УДК 530.182.1
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-28-38

ЗАПУТАННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

Кондакова А. В., Камалов Т. Ф.

Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация

Аннотация
Цель: реализовать стохастическое представление волновой функции для пары запутанных солитонной в жидком кристалле. Показать применимость специального солитонного представления квантовой механики для моделирования реальных запутанных систем.
Процедура и методы. Центральное место в исследовании занимает метод математического моделирования. В рамках расчёта стохастики методом абстрагирования и конкретизации приводится подробный математический аппарат, адаптированный к реальному физическому случаю. Проведён качественный анализ особенностей поведения материала при распространении в диэлектрической среде солитонных импульсов.
Результаты. Главная ценность стохастической теории для системы запутанных солитонов состоит в возможности моделирования запутанных состояний реальных систем – фотонов. В рамках данной работы рассмотрены оптические 1D-огибающие солитонов в нематическом жидком кристалле в приближении к условиям реальной физической задачи.
Теоретическая и/или практическая значимость заключается в принципиальной возможности моделирования реальных запутанных систем на базе построенной стохастической модели запутанных солитонов и последующем создании на её основе специальных приложений. В частности, появится перспектива применения в проблеме распространения квантовой телепортации к использованию среди компонентов сетей квантовых вычислений.
Ключевые слова: оптические солитоны, нелинейность, солитон, жидкий кристалл
Благодарности. Благодарим профессора Беляева В. В. за хорошее руководство и ценные советы, которые повлияли на написание этой работы.

ENTANGLED OPTICAL SOLITONS IN A DIELECTRIC MEDIUM OF A LIQUID CRYSTAL

A. Kondakova, T. Kamalov

Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoi 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

Aim. We implement a stochastic representation of the wave function for a pair of entangled solitons in a liquid crystal. The applicability of a special soliton representation of quantum mechanics for modeling real entangled systems is demonstrated.

Methodology. The main method used in the study is mathematical modeling. As part of the calculation of stochastics by the method of abstraction and concretization, a detailed mathematical apparatus is presented, adapted to the real physical case. The behavior of the material is qualitatively analyzed for the case of propagation of soliton pulses through a dielectric medium.

Results. The main advantage of the stochastic theory for a system of entangled solitons lies in the possibility of modeling entangled states of real systems, i.e. photons. In this work, optical 1D envelopes of solitons in a nematic liquid crystal are considered under approximate conditions of a real physical problem.

Research implications. The theoretical and/or practical significance lies in the fundamental possibility of modeling real entangled systems based on the constructed stochastic model of entangled solitons and subsequent creation of special applications on its basis. In particular we demonstrate a prospect for applying quantum teleportation to the problem of propagation of quantum computation for use among the components of quantum computing networks.

Keywords: optical solitons, nonlinearity, soliton, liquid crystal

Acknowledgments. We thank Professor Belyaev V. V. for good guidance and valuable advice that influenced the writing of this work.

Введение

Особенности распространения оптических солитонов в диэлектрике в настоящее время активно применяются в областях прикладного использования квантовых явлений [1–4]. При создании новых технологий на основе теории солитонов актуален вопрос разработки доступных для практической реализации солитонных моделей, пригодных для последующего моделирования реальных запутанных систем. К примеру, простейшая модель стохастического моделирования кубитов с использованием солитонной схемы и без учёта среды распространения [5] открывает возможность моделирования двойных запутанных конфигураций для реализации квантовых алгоритмов. Метод внедрения стохастических q -битов в солитонную схему с применением случайной фазовой структуры показан в работе [6].

Однако для непосредственного применения математических моделей на практике необходимо ещё на начальном этапе вводить характеристики конкретной среды распространения запутанных солитонов. В нашем случае выбрана диэлектрическая среда нематического жидкого кристалла. Для анализа особенностей распространения солитонов в жидком кристалле составляются уравнения движения солитонов на основе нелинейного уравнения Шрёдингера в приближении реальной физической задачи. При наличии качественного представления о поведении солитонов в среде, строятся запутанные синглетные состояния двух солитонов в специальном стохастическом представлении. Это стохастическое представление волновой функции позволяет строить запутанные состояния солитонов, моделирующие запутанные состояния фотонов.

