

УДК 533.6.011.8

DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-42-50

ЭФФЕКТ ИЗМЕНЕНИЯ ЗНАКА ПОДЪЁМНОЙ СИЛЫ ДЛЯ СТЕПЕННЫХ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Горелов С. Л., Дорофеев Ф. Е.

*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9, Российская Федерация*

Аннотация

Цель. Для тела вращения со степенной образующей исследовать эффект Галкина – изменения знака подъёмной силы при изменении угла атаки в высокоскоростных плоских течениях.

Процедура и методы. Используется метод вычисления аэродинамических сил и моментов, основанный на гипотезе локальности. С помощью этого метода вычисляются аэродинамические характеристики численным интегрированием по триангуляции тела с учётом эффектов затенения.

Результаты. Вычислены критическое удлинение степенного тела вращения в зависимости от степени образующей в широком диапазоне чисел Рейнольдса и для разных температурных факторов.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в данной работе, имеют большое значение для создания летательных аппаратов в области авиакосмической промышленности.

Ключевые слова: гиперзвуковой поток, локальные модели, аэродинамические силы, действующие на тела вращения, триангуляция, тепловой поток

EFFECT OF A CHANGE IN THE SIGN OF THE LIFTING FORCE FOR POWER-LAW BODIES OF REVOLUTION

S. Gorelov, F. Dorofeev

*Moscow Institute of Physics and Technology
Institutskii per. 9, Dolgoprudnyi 141701, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract

Aim. For a body of revolution with a power-law generatrix, we investigate the Galkin effect – a change in the sign of the lifting force with a change in the angle of attack in high-speed flat flows.

Methodology. A method for calculating aerodynamic forces and moments based on the hypothesis of locality is used. Using this method, aerodynamic forces and moments are calculated by numerical integration over body triangulation, taking into account shading effects.

Results. The critical elongation of a power-law body of revolution is calculated as a function of the degree of generatrix in a wide range of Reynolds numbers and for various temperature factors.

Research implications. The obtained results are of great importance for the creation of aircrafts in the aerospace industry.

Keywords: hypersonic flow, local models, aerodynamic forces acting on bodies of revolution, triangulation, heat flow.

Введение

Эффект изменения знака подъёмной силы при изменении угла атаки в высокоскоростных плоских течениях впервые был обнаружен в [1]. В свободномолекулярном течении такой эффект был найден в [2]. В работе [3] показано, что при обтекании клина разреженным газом при определённом соотношении угла полураствора и угла атаки подъёмная сила клина может стать отрицательной. Причём этот эффект проявляется при любых скоростях газа и отношениях температур поверхности клина и газа. Более того, такой эффект есть и в случае гиперзвукового течения невязкого газа (модель Ньютона). Для высокоскоростных течений на основе локального метода [4] показано, что эффект изменения знака подъёмной силы при определённых значениях угла полураствора существует для затупленных конических тел при произвольном числе Рейнольдса. Данная работа посвящена изучению этого эффекта для тел в форме степенных фигур вращения в гиперзвуковом потоке разреженного газа без предположения о режиме свободномолекулярного обтекания.

Локальный метод

Для исследования эффекта смены знака подъёмной силы в высокоскоростном потоке возможно использовать метод, основанный на гипотезе локальности [5; 6], которая состоит в следующем: аэродинамические коэффициенты сил, действующие на элемент поверхности, зависят только от местного угла наклона θ этого элемента к вектору скорости набегающего потока V_∞ , от характерного для всего тела числа Рейнольдса $Re_0 = \rho_0 V_\infty L / \mu_0$ и температурного фактора $t_w = T_w / T_0$, где $\mu_0 = \mu(T_0)$ – коэффициент вязкости, вычисляемый по температуре торможения; $T_0 = T_\infty [1 + S^2(\gamma - 1)/\gamma]$, T_w – температура торможения и температура элемента поверхности, соответственно; $S = \sqrt{\gamma/2} M_\infty$ – скоростное отношение; M_∞ – число Маха набегающего потока; γ – отношение удельных теплоёмкостей; L – характерный размер тела. В соответствии с гипотезой локальности предполагается, что для аэродинамических коэффициентов давления и трения (отнесённых к скоростному напору $\rho_\infty V_\infty^2/2$) справедливы соотношения [5; 6]:

$$C_p = p_0 \sin^2 \theta + p_1 \sin \theta, \quad C_\tau = \tau_0 \sin \theta \cos \theta. \quad (1)$$

Коэффициенты p_0 , p_1 , τ_0 являются функциями от числа Re_0 , температурного фактора t_w и показателя степени адиабаты γ .

