

УДК 533.6.011.8

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-15-27

ОБ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ НЬЮТОНА

Горелов С. Л., Иванилова П. В.

*Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9,
Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Найти образующую тела вращения минимального лобового сопротивления движущегося с большой скоростью в «редкой» среде Ньютона, либо в сильно разреженном газе.

Процедура и методы. Исследуется вариационная постановка и решается аэродинамическая задача Ньютона о поиске образующей тела вращения минимального лобового сопротивления движущегося в «редкой» среде. Выводится закон сопротивления Ньютона, формула сопротивления тела, ставится и решается соответствующая вариационная задача. Аналогичная задача ставится для движения тела с большой скоростью в сильно разреженном газе.

Результаты. Получены образующие для осесимметричного тела минимального сопротивления движущегося в невязком газе (модель Ньютона) или в сильно разреженном газе (свободномолекулярная модель).

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в данной работе, имеют большое значение для создания космических летательных аппаратов.

Ключевые слова: аэродинамическое сопротивление тел вращения, вариационная задача, локальные методы

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 20-08-00790.

NEWTON'S AERODYNAMIC PROBLEM

S. Gorelov, P. Ivanilova

*Moscow Institute of Physics and Technology
Institutskii pereulok 9, Dolgoprudnyi 141701, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract

Aim. The purpose is to find the generatrix of a body of revolution of a minimum drag moving at high speed in a “sparse” Newton's medium, or in a highly rarefied gas.

Methodology. The variational statement is investigated and Newton's aerodynamic problem is solved to find the generatrix of the body of revolution of a minimum drag moving in a “sparse” medium. Newton's law of resistance is derived, the formula for the resistance of a body is posed,

and the corresponding variational problem is solved. A similar problem is posed for a body moving at high speed in a highly rarefied gas.

Results. Generators are obtained for an axisymmetric body of minimum resistance moving in an inviscid gas (Newton's model) or in a highly rarefied gas (free molecular model).

Research implications. The results obtained in this work are of great importance for the development of spacecrafts.

Keywords: aerodynamic drag of a body of revolution, variational problem, local methods

Acknowledgments. The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 20-08-00790).

Введение

В 1687 г. вышли «Математические начала натуральной философии» Ньютона [1]. Никакое произведение научной литературы не может быть сопоставлено с этой книгой. В ней Ньютону было суждено открыть систему мира, а такое может случиться лишь однажды. В этой книге, помимо открытия основных законов механики, законов движения планет и других основополагающих фактов, уделено место и многим частным проблемам. Так, ставится задача об образующей осесимметричного тела обладающего минимальным сопротивлением в «редкой» среде.

Отметим, что развитие исследований аэродинамической задачи Ньютона происходило по двум направлениям. Во-первых, это математическое – связанное с обоснованием методов вариационного исчисления [2]. Это направление опирается на работы Эйлера, Лагранжа.

Другое направление связано с практическим приложением. Оказалось, что с помощью закона сопротивления Ньютона можно приближенно определить аэродинамические характеристики летательных аппаратов, движущихся в высокоскоростном потоке газа [3; 4]. А в современную эпоху и космических летательных аппаратов [5]. Наиболее полно практические методы решения вариационных задач описаны в [6].

Со времени Ньютона аэродинамическая задача решалась множество раз. Авторы не гарантируют, что такое решение не встречалось в какой-либо работе ранее. Тем не менее, авторам нравится подход, реализуемый в данной работе.

В п. 1 выводится закон сопротивления Ньютона, формула сопротивления тела, ставится и решается соответствующая вариационная задача. В п. 2 аналогичная задача решается для свободномолекулярной модели газа.

1. Закон сопротивления Ньютона

Первая попытка определить, исходя из общих законов механики, сопротивление движению тел в газах и жидкостях принадлежит Ньютону [1]. Ньютон принимал, что «редкая» среда, обтекающая тело, состоит из одинаковых частиц, расположенных на равных расстояниях друг от друга и не взаимодействующих между собой (рис. 1).

