое следующим выражением:

$$n v_0^2 = 4 \left(\frac{m}{h}\right)^3 v_1 \frac{5}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \int \int (v_{||}^2 + v_{zl}^2) f_l^{(0)} d^2 v, \quad (33)$$

где $v_{||}$ – продольная компонента скорости, n – концентрация носителей заряда в нанослое.

Подставляя параметры (29)–(32) в (28), получим следующее выражение для функции B :

$$B = \frac{\rho s^2 \sqrt{u_{0v}}}{4 x_{\lambda} I_0 z_0} \sum_{l=1}^{\infty} \ln \left(\exp(u_{\mu} - u_{zl}) + 1 \right) \left(1 - \chi \left(\frac{2 x_0^2 z_0}{l x_{\lambda}} \right) \right). \quad (34)$$

Здесь введены обозначения:

$$I_0 = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{u} du}{\exp(u - u_{\mu}) + 1}; \quad (35)$$

$$u_{0v} = \frac{mv_{0v}^2}{2k_0T}. \quad (36)$$

3. Пределные случаи

Рассмотрим случай, когда диэлектрические проницаемости верхнего и нижнего слоёв равны единице. Тогда выражения для коэффициентов отражения и пропускания принимают простой вид:

$$R = \left| \frac{p_1 + p_2}{2} \right|^2 = \left| \frac{B}{1+B} \right|^2; \quad (37)$$

$$T = \left| \frac{p_2 - p_1}{2} \right|^2 = \left| \frac{1}{1+B} \right|^2. \quad (38)$$

Перейдём к рассмотрению случаев вырожденного и невырожденного электронного газа. Вырожденный газ соответствует условию $\exp u_\mu \gg 1$. Равновесная функция распределения принимает вид ступенчатой аппроксимации:

$$f_l^{(0)}(\varepsilon_l) = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon_l < \varepsilon_F; \\ 0, & \varepsilon_l > \varepsilon_F; \end{cases} \quad (39)$$

где ε_F – энергия Ферми.

Из выражения для функции распределения (39) следует, что все носители заряда обладают энергией, меньшей энергии Ферми. Следовательно, число заполненных подзон будет конечно и равно:

$$N = \frac{k_N}{k_1} = \left[\frac{k_F}{k_1} \right] = [2x_0], \quad (40)$$

где k_F , k_N и k_1 – волновое число носителя заряда с энергией Ферми, на самой верхней заполненной подзоне и на первой подзоне соответственно.

В работах [4; 16] показано, что в случае вырожденного Ферми-газа характерные скорости v_0 и v_{0v} переходят в скорость Ферми, выражение (35) принимает вид:

$$I_0 \approx \frac{2}{3} u_\mu^{3/2}. \quad (41)$$

Пренебрегая единицей по сравнению с экспонентой в (34) и учитывая вышесказанное, получим выражение для функции B , которая входит в оптические коэффициенты:

$$B = \frac{3\rho s^2}{8x_\lambda z_0 \cos \theta} \sum_{l=1}^N \left(1 - \frac{l^2}{4x_0^2} \right) \left(1 - \chi \left(\frac{2x_0^2 z_0}{x_\lambda l} \right) \right). \quad (42)$$

Перейдём к случаю невырожденного электронного газа, соответствующему условию отрицательного химического потенциала $\exp(-u_\mu) \gg 1$. Равновесная функция распределения имеет вид:

$$f_l^{(0)}(\varepsilon_l) = \exp((\mu - \varepsilon_l)/k_0T). \quad (43)$$

Из (43) следует, что в выражении (35) можно пренебречь единицей по сравнению с экспонентой:

$$I_0 \approx \int_0^{\infty} \sqrt{u} \exp(u_\mu - u) du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(u_\mu) \quad (44)$$

и представить логарифм, входящий в выражение (34), в следующем виде

$$\ln \left(\exp \left(u_\mu - \frac{u_{0v} l^2}{4x_0^2} \right) + 1 \right) \approx \exp \left(u_\mu - \frac{u_{0v} l^2}{4x_0^2} \right). \quad (45)$$

Подставляя (44) и (45) в (34) и полагая, что для невырожденного Ферми-газа $u_{0v} \approx 2,5$ [4; 16], получим следующее выражение для функции B :

$$B = \frac{\rho s^2}{2 \cos \theta x_\lambda z_0} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} \sum_{l=1}^{\infty} \exp \left(-\frac{5l^2}{8x_0^2} \right) \left(1 - \chi \left(\frac{2x_0^2 z_0}{x_\lambda l} \right) \right). \quad (46)$$