1. Возникновения оптического солитона в нелинейной среде

Рассмотрим в качестве диэлектрической среды распространения оптического солитона нематический жидкий кристалл в отсутствии поглощающих присадок. Для появления солитонов соответствующее ему уравнение движения должно быть нелинейным. НЖК в нелинейной оптике остаётся наиболее используемым благодаря своей прозрачности на всем протяжении области от ультрафиолета до среднего инфракрасного излучения. При этом кристалл обладает относительно низкой электронной восприимчивостью и высоким показателем двулучепреломления. В этом случае требуемый нелинейный член в уравнениях движения солитонов, описывающих ориентацию директора ЖК, может быть обеспечен внешними электрическими или магнитными полями. Для статических солитонов молекулярные конфигурации могут быть получены из уравнения Лагранжа, полученного из плотности свободной энергии. Однако в динамике молекулы ЖК будут находиться в постоянном движении, и ослабление ориентации молекул игнорировать нельзя. Член инерции ориентации наоборот обычно мал и им можно пренебречь. Тогда результирующее уравнение движения представит собой либо синусоидальное уравнение Гордона, либо двойное уравнение синуса-Гордона с чрезмерным затуханием:

В случае положительного значения n_2 показатель увеличивается с увеличением интенсивности света, а в случае конечного луча приводит к линзоподобному распределению преломления, которое способно самофокусировать возбуждение. Вследствие этого формируется фундаментальный солитон, в пространстве являющийся модой низшего порядка, управляемой самоиндуцированным диэлектрическим волноводом.

Так как уравнения для электрического поля входного поляризованного света E и угла оптического директора для НЖК задаются в виде:

$$i\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla^2 E - \cos 2\phi\, E = 0;$$

$$\nu\nabla^2\phi + q\cos(2\phi + 2\psi) + 2|E^2|\sin(2\phi) = 0,$$

где q – относительная напряжённость статического электричества по отношению к динамическому электрическому полю, а угол ψ измеряет наклон статического электрического поля к направлению распространения, то представляется возможным составить уравнения модуляции солитона в НЖК [8]. Упрощая общие уравнения жидкого кристалла до существующей физической ситуации, когда ψ = 0 при E = 0, получим:

$$i\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla^2 E+\sin 2\theta\, E=0;$$

$$\nu\nabla^2\theta+q\,\sin(2и)+2|E^2|\cos(2\theta)=0.$$

Учитывая граничные условия в отклонении директора, когда $\theta\to 0$, если $r^2=x^2+y^2\to\infty$ получим восстановление его ранее установленного наклона. В текущем пределе локального отклика материала полученное уравнение директора может быть аппроксимировано и решено в приводимом приближении:

$$-q\,\sin(2\theta)+2|E^2|\cos(2\theta)=0;$$

$$\tan(2\theta)=\frac{2|E^2|}{q}.$$

Подстановка полученного решения в уравнение электрического поля приводит к насыщаемому нелинейному уравнению Шредингера вида:

$$i\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla^2 E+\frac{2|E^2|E}{(q^2+4|E^4|)^{1/2}}=0,$$

где начальное условие длительности посылаемого луча z = 0 интерпретируется как солитоноподобный импульс вида:

$$E(0,r)=A\,\mathrm{sech}\,\frac{r}{W}.$$

2. Оптические солитоны в нематическом жидком кристалле

Используя найденное решение, можно перейти к расчёту интегралов движения оптического солитона, описывающих его конфигурацию внутри жидкого кристалла. С этой целью выполним подстановку подходящей пробной функции в усреднённый лагранжиан для нелинейного уравнения Шредингера высшего порядка в пределе $\nu\to 0$:

$$L=ir(E^*E_z-EE_z^*)-r|E_r|^2+\frac{2r}{q}|E|^4-\frac{2r}{q^3}|E|^8,$$

где $|E|^8$ введено для стабилизации самофокусирующегося солитона и предотвращения его коллапса при помощи учёта нелинейности процесса, а E^* и E_z^* – комплексно-сопряжённые величины.

