

УДК 530.1

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-51-55

ПРИНЦИП УСТОЙЧИВОСТИ

Камалов Т. Ф.

*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)
141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, Российская Федерация
Московский государственный областной университет
141014, Московская обл., г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24, Российская Федерация*

Аннотация

Цель данной работы заключается в доказательстве того, что из принципа устойчивости следует принцип наименьшего действия.

Процедура и методы. В статье предложена формулировка принципа устойчивости физических систем, позволяющая подменить принцип наименьшего действия, т. к. из принципа устойчивости следует принцип наименьшего действия.

Результаты. В работе были доказаны две теоремы для достижения указанных целей. Теоретическая и/или практическая значимость. Работа разъясняет происхождение одного из основных физических законов – принципа наименьшего действия – и позволяет другую формулировку устойчивости.

Ключевые слова: аксиоматика физики, принцип устойчивости

Благодарности. Автор искренне благодарен профессору Беляеву В. В. за правильное руководство и ценные советы, которые повлияли на написание этой работы

STABILITY PRINCIPLE

T. Kamalov

*Moscow Institute of Physics and Technology
Institutskii per. 9, Dolgoprudnyi 141700, Moscow region, Russian Federation
Moscow Region State University
ul. Very Voloshinoy 24, Mytishchi 141014, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract

Aim. The purpose of the paper is to prove that the principle of least action follows from the principle of stability.

Methodology. The paper proposes a formulation of the principle of stability of physical systems, which makes it possible to replace the principle of least action, since from the principle of stability follows the principle of least action.

Results. Two theorems are proved to achieve these goals.

Research implications. The work clarifies the origin of one of the basic physical laws, the principle of least action, and allows a different formulation of stability.

Keywords: axiomatics of physics, stability principle

Acknowledgments. The author is sincerely grateful to Professor V. V. Belyaev for good guidance and valuable advice that influenced the writing of this work

Введение

В работе доказывается, что из принципа устойчивости следует принцип наименьшего действия. Это означает, что основные известные законы физики можно получить из требования устойчивости физической системы. Аксиома устойчивости устраняет необходимость введения сразу нескольких аксиом в физике. Это относится в механике, электромагнетизму, теории относительности, квантовой физике и др.

Согласно теореме австрийского математика Гёделя, в любой теории существуют положения (аксиомы или постулаты), которые нельзя доказать в рамках данной теории, они угадываются из экспериментального и наблюдательного опыта и их должно быть минимальное количество для построения теории.

Принцип устойчивости может не только обобщать, но и логически объяснять основные законы природы. Принцип устойчивости позволяет использовать устойчивость физических объектов и их состояний для объяснения и обобщения таких фундаментальных законов природы, как принцип наименьшего действия, устойчивость атомов, стационарность возможных траекторий и др. Его можно использовать как обобщённый закон, объясняющий такой основной закон природы, как принцип наименьшего действия, а значит – он может быть распространён на все другие законы, вытекающие из принципа наименьшего действия, такие как законы Ньютона, уравнения Эйлера-Лагранжа, законы распространения света, электромагнитных волн и т. д.

Из устойчивости следуют основные законы физики.

Устойчивость по Ляпунову

Если дифференциальные уравнения возмущённого движения таковы, что можно найти знакоопределённую функцию V , производная которой V' в силу этих уравнений была бы либо знакопостоянной функцией противоположного знака относительно V , либо постоянной – знаковая функция противоположного знака с V , или тождественно равна нулю, то невозмущённое движение устойчиво [1].

Устойчивость по Пуанкаре

Пуанкаре ввёл коэффициенты устойчивости $\delta = \frac{d^2V}{dt^2}$. При $\delta > 0$ состояние системы устойчиво. В противном случае он нестабилен [2].

Устойчивость по Лагранжу

Если в положении равновесия потенциальная энергия V имеет изолированный минимум, то это положение равновесия устойчиво.

Принцип устойчивости

Применительно к нашему случаю сформулируем принцип устойчивости следующим образом: физическая система сохраняет состояние устойчивого, колебательного, вращательного движения в отсутствие внешнего возмущения.

Уравнения Эйлера-Лагранжа описывают устойчивые состояния физической системы. Уравнения Остроградского с высшими производными – это уравнения Эйлера-Лагранжа с дополнительными слагаемыми с высшими производными, описывающие также неустойчивые состояния этой физической системы.