Рассмотрим квазиклассический случай, при котором толщина нанослойа много больше длины волны де Бройля носителей заряда и сравнима с их длиной свободного пробега ($a \gg \lambda_B$, $a \lesssim \Lambda$). Заменяя в выражении (46) суммирование по дискретному параметру u_{zl} интегрированием по непрерывному параметру u_z , получим следующее выражение для B :

$$B = \frac{\rho s^2}{2 \cos \theta x_\lambda z_0} \frac{x_0}{2I_0} \int_0^{\infty} \frac{\ln(\exp(u_\mu - u_z) + 1)}{\sqrt{u_z}} \chi \left(\frac{\sqrt{u_{0v} x_0 z_0}}{x_\lambda \sqrt{u_z}} \right) du_z. \quad (47)$$

В случае вырожденного электронного газа выражение (47) согласуется с результатами работы [9].

4. Анализ полученных результатов

Отметим, что теоретическая модель построена в случае разных диэлектрических проницаемостей верхней и нижней среды. Следовательно, можно подобрать такие значения диэлектрических проницаемостей, чтобы при определённых углах падения электромагнитной волны реализовался случай полного внутреннего отражения. Особый теоретический интерес представляет изучение поведения зависимостей оптических коэффициентов от безразмерных параметров при наличии и отсутствии полного внутреннего отражения.

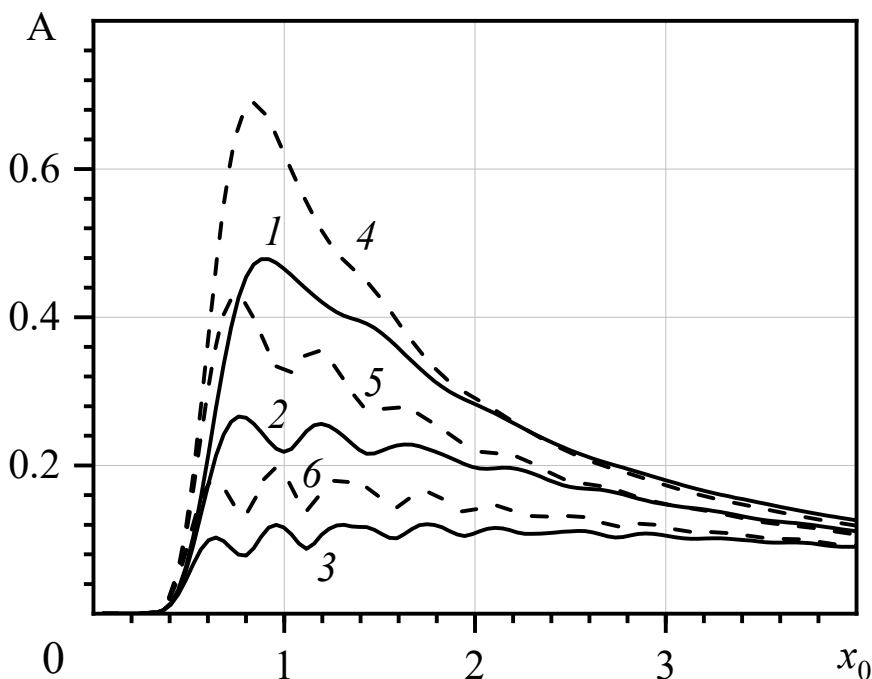


Рис. 2 / Fig. 2. Зависимости коэффициента поглощения A от безразмерной толщины x_0 для невырожденного электронного газа при значениях $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0,05$, $g_2 = 0,2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0,005$, $s = 200$. Сплошные кривые 1–3 построены при угле падения $41,5^\circ$, пунктирные кривые 4–6 – при угле падения $45,5^\circ$: 1, 4 – $y_0 = 7$; 2, 5 – $y_0 = 12$; 3, 6 – $y_0 = 2$ / Dependences of the absorption coefficient A on the non-dimensional thickness x_0 for the case of a non-degenerate electron gas at $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0.05$, $g_2 = 0.2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0.005$, and $s = 200$. Solid curves 1–3 are plotted for the incidence angle of 41.5° , and dashed curves 4–6 are plotted for the incidence angle of 45.5° : (1, 4) $y_0 = 7$; (2, 5) $y_0 = 12$; (3, 6) $y_0 = 2$.