Отличительной особенностью данной модели (кроме простоты) является то, что в предельных случаях изменения числа Рейнольдса она соответствует либо свободномолекулярной модели, либо модели Ньютона.

Так в свободномолекулярном случае ($Re_0 \rightarrow 0$) [7]:

$$p_0 = \tau_0 = 2, \quad p_1 = \sqrt{\pi t_w \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)}, \quad (2)$$

а в случае невязкого высокоскоростного газа ($Re_0 \rightarrow \infty$) имеет место формула Ньютона [8]:

$$p_0 = 2, \quad p_1 = 0, \quad \tau_0 = 0. \quad (3)$$

В промежуточной области коэффициенты p_0 , p_1 , τ_0 аппроксимируются следующими формулами [5; 6]:

$$p_0 = 2, \quad p_1 = \sqrt{\pi t_w \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \exp[-(0.125 + 0.078 t_w) Re_0]},$$

$$\tau_0 = \frac{5.2326}{\sqrt{Re + 6.88 \exp(0.0072 Re - 0.000016 Re^2)}}, \quad (4)$$

$$Re = Re_0 [0.25 + 0.75 t_w]^{-2/3}$$

Тела вращения со степенной образующей

Образующая линия степенного тела вращения имеет вид:

$$R(x) = R_0(x/L)^\beta,$$

где $0 \leq x \leq L$, R_0 – радиус основания тела, а L – его длина. Удлинением тела будем называть величину $\lambda = L/R_0$, понятно, что тела с одинаковыми удлинением λ и степенью β подобны и при равных числах Рейнольдса и температурного фактора имеют одинаковые аэродинамические коэффициенты. Примеры образующих с удлинением $\lambda = 1$ для разных степеней β приведены на рис. 1.

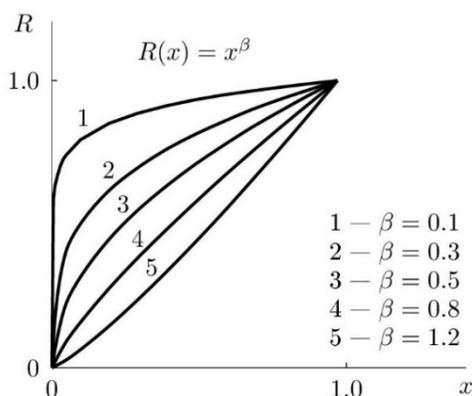


Рис. 1 / Fig. 1. Примеры образующих для степенных тел вращения /
Examples of generators for power-law bodies of revolution

Источник: составлено авторами

Схема обтекания тела потоком с углом атаки α приведена на рис. 2, а примеры триангулированных тел вращения приведены на рис. 3.

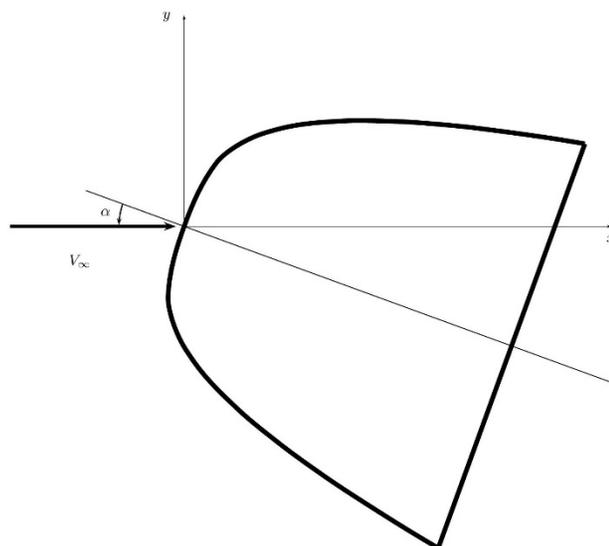


Рис. 2 / Fig. 2. Схема обтекания тела, α – угол атаки, V_∞ – скорость набегающего потока / Scheme of flow around the body; α is the angle of attack, and V_∞ is the velocity of the oncoming flow

