

01.04.02 «Теоретическая физика»
УДК 537.632
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-28-41

ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ БОЗЕ-КОНДЕНСИРОВАННЫХ АТОМОВ В ТРЁХЪЯМНОЙ ЛОВУШКЕ, ПРИ УСЛОВИИ ОТЛИЧНОЙ ОТ НУЛЯ НАЧАЛЬНОЙ ЗАСЕЛЁННОСТИ ПЕРВОЙ ЯМЫ

Васильева О. Ф., Зинган А. П.

Приднестровский государственный университет имени Т. Г. Шевченко
МД 3300, г. Тирасполь, ул. 25 лет Октября, д. 128, Молдова

Аннотация.

Целью работы является исследование кинетики бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке

Процедура и методы исследования. Проведены теоретические исследования временной эволюции популяции атомов в ямах трёхъямной ловушки.

Результаты. Показаны осцилляционные режимы эволюции атомов, а также проявление режима квантового самозахвата системы.

Теоретическая значимость. Кинетика туннелированная бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке обуславливается параметрами ловушки.

Ключевые слова: бозе-конденсированные атомы, трёхъямный потенциал, осцилляционный режим эволюции, самозахват

TIME EVOLUTION OF BOSEC-CONDENSED ATOMS IN A THREE-WELL TRAP UNDER THE CONDITION OF A NON-ZERO INITIAL POPULATION OF THE FIRST WELL

O. Vasilieva, A. Zingan

Pridnestrovian State University
128 ulitsa 25 Oktyabrya, Tiraspol MD3300, Moldova

Abstract.

Aim. The purpose is to study the kinetics of Bose-condensed atoms in a three-well trap.

Methodology. Temporal evolution of the population of atoms in the wells of a three-well trap is investigated theoretically.

Results. Oscillatory modes of atomic evolution and the manifestation of quantum self-capture of the system are demonstrated.

Research implications. The tunneling kinetics of Bose-condensed atoms in a three-well trap is determined by the parameters of the trap.

Keywords: Bose-condensed atoms, three-well potential, oscillatory mode of evolution, self-capture.

Введение

С момента первой реализации атомных бозе-конденсатов начинается новая эра в исследовании их динамических свойств с помощью уравнения Гросса-Питаевского и приближения среднего поля [1–5]. В [6] установлены способы детерминированного создания тёмных солитонов в отталкивающих взаимодействующих атомных бозе-эйнштейновских конденсатах, позволяющие заполучить постоянные солитонные вихри в сигарообразной (эллипсоподобной) системе БЭК. В [7; 8] была теоретически изучена временная эволюция атомов в двухъямной ловушке при учёте линейных и нелинейных взаимодействий. Получены всевозможные режимы эволюции, в том числе и самозахват атомов одной из ловушек. Управление БЭК возможно, как регулировкой геометрией потенциала взаимодействия, так и межатомным взаимодействием между атомами конденсата в ловушках, а также задавая исходную разность фаз. В [9–11] было предложено, что бозе-конденсированные атомы, захваченные оптическими ловушками, могут применяться для проведения квантовых вычислений. Недавно в [12] экспериментально была реализована бозе-эйнштейновская конденсация метастабильных атомов гелия с применением магнитной ловушки и оптической дипольной ловушки со скрещёнными лучами. Новая четырёхполосная магнитная ловушка, сделанная из полых медных трубок, гарантирует быстрое время переключения без ущерба для оптического доступа.

В последние десятилетия начинается изучение квантового туннелирования атомов в тройной яме [13–17]. Кинетика туннелирования атомов в тройной яме обнаруживает более увлекательное действие атомов, чем в двухъямных ловушках. В [13] были получены периодические режимы эволюции, отмечались джозефсоновские колебания, а также самозахват либо в одной, либо в двух ловушках. В [18] изучена нелинейная кинетика ридберговских конденсатов Бозе-Эйнштейна, захваченных трёхъямным потенциалом в полуклассическом пределе в режиме сильного взаимодействия между атомами ловушек. Получен самозахват в одной, двух или трёх ямах. Используя уравнение Гросса-Питаевского и приближение среднего поля, показано, что нижние ветви собственных спектров обнаруживают петли и пересечения уровней при сильном взаимодействии, что приводит к нарушению адиабатической теоремы.

Самозахват атомов в ловушках позволяет экспериментально реализовать ряд атомных оптических устройств, таких как атомные волноводы, светоделители [13; 19–21], интерферометры [22; 23], атомный транзистор в трёхъямной оптической ловушке [24; 25], позволяющий управлять огромным количеством атомов с помощью меньшей численности атомов. Отдельные ямы можно идентифицировать как исток, затвор и сток, потенциально создавая строительный блок в области атомной электроники. Атомный транзистор демонстрирует переключение, а также дифференциальное и абсолютное усиление, сходное действию электронного транзистора.

В [15] изучена кинетика бозе-конденсата в симметричном трёхъямном потенциале в трёхмодовом приближении, причём ямы связаны таким образом, что

представляют собой простейший потенциал захвата, в котором можно наблюдать вращение конденсата. В [26] показано, что, меняя исходные параметры системы атомов в симметричном трёхъямном потенциале возможно получить модулированную эволюцию населённостей атомов в первой и третьей ямах в пределах одного периода. В [27] рассмотрено управление процессом туннелирования бозе-конденсированных бозонов в трёхъямной ловушке. Показано, что поток бозонов между первой и второй ямами можно контролировать с помощью повышения или уменьшения населённости в третьей яме, таким образом, незначительная популяция бозонов, закаченная в третью яму, гарантирует управление дисбалансом между населённостями бозонов в первой и во второй ямах. Недавно в [28] была изучена кинетика дипольных БЭК в тройных ямах. Показано, что нелокальные взаимодействия допускают как когерентные, так и некогерентные колебания, причём заселённость атомов в средней яме практически не меняется.