Пробная функция для заданного лагранжиана будет описывать функциональную форму солитона в жидком кристалле. Используя дополнительное радиально-симметричное обобщение как в работе [9], получим функцию вида:

$$E=asech\frac{r}{w}\exp(i\sigma)+igexp(i\sigma),$$

где первый член отображает изменяющийся солитонный импульс, а второй – дополнительное внефазовое взаимодействие солитонов. При этом предполагается, что функция g не зависит от r.

Подставляя выведенную пробную функцию в исходный лагранжиан и интегрируя полученное выражение по r от 0 до ∞, получим его усреднённое значение:

$$\mathcal{L} = -2(a^2w^2I_2 + \Lambda g^2)\sigma' + 2w^2gI_1a' + 4awgI_1w' - 2aw^2I_1g' - a^2I +$$

$$\frac{2}{q}I_4a^4w^2 - \frac{2}{q^3}I_8a^8w^2, \text{ где } \Lambda = \frac{1}{2}l^2.$$

Учёт функции g на бесконечности потеряет физический смысл, так как возникнет проблема бесконечной массы. Из-за этого допускается рассмотрение g только в области длины l, центрированной вокруг положения импульса. Тогда, в силу двумерности нелинейного уравнения Шредингера импульс представится в виде диска, ограниченного областью $r < l^4$.

Найдутся следующие интегралы движения:

$$\int_0^\infty x sech^2 x tanh^2 x dx = \frac{1}{3}log2 + \frac{1}{6};$$

$$\int_0^\infty x sech x dx = 2C;$$

$$\int_0^\infty x sech^2 x dx = log2;$$

$$\int_0^\infty x sech^4 x dx = \frac{2}{3}log2 - \frac{1}{6};$$

$$\int_0^\infty x sech^8 x dx = \frac{16}{35}log2 - \frac{19}{105},$$

где C – постоянная Каталана (C = 0.915965594 ...).

Учитывая вариации лагранжиана относительно параметров a, w и g, получим вариационные уравнения вида:

$$\frac{d}{dt}(I_1aw^2) = \Lambda g\frac{d\sigma}{dz};$$

$$I_1\frac{dg}{dt} = \frac{Ia}{2w^2} - \frac{I_4}{q}a^3 + \frac{3I_8}{q^3}a^7;$$

$$I_2\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{I}{w^2} + \frac{3I_4}{q}a^2 - \frac{7I_8}{q^3}a^6;$$

$$\frac{d}{dt}(I_2a^2w^2 + \Lambda g^2) = 0.$$

Уравнения движения, выводимые из двумерного нелинейного уравнения Шредингера, имеют аналогичный вид при использовании одномерного. При этом неподвижная точка этих уравнений движений задаётся на g = 0, с амплитудой a и шириной w, связанными соотношением:

$$w^2 = \frac{qI}{2a^2}(I_4 - \frac{3I_8}{q^2}a^4)^{-1}.$$

Согласно теории, неподвижная точка солитона внутри жидкого кристалла является центром, вокруг которого происходят колебания значений уравнений движения. Вследствие этого возможно исследовать колебательное поведение солитона.