Источник: составлено авторами

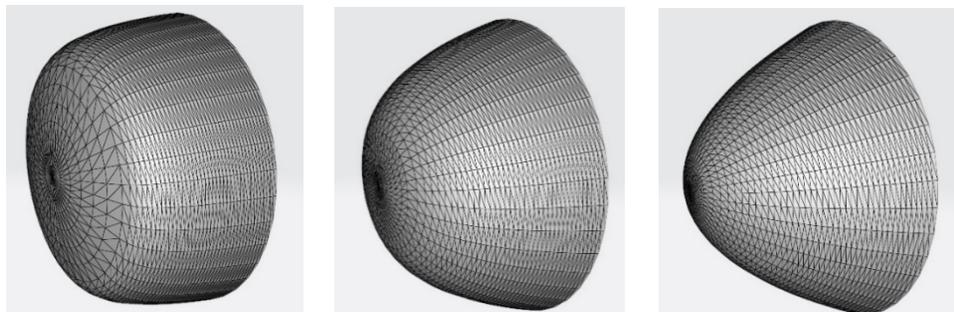


Рис. 3 / Fig. 3. Примеры степенных тел вращения для $\beta = 0.1, 0.3, 0.5$ соответственно / Examples of power-law bodies of revolution for $\beta = 0.1, 0.3, \text{ and } 0.5$

Источник: составлено авторами

Эффект Галкина. Критическое удлинение

Таким образом рассматривается обтекание степенного тела вращения с удлинением λ и углом атаки $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Эффект Галкина состоит в том, что существует такое критическое значение удлинения λ_{cr} , что при $\lambda \leq \lambda_{cr}$ коэффициент подъёмной силы тела $C_y \leq 0$, и $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, а при $\lambda > \lambda_{cr}$ имеем $C_y > 0$ в некотором интервале значений угла атаки α из множества $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. На

рис. 4 показан пример проведения функции $C_y(\alpha)$ при разных λ в окрестности λ_{cr} для степенного тела вращения

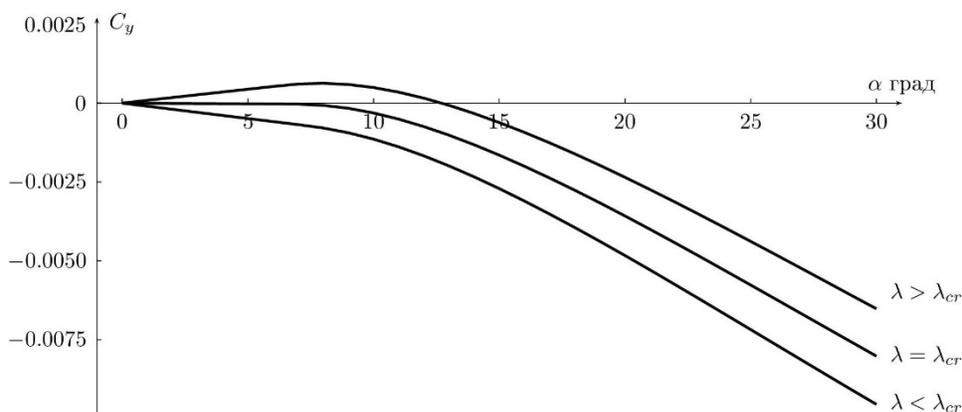


Рис. 4 / Fig. 4. Поведение коэффициента подъемной силы C_y при удлинениях тела вблизи критического. При $\lambda < \lambda_{cr}$ коэффициент отрицателен при всех углах атаки / Behavior of the lifting force coefficient C_y upon elongations of a body near the critical one. For $\lambda < \lambda_{cr}$ the coefficient is negative for all angles of attack

Источник: составлено авторами

Значение λ_{cr} для тела с заданной степенью образующей β и при заданных параметрах Re_0 и t_w определяется с помощью следующей процедуры. Функция $C_y(\alpha)$ вычисляется на отрезке $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$ в некотором количестве точек N . Вычисление состоит в суммировании проекций на заданную ось сил давления и трения (1) по всем тем треугольникам триангуляции, которые пересекаются потоком молекул потока. Треугольники, попадающие в тень потока, вклад в сумму не дают. После получения, таким способом N значений функции $C_y(\alpha)$, эта функция интерполируется сплайном. Используя этот сплайн, мгновенно находится максимум этой функции на отрезке $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$.

Таким образом получаем функцию $C_y^{(max)}(\lambda)$. Численное исследование этой функции позволяет определить максимальное значение переменной λ , при которой $C_y^{(max)}(\lambda) \leq 0$. Это максимальное значение и есть λ_{cr} , так как при $\lambda > \lambda_{cr}$ имеем $C_y^{(max)}(\lambda) > 0$. Проведённое исследование показало, что описанная процедура надёжно определяет критическое значение λ_{cr} при $\alpha_{max} = 10$ град, $N = 5$. Процедура была проверена на устойчивость относительно увеличения числа треугольников в триангуляции. Так увеличение количества треугольников вдвое изменяет значение λ_{cr} в четвёртом знаке.