Постановка задачи. Основные уравнения

Цель этой работы – детализированное исследование динамики туннелирования бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке. На рис. 1 схематично представлен график трёхъямного потенциала ловушки, в трёх ямах которой могут локализоваться бозе-конденсированные атомы. Ямы разделены потенциальным барьером, допускающим возможность туннелирования атомов между ямами. Гамильтониан взаимодействия тогда имеет вид:

$$\hat{H}_{int} = \hbar\chi_{12}(\hat{a}_1^+\hat{a}_2^+ + \hat{a}_1\hat{a}_2) + \hbar\chi_{13}(\hat{a}_1^+\hat{a}_3^+ + \hat{a}_3\hat{a}_1) + \hbar\chi_{23}(\hat{a}_2^+\hat{a}_3^+ + \hat{a}_3\hat{a}_2), \quad (1)$$

где χ_{12} , χ_{13} и χ_{23} – постоянные взаимодействия между атомами в первой и второй, первой и третьей, и второй и третьей ямах соответственно.

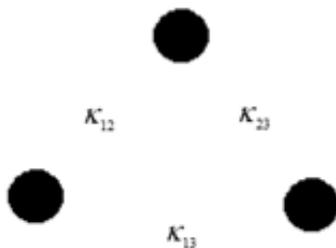


Рис. 1 / Fig. 1. Схема трёхъямного потенциала / Scheme of a three-well potential

Источник: составлено авторами

Из (1) пользуясь приближением среднего поля, в условиях точного резонанса, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= \chi_{12}a_2 + \chi_{13}a_3, \\ i\dot{a}_2 &= \chi_{12}a_1 + \chi_{23}a_3, \\ i\dot{a}_3 &= \chi_{13}a_1 + \chi_{23}a_2. \end{aligned} \quad (2)$$

В данной работе будем рассматривать динамику системы в условиях начального заселения одной из ям ловушки, например, первой.

Рассмотрим вначале решение системы уравнений (2) при равных константах взаимодействия бозе-конденсированных атомов в ямах $\chi_{12} = \chi_{13} = \chi_{23} = \chi$. Будем искать решение системы уравнений (2) в виде:

$$a_j \sim e^{-i\lambda t}, \quad (3)$$

и в результате получим выражения для a_1 и a_2 :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{a_{10}}{3}(2e^{i\tau} + e^{-2i\tau}), \\ a_2 = a_3 &= \frac{a_{10}}{3}(-e^{i\tau} + e^{-2i\tau}), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau = \chi t$.

Используя (4), легко получить временную зависимость для плотностей атомов в трёхъямной ловушке:

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{n_{10}}{9} \left(1 + 8 \cos^2 \left(\frac{3}{2} \tau \right) \right), \\ n_2 = n_3 &= \frac{n_{10}}{9} \sin^2 \left(\frac{3}{2} \tau \right). \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае, как видно из (5), кинетика системы является периодической: атомы периодически туннелируют из одной ямы в другую, при этом не возникает абсолютного истощения атомов в первой яме. В моменты времени $\tau_n = \frac{2\pi(3n \pm 1)}{9}$ ($n = 0, 1, \dots$) ямы становятся равнонаселёнными (см. рис. 2).

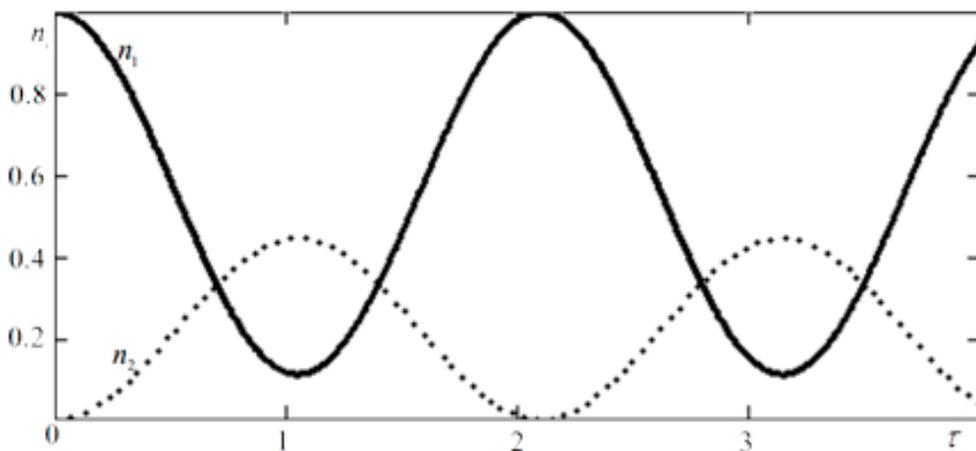


Рис. 2 / Fig. 2. Временная эволюция населённости атомов в трёхъямной ловушке при условии, что нормированная плотность атомов в первой яме равна 1 / The time evolution of atomic populations in a three-well trap provided that the normalized density of atoms in the first well is equal to unity

Источник: по данным авторов

Если рассматривать случай, когда между константами взаимодействия выполняются следующие соотношения: $\chi_{12} = \chi_{13} = \chi$ и $\chi_{23} = \alpha\chi$, то можно получить следующие выражения для плотностей атомов в ямах:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_{10} \cos^2\left(\frac{\sqrt{\alpha^2+8}}{2}\chi t\right) + \frac{\alpha^2}{\alpha^2+8} n_{10} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\alpha^2+8}}{2}\chi t\right), \\ n_2 &= n_3 = \frac{4}{\alpha^2+8} n_{10} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\alpha^2+8}}{2}\chi t\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Атомы туннелируют периодически с одной ямы в другую с периодом $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2+8}}$ (см. рис. 3). При этом наименьшая доля атомов, которая туннелирует в остальные ямы, определяется выражением: $n_{1min} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2+8} n_{10}$. А максимально вероятная популяция атомов во второй и третьей ямах – $n_{2max} = n_{3max} = \frac{4}{\alpha^2+8} n_{10}$.