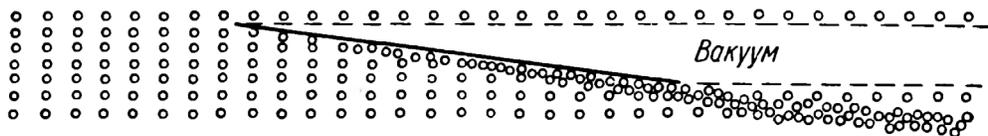


Рис. 1 / Fig. 1. Схема обтекания потоком не взаимодействующих частиц (модель Ньютона) / Scheme of a flow around non-interacting particles (Newton's model).
Источник: [3].

При столкновении с элементом поверхности тела частицы изменяют нормальную к элементу составляющую своего количества движения, вследствие чего и возникает сила давления на тело. Согласно теории Ньютона давление на элемент поверхности тела зависит только от ориентации этого элемента к набегающему потоку частиц и не зависит от формы остальной части тела. При этом сопротивление тела определяется только формой его головной части. Давление на участках тела, лежащих в аэродинамической тени равно нулю.

Пусть дан элемент поверхности площадью S и углом θ между внутренней нормалью и направлением скорости набегающего потока V_∞ . Масса частиц, сталкивающихся с этим элементом в единицу времени, равна $\rho V_\infty S \cos \theta$, где ρ – плотность среды. При неупругом столкновении нормальная составляющая силы, действующей на элемент поверхности равна $\rho V_\infty^2 S \cos^2 \theta$, а давление $p = \rho V_\infty^2 \cos^2 \theta$. При неупругом столкновении частицы продолжают двигаться вдоль неё, сохранив при этом касательную составляющую количеству движения. Таким образом, коэффициент давления (давление, отнесённое к скоростному напору $\rho V_\infty^2 / 2$) будет равен:

$$c_p = 2 \cos^2 \theta \quad (1.1)$$

Аэродинамическая задача Ньютона ставится следующим образом: при заданных основании (R) и высоте (L) найти образующую тела вращения $y(x)$, которое испытывает наименьшее сопротивление при обтекании гиперзвуковым потоком невязкого газа (рис. 2). Вектор скорости газа V_∞ направлен вдоль оси Oy . Коэффициент давления на элемент поверхности в данном случае выражается формулой Ньютона (1.1). В общем случае тело может быть усечённым с плоским торцом радиуса r_0 .

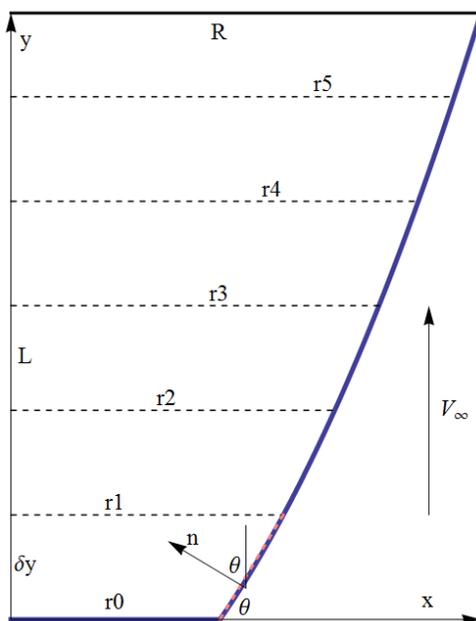


Рис. 2. / Fig. 2. Схема обтекания тела вращения / Scheme of a flow around a body of revolution

Источник: по данным авторов.

Разделим высоту L на n отрезков длиной δy . Проведём прямые через концы этих отрезков до их пересечения с кривой $y(x)$. Соединим точки пересечения прямыми линиями и таким образом заменим кривую $y(x)$ кусочно-линейной функцией. Таким образом, наше тело вращения состоит из n усечённых конусов (коноидов). Очевидно, что увеличивая n , или уменьшая длины этих отрезков δy , мы, в конечном итоге, будем приближать кусочно-линейную функцию к $y(x)$. Рассмотрим обтекание первого из этих коноидов (рис. 3).

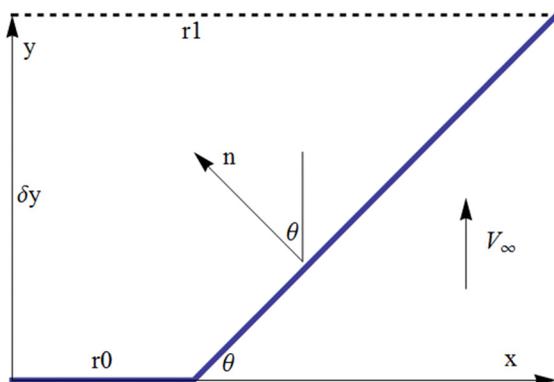


Рис. 3 / Fig. 3. Схема обтекания коноида / Scheme of a flow around a conoid

Источник: по данным авторов.