Источник: составлено авторами

На рис. 2 построены зависимости коэффициентов поглощения от безразмерной толщины. Зависимости построены для случая невырожденного электронного газа, сплошные кривые построены в отсутствии полного внутреннего отражения, а пунктирные кривые – при наличии. Из рис. 2 следует, что при наличии и отсутствии полного внутреннего отражения коэффициент поглощения ведёт себя практически схожим образом, изменяется только его абсолютное значение. На рисунке видно, что с изменением безразмерной толщины слоя коэффициент поглощения осциллирует, период осцилляций убывает с увеличением частоты электромагнитной волны.

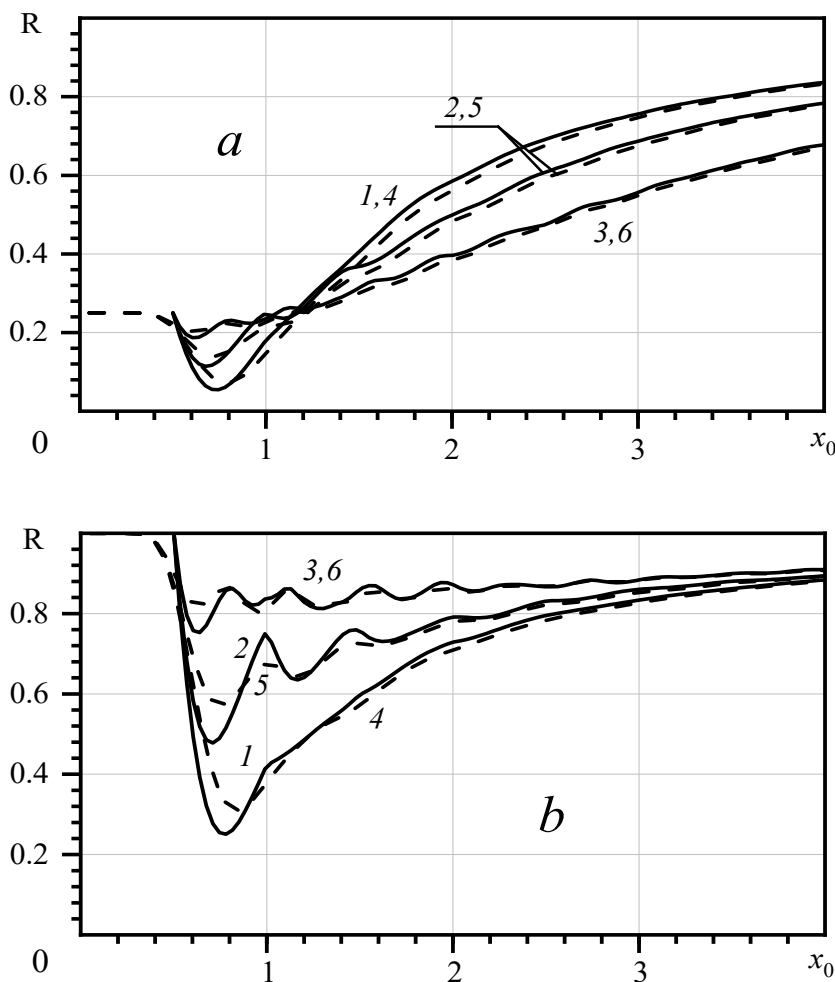


Рис. 3 / Fig. 3. Зависимости коэффициента отражения R от безразмерной толщины x_0 при значениях угла падения электромагнитной волны $41,5^\circ$ (а), $45,5^\circ$ (б) и значениях $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0,05$, $g_2 = 0,2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0,005$, $s = 200$. Сплошные кривые построены для случая вырожденного электронного газа, пунктирные кривые – для случая невырожденного электронного газа. 1, 4 – $y_0 = 7$; 2, 5 – $y_0 = 12$; 3, 6 – $y_0 = 20$ / Dependences of the reflection coefficient R on the non-dimensional thickness x_0 for the wave incidence angle of (a) $41,5^\circ$ and (b) $45,5^\circ$ at $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0.05$, $g_2 = 0.2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0.005$, $s = 200$. Solid curves 1–3 are plotted for the case of a degenerate electron gas, and dashed curves 4–6 are plotted for the case of a non-degenerate gas: (1, 4) $y_0 = 7$; (2, 5) $y_0 = 12$; (3, 6) $y_0 = 20$