С увеличением α наименьшее значение плотности атомов в первой яме n_{1min} увеличивается, а максимальные значения плотностей $n_{2max} = n_{3max}$ уменьшаются. При $\alpha = 2$ наименьшее значение популяции атомов в первой яме n_{1min} равно наибольшему значению популяций атомов во второй и третьей ямах ловушки (рис. 3с). При $\alpha < 2$ в моменты времени равные $t = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2+8}} \arctg\left(\frac{\alpha^2+8}{4-\alpha^2}\right)$ ямы становятся равнонаселёнными (рис. 3а, б).

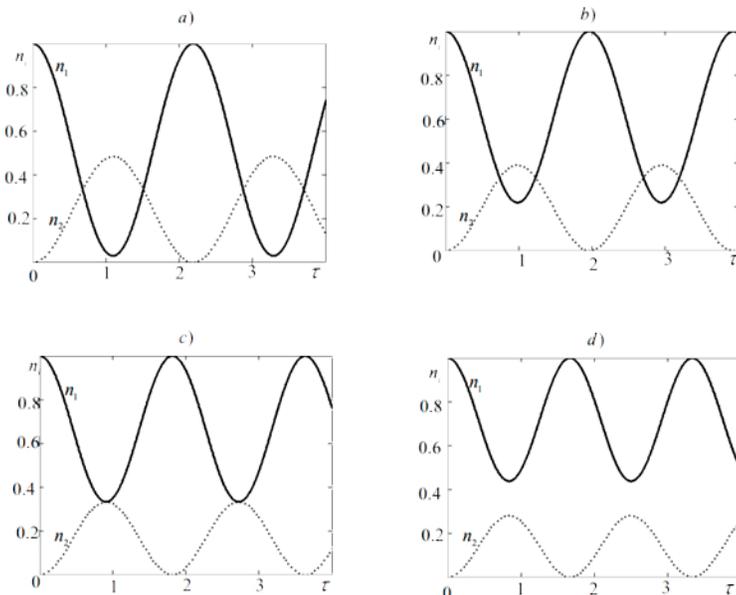


Рис. 3 / Fig. 3. Временная эволюция населённости атомов в трёхъямной ловушке при $n_{10} = 1$ и различных значениях α : 0.5 (а), 1.5 (б), 2 (с) и 2.5 (д) / Time evolution of populations of atoms in a three-well trap for $n_{10} = 1$ and different values of α : (a) 0.5, (b) 1.5, (c) 2 and (d) 2.5

Источник: по данным авторов

В более общем случае, при произвольных константах взаимодействия, снова будем искать решение системы уравнений (2) в виде $a_j \sim e^{-i\lambda t}$, тогда получим уравнение третьей степени для коэффициентов λ :

$$\lambda^3 - \lambda(\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \chi_{23}^2) + 2\chi_{12}\chi_{13}\chi_{23} = 0. \quad (7)$$

Из (7) получим аналитические выражения для трёх действительных корней уравнения:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \chi_{23}^2} \cos \frac{\alpha}{3}, \\ \lambda_{2,3} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \chi_{23}^2} \cos \left(\frac{\alpha}{3} \pm \frac{2\pi}{3} \right), \\ \cos \alpha &= -\frac{3\sqrt{3}\chi_{12}\chi_{13}\chi_{23}}{(\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \chi_{23}^2)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда, из (8) следует, что

$$\begin{aligned} a_1 &= A_{11}e^{i\lambda_1 t} + A_{12}e^{i\lambda_2 t} + A_{13}e^{i\lambda_3 t}, \\ a_2 &= A_{21}e^{i\lambda_1 t} + A_{22}e^{i\lambda_2 t} + A_{23}e^{i\lambda_3 t}, \\ a_3 &= A_{31}e^{i\lambda_1 t} + A_{32}e^{i\lambda_2 t} + A_{33}e^{i\lambda_3 t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Если в начальный момент времени заселена только первая яма, то

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_3)} a_{10}, \\ A_{12} &= \frac{\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \lambda_1 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} a_{10}, \\ A_{13} &= \frac{\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 + \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} a_{10}, \\ A_{21} &= \frac{\chi_{23}\chi_{13}a_{10} - \lambda_2^2 A_{22} - \lambda_3^2 A_{23}}{\lambda_1^2}, \\ A_{22} &= \frac{\chi_{23}\chi_{13}(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_3^2) + \chi_{13}(\lambda_1 + \lambda_2)\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_2) + \chi_{13}\lambda_1^2(\lambda_2 - \lambda_3)}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_1)} a_{10}, \\ A_{23} &= \frac{\chi_{23}\chi_{13} + \chi_{13}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2 - \lambda_3(\lambda_2 + \lambda_1) + \lambda_3^2} a_{10}, \\ A_{31} &= \frac{\chi_{23}\chi_{12}a_{10} - \lambda_2^2 A_{32} - \lambda_3^2 A_{33}}{\lambda_1^2}, \\ A_{32} &= \frac{A_{33}\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_3) + a_{10}\chi_{13}(\chi_{23} + \lambda_1)}{\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)}, \\ A_{33} &= A_{23}. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя (9) и (10), получим выражения для плотностей атомов в ямах:

$$\begin{aligned} n_1 &= A_{11}^2 + A_{12}^2 + A_{13}^2 + 2A_{11}A_{12}\cos(\lambda_1 - \lambda_2)t + 2A_{11}A_{13}\cos(\lambda_1 - \lambda_3)t + \\ &+ 2A_{12}A_{13}\cos(\lambda_2 - \lambda_3)t, \\ n_2 &= A_{21}^2 + A_{22}^2 + A_{23}^2 + 2A_{21}A_{22}\cos(\lambda_1 - \lambda_2)t + 2A_{21}A_{23}\cos(\lambda_1 - \lambda_3)t + \\ &+ 2A_{22}A_{23}\cos(\lambda_2 - \lambda_3)t, \\ n_3 &= A_{31}^2 + A_{32}^2 + A_{33}^2 + 2A_{31}A_{32}\cos(\lambda_1 - \lambda_2)t + 2A_{31}A_{33}\cos(\lambda_1 - \lambda_3)t + \\ &+ 2A_{32}A_{33}\cos(\lambda_2 - \lambda_3)t. \end{aligned} \quad (11)$$

Как видно из рис. 4 и системы уравнений (11), колебания плотностей атомов в первой, второй и третьей ямах являются амплитудно-модулированными во времени. Частота осцилляций тем больше, чем больше постоянные взаимодействия: χ_{12} , χ_{13} и χ_{23} . Из рис. 4с видно, что чем больше χ_{12} , тем меньше амплитуда колебаний атомов в третьей яме.

Однако, если $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_2\lambda_3$ в (11), то проявляется резкое ослабление амплитуды колебаний плотности атомов в первой яме при равенстве констант взаимодействия $\chi_{12} = \chi_{13} = \chi_{23}$, и отмечается явление самозахвата (локализации) атомов в первой яме (см. рис. 5). Таким образом с увеличением взаимодействия между атомами в ямах колебания блокируются и возникает локализация атомов в первой яме. Если же константы взаимодействия не равны друг другу и $\chi_{23} > \chi_{13}$, то наблюдается осцилляционный переход атомов из первой ямы во вторую и третью, причём максимум амплитуды колебаний возникает при $\chi_{12} = \chi_{13}$ (см. рис. 6). Частота осцилляций тем больше, чем больше χ_{12} . Если $\chi_{23} < \chi_{13}$ в системе бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке наблюдается полой системы.

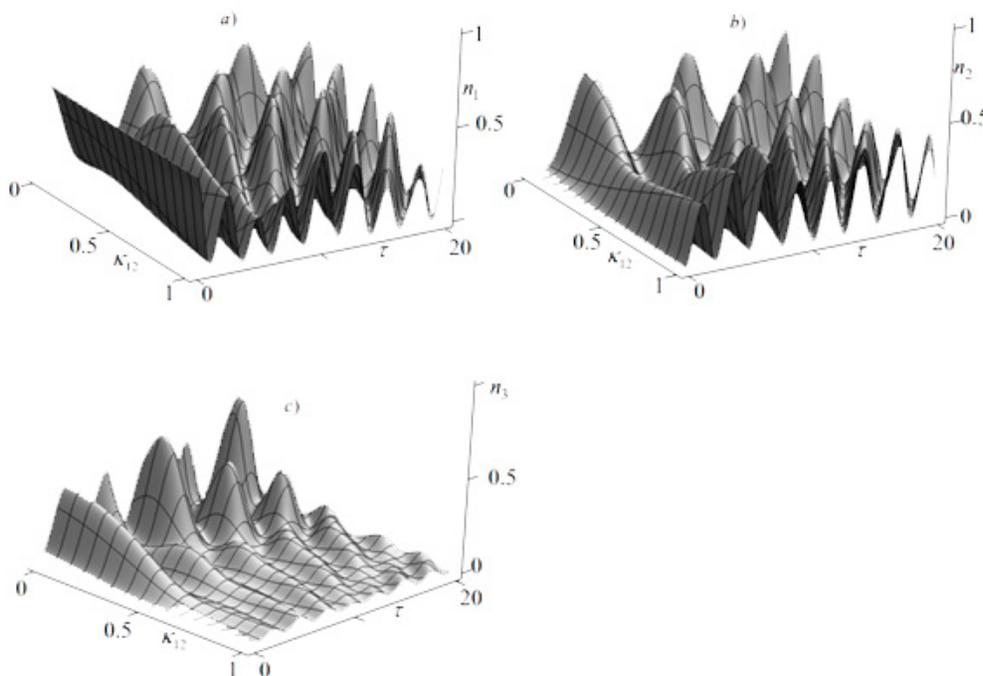


Рис. 4 / Fig. 4. Временная эволюция населённостей атомов в трёхъямной ловушке в зависимости от константы взаимодействия атомов в первой и второй ямах в ловушке χ_{12} при фиксированных значениях $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, $\chi_{23} = 0.6$, где а) населённость атомов в первой яме, б) населённость атомов во второй яме, в) населённость атомов в третьей яме / Time evolution of the populations of atoms in a three-well trap as a function of the interaction constant of atoms in the first and second wells in the trap χ_{12} at fixed values $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, and $\chi_{23} = 0.6$, where (a) the population of atoms in the first well, (b) the population of atoms in the second well, and (c) the population of atoms in the third well