Пусть радиус торца r_0 , тогда ($\theta=0$) $c_p = 2$ и сила, действующая на торец, отнесённая к скоростному напору равна $c_{xt} = 2\pi r_0^2$. Проекция силы (отнесённая к скоростному напору), действующей на боковую коническую поверхность в направлении скорости газа, равна (S_k – площадь конической поверхности):

$$c_{xk} = 2 \int_{S_k} \cos^3 \theta dS_k, \quad dS_k = x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} d\varphi dx = x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} d\varphi dx$$

$$c_{xk} = 4\pi \int_{r_0}^{r_1} \cos^3 \theta \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} x dx \quad (1.2)$$

При заданных r_0 , r_1 , δy угол θ не зависит от x и этот интеграл можно вычислить.

Замечая, что

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{\delta y}{r_1 - r_0} \quad (1.3)$$

Окончательно получаем:

$$c_x = c_{xt} + c_{xk} = 2\pi \left(r_0^2 + (r_1^2 - r_0^2) \frac{(r_1 - r_0)^2}{(r_1 - r_0)^2 + \delta y^2} \right) \quad (1.4)$$

Считая, что величины r_1 и δy заданы, найдём, при каком значении r_0 функция $c_x(r_0)$ минимальна. Типичные графики функции $c_x(r_0)$ на представлены на рис. 4.

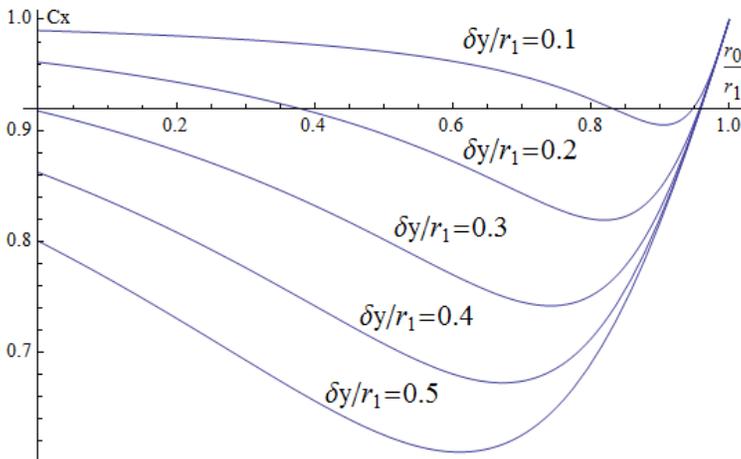


Рис. 4 / Fig. 4. Функции c_x в зависимости от r_0 для разных $\delta y / r_1$
Functions c_x depending on r_0 for different $\delta y / r_1$

Источник: по данным авторов.

Из рис. 4. видно, что функция $c_x(r_0)$ имеет минимум. Этот минимум можно вычислить из уравнения:

$$dc_x / dr_0 = 0 \quad (1.5)$$

Из (3) и (4) следует:

$$\delta y^2 r_0 - (r_0 - r_1)^2 r_1 = 0; \quad r_0 = \frac{\delta y^2 + 2r_1^2 - \sqrt{\delta y^4 + 4\delta y^2 r_1^2}}{2r_1} \quad (1.6)$$

Таким образом: при любых значениях δy и r_1 существует коноид с радиусом сечения r_0 , при котором сопротивление минимально (рис. 4.)

Вычислим угол θ между образующей конуса и плоским сечением (рис. 3.):

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\delta y}{r_1 - r_0} = -\frac{2r_1}{\delta y - \sqrt{\delta y^2 + 4r_1^2}} \quad (1.7)$$

Как уже отмечалось, при $\delta y \rightarrow 0$ построенная кусочно-линейная функция стремится к функции $y(x)$. Из (1.7) следует, что при $\delta y \rightarrow 0$ $\operatorname{tg}\theta \rightarrow 1$, $\theta = 45^\circ$.