С помощью описанной процедуры получены результаты, которые представлены на рис. 5 и 6. На рис. 5 представлена зависимость критического удлинения λ_{cr} от степени образующей β . Анализируя эти результаты, можно отметить не сильную зависимость λ_{cr} от температурного фактора t_w . Кроме того, существует

точка на графике с координатами $\beta = 0.21$, $\lambda_{cr} = 0.89$ в окрестности которой проходят все линии зависимостей.

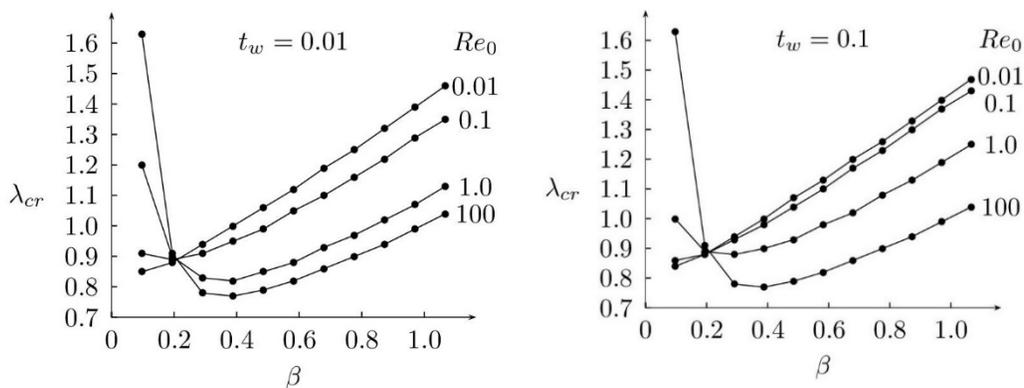


Рис. 5 / Fig. 5. Критическое удлинение степенного тела вращения как функция степени β при разных числах Рейнольдса (Re_0) и температурном факторе $t_w = 0.01$ и $t_w = 0.1$ / Critical elongation of a power-law body of revolution as a function of the degree β at different Reynolds numbers Re_0 and temperature factors $t_w = 0.01$ and $t_w = 0.1$

Источник: составлено авторами

Чтобы подробно рассмотреть это явление, на рис. 6 представлены зависимости λ_{cr} от числа Рейнольдса Re_0 при разных показателях степени β в интервале $0.18 \leq \beta \leq 0.26$.

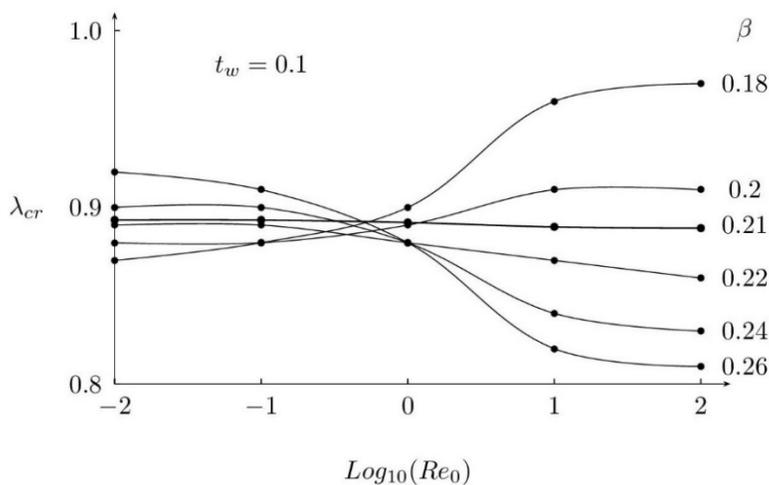


Рис. 6 / Fig. 6. Критическое удлинение степенного тела вращения как функция числа Re_0 при степенях β равных 0.18–0.26 и температурном факторе $t_w = 0.1$ / Critical elongation of a power-law body of revolution as a function of the number Re_0 with powers of β equal to 0.18–0.26 and a temperature factor $t_w = 0.1$

Источник: составлено авторами

На рис. 6 можно видеть некоторый кроссовер поведения функции $\lambda_{cr}(Re_0)$ при разных β . Она из возрастающей делается убывающей. Это происходит в окрестности $\beta \approx 0.21$. При этом значении критическое удлинение степенного тела вращения почти не зависит от числа Re_0 . И при переходе через это значение функция $\lambda_{cr}(Re_0)$ из возрастающей превращается в убывающую.