Источник: по данным авторов

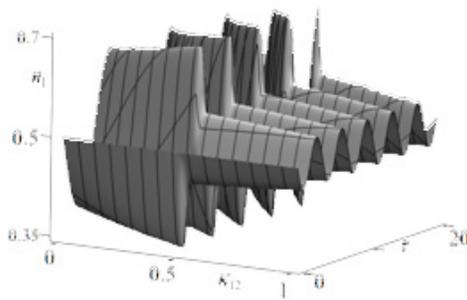


Рис. 5. / Fig. 5. Временная эволюция населённости атомов в первой яме трёхъямной ловушки в зависимости от константы взаимодействия атомов в первой и второй ямах в ловушке χ_{12} при фиксированных значениях $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, $\chi_{23} = 0.5$, в условиях когда $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_2\lambda_3$ и $\chi_{12} = \chi_{13}$ / Time evolution of the populations of atoms in the first well of a three-well trap as a function of the interaction constant of atoms in the first and second wells in the χ_{12} trap at fixed values $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, and $\chi_{23} = 0.5$ under conditions when $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_2\lambda_3$ and $\chi_{12} = \chi_{13}$

Источник: по данным авторов

Если $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_1\lambda_2$ в (11), то при $\chi_{12} = \chi_{13} = \chi_{23}$ наблюдается резкое увеличение амплитуды колебаний атомов в первой яме, т. е. снова наблюдается явление самозахвата атомов в первой яме (см. рис. 7). А при $\chi_{12} = \chi_{13}$ либо $\chi_{12} = \chi_{23}$ и выполнения условия, что $\chi_{23} > \chi_{13}$, в системе возникает режим покая, населённость атомов в первой яме не изменяется с течением времени (см. рис. 8). Если $\chi_{23} < \chi_{13}$, в системе бозе-конденсированных атомов наблюдается осцилляционный туннельный переход атомов из одной ямы в другую.

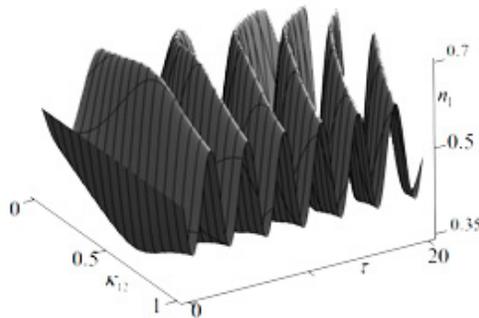


Рис. 6 / Fig. 6. Временная эволюция населённости атомов в первой яме трёхъямной ловушки в зависимости от константы взаимодействия атомов в первой и второй ямах в ловушке χ_{12} при фиксированных значениях $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, $\chi_{23} = 0.8$, в условиях когда $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_2\lambda_3$ и $\chi_{23} > \chi_{13}$. / Time evolution of populations of atoms in the first well of a three-well trap as a function of the interaction constant of atoms in the first and second wells in the trap χ_{12} at fixed values $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, and $\chi_{23} = 0.8$ under conditions when $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_2\lambda_3$ and $\chi_{23} > \chi_{13}$

Источник: по данным авторов

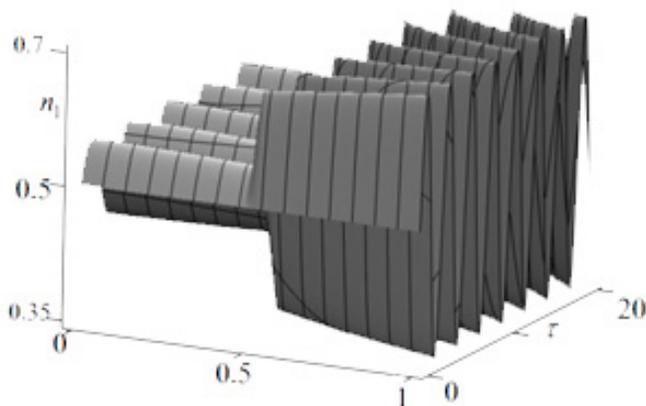


Рис. 7 / Fig. 7. Временная эволюция населённости атомов в первой яме трёхъямной ловушки в зависимости от константы взаимодействия атомов в первой и второй ямах в ловушке χ_{12} при фиксированных значениях $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, $\chi_{23} = 0.5$, в условиях когда $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_1\lambda_2$ и $\chi_{12} > \chi_{13}$. / Time evolution of populations of atoms in the first well of a three-well trap as a function of the interaction constant of atoms in the first and second wells in the trap χ_{12} at fixed values $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, and $\chi_{23} = 0.5$ under conditions when $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_1\lambda_2$ and $\chi_{12} > \chi_{13}$

Источник: по данным авторов

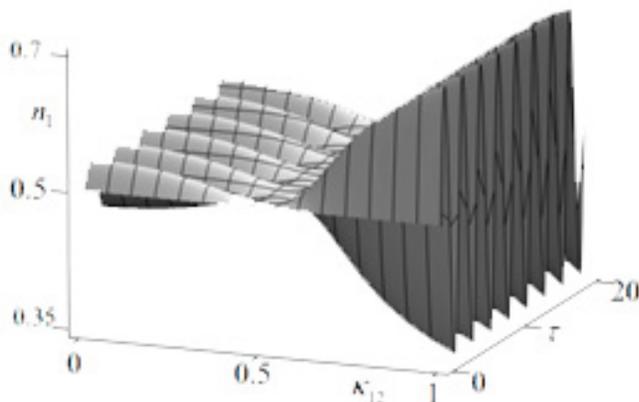


Рис. 8 / Fig. 8. Временная эволюция населённости атомов в первой яме трёхъямной ловушки в зависимости от константы взаимодействия атомов в первой и второй ямах в ловушке χ_{12} при фиксированных значениях $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, $\chi_{23} = 0.7$, в условиях когда $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_1\lambda_2$ и $\chi_{23} > \chi_{13}$. / Time evolution of populations of atoms in the first well of a three-well trap as a function of the interaction constant of atoms in the first and second wells in the trap χ_{12} at fixed values $n_{10} = 0.5$, $\chi_{13} = 0.5$, and $\chi_{23} = 0.7$ under conditions when $\chi_{12}^2 + \chi_{13}^2 = -\lambda_1\lambda_2$ and $\chi_{23} > \chi_{13}$