Из предыдущего рассмотрения следуют 2 вывода:

1. Тело вращения минимального сопротивления (коэффициент давления подчиняется формуле Ньютона) обязано иметь плоский торец, величина которого зависит от его высоты и радиуса основания.

2. Угол между образующей тела вращения минимального сопротивления и плоским торцом равен 45° и не зависит от его высоты и радиуса основания.

Отнесём все линейные размеры к радиусу основания R , а силы, действующие на тело к площади основания и скоростному напору. Тогда коэффициент сопротивления запишется

$$c_x = 2r_0^2 + \int_n^1 \frac{x}{1+y'^2} dx \quad (1.8)$$

Образующая тела вращения $y(x)$, которая обеспечивает минимум сопротивления в среде Ньютона выглядит следующим образом: она сначала идёт вдоль оси x , то есть $y(x)=0$ при $0 \leq x \leq r_0$; далее она подчиняется дифференциальному уравнению Эйлера [6]

$$\frac{xy'(x)}{[1+(y'(x))^2]^2} = \operatorname{const} = c \quad (1.9)$$

Отметим, что при точке $x=r_0$, в которой горизонтальная прямая переходит в кривую Ньютона, имеем:

$$\operatorname{tg}\theta(r_0) = y'(r_0) = 1 \quad (1.10),$$

что позволяет найти эту кривую. Второе условие, позволяющее решить задачу это ($\lambda = L/R$)

$$y(x=1) = \lambda \quad (1.11).$$

Координаты (x,y) кривой Ньютона $y = y(x,c)$ записываются в параметрической форме. Для этого вводим параметр $u = y'$. Из уравнения (1.9) получаем:

$$x = c \frac{(1+u^2)^2}{u}, \quad \frac{dy}{dx} = u, \quad dy = u dx, \quad dy = u \frac{dx}{du} du = c \left(4u(1+u^2) - \frac{(1+u^2)^2}{u} \right) du$$

Интегрируя это выражение, получаем

$$y = \int c \left(4u(1+u^2) - \frac{(1+u^2)^2}{u} \right) du = c \left(u^2 + \frac{3}{4}u^4 - \ln u \right) + A$$

Постоянную интегрирования находим из соображения, что при $x = r_0$, $y = 0$, $u = 1$. Тогда $A = -7c/4$, $c = r_0/4$.

$$y = \frac{r_0}{4} \left(u^2 + \frac{3}{4}u^4 - \ln u - \frac{7}{4} \right), \quad x = \frac{r_0}{4} \frac{(1+u^2)^2}{u} \quad (1.12)$$

Параметр u_* , соответствующий точке $(1, \lambda)$, и постоянную r_0 находим из решения системы уравнений

$$1 = \frac{r_0}{4} \frac{(1+u_*^2)^2}{u_*}, \quad \lambda = \frac{r_0}{4} \left(u_*^2 + \frac{3}{4}u_*^4 - \ln u_* - \frac{7}{4} \right) \quad (1.13)$$

Деля второе уравнение этой системы на первое и решая численно полученное уравнение, приближённо получаем величину $u_*(\lambda)$. И далее

$$r_0(\lambda) = \frac{4u_*(\lambda)}{(1+u_*^2(\lambda))^2} \quad (1.14)$$

Подставляя полученные данные в (1.12), определяем уравнения для получения оптимальной кривой.

На рис. 5 изображены образующие тел вращения минимального сопротивления для нескольких удлинений. Отметим, что при увеличении удлинения радиус плоского затупления уменьшается.

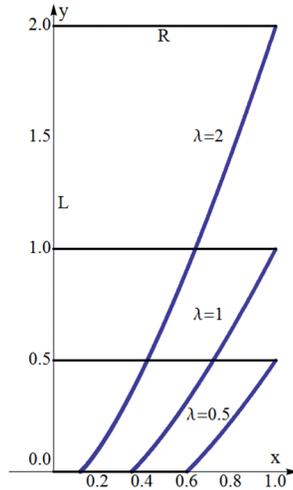


Рис. 5 / Fig. 5. Образующие тел вращения минимального сопротивления, если давление на элемент поверхности вычисляется по Ньютону / Generators of bodies of revolution of minimum resistance if the pressure on the surface element is calculated according to Newton
Источник: по данным авторов.