Заметим, что законы Ньютона, описывающие устойчивую динамику физических систем, являются дифференциальными уравнениями второго порядка. Дополнительные слагаемые к классической механике в виде высших производных описывают неустойчивые реальные движения с учётом случайных воздействий.

Теорема 1

Если физическая система устойчива в инерциальной системе отсчёта, то для неё справедлив принцип наименьшего действия.

Доказательство теоремы

Согласно устойчивости по Лагранжу, физическая система устойчива тогда, когда потенциальная энергия V имеет изолированный минимум, т. е. $V'(q(t)) = 0, V''(q(t)) > 0$.

В инерциальной системе отсчёта для изолированной физической системы без действия внешних сил скорость постоянна $\dot{q}(t) = const$, что следует из первого закона Ньютона. Это означает, что его кинетическая энергия также постоянна $T(\dot{q}(t)) = const$, потому что кинетическая энергия является квадратичной функцией скорости.

Тогда функция Лагранжа $L(q(t), \dot{q}(t)) = T(\dot{q}(t)) - V(q(t))$, равная разности между потенциальной энергией $V(q(t))$ и кинетической энергией $T(\dot{q}(t))$, также имеет изолированный минимум $L'(q(t), \dot{q}(t)) = 0, L''(q(t), \dot{q}(t)) > 0$.

Функция действия определяется как:

$$S = \int L(q(t), \dot{q}(t)) dt = \int (T(\dot{q}(t)) - V(q(t))) dt$$

Тогда вариация функции действия равна нулю, а это выражает принцип наименьшего действия:

$$\delta S(q(t), \dot{q}(t)) = 0.$$

Теорема доказана.

Теорема 2

Если состояние физической системы неустойчиво в неинерциальной системе отсчёта, то вариация функции действия этой системы не равно нулю.

Доказательство

Если физическая система неустойчива, значит, она не имеет изолированного минимума потенциальной энергии. Тогда функция Лагранжа, а следовательно и функция действия этой системы также не имеет изолированного минимума, т. к. кинетическая энергия в инерциальной системе постоянна $T(\dot{q}(t)) = const$. Тогда вариация функции действия не равна нулю $\delta S(q(t), \dot{q}(t)) \neq 0$.

Теорема доказана.

Заключение

Доказано, что из требования устойчивости следует принцип наименьшего действия. Это ставит устойчивость в ряд первоопределяющих принципов физики [3].

Статья поступила в редакцию 11.04.2022г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lyapunov A. M. The general problem of the stability of motion // *International Journal of Control*. 1992. Vol. 55. Iss. 3. P. 531–534, DOI: 10.1080/00207179208934253.
2. Poincaré H. Sur les courbes définies par les équations différentielles (IV) // *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. 1886. Vol. 2. P. 151–218.
3. Kamalov T. F. Instability states and Ostrogradsky formalism // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1051(1): XX International Meeting “Physical Interpretations of Relativity Theory 2017” (3–6 July 2017, Moscow, Russian Federation). P. 012033. DOI: 10.1088/1742-6596/1051/1/012033.

REFERENCES

1. Lyapunov A. M. The general problem of the stability of motion. In: *International Journal of Control*, 1992, vol. 55, iss. 3, pp. 531–534, DOI: 10.1080/00207179208934253.
2. Poincaré H. Sur les courbes définies par les équations différentielles (IV). In: *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 1886, vol. 2, pp. 151–218.
3. Kamalov T. F. Instability states and Ostrogradsky formalism. In: *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1051(1): XX International Meeting “Physical Interpretations of Relativity Theory 2017” (3–6 July 2017, Moscow, Russian Federation), pp. 012033. DOI: 10.1088/1742-6596/1051/1/012033.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Камалов Тимур Фянович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Московского физико-технического института (национального исследовательского университета); доцент кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: timkamalov@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Timur F. Kamalov – Cand Sci (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Theoretical Physics, Moscow Institute of Physics and Technology; Assoc. Prof., Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: timkamalov@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Камалов Т. Ф. Принцип устойчивости // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2022. № 2. С. 51–55.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-51-55.

FOR CITATION

Kamalov T. F. Stability principle. In: Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics, 2022, no. 2, pp. 51–55.

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-51-55.