Источник: по данным авторов

Заключение

Таким образом, при начальном заселении атомов в одну из ям трёхъямной ловушки, например первой, атомы конденсатов могут быть захвачены (локализованы) одной из ям ловушки, куда они изначально загружаются при определённых параметрах системы. В зависимости от соотношения между постоянными взаимодействия атомных конденсатов в ямах возникают переходы от осцилляционного режима эволюции к самозахвату и, наоборот, переход к периодическому колебательному режиму эволюции атомов. Возможны случаи равновзаселения конденсированных атомов в ямах ловушки, а также покой системы.

Статья поступила в редакцию 25.02.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Li W., Haque M., Komineas S. Vortex dipole in a trapped two-dimensional Bose-Einstein condensate // *Physical Review A*. 2008. Vol. 77. Iss. 5. P. 053610. DOI: 10.1103/PhysRevA.77.053610.
2. Rogel-Salazar J. The Gross-Pitaevskii equation and Bose-Einstein condensate // *European Journal of Physics*. 2013. Vol. 34. No. 2. P. 247–257. DOI: 10.1088/0143-0807/34/2/247.
3. Complete Bose-Einstein condensation the Gross-Pitaevskii regime / Boccato C., Brennecke C., Cenatiempo S., Schlein B. // *Communications in Mathematical Physics*. 2018. Vol. 359. P. 975–1026. DOI: 10.1007/s00220-017-3016-5.
4. Metastable Bose-Einstein condensation in a strongly correlated optical lattice / McKay D., Ray U., Natu S. M., Russ P., Ceperley D., DeMarco B. // *Physical Review A*. 2015. Vol. 91. Iss. 2. P. 023625. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.023625.
5. Rotation-symmetry-enforced coupling of spin and angular momentum for p-orbital bosons / Li Y., Yuan J., Hemmerich A., Li X. // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 121. Iss. 9. P. 93401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.093401.
6. Creating solitons with controllable and near-zero velocity in Bose-Einstein condensates / Fritsch A. R., Lu M., Reid G. H., Pineiro A. M., Spielman I. B. // *Physical Review A*. 2020. Vol. 101. Iss. 5. P. 053629. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.053629.
7. Васильева О. Ф., Зинган А. П. Динамика нелинейного туннелирования бозе-конденсированных атомов в двухъямной ловушке // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2019. № 2. С. 83–95. DOI: 10.18384-2310-7251-2019-2-83-95.
8. Khadzhi P. I., Vasilieva O. F. Coherent dynamics of Bose-condensed atoms in a double-well trap // *Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics*. 2011. Vol. 6. No. 4. P. 433–451. DOI: 10.1166/jno.2011.1194.
9. Byrnes T., Wen K., Yamamoto Y. Macroscopic quantum computation using Bose-Einstein condensates // *Physical Review A*. 2012. Vol. 85. P. 040306(R). DOI: 10.1103/PhysRevA.85.040306.
10. Macroscopic quantum information processing using spin coherent states / Byrnes T., Rousseau D., Khosla M., Pyrkov A., Thomosen A., Mukai T., Koyama S., Abdelrahman A., Pol-Okeke E. // *Optics Communication*. 2015. Vol. 337. P. 102–109. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.08.017.