2. Свободномолекулярная модель газа

Для оценочных расчётов сил, действующих на тело при его высокоскоростном движении в газе, широкое распространение получили формулы, найденные из локальных моделей. В основе этих моделей лежит предположение, что каждый элемент поверхности тела взаимодействует со средой независимо от других участков тела. Сила, действующая на него, зависит лишь от ориентации элемента относительно направления движения. Примерами такой зависимости является формула Ньютона, используемая в гиперзвуковой аэродинамике для оценочных расчётов распределения давления на поверхности тела или соотношения, полученные из модели свободномолекулярного движения для сильно разреженных газов.

Наибольшее распространение получила локальная модель [7], в которой коэффициенты давления и трения равны (отнесённые к скоростному напору $\rho_\infty V_\infty^2 / 2$)

$$c_p = p_0 \cos^2 \theta + p_1 \cos \theta, \quad c_\tau = \tau_0 \cos \theta \sin \theta \quad (2.1)$$

Коэффициенты в этих формулах зависят от числа Re_0 , температурного фактора t_w ($t_w = T_w / T_0$, T_w – температура поверхности, T_0 – температура торможения) и показателя степени адиабаты γ , θ – угол между внутренней нормалью и направлением скорости набегающего потока, (см. рис. 2). $Re_0 = \rho_\infty V_\infty R / \mu_0$, ρ_∞ – плотность, V_∞ – скорость и μ_0 – коэффициент вязкости в зависимости от температуры торможения, R – радиус основания тела вращения.

Отличительной особенностью данной модели (кроме простоты) является то, что в предельных случаях изменения числа Рейнольдса она соответствует, либо свободномолекулярной модели, либо модели Ньютона. Так для свободномолекулярной модели ($Re_0 \rightarrow 0$)

$$p_0 = \tau_0 = 2, \quad p_1 = \sqrt{\pi t_w (\gamma - 1) / \gamma} \quad (2.2)$$

В случае модели Ньютона ($Re_0 \rightarrow \infty$)

$$p_0 = 2, \quad p_1 = \tau_0 = 0 \quad (2.3)$$

Рассмотрим свободномолекулярную модель газа. Тогда коэффициенты давления и трения равны, соответственно

$$c_p = 2 \cos^2 \theta + p_1 \cos \theta, \quad c_\tau = 2 \cos \theta \sin \theta \quad (2.4)$$

Так же как в п. 1 вычислим коэффициент сопротивления коноида (рис. 3)

$$c_x = 2 + p_1 G(r_0, \delta y), \quad G(r_0, \delta y) = \left(r_0^2 + \frac{(1-r_0)(1-r_0^2)}{\sqrt{(1-r_0)^2 + \delta y^2}} \right) \quad (2.5)$$

В формуле (2.5) линейные размеры отнесены к r_1 .

На рис. 6 нанесены кривые изменения функции $G(r_0, \delta y)$ по r_0 для разных δy .

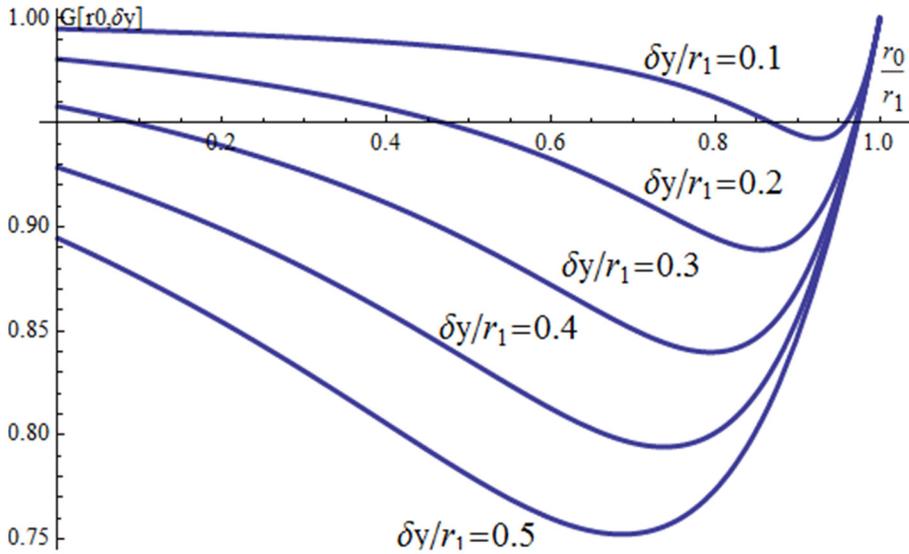


Рис. 6 / Fig. 6. Функции $G(r_0, \delta y)$ в зависимости от r_0 для разных $\delta y /$
 Functions $G(r_0, \delta y)$ depending on r_0 for different δy

Источник: по данным авторов.