Для стохастического представления волновой функции солитонов в жидком кристалле определим вспомогательную комплексную функцию. Предположим, что реальное поле, описывающее частицы солитоны, имеет вид:

$$\phi(t,r) = \sum_{k=1}^{N} \phi^{(k)}(t,r);$$

$$sup\phi^{(k)} \cap sup\phi^{(k')} = 0 \; при\, k \neq k'.$$

Сопряжённые моменты импульса в таком случае можно представить в виде:

$$\pi(t,r) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_t} = \sum_{k=1}^{N} \pi^{(k)}(t,r), \phi_t = \frac{\partial \phi}{\partial t};$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = i\frac{\partial}{\partial t}\left(r|E_r|^2 - \frac{2r}{q}|E|^4 + \frac{2r}{q^3}|E|^8\right)) + \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{2}r(E_r^* E_{rr} - E_r E_r^*) + \frac{2}{q}r|E|^2(EE_r^* - E^* E_r) - \frac{4}{q^3}r|E|^6(EE_r^* - E^* E_r)\right] = \pi(t,r).$$

Снова производя подстановку пробной функции, получим искомое уравнение импульса:

$$\pi(t,r) = \frac{\partial}{\partial t}\left(Ia^2 - \frac{2}{q}I_4 a^4 w^2 + \frac{2}{q^3}I_8 a^8 w^2\right).$$

Используя те же математические выкладки, получим уравнение сохранения энергии для распространяющегося солитона внутри жидкого кристалла. Проводя интегрирование от 0 до r и в дальнейшем учитывая начальные значения амплитуды и ширины распространяющегося солитона, получим:

$$H = I\hat{a}^2 - \frac{2}{q}I_4\hat{a}^4\hat{w}^2 + \frac{2}{q^3}I_8\hat{a}^8\hat{w}^2 = 0.$$

Тогда математическое описание солитона с малой амплитудой будет иметь вид:

$$\hat{a}^6 = -\frac{q^2 I_4 H}{2II_8}, \hat{w}^2 = \frac{qI}{2I_4\hat{a}^2}, \Lambda = \frac{1}{2}l^2 = \frac{q^3 I_1^2 I}{24I_2 I_8\hat{a}^6}.$$

Вводя лагранжеву плотность поля и определяя вспомогательную функцию, удовлетворяющую условию нормировки [7], теперь можно определить стохастический вариант записи волновой функции с учётом всего числа N независимых испытаний:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\nu A + \frac{i}{\nu}\pi);$$

$\hbar = \int dz|\varphi|^2, \hbar$ – постоянная Планка.

$$\psi_N(t,z) = (\hbar N)^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{N} ц_j(t,z).$$

Покажем, что ψ_N здесь выполняет роль амплитуды вероятности, вычислив интеграл небольшого объёма $\Delta V \gg V_0$, где $V_0 \sim \frac{1}{k}$ означает правильный размер солитона:

$$\rho_N = \frac{1}{\Delta V}\int dz|\psi_N|^2\,; \quad \Delta V \subset R^1.$$

Тогда, при вероятности $P = 1 - a\frac{V_0}{\Delta V}$, где $a \sim 1$, интеграл даст решение:

$$\rho_N = \frac{\Delta N}{N\Delta V},$$

где ΔN – число испытаний, для которых центры частиц-солитонов могут оказаться в используемом объёме ΔV.

Рассмотрим процедуру измерения некоторой наблюдаемой A, соответствующей, согласно теореме Э. Нётер, генератору группы симметрий $\widehat{M}_A$. Например, момент импульса связан с генератором космического перевода $\widehat{M}_p = -i\nabla$ момент связан с генератором пространственного вращения $\widehat{M}_L = J$. В результате подобных преобразований классическая наблюдаемая Aj для j-того испытания, выполненного в эксперименте с трёхмерной частицей-солитоном, представиться в виде:

$$A_j = \int d^3x\pi_j i\widehat{M}_A\phi_j = \int d^3x\varphi_j^* V\varphi_j,$$

где π_j – обобщённый импульс в j-м испытании, а φ_j – обобщённая координата (поле). В нашем случае φ_j соответствует A_j, а π_j соответствует $\pi_j = (Ia^2 - \frac{2}{q}I_4a^4w^2 + \frac{2}{q^3}I_8a^8w^2)_j$. Соответствующее среднее значение рассчитается как:

$$E(A) \equiv \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} A_j = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\int d^3x\varphi_j^*\widehat{M}_A\varphi_j = \int d^3x\psi_N^*\hat{A}\psi_N + O(\frac{V_0}{\Delta V}),$$

где эрмитов оператор $\hat{A}$ обозначает $\hat{A} = \hbar\widehat{M}_A$.