11. Quantum walk in momentum space with a Bose-Einstein condensate / Dadras S., Cresch A., Croiseau C., Wimberger S., Summy G. S. // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 121. Iss. 7. P. 70402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.070402.
12. Rapid generation of metastable helium Bose-Einstein condensates / Abbas A. H., Meng X., Patil R. S., Ross J. A., Truscott A. C., Hodgman S. S. // *Physical Review A*. 2021. Vol. 103. Iss. 5. P. 053317. DOI: 10.1103/PhysRevA.103.053317.
13. Guiding neutral atoms on a chip / Dekker N. H., Lee C. S., Lorent V., Thywissen J. H., Smith S. P., Drndic M., Westervelt R. M., Prentiss M. // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84. Iss. 6. P. 1124. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.1124.
14. Mossmann S., Jung C. Semiclassical approach to Bose-Einstein condensates in a triple well potential // *Physical Review A*. 2006. Vol. 74. Iss. 3. P. 033601. DOI: 10.1103/PhysRevA.74.033601.
15. Viscondi T. F., Furuya K. Dynamics of a Bose-Einstein condensate in a symmetric triple-well trap // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2011. Vol. 44. No. 17. P. 175301. DOI: 10.1088/1751-8113/44/17/175301.
16. Optimal conditions for spatial adiabatic passage of a Bose-Einstein condensate / Rubio J. L., Ahufinger V., Busch Th., Mompert J. // *Physical Review A*. 2016. Vol. 94. Iss. 5. P. 053606. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053606.
17. Self-trapping and tunneling of Bose-Einstein condensates in a cavity-mediated triple-well system / Wang B., Zhang H., Chen Y., Tan L. // *The European Physical Journal D*. 2017. Vol. 71. P. 56. DOI: 10.1140/epjd/e2017-70647-3.
18. McCormack G., Nath R., Li W. Nonlinear dynamics of Rydberg-dressed Bose-Einstein condensates in a triple-well potential // *Physical Review A*. 2020. Vol. 102. Iss. 6. P. 063329. DOI: 10.1103/PhysRevA.102.063329.
19. Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires / Muller D., Anderson D. Z., Grow R. J., Schwindt P. D., Cornell E. A. // *Physical Review Letters*. 1999. Vol. 83. Iss. 25. P. 5194. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.5194.
20. Beam splitter for guided atoms / Cassettari D., Hessmo B., Folman R., Maier T., Schmiedmayer J. // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85. Iss. 26. P. 5483. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.5483.
21. Propagation of Bose-Einstein condensates in magnetic waveguide / Leanhardt A. E., Chikkovtur A. P., Kielpinski D., Shin Y., Gustavson T. L., Ketterle W., Pritchard D. E. // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 89. Iss. 4. P. 040401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.040401.
22. Atom Michelson interferometer on a chip using a Bose-Einstein condensate / Wang Y.-J., Anderson D. Z., Bright V. M., Cornell E. A., Diot Q., Kishimoto T., Prentiss M., Saravanan R. A., Segal S. R., Wu S. // *Physical Review Letters*. 2005. Vol. 94. Iss. 9. P. 090405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.090405.
23. Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential / Shin Y., Saba M., Pasquini T. A., Ketterle W., Pritchard D. E., Leanhardt A. E. // *Physical Review Letters*. 2004. Vol. 92. Iss. 5. P. 050405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.050405.
24. Stickney J. A., Anderson D. Z., Zozulya A. A. Transistorlike behavior of a Bose-Einstein condensate in a triple-well potential // *Physical Review Letters A*. 2007. Vol. 75. Iss. 1. P. 013608. DOI: 10.1103/PhysRevA.75.013608.
25. Caliga S. C., Straatsma C. J. E., Anderson D. Z. Transport dynamics of ultracold atoms in a triple-well transistor-like potential // *New Journal of Physics*. 2016. Vol. 18. Iss. 2. P. 025010. DOI: 10.1088/1367-2630/18/2/025010.

26. Васильева О. Ф., Зинган А. П. Временная эволюция бозе-конденсированных атомов в трёхъямной симметричной цепочной ловушке // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2021. № 1. С. 27–38. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38.
27. Control of tunneling in a atomtronics switching device / Wilmann K. W., Ymai L. H., Tonel A. P., Linkes J., Foerster A. // *Communications Physics*. 2018. Vol. 1. P. 91. DOI: 10.1038/s42005-018-0089-1.
28. Entangled states of dipolar bosons generated in a triple-well potential / Tonel A. P., Ymai L. H., Wittmann K., Foerster A., Links J. // *SciPost Physics Core*. 2020. Vol. 2. P. 003. DOI: 10.21468/SciPostPhysCore.2.1.003.

REFERENCES

1. Li W., Haque M., Komineas S. Vortex dipole in a trapped two-dimensional Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review A*, 2008, vol. 77, iss. 5, pp. 053610. DOI: 10.1103/PhysRevA.77.053610.
2. Rogel-Salazar J. The Gross-Pitaevskii equation and Bose-Einstein condensate. In: *European Journal of Physics*, 2013, vol. 34, no. 2, pp. 247–257. DOI: 10.1088/0143-0807/34/2/247.
3. Boccato C., Brennecke C., Cenatiempo S., Schbein B. Complete Bose-Einstein condensation the Gross-Pitaevskii regime. In: *Communications in Mathematical Physics*, 2018, vol. 359, pp. 975–1026. DOI: 10.1007/s00220-017-3016-5.
4. McKay D., Ray U., Natu S. M., Russ P., Ceperley D., DeMarco B. Metastable Bose-Einstein condensation in a strongly correlated optical lattice. In: *Physical Review A*, 2015, vol. 91, iss. 2, pp. 023625. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.023625.
5. Li Y., Yuan J., Hemmerich A., Li X. Rotation-symmetry-enforced coupling of spin and angular momentum for p-orbital bosons. In: *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, iss. 9, pp. 93401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.093401.
6. Fritsch A. R., Lu M., Reid G. H., Pineiro A. M., Spielman I. B. Creating solitons with controllable and near-zero velocity in Bose-Einstein condensates. In: *Physical Review A*, 2020, vol. 101, iss. 5, pp. 053629. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.053629.
7. Vasilieva O. F., Zingan A. P. Dynamics of nonlinear tunneling of Bose-condensed atoms in a double-well trap. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2019, no. 2, pp. 83–95. DOI: 10.18384-2310-7251-2019-2-83-95.
8. Khadzhi P. I., Vasilieva O. F. Coherent dynamics of Bose-condensed atoms in a double-well trap. In: *Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics*, 2011, vol. 6, no. 4, pp. 433–451. DOI: 10.1166/jno.2011.1194.
9. Byrnes T., Wen K., Yamamoto Y. Macroscopic quantum computation using Bose-Einstein condensates. In: *Physical Review A*, 2012, vol. 85, pp. 040306(R). DOI: 10.1103/PhysRevA.85.040306.
10. Byrnes T., Rosseau D., Khosla M., Pyrkov A., Thomosen A., Mukai T., Koyama S., Abdelrahman A., Ilo-Okeke E. Macroscopic quantum information processing using spin coherent states. In: *Optics Communication*, 2015, vol. 337, pp. 102–109. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.08.017.
11. Dadras S., Cresch A., Croiseau C., Wimberger S., Summy G. S. Quantum walk in momentum space with a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, iss. 7, pp. 70402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.070402.