Отметим, что для любых δy эти кривые имеют минимум, причём этот минимум сдвигается в сторону единицы при уменьшении δy . Так же как в случае модели Ньютона этот минимум можно найти, приравнявая нулю производную dG/dr_0 .

Решая численно это уравнение, вычисляем угол θ между образующей и плоскостью

$$\operatorname{tg}\theta = \left. \frac{\delta y}{1-r_0} \right|_{\delta y \rightarrow 0} = 1.272, \quad \theta = 51.83^\circ \quad (2.6)$$

Из предыдущего рассмотрения следуют 2 вывода:

1. Тело вращения минимального сопротивления (коэффициенты давления и трения подчиняются формулам локального метода для свободномолекулярного случая) обязано иметь плоский торец, величина которого зависит от его высоты и радиуса основания.

2. Угол между образующей тела вращения минимального сопротивления и плоским торцом в свободном молекулярном случае равен 51.83° и не зависит от его высоты и радиуса основания.

Способ построения оптимальной образующей остаётся таким же, как и в случае модели Ньютона. Она сначала идёт вдоль оси x , то есть $y(x) = 0$ при $0 \leq x \leq r_0$; далее она подчиняется дифференциальному уравнению Эйлера [6], которое в данном случае имеет вид:

$$\frac{xy'}{(1+y'^2)^{3/2}} = c \quad (2.7)$$

Заменим y' на u , тогда

$$x = c \frac{(1+u^2)^{3/2}}{u}, \quad dy = u \frac{dx}{du} du = c \left(3u\sqrt{1+u^2} - \frac{(1+u^2)^{3/2}}{u} \right) du$$

При $x = r_0$, $u = 1.272$, $c = 0.3r_0$.

Интегрируя это выражение получаем

$$y = 0.3r_0 \left(\frac{1}{3}(-1+2u^2)\sqrt{1+u^2} + \ln \frac{1+\sqrt{1+u^2}}{u} \right) + A \quad (2.8)$$

Отсюда $A = -0.3r_0 \cdot 1.928$

Таким образом, имеем систему уравнений

$$\begin{cases} x = 0.3r_0 \frac{(1+u^2)^{3/2}}{u} \\ y = 0.3r_0 \left(\frac{1}{3}(-1+2u^2)\sqrt{1+u^2} + \ln \frac{1+\sqrt{1+u^2}}{u} - 1.928 \right) \end{cases} \quad (2.9)$$

Пусть $u = u_*$ при $x = 1$, тогда величина параметра u меняется в пределах $1.272 < u < u_*$, когда $r_0 < x < 1$. Одновременно, при $x = 1$ $y = \lambda$. Величины r_0 и u_* определяем из решения системы уравнений

$$\begin{cases} 1 = 0.3r_0 \frac{(1+u_*^2)^{3/2}}{u_*} \\ \lambda = 0.3r_0 \left(\frac{1}{3}(-1+2u_*^2)\sqrt{1+u_*^2} + \ln \frac{1+\sqrt{1+u_*^2}}{u_*} - 1.928 \right) \end{cases} \quad (2.10)$$

Деля второе уравнение на первое? исключаем r_0 и находим $u_*(\lambda)$, и далее из первого уравнения вычисляем $r_0(\lambda)$. Подставляя r_0 и $1.272 < u < u_*$ в уравнения (2.9), вычисляем соответствующие x и y .

На рис. 7 изображены кривые образующих тел наименьшего сопротивления для свободномолекулярной модели газа.