Источник: составлено авторами

На рис. 3 изображены зависимости коэффициента отражения от безразмерной толщины. Рис. 3а построен при угле падения, меньшем угла полного внутреннего отражения, а рис. 3б – большем. Сплошные кривые соответствуют случаю вырожденного электронного газа, а пунктирные кривые – случаю невырожденного газа. На рисунках показано, что в отсутствии полного внутреннего отражения при значении x_0 , большем 1,2, коэффициент отражения практически не осциллирует, а монотонно убывает с уменьшением толщины нанослоя и частоты электромагнитной волны. Убывающую зависимость коэффициента отражения от толщины можно объяснить уменьшением числа разрешённых энергетических состояний, которые могут быть заняты носителями заряда при переходе из валентной зоны в зону проводимости. В результате уменьшается концентрация носителей заряда, формирующих вторичную отражённую волну. Уменьшение коэффициента отражения с ростом частоты связано с уменьшением отклика формирующих отражённую волну носителей заряда на внешнее излучение. При наличии полного внутреннего отражения поведение зависимостей коэффициента отражения от толщины кардинальным образом меняется: коэффициент отражения, наоборот, растёт с увеличением частоты и сильно осциллирует. Заметим, что амплитуды осцилляций зависимостей коэффициента отражения и поглощения от толщины, построенных на рис. 2 и 3б, сравнимые. В случае вырожденного электронного газа осцилляции более ярко выражены, чем в случае невырожденного газа. Изменение поведения зависимости коэффициента отражения от толщины при наличии полного внутреннего отражения можно объяснить тем, что электромагнитная волна не проходит через нанослой, и вся энергия электромагнитной волны после поглощения передаётся отражённой волне. Отметим, что рис. 3а построен при угле падения, близком к углу полного внутреннего отражения. При $x_0 < 1,2$ зависимость коэффициента отражения от толщины на рис. 3а ведёт себя аналогично рис. 3б. Вероятнее всего, это связано с тем, что в достаточно тонких слоях эффект полного внутреннего отражения может наблюдаться при меньших углах падения.

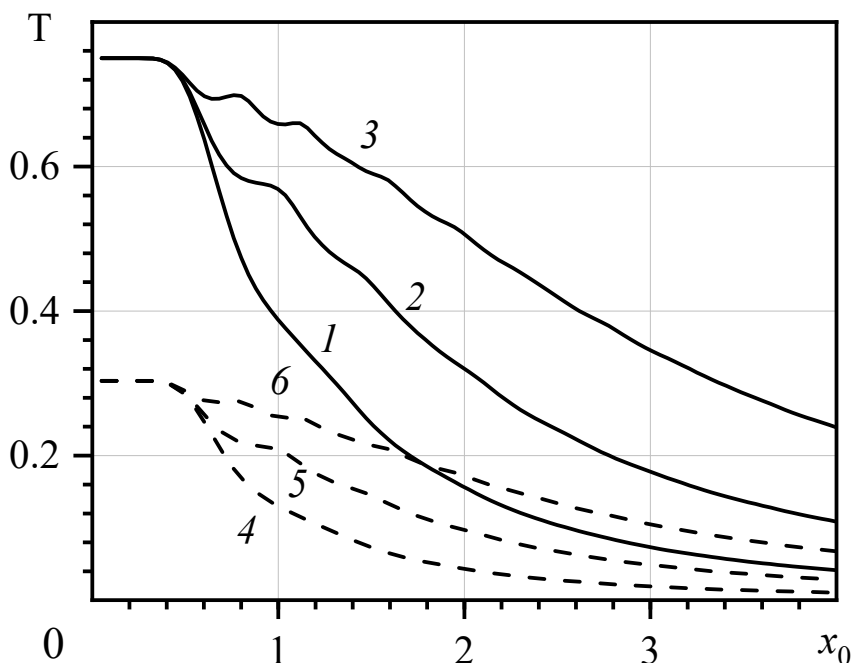


Рис. 4 / Fig. 4. Зависимости коэффициента пропускания T от безразмерной толщины x_0 для невырожденного электронного газа при значениях $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0,05$, $g_2 = 0,2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0,005$, $s = 200$. Сплошные кривые 1–3 построены при угле падения $41,5^\circ$, пунктирные кривые 4–6 – при угле падения $44,7^\circ$: 1, 4 – $y_0 = 7$; 2, 5 – $y_0 = 12$; 3, 6 – $y_0 = 20$ / Dependences of the transmission coefficient T on the non-dimensional thickness x_0 for the case of a non-degenerate electron gas at $x_\lambda = 8$, $g_1 = 0.05$, $g_2 = 0.2$, $\varepsilon_1 = 10$, $\varepsilon_2 = 5$, $\rho = 0.005$, $s = 200$. Solid curves 1–3 are plotted for the incidence angle of 41.5° , dashed curves 4–6 are plotted for the incidence angle of 44.7° : (1, 4) $y_0 = 7$; (2, 5) $y_0 = 12$; (3, 6) $y_0 = 20$.