12. Abbas A. H., Meng X., Patil R. S., Ross J. A., Truscott A. C., Hodgman S. S. Rapid generation of metastable helium Bose-Einstein condensates. In: *Physical Review A*, 2021, vol. 103, iss. 5, pp. 053317. DOI: 10.1103/PhysRevA.103.053317.
13. Dekker N. H., Lee C. S., Lorent V., Thywissen J. H., Smith S. P., Drndic M., Westerwelt R. M., Prentiss M. Guiding neutral atoms on a chip. In: *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84, iss. 6, pp. 1124. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.1124.
14. Mossmann S., Jung C. Semiclassical approach to Bose-Einstein condensates in a triple well potential. In: *Physical Review A*, 2006, vol. 74, iss. 3, pp. 033601. DOI: 10.1103/PhysRevA.74.033601.
15. Viscondi T. F., Furuya K. Dynamics of a Bose-Einstein condensate in a symmetric triple-well trap. In: *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2011, vol. 44, no. 17, pp. 175301. DOI: 10.1088/1751-8113/44/17/175301.
16. Rubio J. L., Ahufinger V., Busch Th., Mompert J. Optimal conditions for spatial adiabatic passage of a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review A*, 2016, vol. 94, iss. 5, pp. 053606. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053606.
17. Wang B., Zhang H., Chen Y., Tan L. Self-trapping and tunneling of Bose-Einstein condensates in a cavity-mediated triple-well system. In: *The European Physical Journal D*, 2017, vol. 71, pp. 56. DOI: 10.1140/epjd/e2017-70647-3.
18. McCormack G., Nath R., Li W. Nonlinear dynamics of Rydberg-dressed Bose-Einstein condensates in a triple-well potential. In: *Physical Review A*, 2020, vol. 102, iss. 6, pp. 063329. DOI: 10.1103/PhysRevA.102.063329.
19. Muller D., Anderson D. Z., Grow R. J., Schwindt P. D., Cornell E. A. Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires. In: *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, iss. 25, pp. 5194. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.5194.
20. Cassettari D., Hessmo B., Folman R., Maier T., Schmiedmayer J. Beam splitter for guided atoms. In: *Physical Review Letters*, 2000, vol. 85, iss. 26, pp. 5483. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.5483.
21. Leanhardt A. E., Chikkovtur A. P., Kielpinski D., Shin Y., Gustavson T. L., Ketterle W., Pritchard D. E. Propagation of Bose-Einstein condensates in magnetic waveguide. In: *Physical Review Letters*, 2002, vol. 89, iss. 4, pp. 040401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.040401.
22. Wang Y.-J., Anderson D. Z., Bright V. M., Cornell E. A., Diot Q., Kishimoto T., Prentiss M., Saravanan R. A., Segal S. R., Wu S. Atom Michelson interferometer on a chip using a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review Letters*, 2005, vol. 94, iss. 9, pp. 090405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.090405.
23. Shin Y., Saba M., Pasquini T. A., Ketterle W., Pritchard D. E., Leanhardt A. E. Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential. In: *Physical Review Letters*, 2004, vol. 92, iss. 5, pp. 050405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.050405.
24. Stickney J. A., Anderson D. Z., Zozulya A. A. Transistorlike behavior of a Bose-Einstein condensate in a triple-well potential. In: *Physical Review Letters A*, 2007, vol. 75, iss. 1, pp. 013608. DOI: 10.1103/PhysRevA.75.013608.
25. Caliga S. C., Straatsma C. J. E., Anderson D. Z. Transport dynamics of ultracold atoms in a triple-well transistor-like potential. In: *New Journal of Physics*, 2016, vol. 18, iss. 2, pp. 025010. DOI: 10.1088/1367-2630/18/2/025010.
26. Vasilieva O. F., Zingan A. P. [Temporary evolution of bose-condensed atoms in a three-well symmetric chain trap]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2021, no. 1, pp. 27–38. DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38.

27. Wilsmann K. W., Ymai L. H., Tonel A. P., Linkes J., Foerster A. Control of tunneling in a atomtronic switching device. In: *Communications Physics*, 2018, vol. 1, pp. 91. DOI: 10.1038/s42005-018-0089-1.
28. Tonel A. P., Ymai L. H., Wittmann K., Foerster A., Links J. Entangled states of dipolar bosons generated in a triple-well potential. In: *SciPost Physics Core*, 2020, vol. 2, pp. 003. DOI: 10.21468/SciPostPhysCore.2.1.003.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Васильева Ольга Федоровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи Приднестровского государственного университета имени Т. Г. Шевченко;
e-mail: florina_of@mail.ru;

Зинган Анна Петровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи Приднестровского государственного университета имени Т. Г. Шевченко;
e-mail: zingan.anna@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Olga F. Vasilieva – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Quantum Radiophysics and Communication Systems, Pridnestrovian State University;
e-mail: florina_of@mail.ru;

Anna P. Zingan – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Quantum Radiophysics and Communication Systems, Pridnestrovian State University;
e-mail: zingan.anna@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Васильева О. Ф., Зинган А. П. Временная эволюция бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке, при условии отличной от нуля начальной заселённости первой ямы // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2022. № 2. С. 28–41.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-28-41.

FOR CITATION

Vasilieva O. F., Zingan A. P. Time evolution of Bose-condensed atoms in a three-well trap under the condition of a non-zero initial population of the first well. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2022, no. 2, pp. 28–41.
DOI: 10.18384/2310-7251-2022-2-28-41.