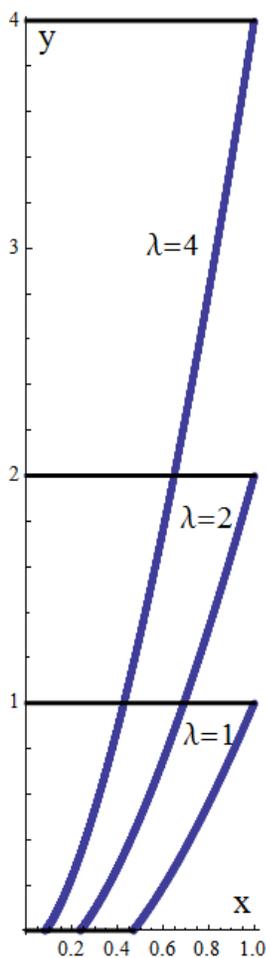


Рис. 7 / Fig. 7. Образующие для разных удлинений λ /
Generators for different elongations

Источник: по данным авторов.

В табл. 1 приведены данные сравнения радиусов затупления в случае модели Ньютона r_{0n} и свободномолекулярной модели r_{0sm} .

Таблица 1 / Table 1

Радиусы затупления в случае модели Ньютона r_{0n} и свободномолекулярной модели r_{0sm} / Bluntness radii in the case of Newton's model r_{0n} and free molecular model r_{0sm}

λ	1	2	4
r_{0n}	0.35094	0.12085	0.022775
r_{0sm}	0.46774	0.23421	0.080985

Источник: по данным авторов.

Отметим, что размер затупления в свободномолекулярной модели газа существенно больше, чем в модели Ньютона. Кроме того при увеличении удлинения в модели Ньютона затупление уменьшается существенно быстрее.

Заключение

В работе построены образующие тел вращения, при которых сопротивление тела минимальное. В качестве газа обтекающего тела исследованы две модели: модель «редкой» среды Ньютона и модель свободномолекулярного течения газа при больших скоростях движения. И в том и другом случае у тел должен быть плоский торец, размеры которого зависят от удлинения тела. И в том и другом случае угол между кривой образующей тела вращения и плоским торцом не зависит от удлинения. В случае модели Ньютона этот угол $\theta = 45^\circ$, а в случае свободномолекулярной модели $\theta = 51.83^\circ$.

Статья поступила в редакцию 23.05.2022г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. М.: Наука, 1989. 688 с.
2. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974. 480 с.
3. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
4. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 327 с.
5. Бунимович А. И., Якунина Г. Е. Исследование форм поперечного контура конического пространственного тела минимального сопротивления, движущегося в разреженном газе // Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 5. С. 112–117.
6. Миеле А. Теория оптимальных аэродинамических форм. М.: Мир, 1969. 507 с.
7. Галкин В. С., Ерофеев А. И., Толстых А. И. Приближенный метод расчёта аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1833. С. 6–10.

REFERENCES

1. Newton I. *Matematicheskie nachala natural'noi filosofii* [Mathematical principles of natural philosophy]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 688 p.
2. Ioffe A. D., Tikhomirov V. M. *Teoriya ekstremal'nykh zadach* [Theory of Extremal Problems]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 480 p.
3. Chernyi G. G. *Techenie gaza s bol'shoi sverkhzvukovoi skorost'yu* [Gas flow with high supersonic speed]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 220 p.
4. Lunev V. V. *Giperzvukovaya aerodinamika* [Hypersonic Aerodynamics]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1975. 327 p.
5. Bunimovich A. I., Yakunina G. Ye. [Investigation of the forms of the transverse contour of a conical spatial body of minimal resistance moving in a rarefied gas]. In: *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1986, no. , pp. 112–117.
6. Miele A. Theory of optimum aerodynamic forms. New York, Acad. Press, 1965. 455 p.

7. Galkin V. S., Erofeev A. I., Tolstykh A. I. [An approximate method for calculating the aerodynamic characteristics of bodies in a hypersonic rarefied gas flow]. In: *Trudy TSAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1977, iss. 1833, pp. 6–10.
-

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Горелов Сергей Львович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Иванилова Полина Владимировна – студентка кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: ivanilova.pv@phystech.edu.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey L. Gorelov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology;
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Polina V. Ivanilova – Student, Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology;
e-mail: ivanilova.pv@phystech.edu.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Горелов С. Л., Иванилова П. В. Об аэродинамической задаче Ньютона // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2022. № 3. С. 15–27.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-15-27

FOR CITATION

Gorelov S. L., Ivanilina P. V. Newton's aerodynamic problem. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 3, pp. 15–27.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-15-27