Источник: составлено авторами

На рис. 4 построены зависимости коэффициента пропускания от безразмерной толщины. Сплошные кривые соответствуют случаю, когда полное внутреннее отражение отсутствует, а пунктирные кривые – ситуации, близкой к полному отражению. На рисунке видно, что коэффициент пропускания растёт с уменьшением толщины и частоты электромагнитной волны. Наблюдаются небольшие осцилляции зависимостей коэффициента пропускания от толщины при значениях $x_0 < 2$. При углах падения, близких к углу полного внутреннего отражения, коэффициент пропускания быстро уменьшается. При наличии полного отражения электромагнитное излучение не проходит через нанослой.

Заключение

В настоящей работе с учётом квантовой теории явлений переноса получены аналитические выражения для коэффициентов отражения, пропускания и поглощения в зависимости от следующих безразмерных параметров: толщины нанослоя, частоты и угла падения электромагнитной волны, диэлектрических проницаемостей сред и параметров шероховатости поверхностей.

Показано, что в отсутствии полного внутреннего отражения выраженным образом осциллирует коэффициент поглощения. При наличии полного внутреннего отражения зависимость коэффициента отражения от толщины нанослоя и частоты электромагнитной волны существенным образом отличается от случая, когда полное внутреннее отражение отсутствует. В частности, амплитуды осцилляций зависимостей коэффициента отражения и поглощения становятся сравнимыми.

Установлено, что в ситуации, близкой к полному внутреннему отражению, коэффициент отражения при малых толщинах ведёт себя аналогично случаю, при котором происходит полное внутреннее отражение. Подобное поведение связано с тем, что в достаточно тонких слоях полное внутреннее отражение может достигаться при меньших углах падения электромагнитной волны.

Статья поступила в редакцию 11.07.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения. М.: Мир, 1983. 248 с.
2. Гадомский О. Н., Щукарев И. А., Перескоков Е. А. Нанокompозитные просветляющие покрытия в виде толстых пленок с квазинулевым показателем преломления для солнечных элементов // Письма в журнал технической физики. 2016. Т. 42. № 16. С. 79–86.
3. Кузнецова И. А., Романов Д. Н., Юшканов А. А. Взаимодействие электромагнитной Н-волны с тонкой металлической пленкой на диэлектрической подложке в случае анизотропной поверхности Ферми металла // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 127. № 8. С. 306–312. DOI: 10.21883/OS.2019.08.48047.78-19.
4. Кузнецова И. А., Савенко О. В., Романов Д. Н. Квантовый транспорт в полупроводниковом нанослое с учетом поверхностного рассеяния носителей заряда // Физика и техника полупроводников. 2021. Т. 55. № 9. С. 789–797. DOI: 10.21883/FTP.2021.09.51296.26.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: в 10-ти томах. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. 656 с.
6. Марков Л. К., Павлюченко А. С., Смирнова И. П. Способ создания просветляющих покрытий для пленок ИТО // Физика и техника полупроводников. 2019. Т. 53. № 2. С. 181–189. DOI: 10.21883/FTP.2019.02.47096.8940.
7. Квантово-механический подход к описанию взаимодействия СВЧ-электромагнитного излучения с тонкими проводящими пленками / Старостенко В. В., Орленсон В. Б., Мазинов А. С., Ахрамович Л. Н. // Письма в журнал технической физики. 2020. Т. 46. № 9. С. 43–46. DOI: 10.21883/PJTF.2020.09.49373.18242.