Заключение

Для тел вращения со степенной образующей исследован эффект Галкина, который состоит в том, что существует критическое удлинение тела λ_{cr} такое, что при всех $\lambda < \lambda_{cr}$ подъемная сила отрицательна при всех углах атаки α в интервале $(0, \pi/2)$. Исследована зависимость λ_{cr} от степени образующей β , числа Рейнольдса Re_0 и температурного фактора t_w . Обнаружено явление кроссовера в поведении функции $\lambda_{cr}(Re_0)$, при $\beta_c \approx 0.21$, так что при $\beta > \beta_c$ эта функция возрастающая, а при $\beta < \beta_c$ убывающая.

Соответственно, при $\beta = \beta_c$ критическое удлинение не зависит от числа Рейнольдса.

Статья поступила в редакцию 22.03.2022г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В. С., Гладков А. А. О подъемной силе при гиперзвуковых скоростях // Прикладная механика и математика. 1961. Т. 25. Вып. 6. С. 1138–1139.
2. Галкин В. С. О подъемной силе в свободномолекулярном потоке // Прикладная механика и математика. 1962. Т. 26. Вып. 3. С. 567.
3. Горелов С. Л., Могорычная А. В. О подъемной силе в потоке разреженного газа // Прикладная механика и математика. 2022. Т. 86. № 2. С. 216–222. DOI: 10.31857/S0032823522020060.
4. Василенко Д. А., Дорофеев Ф. Е., Дорофеев Е. А. Построение нейросетевого аппроксиматора для определения критического угла полураствора в эффекте смены знака коэффициента подъемной силы для затупленных конических тел // Труды МАИ (сетевое научное издание). 2021. № 119. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=159784#> (дата обращения: 10.02.2022). DOI: 10.34759/TRD-2021-119-07.
5. Галкин В. С., Ерофеев А. И., Толстых А. И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом разреженном газе // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1833. С. 6–10.
6. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа / Гусев В. Н., Ерофеев А. И., Климова Т. В. Перепухов В. А. Рябов В. В., Толстых А. И. // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1855. С. 43.
7. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
8. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. М.: Наука, 1989. 688 с.

REFERENCES

1. Galkin V. S., Gladkov A. A. [On the lifting force at hypersonic speeds]. In: *Prikladnaya mekhanika i matematika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics], 1961, vol. 25, iss. 6, pp. 1138–1139.

2. Galkin V. S. [On the lifting force in a free molecular flow]. In: *Prikladnaya mekhanika i matematika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics], 1962, vol. 26, iss. 3, p. 567.
3. Gorelov S. L., Mogorychnaya A. V. [On the lifting force in a rarefied gas flow]. In: *Prikladnaya mekhanika i matematika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics], 2022, vol. 86, no. 2, pp. 216–222. DOI: 10.31857/S0032823522020060.
4. Vasilenko D. A., Dorofeev F. Ye., Dorofeev Ye. A. [Construction of a neural network approximator to determine the critical half-angle in the effect of sign reversal of the lift coefficient for blunt conical bodies]. In: *Trudy MAI (setevoe nauchnoe izdanie)* [Proceedings of Moscow Aviation Institute (network scientific publication)], 2021, no. 119. Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=159784#> (accessed: 10.02.2022). DOI: 10.34759/TRD-2021-119-07.
5. Galkin V. S., Erofeev A. I., Tolstykh A. I. [An approximate method for calculating the aerodynamic characteristics of bodies in a hypersonic rarefied gas]. In: *Trudy TsAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1977, iss. 1833, pp. 6–10.
6. Gusev V. N., Erofeev A. I., Klimova T. V., Perepukhov V. A., Ryabov V. V., Tolstykh A. I. [Theoretical and experimental studies of a hypersonic flow of rarefied gas around bodies of a simple shape]. In: *Trudy TsAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1977, iss. 1855, S. 43.
7. Kogan M. N. *Dinamika razrezhennogo gaza* [Dynamics of a rarefied gas]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 440 p.
8. Newton I. *The mathematical principles of natural philosophy*. London, Flame Tree Publ., 202. 480 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Горелов Сергей Львович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Дорофеев Федор Евгеньевич – аспирант кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: feodor.dorofeev@gmail.com, dorofeev.fe@phystech.edu.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey L. Gorelov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology;
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Fedor E. Dorofeev – Postgraduate Student, Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology;
e-mail: feodor.dorofeev@gmail.com, dorofeev.fe@phystech.edu.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Горелов С. Л., Дорофеев Ф. Е. Эффект изменения знака подъёмной силы для степенных тел вращения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 2. С. 42–50.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-42-50.

FOR CITATION

Gorelov S. V., Dorofeev F. E. Effect of a change in the sign of the lifting force for power-law bodies of revolution. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 2, pp. 42–50.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-42-50.