Таким образом, в соответствии с условием рассматриваемых объёмов ($\frac{V_0}{\Delta V} \ll 1$) мы получаем стандартное квантово-механическое правило для вычисления средних значений наблюдаемых. Подобные выражения можно найти для одномерных частиц-солитонов. Например, оператор вращения имеет стандартную форму:

$$(\widehat{S_k})_{lm} = -i\hbar.$$

При рассмотрении синглетных состояний двух солитонов – системы запутанных солитонов с нулевым спином и импульсом, получим:

$$\varphi^{(12)}(t, z_1, z_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_L(t, -z_1) \otimes \varphi_R(t, z_2) - \varphi_R(t, -z_1) \otimes \varphi_L(t, z_2)].$$

Условие нормировки для полученного уравнения:

$$\int dz_1 \int dz_2 \varphi^{(12)} * \varphi^{(12)} = \hbar^2$$

соответствует полученным выражениям стохастической волновой функции системы двух запутанных солитонов внутри жидкого кристалла:

$$\psi_N(t, z_1, z_2) = (\hbar^2 N)^{-\frac{1}{2}}\sum_{j=1}^{N} \varphi_j{}^{(12)}.$$

Заключение

Основная ценность стохастической теории для системы запутанных солитонов заключается в возможности моделирования запутанных состояний реальных систем – фотонов. В рамках данной статьи мы рассмотрели оптические одномерные солитоны огибающей в нематическом жидком кристалле в приближении к условиям реальной физической задачи. Реализовано стохастическое представление волновой функции для запутанных солитонов в диэлектрической среде жидкого кристалла с полным описанием используемого математического аппарата. На основе полученных данных при установлении точных характеристик среды распространения в зависимости от преследуемых целей откроется возможность получать расчётные модели для практического применения в ряду до сих пор не решённых задач квантовых явлений. Отдельный интерес состоит в возможности перестроения волновой функции запутанной системы солитонов:

$$\psi_N(t, z_1, z_2) = (\hbar^2 N)^{-\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^{N} \varphi_j{}^{(12)}.$$

на любую запутанную пару реальных объектов. В частности, предлагаемое стохастическое представление поможет разрешить внедрение явления квантовой телепортации к использованию среди компонентов сетей квантовых вычислений [10].

Результат проведённого исследования аналогично представляется явным в случае применения составленной модели в области фактической фиксации короткодействующих импульсов, где возникает трудность детектирования минимальных длительностей импульсов вне зависимости от посторонних шумов [11–13].

Статья поступила в редакцию 10.08.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Experimental quantum teleportation / Bouwmeester D., Pan J. W., Mattle K., Eibl M., Weinfurter H., Zeilinger A. // Nature. 1997. Vol. 390. Iss. 6660. P. 575–579. DOI: 10.1038/37539.
2. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein–Podolsky–Rosen channels / Boschi D., Branca S., De Martini F., Hardy L., Popescu S. // Physical Review Letters. 1998. Vol. 80. Iss. 6. P. 1121. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.1121.
3. Lee R. K., Lai Y., Malomed B. A. Quantum correlations in bound soliton pairs and trains in fiber lasers // Physical Review A. 2004. Vol. 70. Iss. 6. P. 063817. DOI: 10.1103/PhysRevA.70.063817.
4. Рыбаков Ю.П., Камалов Т.Ф. Случайная солитонная реализация квантовой механики и стохастические кубиты // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Прикладная и компьютерная математика. 2003. Т. 2. № 2. С. 117–122.
5. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Entangled solitons and stochastic q-bits // Physics of Particles and Nuclei Letters. 2007. Vol. 4. No. 2. P. 119–121. DOI: 10.1134/S1547477107020033.
6. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Probabilistic simulation of quantum states // Proceedings of the SPIE. 2008. Vol. 7023. Quantum Informatics 2007. P. 702307. DOI: 10.1117/12.801898.