8. Тавгер Б. Л., Демиховский В. Я. Квантовые размерные эффекты в полупроводниковых и полуметаллических пленках // *Успехи физических наук*. 1968. Т. 96. Вып. 1. С. 61–86. DOI: 10.3367/UFNr.0096.196809d.0061.
9. Уткин А. И., Юшканов А. А. Влияние коэффициентов зеркальности на взаимодействие Н-волны с тонкой металлической пленкой // *Оптика и спектроскопия*. 2014. Т. 117. № 4. С. 650–653. DOI: 10.7868/S003040341409027X.
10. Уткин А. И., Юшканов А. А. Влияние коэффициентов зеркальности на взаимодействие электромагнитной Е-волны с тонкой металлической пленкой, расположенной между двумя диэлектрическими средами // *Оптика и спектроскопия*. 2018. Т. 124. № 2. С. 250–254. DOI: 10.21883/OS.2018.02.45532.190-17.
11. Ando T., Fowler A. B., Stern F. Electronic Properties of Two-Dimensional Systems // *Review of Modern Physics*. 1982. Vol. 54. Iss. 2. P. 437–672. DOI: 10.1103/RevModPhys.54.437.
12. Bihun R. I., Stasyuk Z. V., Balitskii O. A. Crossover from quantum to classical electron transport in ultrathin metal films // *Physica B: Condensed Matter*. 2019. Vol. 487. P. 73–77. DOI: 10.1016/j.physb.2016.02.003.
13. Resistivity scaling model for metals with conduction band anisotropy / De Clercq M., Moors K., Sankaran K., Pourtois G., Dutta Sh., Adelman Ch., Magnus W., Sorée B. // *Physical Review Materials*. 2018. Vol. 2. Iss. 3. P. 033801. DOI: 10.1103/PhysRevMaterials.2.033801.
14. Ketenoglu D., Ünal B. Green function solution of the Boltzmann transport equation for semiconducting thin film with rough boundaries // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2012. Vol. 391. Iss. 15. P. 3828–3832.
15. Kuznetsova I. A., Romanov D. N., Savenko O. V. Electrical conductivity of a thin film in the case of an arbitrarily oriented ellipsoidal isoenergetic surface of a conductor // *Physica Scripta*. 2021. Vol. 96. Iss. 4. Id. 045803. DOI: 10.1088/1402-4896/abde0c.
16. Kuznetsova I. A., Savenko O. V., Romanov D. N. Influence of quantum electron transport and surface scattering of charge carriers on the conductivity of nanolayer // *Physics Letters A*. 2022. Vol. 427. P. 127933. DOI: 10.1016/j.physleta.2022.127933.
17. High efficiency enhancement of multi-crystalline silicon solar cells with syringe-shaped ZnO nanorod antireflection layers / Lin Zh., Huang B., He G., Yang W., He Q., Li L. // *Thin Solid Films*. 2018. Vol. 653. P. 151–157. DOI: 10.1016/j.tsf.2018.03.023.
18. Lutsik V. N. Quantum size effect present state and perspectives of experimental investigations // *Physica Status Solidi (a)*. 1970. Vol. 1. P. 199–220. DOI: 10.1002/pssa.19700010202.
19. Meyerovich A. E., Ponomarev I. V. Surface roughness and size effects in quantized films // *Physical Review B*. 2002. Vol. 65. Iss. 15. P. 155413. DOI: 10.1103/PhysRevB.65.155413.
20. Munoz R. C., Arenas C. Size effects and charge transport in metals: Quantum theory of the resistivity of nanometric metallic structures arising from electron scattering by grain boundaries and by rough surfaces // *Applied Physics Review*. 2017. Vol. 4. P. 011102. DOI: 10.1063/1.4974032.
21. Sheng L., Xing D.Y., Wang Z. D. Transport theory in metallic films: Crossover from the classical to the quantum regime // *Physical Review B*. 1995. Vol. 51. Iss. 11. P. 7325. DOI: 10.1103/PhysRevB.51.7325.
22. Electrical resistivity of atomically smooth single-crystal Cu films / Shinde P. P., Shashishekar P. T., Adiga P., Konar A., Pandian Sh., Mayya K. S., Shin H.-J., Cho Y., Park S. // *Physical Review B*. 2020. Vol. 102. Iss. 16. P. 165102. DOI: 10.1103/PhysRevB.102.165102.

23. Soffer S. B. Statistical Model for the Size Effect in Electrical Conduction // Journal of Applied Physics. 1967. Vol. 38. Iss. 4. P. 1710. DOI: 10.1063/1.1709746.
24. Villagómez R., Xiao M. Thickness dependence of infrared reflectance of ultrathin metallic films: Influence of quantum confinement // Optik. 2016. Vol. 127. Iss. 15. P. 5920. DOI: 10.1016/j.ijleo.2016.04.048.
25. Utkin A. I., Yushkanov A. A. Interaction of electromagnetic H-wave with the thin metal film is located on the dielectric substrate // Фізика і хімія твердого тіла (Physics and chemistry of solid state). 2015. Т. 16. № 2. С. 253–256. DOI: 10.15330/pcss.16.2.253-256.

REFERENCES

1. Blum K. Density matrix theory and applications. Berlin, Springer, 2012. 346 p.
2. Gadomskii O. N., Shchukarev I. A., Pereskokov Ye. A. ["Nanocomposite antireflection coatings in the form of thick films with a quasi-zero refractive index for solar cells]. In: *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics Letters], 2016, vol. 42, no. 16, pp. 79–86.
3. Kuznetsova I. A., Romanov D. N., Yushkanov A. A. [Interaction of an electromagnetic h-wave with a thin metal film on a dielectric substrate in the case of an anisotropic metal Fermi surface]. In: *Optika i spektroskopiya* [Optics and Spectroscopy], 2019, vol. 127, no. 8, pp. 306–312. DOI: 10.21883/OS.2019.08.48047.78-19.
4. Kuznetsova I. A., Savenko O. V., Romanov D. N. [Quantum transport in a semiconductor nanolayer taking into account surface charge carrier scattering]. In: *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors], 2021, vol. 55, no. 9, pp. 789–797. DOI: 10.21883/FTP.2021.09.51296.26.
5. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Teoreticheskaya fizika: v 10-ti tomakh. T. VIII. Elektrodinamika sploshnykh sred* [Theoretical physics: in 10 volumes. T. VIII. Electrodynamics of continuous media]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2016. 656 p.
6. Markov L. K., Pavlyuchenko A. S., Smirnova I. P. [Technique for the formation of antireflection coatings based on ITO films]. In: *Fizika i tekhnika poluprovodnikov* [Semiconductors], 2019, vol. 53, no. 2, pp. 181–189. DOI: 10.21883/FTP.2019.02.47096.8940.
7. Starostenko V. V., Orlenson V. B., Mazinov A. S., Akhramovich L. N. [Quantum-mechanical approach description of the microwave electromagnetic radiation interaction with thin conductive films]. In: *Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Technical Physics Letters], 2020, vol. 46, no. 9, pp. 43–46. DOI: 10.21883/PJTf.2020.09.49373.18242.
8. Tavger B. L., Demikhovskiy V. Ya. [Quantum size effects in semiconducting and semimetallic films]. In: *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Soviet Physics-Uspekhi], 1968, vol. 96, iss. 1, pp. 61–86. DOI: 10.3367/UFNr.0096.196809d.0061.
9. Utkin A. I., Yushkanov A. A. [The effect of reflectance coefficients on the interaction of an h-wave with a thin metal film]. In: *Optika i spektroskopiya* [Optics and Spectroscopy], 2014, vol. 117, no. 4, pp. 650–653. DOI: 10.7868/S003040341409027X.
10. Utkin A. I., Yushkanov A. A. [The effect of specular reflectances on the interaction of an electromagnetic e-wave with a thin metal film placed between two dielectric media]. In: *Optika i spektroskopiya* [Optics and Spectroscopy], 2018, vol. 124, no. 2, pp. 250–254. DOI: 10.21883/OS.2018.02.45532.190-17.
11. Ando T., Fowler A. B., Stern F. Electronic Properties of Two-Dimensional Systems. In: *Review of Modern Physics*, 1982, vol. 54, iss. 2, pp. 437–672. DOI: 10.1103/RevModPhys.54.437.