7. Reinbert C. G., Minzoni A. A., Smyth N. F. Spatial soliton evolution in nematic liquid crystals in the nonlinear local regime // Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics. 2006. Vol. 23. Iss. 2. P. 294–301. DOI: 10.1364/JOSAB.23.000294.
8. Kath W. L., Smyth N. F. Soliton evolution and radiation loss for the nonlinear Schrödinger equation // Physical Review E. 1995. Vol. 51. Iss. 2. P. 1484. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1484.
9. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Entangled optical solitons in nonlinear Kerr dielectric // Proceedings SPIE. 2007. Vol. 6729. ICONO 2007: Coherent and Nonlinear Optical Phenomena. P. 67291T. DOI: 10.1117/12.752137.
10. Scheme for the generation of entangled solitons for quantum communication / Leuchs G., Ralph T. C., Silberhorn Ch., Korolkova N. // Journal of Modern Optics. 1999. Vol. 46. Iss. 14. P. 1927–1939. DOI: 10.1080/09500349908231382.
11. Remote quantum entanglement between two micromechanical oscillators / Riedinger R., Wallucks A., Marinkovic I., Löschnauer C., Aspelmeyer M., Hong S., Gröblacher S. // Nature. 2018. Vol. 556. Iss. 7702. P. 473–477. DOI: 10.1038/s41586-018-0036-z.
12. Optical rotation dispersion of cholestericnematic mixture / Vasilchikova E. N., Dmitrieva A. D., Kondakova A. V., Kurilov A. D., Usachev V. V., Muravsky A. A., Chausov D. N. // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2056: International Conference “Advanced Element Base of Micro- and Nano-Electronics with Using of ToDate Achievements of Theoretical Physics” (MRSU 2021) (20–23 April 2021, Moscow, Russia). P. 012030. DOI: 10.1088/1742-6596/2056/1/012030.
13. Electro-optical modulation in planar-oriented ferroelectric liquid crystals with a subwavelength spiral pitch (Электрооптическая модуляция в планарно-ориентированных сегнетоэлектрических жидких кристаллах с субволновым шагом спирали) / Pozhidaev E. P., Barbashov V. A., Kesaev V. V., Pogonin V. I., Samagin S. A., Kotova S. P., Torgova S. I., Chigrinov V. G. // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2017. T. 17. № 4. C. 90–96. DOI: 10.18083/LCAppl.2017.4.90.

REFERENCES

1. Bouwmeester D., Pan J. W., Mattle K., Eibl M., Weinfurter H., Zeilinger A. Experimental quantum teleportation. In: *Nature*, 1997, vol. 390, iss. 6660, pp. 575–579. DOI: 10.1038/37539.
2. Boschi D., Branca S., De Martini F., Hardy L., Popescu S. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and Einstein–Podolsky–Rosen channels. In: *Physical Review Letters*, 1998, vol. 80, iss. 6, pp. 1121. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.1121.
3. Lee R. K., Lai Y., Malomed B. A. Quantum correlations in bound soliton pairs and trains in fiber lasers. In: *Physical Review A*, 2004, vol. 70, iss. 6, pp. 063817. DOI: 10.1103/PhysRevA.70.063817.
4. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Random Soliton Realization of Quantum Mechanics and Stochastic Qubits. In: *Vestnik Rossiyskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Prikladnaya i komp'yuternaya matematika* [RUDN Journal of Applied and Computer Mathematics], 2003, vol. 2, no. 2, pp. 117–122.
5. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Entangled solitons and stochastic q-bits. In: *Physics of Particles and Nuclei Letters*, 2007, vol. 4, no. 2, pp. 119–121. DOI: 10.1134/S1547477107020033.
6. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Probabilistic simulation of quantum states. In: *Proceedings of the SPIE*, 2008, vol. 7023. Quantum Informatics 2007, pp. 702307. DOI: 10.1117/12.801898.