12. Bihun R. I., Stasyuk Z. V., Balitskii O. A. Crossover from quantum to classical electron transport in ultrathin metal films. In: *Physica B: Condensed Matter*, 2019, vol. 487, pp. 73–77. DOI: 10.1016/j.physb.2016.02.003.
13. De Clercq M., Moors K., Sankaran K., Pourtois G., Dutta Sh., Adelman Ch., Magnus W., Sorée B. Resistivity scaling model for metals with conduction band anisotropy. In: *Physical Review Materials*, 2018, vol. 2, iss. 3, p. 033801. DOI: 10.1103/PhysRevMaterials.2.033801.
14. Ketenoglu D., Ünal B. Green function solution of the Boltzmann transport equation for semiconducting thin film with rough boundaries. In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, vol. 391, iss. 15, pp. 3828–3832.
15. Kuznetsova I. A., Romanov D. N., Savenko O. V. Electrical conductivity of a thin film in the case of an arbitrarily oriented ellipsoidal isoenergetic surface of a conductor. In: *Physica Scripta*, 2021, vol. 96, iss. 4, Id. 045803. DOI: 10.1088/1402-4896/abde0c.
16. Kuznetsova I. A., Savenko O. V., Romanov D. N. Influence of quantum electron transport and surface scattering of charge carriers on the conductivity of nanolayer. In: *Physics Letters A*, 2022, vol. 427, p. 127933. DOI: 10.1016/j.physleta.2022.127933.
17. Lin Zh., Huang B., He G., Yang W., He Q., Li L. High efficiency enhancement of multi-crystalline silicon solar cells with syringe-shaped ZnO nanorod antireflection layers. In: *Thin Solid Films*, 2018, vol. 653, pp. 151–157. DOI: 10.1016/j.tsf.2018.03.023.
18. Luts'kii V. N. Quantum size effect present state and perspectives of experimental investigations. In: *Physica Status Solidi (a)*, 1970, vol. 1, pp. 199–220. DOI: 10.1002/pssa.19700010202.
19. Meyerovich A. E., Ponomarev I. V. Surface roughness and size effects in quantized films. In: *Physical Review B*, 2002, vol. 65, iss. 15, p. 155413. DOI: 10.1103/PhysRevB.65.155413.
20. Munoz R. C., Arenas C. Size effects and charge transport in metals: Quantum theory of the resistivity of nanometric metallic structures arising from electron scattering by grain boundaries and by rough surfaces. In: *Applied Physics Review*, 2017, vol. 4, p. 011102. DOI: 10.1063/1.4974032.
21. Sheng L., Xing D.Y., Wang Z. D. Transport theory in metallic films: Crossover from the classical to the quantum regime. In: *Physical Review B*, 1995, vol. 51, iss. 11, p. 7325. DOI: 10.1103/PhysRevB.51.7325.
22. Shinde P. P., Shashishekar P. T., Adiga P., Konar A., Pandian Sh., Mayya K. S., Shin H.-J., Cho Y., Park S. Electrical resistivity of atomically smooth single-crystal Cu films. In: *Physical Review B*, 2020, vol. 102, iss. 16, p. 165102. DOI: 10.1103/PhysRevB.102.165102.
23. Soffer S. B. Statistical Model for the Size Effect in Electrical Conduction. In: *Journal of Applied Physics*, 1967, vol. 38, iss. 4, p. 1710. DOI: 10.1063/1.1709746.
24. Villagómez R., Xiao M. Thickness dependence of infrared reflectance of ultrathin metallic films: Influence of quantum confinement. In: *Optik*, 2016, vol. 127, iss. 15, p. 5920. DOI: 10.1016/j.jileo.2016.04.048.
25. Utkin A. I., Yushkanov A. A. Interaction of electromagnetic H-wave with the thin metal film is located on the dielectric substrate. In: *Фізика і хімія твердого тіла (Physics and chemistry of solid state)*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 253–256. DOI: 10.15330/pcss.16.2.253-256.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Савенко Олег Владиславович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Центра коллективного пользования научным оборудованием «Диагностика микро- и наноструктур» Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова;
e-mail: savenko.oleg92@mail.ru;

Кузнецова Ирина Александровна – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой микроэлектроники и общей физики Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова;
e-mail: kuz@uniyar.ac.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Oleg Vladislavovich Savenko – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Researcher, The Facilities Sharing Centre “Diagnostics of Micro- and Nanostructures”, P. G. Demidov Yaroslavl State University;
e-mail: savenko.oleg92@mail.ru;

Irina Alexandrovna Kuznetsova – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Departmental Head, Department of Microelectronics and General Physics, P. G. Demidov Yaroslavl State University;
e-mail: kuz@uniyar.ac.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Савенко О. В., Кузнецова И. А. Взаимодействие электромагнитной Н-волны с полупроводниковым нанослоем, расположенным между двумя диэлектрическими средами // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2022. № 3. С. 39–57.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-39-57

FOR CITATION

Savenko O. V., Kuznetsova I. A. Interaction of an electromagnetic H-wave with a semiconductor nanolayer located between two dielectric media. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 3, pp. 39–57.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-39-57