7. Reinbert C. G., Minzoni A. A., Smyth N. F. Spatial soliton evolution in nematic liquid crystals in the nonlinear local regime. In: *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, 2006, vol. 23, iss. 2, pp. 294–301. DOI: 10.1364/JOSAB.23.000294.
8. Kath W. L., Smyth N. F. Soliton evolution and radiation loss for the nonlinear Schrödinger equation. In: *Physical Review E*, 1995, vol. 51, iss. 2, pp. 1484. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1484.
9. Rybakov Y. P., Kamalov T. F. Entangled optical solitons in nonlinear Kerr dielectric. In: *Proceedings SPIE*, 2007, vol. 6729. ICONO 2007: Coherent and Nonlinear Optical Phenomena, pp. 67291T. DOI: 10.1117/12.752137.
10. Leuchs G., Ralph T. C., Silberhorn Ch., Korolkova N. Scheme for the generation of entangled solitons for quantum communication. In: *Journal of Modern Optics*, 1999, vol. 46, iss. 14, pp. 1927–1939. DOI: 10.1080/09500349908231382.
11. Riedinger R., Wallucks A., Marinkovic I., Löschnauer C., Aspelmeyer M., Hong S., Gröblacher S. Remote quantum entanglement between two micromechanical oscillators. In: *Nature*, 2018, vol. 556, iss. 7702, pp. 473–477. DOI: 10.1038/s41586-018-0036-z.
12. Vasilchikova E. N., Dmitrieva A. D., Kondakova A. V., Kurilov A. D., Usachev V. V., Muravsky A. A., Chausov D. N. Optical rotation dispersion of cholesteric nematic mixture. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 2056: International Conference “Advanced Element Base of Micro- and Nano-Electronics with Using of To Date Achievements of Theoretical Physics” (MRSU 2021) (20–23 April 2021, Moscow, Russia), pp. 012030. DOI: 10.1088/1742-6596/2056/1/012030.
13. Pozhidaev E. P., Barbashov V. A., Kesaev V. V., Pogonin V. I., Samagin S. A., Kotova S. P., Torgova S. I., Chigrinov V. G. Electro-optical modulation in planar-oriented ferroelectric liquid crystals with a subwavelength spiral pitch. In: *Zhidkie kristally i ikh prakticheskoe ispol'zovanie* [Liquid crystals and their application], 2017, vol. 17, no. 4, pp. 90–96. DOI: 10.18083/LCAppl.2017.4.90.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кондакова Анастасия Вячеславовна – студент физико-математического факультета Московского государственного областного университета;
e-mail: anastastas.kondakova@yandex.ru;

Камалов Тимур Фянович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры доцент кафедры фундаментальной физики и нанотехнологии Московского государственного областного университета;
e-mail: timkamalov@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Anastasya V. Kondakova – Student, Faculty of Physics and Mathematics, Moscow Region State University;
e-mail: anastastas.kondakova@yandex.ru;

Timur F. Kamalov – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Fundamental Physics and Nanotechnology Department, Moscow Region State University;
e-mail: timkamalov@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Кондакова А. В., Камалов Т. Ф. Запутанные оптические солитоны в диэлектрической среде жидкого кристалла // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2022. № 3. С. 28–38.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-28-38

FOR CITATION

Kondakova A. V., Kamalov T. F. Entangled optical solitons in the dielectric medium of a liquid crystal. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics,* 2022, no. 3, pp. 28–38.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-3-28-38